

## Paradigmas de programación

Francisco morales

Laboratorio Mesa

Documentación NetLogo

### Introducción

Este documento presenta un análisis comparativo entre el método numérico para calcular métricas clave en sistemas de colas y los resultados obtenidos a través de simulaciones de cola realizadas en NetLogo. Se han evaluado específicamente el número promedio de clientes en la cola  $N_q$ , el tiempo promedio de espera en la cola  $T_q$ , y el tiempo total promedio en el sistema  $T_s$  bajo diferentes parámetros de tasa de arribo  $\lambda$  y tasa de servicio  $\mu$ . Este estudio tiene como objetivo evaluar la precisión y aplicabilidad de ambos enfoques, analizando las posibles discrepancias entre los resultados teóricos y simulados para ofrecer una perspectiva sobre su efectividad en contextos de análisis de sistemas de colas.

A continuación, se describe la información necesaria preliminar de cada método.

### Método analítico:

El procedimiento para obtener las variables:  $N_q$ ,  $T_s$ ,  $T_q$  por medio de cálculos convencionales consiste en simplificar la fórmula para la variable  $N_s$  y luego usar estos valores  $N_s$  para los cálculos subyacentes de las otras variables.

*Se define la variable  $k$  como el tamaño de la cola. Se le asigna el valor 10 para todos los cálculos.*

1. La fórmula dada es:

$$P_k = \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k \left[ \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right) - 1}{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^{k+1} - 1} \right]$$

$$N_s = \sum_{n=0}^k P_n \cdot n$$

Es decir:

$$\sum_{n=0}^k \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k \left[ \frac{-1 + \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)}{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^{k+1} - 1} \right] * n$$

2. La simplificación obtenida empleando *Wólfram Alpha* es:

$$\sum_{n=0}^k \frac{n \left( \frac{\lambda}{\mu} - 1 \right) \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k}{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^{k+1} - 1} = \frac{k(k+1)(\lambda - \mu) \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k}{2\lambda \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k - 2\mu}$$

**Por medio de una simulación en NetLogo.**

La simulación en NetLogo consiste en ingresar al simulador los valores para la tasa de arribo , el tiempo promedio de servicio (que hay que convertir a tasa), el tiempo máximo de ejecución y la cantidad de servidores. Las dos últimas variables (tiempo máximo de ejecución y cantidad de servidores) no están parametrizadas dentro de las fórmulas mostradas anteriormente, entonces se les asigna un valor constante de **100 ticks of max run time** y **un servidor** respectivamente.

## Realización de operaciones y comparación de resultados entre los dos métodos.

### Caso 1:

$$\lambda = \mu = 0.5$$

$$K = 10$$

*Calculo convencional:*

$$N_s = \frac{k(k+1)(\lambda - \mu)(\frac{\lambda}{\mu})^k}{2\lambda(\frac{\lambda}{\mu})^k - 2\mu} = \frac{10(10+1)(0.5 - 0.5)(1)^{10}}{2 * 0.5(1)^{10} - 2(0.5)} = \frac{0}{0} \text{ ind.}$$

Debido a este resultado, no se pueden calcular de manera convencional las variables: Nq, Tq, Ts.

*Simulación Netlogo.*

Aunque no tengamos los resultados del cálculo analítico para realizar la comparación, obtendremos de igual forma los resultados por este medio.

Caso 1 = iguales	Average Queue Lenght	Average Time in Queue	Average Time in system
	2,019	4,488	6,407
	13,543	21,184	23,2
	5,421	10,262	12,04
	2,406	4,323	5,937
	1,306	2,419	3,92
	1,847	4,296	6,192
	4,953	12,073	14,363
	3,619	5,509	6,975
	0,645	1,61	3,361
	6,067	12,143	14,263
Promedio	4,1826	7,8307	9,6658

## Caso 2

$$\lambda > \mu$$

$$\lambda = 0.8; \mu = 0.3$$

*Calculo convencional*

$$Ns = \frac{k(k+1)(\lambda - \mu) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{2\lambda \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k - 2\mu} = \frac{10(10+1)(0.8 - 0.3) \left(\frac{0.8}{0.3}\right)^{10}}{2 * 0.8 \left(\frac{0.8}{0.3}\right)^{10} - 2(0.3)} = 34.37$$

$$Ts = Ns * \lambda; Ts = 34.37 * 0.8; Ts = 27.5$$

$$Tq = Ts - \frac{1}{\mu}; Tq = 27.5 - \frac{1}{0.3}; Tq = 24.16$$

$$Nq = \frac{Ts}{\lambda}; Nq = \frac{27.5}{0.8} = 34.4$$

*Simulación Netlogo.*

Caso 2 = lambda > miu	Average Queue Lenght	Average Time in Queue	Average Time in system
	36,6	44,8	47,8
	35,4	40,3	43
	35,8	32,1	34,7
	19,9	26,3	28,4
	27	32	34,4
	24,9	30,8	32,8
	32	35,7	37,5
	22,9	34,4	36,9
	30,35	24,3	25,9
	23,6	24,2	26,7
Promedio	28,845	32,49	34,81

*Comparación*

Netlogo	28,845	32,49	34,81
Analítico	34,4	24,16	27,5
Diferencia	5,555	8,33	7,31

**Caso**

**3**

$$\lambda < \mu$$

$$\lambda = 0.3 ; \mu = 0.7$$

$$N_s = \frac{k(k+1)(\lambda - \mu) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{2\lambda \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k - 2\mu} = \frac{10(10+1)(0.3 - 0.7) \left(\frac{0.3}{0.7}\right)^{10}}{2 * 0.3 \left(\frac{0.3}{0.7}\right)^{10} - 2(0.7)} = 6.57 * 10^{-3}$$

$$T_s = N_s * \lambda; T_s = 6.57 * 10^{-3} * 0.3; T_s = 0,00197$$

$$T_q = T_s - \frac{1}{\mu}; T_q = 0,00197 - \frac{1}{0.7}; T_q = -1,42$$

$$N_q = \frac{T_s}{\lambda}; N_q = \frac{0,00197}{0.3} = 0,00656$$

*Simulación NetLogo*

Caso 3 = Lambda  
<miu

Average Queue Length	Average Time in Queue	Average Time in system
1,27	0,47	1,53
0,04	0,21	1,39
0,2	0,214	1,632
0,421	1,204	2,682
0,086	0,308	1,985
0,06	1,95	1,46
0,131	0,436	1,842

	0,058	0,217	1,55
	0,558	1,923	3,89
	0,249	0,956	2,538
Promedio	0,3073	0,7888	2,0499

*Diferencia:*

Netlogo	0,3073	0,7888	2,0499
Analítico	0,00656	-1,42	0,00197
Diferencia	0,30074	2,2088	2,04793

### **Conclusión:**

No fue posible realizar comparaciones en el caso en donde  $\lambda$  es igual a  $\mu$ . Pues al emplear las fórmulas dadas, se obtiene una indeterminación. Cuando  $\lambda$  es mayor a  $\mu$ , se consiguen resultados en que se acercan bastante los extraídos de la simulación en Netlogo. Esto comportamiento se repite cuando  $\mu$  es mayor a  $\lambda$ , sin embargo, se obtiene un valor negativo para Average time in Queue en el análisis analítico y se desconoce la causa.