

Controlo por Computador

Identificação de uma Articulação Flexível de um Braço Robótico

Parte 1

Discentes:

Francisco Freiria, 97236

João Morais, 83916



Ano letivo 2020/2021

Q1 – Por que razão o controlo objetivo do sistema não é trivial

O principal objetivo deste projeto, tal como referido anteriormente, passa pelo controlo da posição de uma barra flexível. Esta flexibilidade da barra, aliada também a sua sensibilidade provoca um movimento oscilatório sempre que é movida, fazendo com que a posição da ponta da barra esteja desviada da pretendida (deflexão da barra) e tornando o sistema em estudo complexo, não linear e não trivial.

Uma possível solução para abordar o problema seria com a construção de uma tabela de tensões aplicadas ao motor DC para diferentes posições angulares da barra. Contudo, esta solução não é viável, uma vez que quando aplicada uma tensão elétrica constante, verifica-se que, apesar da velocidade angular tender para um valor constante, a deflexão nunca é nula ou seja, como a tensão aplicada ao motor apenas controla diretamente a velocidade angular, não se consegue controlar a posição angular do seu eixo. Este facto, aliado à elevada sensibilidade e flexibilidade da barra, torna impossível prever o comportamento do sistema, impossibilitando o tratamento deste problema com uma solução em malha aberta e sendo assim necessário o dimensionamento de um controlador para o movimento da ponta da barra.

A primeira forma de controlo que se poderá idealizar para ser aplicada neste projeto é, provavelmente, um controlo proporcional, visto ser uma das estratégias de controlo mais simples. Neste tipo de controlo, a tensão a aplicar no motor DC é resultado do produto entre a constante de proporcionalidade (K) e o erro de posição. No entanto, devido ao facto da barra ser flexível e ter um efeito de “chicote” quando se move (quando inicia o movimento, a ponta move-se no sentido contrário ao movimento), o controlador meramente proporcional iria ter um comportamento errado e provavelmente ter problemas de estabilidade e convergência para a referência.

Em termos da distribuição dos polos em malha aberta, tendo em conta a dinâmica do sistema, pode-se concluir que, quando a barra é sujeita a uma perturbação, esta apresenta um movimento oscilatório com amplitudes cada vez menores. Assim o sistema tende a estabilizar após uma perturbação. Este tipo de comportamento revela a existência de um par de polos complexos conjugados, que dada a estabilidade do sistema (convergência após perturbação), pertencem ao semi-plano complexo esquerdo. No entanto, apesar deste par de polos complexos ser o dominante, existirão ainda outros pares de polos referentes às oscilações de frequências mais elevadas, todos situados no semiplano complexo esquerdo devido à posterior estabilização que ocorre. Devido ao efeito “chicote” que ocorre da ponta da barra no sentido contrário ao do movimento, é possível comprovar a existência de um zero no semi-plano complexo direito, normalmente denominado zero de fase não-mínima. Isto comprova que o controlo proporcional não é viável, pois com o aumento da constante de proporcionalidade, este zero iria trazer os polos para o semiplano direito, tornando o sistema instável. Por fim, como consequência da utilização de um motor DC, prevê-se um aumento do número de polos. Pode ser assumido um efeito de integração induzido pelo motor que leva à criação de um polo na origem e um outro polo no eixo real.

Q2-Descrição do sistema

Uma vez que a finalidade do projeto é obter um sistema capaz de executar um controlo da posição de uma barra flexível, para além dessa barra flexível é necessário um controlador (computador), um motor DC acionado por um amplificador de potência, um extensómetro concatenado com a barra flexível, um potenciómetro, um analog-digital converter (ADC) e um digital-analog converter (DAC).

Para o controlo da posição da barra consideramos dois ângulos característicos, o ângulo do eixo do motor em relação ao eixo de referência, θ , e o ângulo da deflexão da barra, α , em relação ao eixo do motor.

Este modelo de planta possui apenas uma entrada pelo que ângulo total da ponta da barra corresponde à soma dos dois ângulos.

O extensómetro concatenado na barra mede o desvio angular da ponta da barra recebe um valor de tensão elétrica analógica (αe).

