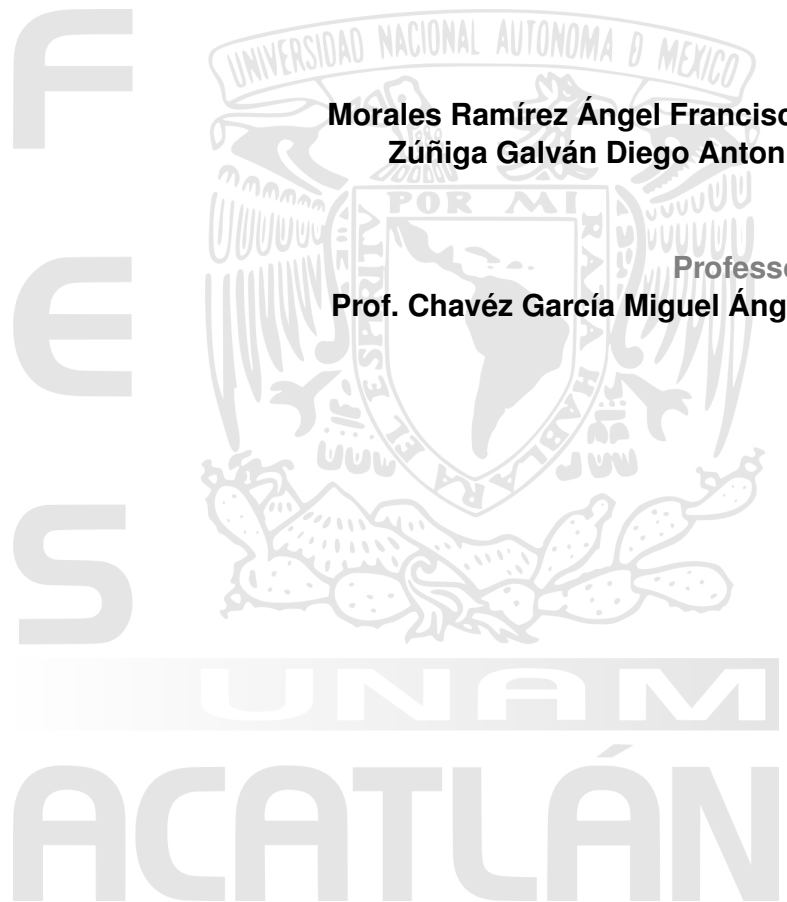




Primer Proyecto de Análisis Numérico

Polinomio de Lagrange



Morales Ramírez Ángel Francisco
Zúñiga Galván Diego Antonio

Professor
Prof. Chávez García Miguel Ángel



Índice general

1. Introducción	3
1.1. Instrucciones	3
1.2. ¿Qué es el INPC?	3
1.3. Fórmula de INPC	4
2. Teoría Polinomio de Lagrange	5
2.1. Teorema de aproximación de Weierstrass	5
2.2. Polinomios de interpolación de Lagrange	6
3. Planteamiento del problema	9
3.1. Contexto Actual	9
3.2. INPC Subyacente vs INPC No Subyacente	9
3.3. Objetivo del Proyecto	11
4. Argumentación de la Metodología	12
4.1. Argumentación de Python	12
4.2. Argumentación de Polinomios de Lagrange	13
4.3. Argumentación de la Metodología del Proyecto	13
5. Desarrollo del Programa	14
5.1. Links de los trabajos	14
5.2. Código del Programa	14
5.2.1. Importación de Librerías y Subida de Datos	14
5.2.2. Limpieza de los Datos y Separación por Concepto	14
5.2.3. Programación del Polinomio de Lagrange	15
5.2.4. Polinomio de Lagrange Simplificado	16
5.2.5. Ejemplo del Polinomio de Lagrange con un grado menor	17
5.2.6. Generación de Gráficas	18
5.3. Gráficas del Programa	19
6. Análisis de la Información	20
6.1. Limitaciones	20
6.2. Interpolación lineal a trozos (Propuesta de Mejora)	20
6.3. Resultados Obtenidos	21
7. Conclusiones	22
8. Bibliografía	24



CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 INSTRUCCIONES

Instrucciones: Van a utilizar el polinomio de Lagrange que vimos en la sesión pasada para modelar lo siguiente: En el archivo anexo viene la información del I.N.P.C. (Índice Nacional de Precios al Consumidor) mensual.

