Tarea 1

Francisco Loyola

September 25, 2015

1 Parte 1

Se graficaron los gráficos pedidos usando la convención cgs (centímetros, gramos, segundos) y angstroms para longitud de onda. En esta convención se tiene $1[nm] = 10[A]$ y $1[\frac{W}{m^2 nm}] = 100[\frac{ergs}{scm^2 A}]$.

No se graficaron todos los datos, ya que para longitudes de onda mayores que $30000[A]$, la intensidad de radiación es demasiado pequeña, la región con datos más notables se encuentra en longitudes de onda baja.

A continuación el gráfico:

2 Parte 2 y 4

2.1 Procedimiento

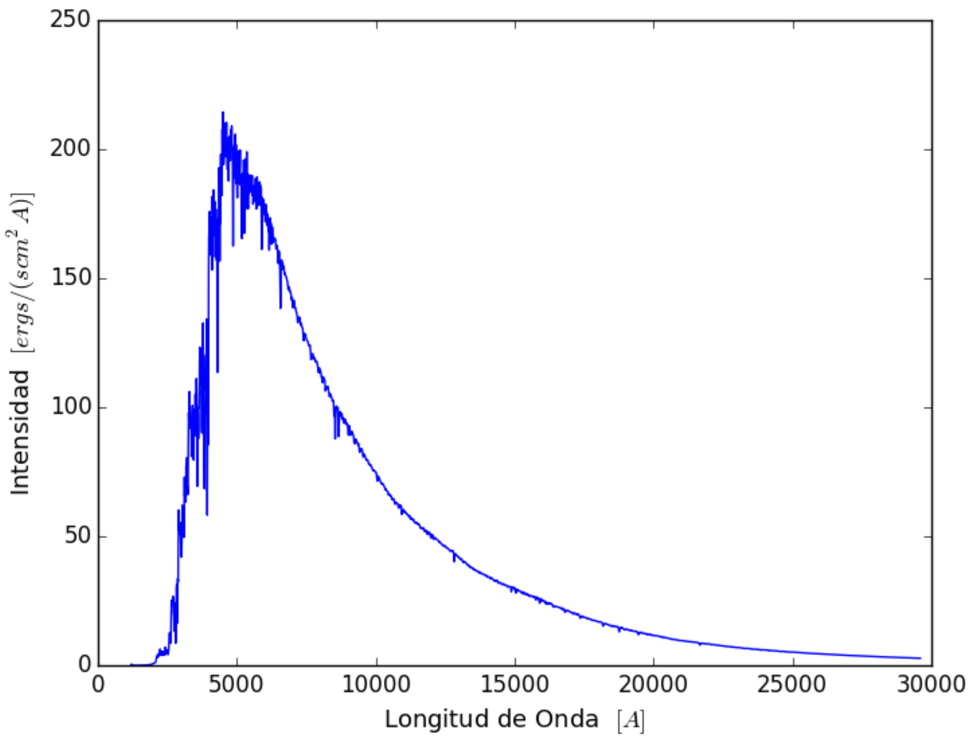
En esta sección se integraron los datos para calcular la intensidad total de radiación.

Dado que la partición del dominio de integración no es uniforme se decidió usar el método del trapecio que es relativamente sencillo y no requiere pares de intervalos de igual longitud como el método de simpson. El algoritmo fue implementado en el código Integraldatos.py, que también incluye el cálculo de la integral usando el mismo algoritmo pero implementado por la librería Scipy. Se compararon los tiempos de ejecución de ambos algoritmos.

2.2 Resultados

Se obtuvieron los siguientes resultados:

	Mi algoritmo	Algoritmo de Scipy
Intensidad $[W/m^2]$	1366.09048519	1366.09079684
Tiempo de ejecución $[\mu s]$	1520	33.7



2.3 Conclusión

Se observa una coherencia en ambos algoritmos de una presición innecesaria de varios ordenes de magnitud menor a la cifra significativa del resultado, sin embargo en el tiempo de ejecución se observa una diferencia de hasta 30 veces, esto se debe a que el algoritmo de Scipy está optimizado, mientras que mi algoritmo, se puede deducir, que es muy ineficiente.

Por lo tanto ambos algoritmos entregan prácticamente la misma respuesta, pero el algoritmo ya implementado de Scipy es mucho más eficiente lo que puede ser importante si el tiempo de ejecución se vuelve relevante en un problema.

3 Pregunta 3 y 4

3.1 Procedimiento

Se requiere integrar númericamente la función de planck:

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

Para integrar la función de planck primero se realizó el primer cambio de variable $\nu = \frac{c}{\lambda}$, es decir parametrizando la función de planck según la frecuencia, por lo que se obtiene:

$$B_\nu(T) = \frac{2\pi h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

.

Queremos la intensidad total, para ello se integra todo el espectro de frecuencias de 0 a $infty$, para dejar las constantes fuera del integrando hacemos el cambio $x = h\nu/k_B T$:

$$P = \int_0^\infty \frac{2\pi h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

Dado que esta integral tiene un dominio infinito hacemos el siguiente cambio de variable: $y = arctan(x)$, luego queda como:

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{tan(y)^3}{(e^{tan(y)} - 1)cos(y)^2} dy$$

Esta integral tiene un intervalo de integración finito y no es divergente [1], por lo que podemos dividir el intervalo en particiones equivalentes y luego ocupar una regla de integración, en este caso el método de simpson. También se realizo la comparación utilizando el algoritmo .quad de scipy.

Sabiendo que la temperatura efectiva del sol es aproximadamente $5778°K$, podemos calcular la intensidad total.

Finalmente usando estos datos y la intensidad total medida en la tierra calculada en la parte anterior podemos estimar el radio solar como:

$$L = 4\pi d^2 P_{Tierra} = 4\pi R_{sol}^2 P$$

Donde d es la distancia de la tierra al sol, luego:

$$R_{sol} = \frac{d}{T_{eff}^2} \frac{\sqrt{P_{Tierra}}}{\sqrt{P}}$$

4 Resultados

Se implemento esta parte en el código Integralplanck.py Se obtuvo lo siguiente:

	Mi algoritmo	Algoritmo de Scipy
Intensidad $[W/m^2]$	63200575.9935	63200679.7124

Se obtuvo ademas que el radio solar es $695511875.861[m]$

[1] En y = 0, la función converge a 0. Este detalle puede causar problema cuando el algoritmo trate de calcular la función en y = 0, por lo que en el algoritmo escribiré explícitamente que la función es 0 en este punto.

4.1 Conclusion

Se observa gran concordancia con ambos algoritmos, lo que implica que el resultado es satisfactorio para ambos casos.

El radio solar es muy similar al radio efectivo del sol, por lo que estos resultados son satisfactorios desde este punto de vista.