O potenciómetro concatenado no motor DC mede ângulo do eixo do motor e recebe também um valor de tensão elétrica analógica (θe).

$$y = \theta + \alpha \quad (1)$$

$$y = Kb * \alpha e + Kp * \theta e \quad (2)$$

Uma vez que o sistema usa um motor DC, fornecemos um sinal de entrada que quando estabiliza controla a velocidade de rotação do eixo. Consequentemente, sabemos que a velocidade angular da barra é constante ao contrário da posição angular. Na figura 1 podemos ver o comportamento da posição angular para uma onda quadrada e uma onda PRBS ao longo do tempo.

Q3 – Identificação do modelo

Para a identificação do modelo temos de considerar as características que tornam o sistema não

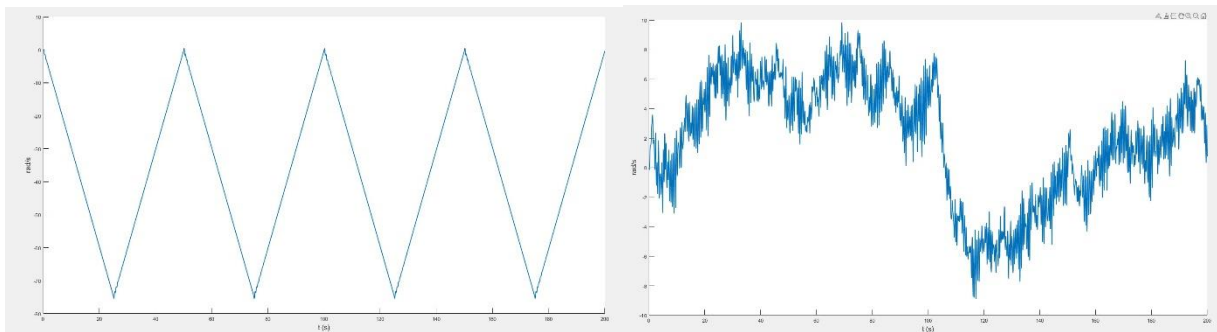


Figura 1: Saída do sistema real para uma onda quadrada e uma onda PRBS

trivial, que consequentemente afetam a posição angular da barra. Exemplo disso é o facto de o motor possuir várias características que não tornem o sistema estável, sendo estas a existência de *Deadzone* e a criação de um efeito integrador.

Deadzone

Ao aplicarmos uma tensão de baixo valor (tensão unitária) estamos a comprometer a estabilidade devido à existência de atrito estático e folgas existentes nas engrenagens do motor. Por forma a contornar este problema, torna-se crucial aplicar um valor de tensão que ultrapasse um determinado nível para que o motor estabilize o seu funcionamento.

Para tal foram realizados alguns testes para perceber o comportamento do motor. Foram aplicadas diferentes tipos de onda quadrática de diferentes frequências e amplitudes. Na figura 2 é possível observar o comportamento das ondas de entrada fornecidas.