1. Clasifiquen la información por fecha y en función de cada concepto
2. Con base a lo anterior modelen por cada concepto con el polinomio mínimo de Lagrange para proporcionar información relacionada a dicho rubro, desde la fecha más antigua a la más reciente.
3. Con base a sus conocimientos de matemáticas explique brevemente el desarrollo de dichas gráficas.
4. La modelación la requiero en Julia, argumentando el razonamiento que han empleado.
5. Investigue que significa el INCP citando la bibliografía correspondiente, una vez que hacen eso planteen el presente problema y plasmen los resultados en LaTeX, donde tendrá que llevar título, índice, desarrollo, la argumentación de la metodología, el desarrollo del programa, análisis de la información, conclusiones y bibliografía.
6. En archivo adjunto me enviarán el código en Julia. Revisen la fecha de entrega. El trabajo es en pareja, o sea dos personas y revisen la fecha de entrega.

1.2 ¿QUÉ ES EL INPC?

El Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) es un indicador económico que mide la variación en los precios de una canasta representativa de bienes y servicios que consumen los hogares en un país. En México, este índice es calculado y publicado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI).

Características principales:

- **Canasta básica:** La medición se basa en una lista de bienes y servicios representativos del consumo de los hogares, como alimentos, transporte, vivienda, educación, y entretenimiento.
- **Frecuencia:** Se calcula de manera quincenal y mensual.



- **Cobertura geográfica:** Considera datos de diferentes ciudades y regiones de México para garantizar que refleje la realidad económica del país.

Usos del INPC

- Ajustar salarios mínimos y pensiones.
- Calcular el rendimiento de ciertos instrumentos financieros
- Actualizar el valor de algunos impuestos.

Acorde con la Ley del Sistema Nacional de Información Estadística y Geográfica, publicada en el Diario Oficial de la Federación el 16 de abril de 2008, a partir del 15 de julio de 2011 el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) tiene la facultad exclusiva de elaborar y publicar los índices nacionales de precios.

En consideración a lo anterior, la información sobre la inflación referente a junio de 2011 fue la última publicada por el Banco de México.

El INEGI comenzó la difusión de la información con los resultados correspondientes a la primera quincena de julio de 2011.

Fuente: INEGI

En resumen: los Índices Nacionales de Precios (INP) son indicadores económicos que miden las variaciones a través del tiempo de los precios de los bienes y servicios que se consumen en los hogares, así como de los que se producen en el país.

El **Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC)**, es un indicador cuya finalidad es estimar la evolución de los precios de los bienes y servicios que consumen las familias en México.

1.3 FÓRMULA DE INPC

$$\text{INPC}_t = \frac{C_t}{C_0} \times 100$$

Donde

- INPC_t es el índice de precios de consumo en el periodo actual
- C_t es el coste de la cesta de la compra en el periodo actual
- C_0 es el coste de la cesta de la compra en el periodo base

