Atividades de apoio para implementações e/ou simulações de métodos numéricos com o auxílio do software GNU Octave

BOLSISTAS DO PROJETO: PAULO HENRIQUE CARDOSO DE NOVAIS e YURE MORAES PIRES
ORIENTADOR DO PROJETO: PROFESSOR GISLAN SILVEIRA SANTOS

Soluções de equações diferenciais ordinárias

1 Método de Taylor de Ordem q

O método de Taylor de Ordem q não é exatamente um método numérico para solucionar EDOs (Equações Diferenciais Ordinárias), porém é um artifício numérico muito útil e de caráter introdutório para as técnicas mais avançadas.
Para determinar a solução numérica de uma EDO é necessário ter um problema de valor inicial (pvi) e a partir dele, encontrar valores que se aproximam da solução real. Dessa forma, para a aplicação do método, é necessário garantir que a função é contínua e suficientemente derivável em relação a x e y, isto é, a função deverá ser derivável "q"vezes. Portanto, seja a EDO,

$$\begin{cases} y' = f(x,y) \\ \\ y(x0) = y0 \end{cases}, \tag{1}$$

Então, considerando que $y(x)$ é a solução exata de (1), a expansão pela série de Taylor para $y(x_n + h)$ em torno do ponto x_n é dada por:

$$\begin{gathered} y(x_n+h) = y(x_n) + h'y(x_n) + \frac{h^2}{2!}y''(x_n) + \ldots + \frac{h^q}{q!}y^{(q)}(x_n) + \frac{h^{q+1}}{(q+1)!}y^{(q+1)}(\zeta_n), \\ x_n < \zeta_n < x_n + h, \end{gathered} \tag{2}$$

onde o último termo é chamado erro de truncamento local.

1.1 Implementação

Apos definir o método na sessão anterior, o algoritmo será representado, com $q = 3$, da seguinte forma.
Obs: Para aumentar a ordem é necessário fazer algumas modificações no algoritmo.

```
function solucao=edotaylor(f,fx,fxx,h,a,b,y0)
  %M todo de Taylor de ordem 3
  %"f","fx","fxx" t m que ser do tipo function handle (@(x,y) funcao)
  %"a"  o in cio do intervalo de solu  o
  %"y0"  y(a)
  %"b"  o fim do intervalo de solu  o
     f0=f(a,y0);fx0=fx(a,y0);fxx0=fxx(a,y0);
     y1=y0+h*f0+h^2*fx0/2+h^3*fxx0/6;
     s=(a:h:b)';
     p=zeros(1,length(s))';
     y=[y1 zeros(1,length(s)-2)]';
     fm=p;fmx=p;fmxx=p;
    for i=1:length(s)-2
      fm(i)=f(s(i+1,1),y(i,1));fmx(i)=fx(s(i+1,1),y(i,1));fmxx(i)=fxx(s(i+1,1),y(i,1));
      y(i+1,1)=y(i,1)+h*fm(i)+h^2*fmx(i)/2+h^3*fmxx(i)/6;
    endfor
    y=[y0; y];
```

```
solucao=[s y];
plot(s,y)
```

2 Referências

1. CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P.. **Métodos Numéricos para Engenharia, 5ª Edição**. São Paulo, McGraw-Hill, 2011. 809p.

2. EATON, John W.; BATEMAN, David; HAUBERG, Soren; WEHBRING, Rik. **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations, 5ª edição**. 2020. 1077p.

3. FRANCO, Neide Maria Bertoldi. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, 2006. 489 p.

4. Todos os Colaboradores. **Cálculo Numérico Um Livro Colaborativo Versão Octave**. Porto Alegre: Projeto REAMAT da UFRGS, 2020. Disponível em:
https://www.ufrgs.br/reamat/CalculoNumerico/livro-oct/main.html