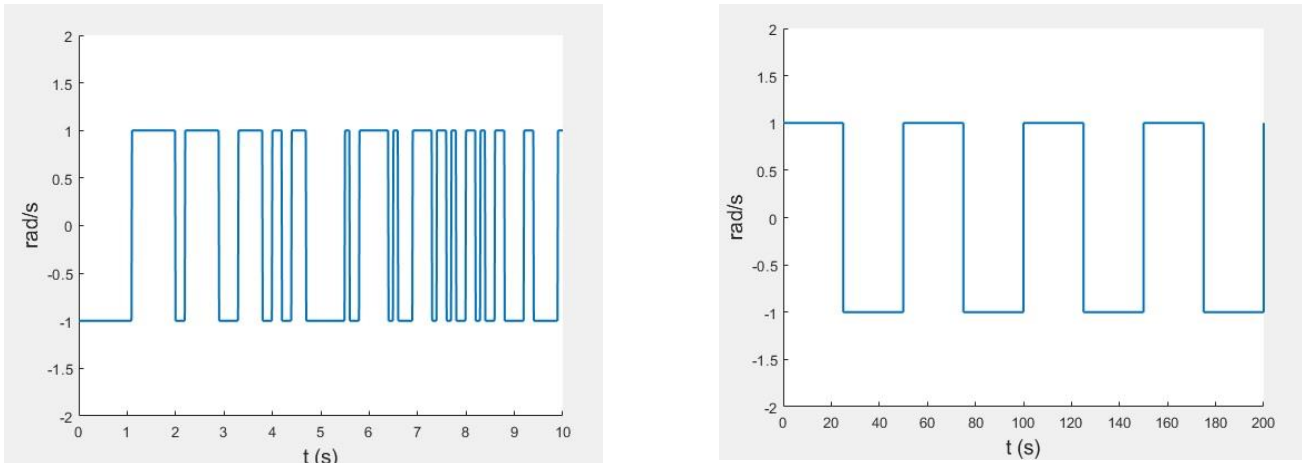


Figura 2: Onda de entrada quadrada e PRBS

Filtragem

Para além da questão de zona morta, outras questões são levantadas no que toca à estabilidade da posição angular. Como referido na questão 1 deste relatório, o motor cria um efeito de integrador que é visível pela variação linear (em relação ao tempo) que a posição angular da ponta da barra executa quando é aplicado um sinal constante como excitação.

Por forma a considerar o efeito integrador do motor, foi aplicado um diferenciador e um filtro passa baixo. Porém o diferenciador amplifica as componentes de alta frequência. De forma a contornar este problema foi necessária aplicação de um filtro passa-baixo para reduzir as altas frequências para que estas não criem um efeito atenuador. Na figura 3 está presente a resposta do filtro em frequência:

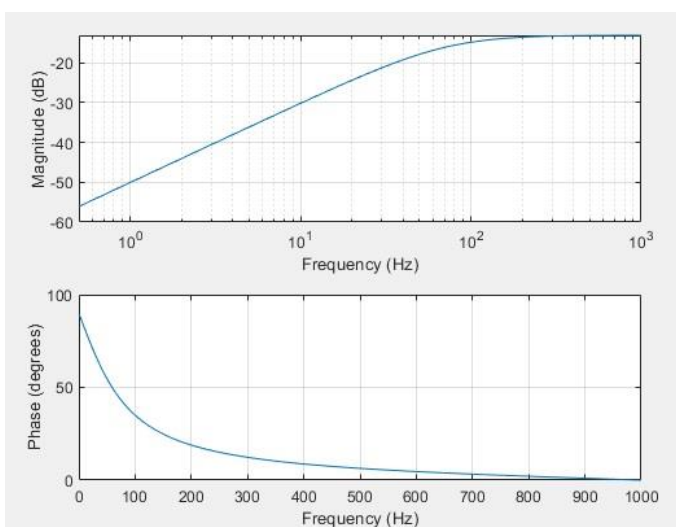


Figura 3: Resposta do filtro em frequência

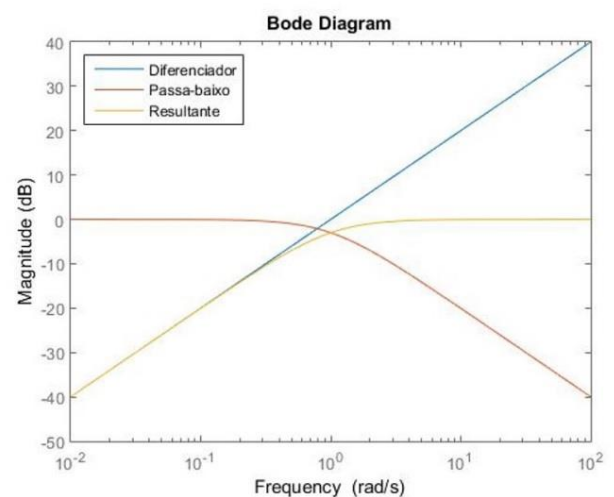


Figura 4: Magnitude do diferenciado, do filtro-passa baixo e do filtro resultante

A figura 4 representa os diagramas de Bode do diferenciador, do filtro passa-baixo, e do filtro resultante.

É de referir que foram utilizadas funções de transferência do diferenciador e do filtro. A figura ajuda a perceber quais as diferenças entre o efeito do diferenciador, do filtro passa baixo e do filtro resultante. Uma vez atingindo a frequência de corte, o filtro torna-se inútil para o sinal uma vez que a sua magnitude está constantemente nos 0 dB.