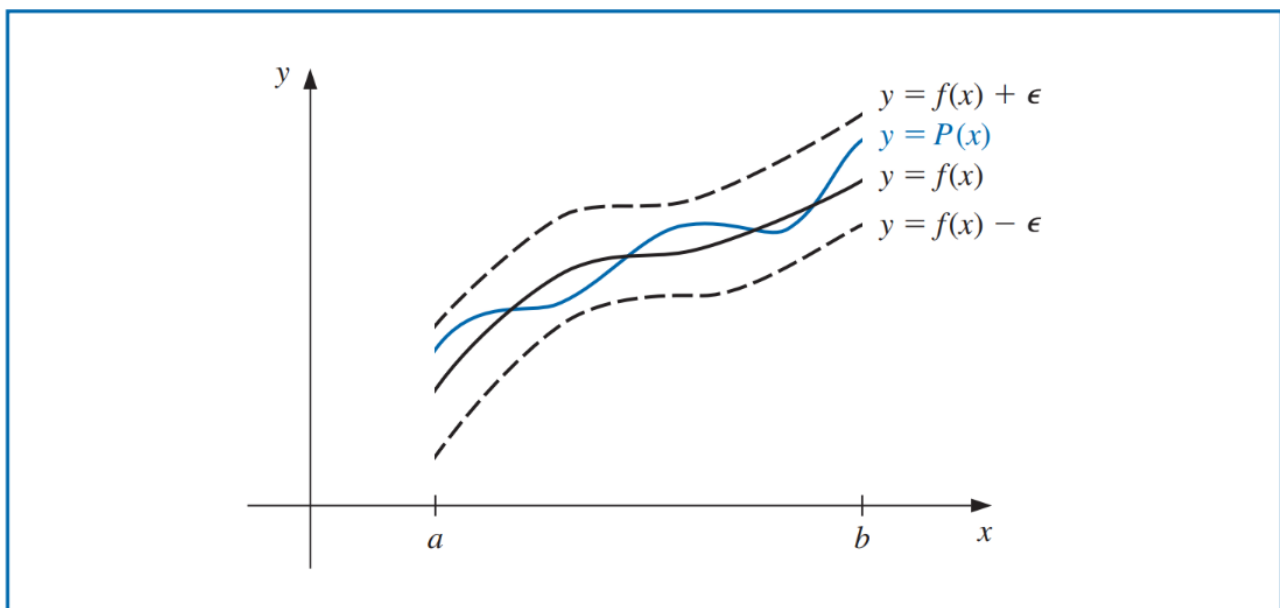
CAPÍTULO 2

Teoría Polinomio de Lagrange

Una de las clases más útiles y conocidas de funciones que mapean el conjunto de números reales en sí mismo son los polinomios algebraicos, el conjunto de funciones de la forma

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

Donde n es un entero positivo y a_0, \dots, a_n son constantes reales. La razón de su importancia es que se aproximan de manera uniforme a las funciones continuas. Este resultado se expresa con precisión en el teorema de aproximación de Weierstarss



2.1 TEOREMA DE APROXIMACIÓN DE WEIERSTRASS

Suponga que f esta definida y es continua en $[a, b]$ Para cada $\epsilon > 0$, existe un polinomio $P(x)$ con la propiedades de que

$$|f(x) - P(x)| < \epsilon \quad \text{para todas las } x \in [a, b]$$

Por ejemplo podemos usar los polinomios de Taylor para aproximar $y = e^x$ alrededor del punto $x_0 = 0$ en ese caso



