Ejercicio 13:

Indica si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos.

- **Cualquier conjunto infinito contiene un subconjunto infinito contable.**

  Es falso. Esto no pasa con los irracionales. Todos los subconjuntos infinitos de este son incontables.

- **La unión de dos conjuntos infinitos contables es infinito contable.**

  Es verdadero. Dado que existen n conjuntos con cardinalidad igual a los naturales, si los unimos, en la unión de la familia la cardinalidad de los elementos sigue siendo igual a la de los números naturales.

  $$|A_i| = \mathbb{N}$$
  $$| \cup_{n\in\mathbb{N}} A_n| = \mathbb{N}$$

Ejercicio 14:

Indica si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos.

- **Sean** A, B, C **y** D **conjuntos. Si** $f : A \to B, g : B \to C$ **y** $h : C \to D$ **son funciones, entonces** $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$**.**

  Es verdadero, ya que tienen mismos dominio, codominio y regla de correspondencia.

  - **Dominio:** $Dom(h \circ (g \circ f)) = Dom((h \circ g) \circ f) = A$
  - **Codominio:** $Cod(h \circ (g \circ f)) = Cod((h \circ g) \circ f) = D$
  - **Regla de correspondencia:** Sea $a \in A$, $(h \circ (g \circ f))(a) = ((h \circ g) \circ f)(a) = h(g(f(a)))$

- **Sea A un conjunto. Sean las funciones** $f : A \to A, g : A \to A$ **y** $h : A \to A$**. Si** h **es inyectiva** $h \circ f = h \circ g$**, entonces** $f = g$**.**

  Es verdadero, ya que tienen mismos dominio, codominio y regla de correspondencia.

  - **Dominio:** $Dom(f) = Dom(g) = A$
  - **Codominio:** $Cod(f) = Cod(g)$
  - **Regla de correspondencia:** Sea $a \in A$, $(h \circ f)(a) = (h \circ g)(a)$

Ejercicio 15:

¿Cuál es la diferencia entre una relación binaria y una función?

Una función es una relación binaria que cumple los siguientes requisitos:

- El dominio es igual al conjunto de salida.
- A todos los elementos del dominio se les asigna solamente un elemento del contradominio.

Ejercicio 16:

¿Cuál de las siguientes relaciones son funciones?

- $R \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ donde $(x, y) \in R \Leftrightarrow x = y^2$.
  No es función, ya que para $x = 1$, $y = 1$ y $y = -1$.
- $S \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ donde $xRy \Leftrightarrow x + y$ es par.
  No es función, ya que para $x = 2$, $y = 2n$ donde $n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 17:

¿Cuál de las siguientes relaciones son funciones?

- $T \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{\varnothing, a, b\}$ donde $T = \{(1, \varnothing), (2, \varnothing), (3, a), (1, b)\}$
  No es función por $(1, \varnothing)$ y $(1, b)$.
- $U \subseteq \{1, 2, 3\} \times \{\varnothing, a, b\}$ donde $U = \{(1, a), (2, b), (3, \varnothing), (1, a)\}$
  Sí es función.
  - **¿Cuál es su dominio?**
    $Dom(U) = \{1, 2, 3\}$
  - **¿Cuál es su codominio?**
    $Cod(U) = \{\varnothing, a, b\}$
  - **¿Cuál es su regla de correspondencia?**
    $U = \{(1, a), (2, b), (3, \varnothing)\}$
  - **¿Cuál es su función inversa?**
    $U^{-1} = \{(a, 1), (b, 2), (\varnothing, 3)\}$
  - **¿Cuál es el resultado de componer la función consigo misma?**
    $U \circ U = \varnothing$