Análise de polos e zeros

Analisando a equação diferencial do modelo ARMAX concluímos que nele constam 3 polinómios $A(z)$, $B(z)$ e $C(z)$, que são definidos por:

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \quad (3)$$

$$B(z) = z^{-n} * (1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}) \quad (4)$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n} \quad (5)$$

Através das equações (3), (4) e (5) verificamos que a ordem de grandeza do polinómio $A(z)$ e do polinómio $C(z)$ é dada pela variável n_a . Quanto ao polinómio $B(z)$ sabemos que é definido por n_b e n_k . Para determinar qual o melhor conjunto de valores para as, testaram-se vários intervalos de valores, no entanto, este tem de respeitar as seguintes condições:

$$n_a \geq n_b + n_k \quad (6)$$

$$n_a \geq n_c \quad (7)$$

Após testarmos para vários valores das variáveis atrás descritas segundo os parâmetros de (6) e (7) verificamos que a diferença no que toca à previsão variava apenas em 0,02%, que não é praticamente considerável, porém quanto maior o parâmetro fit , mais próximo do sistema real o modelo é. Assim, após ser calculado o parâmetro fit para todas as combinações de “ n_a , n_b , n_c e n_k ” a escolha da solução baseou-se na relação de menor ordem com o fit . Assim os valores das variáveis utilizadas para o modelo é: $n_a = 5$; $n_b = 3$; $n_c = 4$; $n_k = 2$; e o parâmetro fit para uma onda PRBS é de 96,32% e para uma onda quadrada 98,44%.

Modelo ARMAX

Utilizando os parâmetros escolhidos na alínea anterior obteve-se, com o auxílio do Matlab, a função de transferência apresentada em (8), já depois de adicionado um integrador que havia sido removido anteriormente.

$$G(s) = \frac{(-8.56e - 5)s^4 + (6.39e - 4)s^3 + (6.03e - 4)s^2}{s^6 - (5.13)s^5 + (11.49)s^4 - (14.47)s^3 + (10.85)s^2 - (4.52)s + 0.81} \quad (8)$$

Analisando a equação verifica-se a existência de 5 polos e 3 zeros. A confirmação desta afirmação pode ser observada no diagrama de polos e zeros representado na figura (x). É ainda possível observar na figura existência de um zero de fase não mínima, o que faz expectar a existência do efeito de ‘chicote’ na saída do sistema.

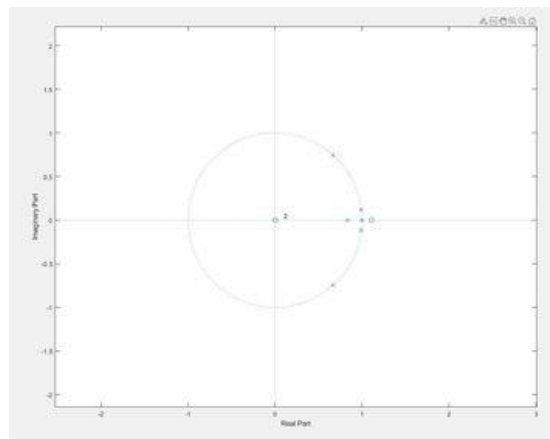


Figura 5: Diagrama de zeros e polos do modelo

Analisando o diagrama de polos e zeros da figura 5 é possível concluir que:

- Existem dois pares de polos conjugados. Um deles é responsável pelas oscilações do sistema;
- Um polo em 0.82 do eixo real;
- Um zero duplo na origem. Um dos zeros é o resultado do atraso entre o input e output. Já o outro foi inserido pela presença do integrador;
- Um zero fora do círculo unitário, em 5.67 do eixo real, apresentando-se como o esperado zero de fase não mínima responsável pelo efeito 'chicote' referido anteriormente.

Descrição do modelo de espaço de estados

O modelo em estudo pode ser definido pela sua representação em espaço de estados. Define-se uma representação em espaço de estados pelos sistemas de equações presentes em (9) e (10).

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (9)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (10)$$

Foram então obtidos, recorrendo ao Matlab, as matrizes que constam no sistema de equações (9) e (10). Estas estão representadas nas matrizes de A a D.

$$A = \begin{bmatrix} 5.13 & -11.49 & 14.48 & -10.82 & 4.53 & -0.81 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -0.56e-4 & 6.39e-4 & -6.03e-4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

Resposta em frequência

De forma a analisar a resposta do Sistema no domínio da frequência, analisou-se o diagrama de Bode da figura 6 obtido através do Matlab.