$$P_0(x) = 1$$

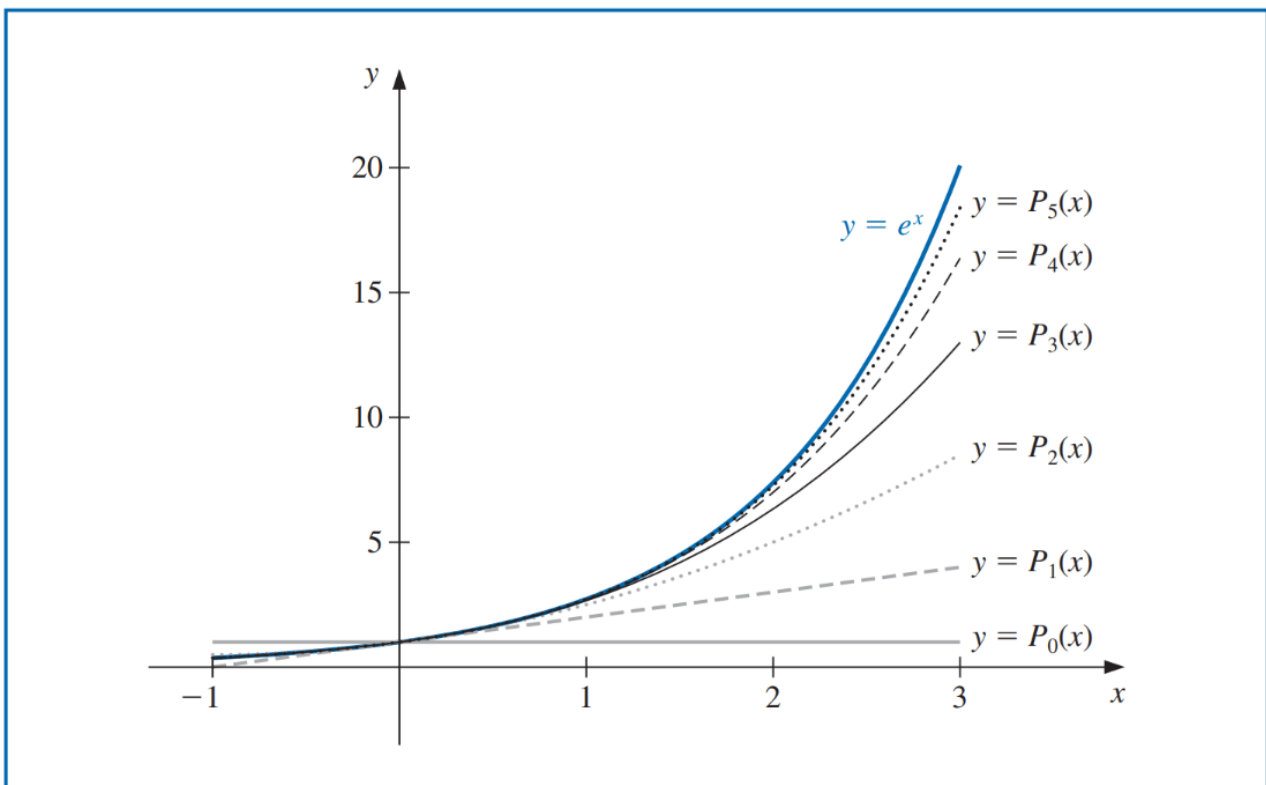
$$P_1(x) = 1 + x$$

$$P_2(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

$$P_3(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$$

$$P_4(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24}$$

$$P_5(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}$$



Para propósitos computacionales ordinarios, es mas eficiente usar métodos que incluyan información en varios puntos

2.2 POLINOMIOS DE INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE

El problema de determinar un polinomio de grado uno que pasa por diferentes puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) es igual al de aproximar una función f . El uso de estos polinomios para aproximación dentro del intervalo recibe el nombre de **interpolación**.



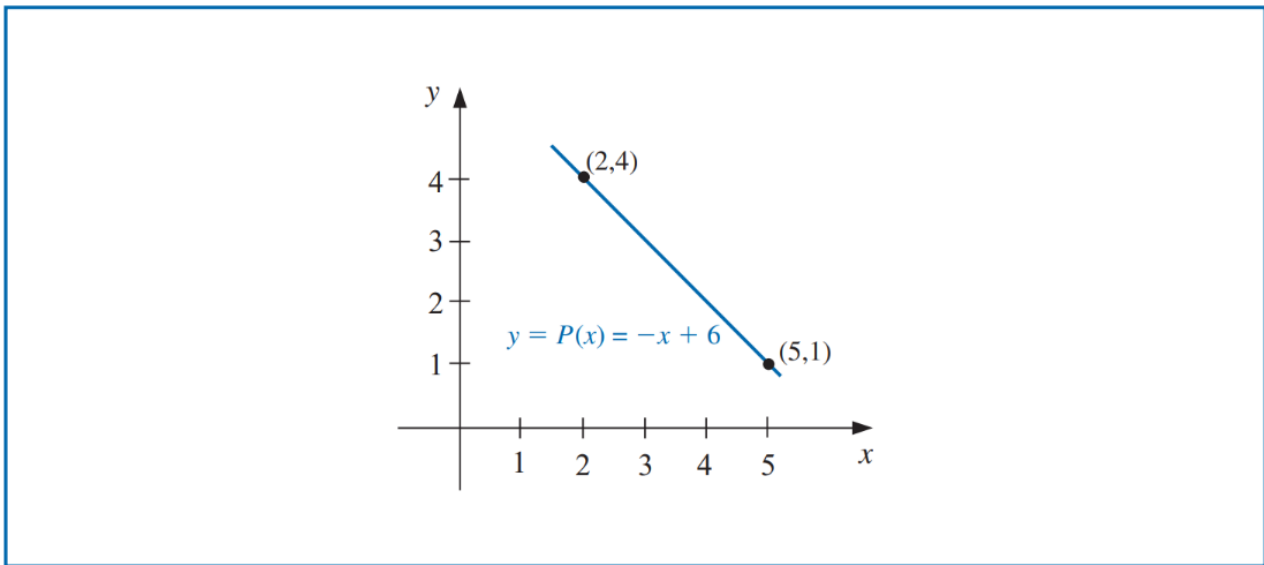
Defina las funciones

$$L_0(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \quad y \quad L_1(x) = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

El polinomio de interpolación de Lagrange lineal a través de (x_0, y_0) y (x_1, y_1) es:

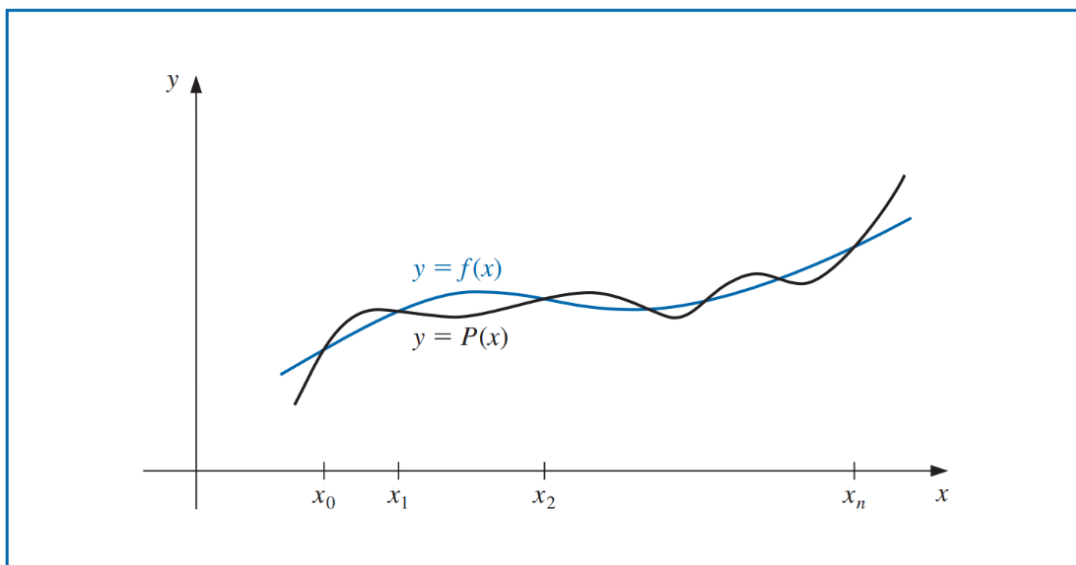
$$P(x) = L_0(x)f(x_0) + L_1(x)f(x_1) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1}f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}f(x_1).$$

De manera gráfica se vería



Para generalizar el concepto de interpolación lineal, considere la construcción de un polinomio de grado n que pasa a través de $n + 1$ puntos

$$(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots, (x_n, f(x_n)).$$





En este caso, primero construimos, para cada $k = 0, 1, \dots, n$, una función $L_{n,k}(x)$ con la propiedad de que $L_{n,k}(x_i) = 0$ cuando $i \neq k$ y $L_{n,k}(x_k) = 1$. Por lo tanto

$$L_{n,k}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \cdots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_n)}.$$

$$L_{n,k}(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)}$$

$L_{n,k}$ se recibe el nombre de **enésimo polinomio de interpolación de Lagrange**

Teorema 1 Polinomio de Interpolación: Si x_0, x_1, \dots, x_n son $n + 1$ números distintos y f es una función cuyos valores están determinados en estos números, entonces existe un único polinomio $P(x)$ de grado a lo sumo n con

$$f(x_k) = P(x_k), \quad \text{para cada } k = 0, 1, \dots, n.$$

Este polinomio está determinado por

$$P(x) = f(x_0)L_{n,0}(x) + \cdots + f(x_n)L_{n,n}(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k)L_{n,k}(x).$$

Teorema 2 Fórmula de Error: Suponga x_0, x_1, \dots, x_n son números distintos en el intervalo $[a, b]$ y $f \in C^{n+1}[a, b]$. Entonces, para cada $x \in [a, b]$, existe un número $\xi(x)$ (generalmente no conocido) entre $\min\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ y $\max\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ y, por lo tanto, en (a, b) , con

$$f(x) = P(x) + \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n)$$

donde $P(x)$ es el polinomio de interpolación determinado en el **Teorema 1**



CAPÍTULO 3

Planteamiento del problema

3.1 CONTEXTO ACTUAL

Por la relevancia que tiene el gasto familiar en el gasto agregado de la economía, las variaciones del INPC se consideran una buena aproximación de las variaciones de los precios de los bienes y servicios comercializados en el país, de ahí que el principal uso que se hace del INPC es para estimar la inflación, entendida como el crecimiento continuo y generalizado de los precios de los bienes y servicios que se expenden en una economía.