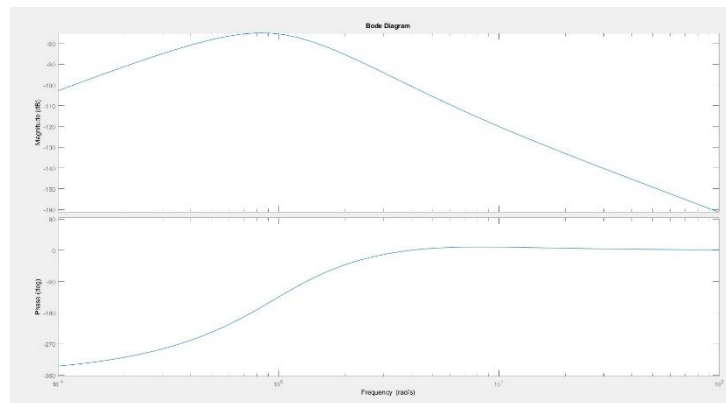


Figura 6: Resposta em frequência do modelo

Analisando a figura, verifica-se que a resposta do sistema tem um comportamento semelhante a um filtro passa-baixo, uma vez que, deixa passar as baixas frequências e corta as de alta frequência. Este comportamento era o previsto visto que o sistema apresenta um maior número de polos do que de zeros. Dado isto, a magnitude do sistema decresce com o aumento da frequência. Este decréscimo é notado a partir de cerca de 100 uma vez que é onde o sistema apresenta o primeiro polo aproximadamente neste ponto do eixo real. Por fim, devido ao zero de fase não mínima, denota-se uma leve atenuação da queda da magnitude.

Resposta no domínio do tempo do sistema

Por forma a analisar a resposta no domínio do tempo do sistema, foram adquiridos os gráficos da figura 10 e 11.

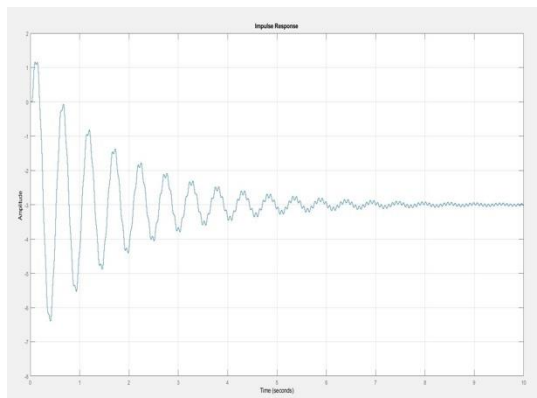


Figura 7: Resposta a um impulso

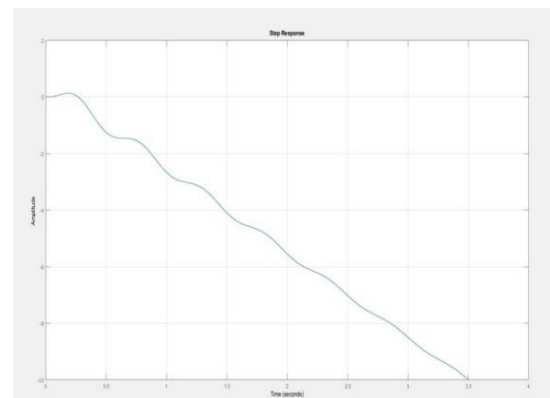


Figura 8: Resposta a um step

Na figura 7 foi aplicada uma tensão unitária momentaneamente, ou seja, por um curto período de tempo (impulso). Assim, é previsível que a barra se movimente um pouco e que depois estabilize para um certo ângulo. Dado que a barra é bastante flexível, considerando que inicialmente estava estática, verifica-se que quando a tensão é aplicada, há uma reação do sistema a tensão. Este acaba por estabilizar depois de certa de 6 segundos. É de notar que, mais uma vez, devido à elevada flexibilidade da barra, na fase de estabilização esta oscila em torno do ponto onde vai estabilizar, sendo a amplitude das oscilações cada vez menor.

No caso da Figura 8 foi aplicado um sinal cuja tensão se mantém a 1 ao longo de todo o domínio temporal (step). Deste modo, a barra irá rodar infinitamente no mesmo sentido. Analogamente à resposta ao impulso, quando a tensão é aplicada, nota-se que o ângulo atinge valores positivos por um curto instante de tempo e, dado que a tensão aplicada é constante, evolui depois de forma praticamente linear.

Validação do modelo

De modo a validar o modelo escolhido, procedeu-se à comparação entre a saída gerada pelo Simulink (sistema real) e a saída gerada pelo modelo selecionado. Os resultados deste procedimento apresentam-se nas figuras 9 e 10. Note-se que foi utilizado o sinal detrended.

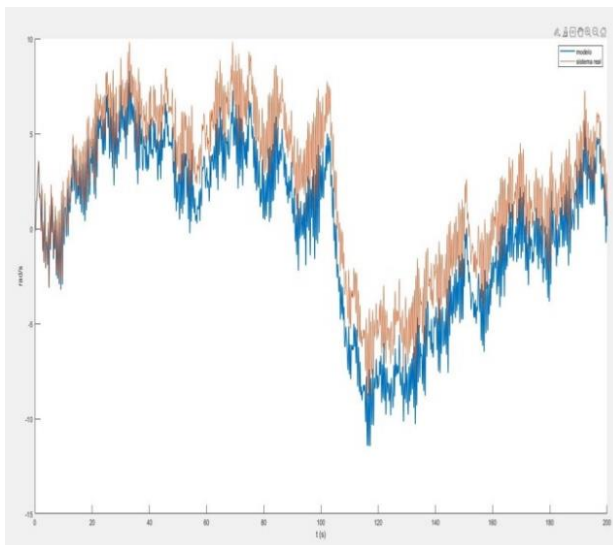


Figura 9: Onda PRBS do sistema real e do modelo

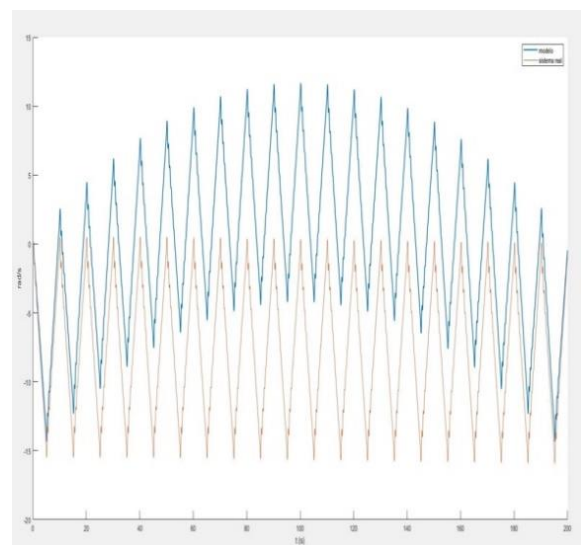


Figura 10: Onda quadrada do sistema real e do modelo

Analisando os gráficos das figuras 9 e 10, é de notar que para ambos os sinais de entrada, embora o modelo não apresente uma adaptação perfeita, este retorna resultados bastante satisfatórios, uma vez que o traçado do modelo se aproxima ao traçado do sistema real. Dado que o modelo foi treinado com o sinal de onda quadrada, os resultados para este mesmo sinal são melhores quando comparando com o sinal PRBS.

Outra forma de comprovar a validade do sistema é comparar o sinal filtrado dado do sistema real como o sinal filtrado do modelo. Isto pode ser observado na figura 11.

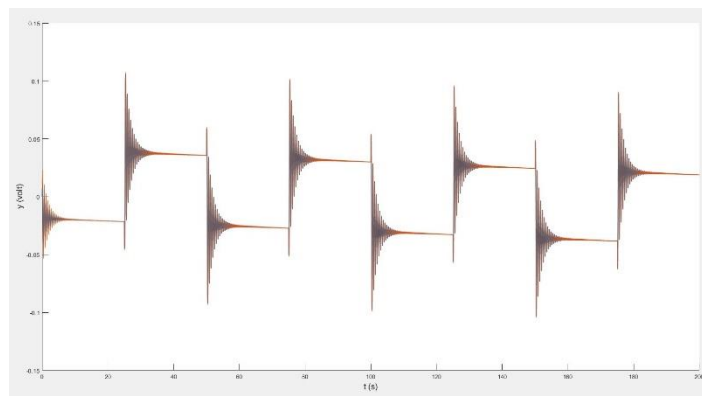


Figura 11: Sinal filtrado dado do sistema real como o sinal filtrado do modelo para uma onda quadrada

Face ao exposto, conclui-se que o modelo escolhido é válido.