Un mal calculo de INPC podría generar graves consecuencias en la economía mexicana como:

- Afecta la estabilidad del poder adquisitivo
- Perturba el crecimiento económico
- Distorsiona las decisiones del consumo y el ahorro
- Propicia una desigual

En síntesis el INPC tiene como mercado de estudio el consumo de los hogares tomando el precio a los que el consumidor adquiere los bienes y servicios que consume. La canasta está integrada por una muestra de alrededor de 123 mil artículos y servicios específicos, agrupados en 292 productos genéricos

En Octubre 2024 el INPC aumentó 0,55 % respecto al mes anterior. Con este resultado, la inflación general anual se ubicó en 4,76 %

3.2 INPC SUBYACENTE VS INPC NO SUBYACENTE

Definición 1 *INPC Subyacente* *El INPC subyacente mide la variación de los precios de una canasta de bienes y servicios cuyo comportamiento no está directamente influenciado por factores externos*

Características del INPC Subyacente

- Estabilidad
- Largo Plazo
- Impacto de políticas económicas
- Menos Afectado por Choques Temporales

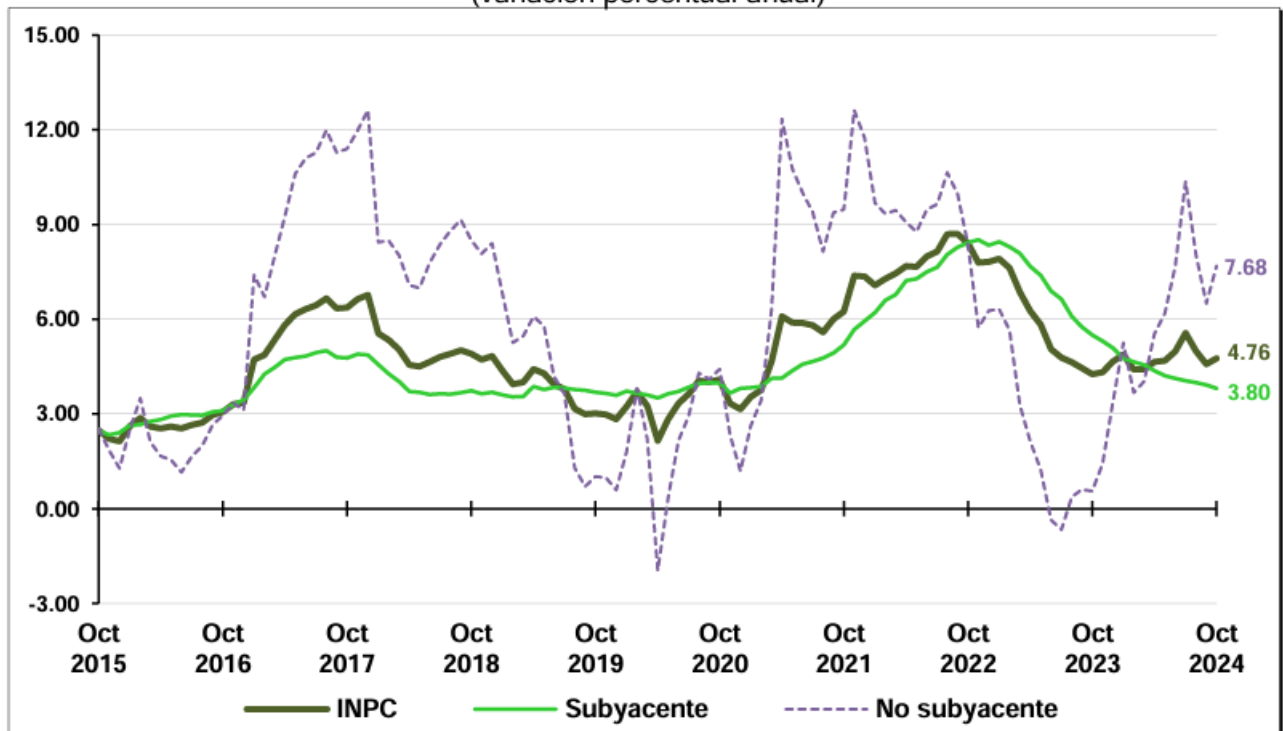
Definición 2 INPC No Subyacente El INPC no subyacente, por otro lado, incluye los bienes y servicios cuyos precios están más expuestos a factores externos o transitorios.

Características del INPC No Subyacente

- Volatilidad
- Corto plazo
- Impacto externo
- Indicador complementario

Gráfica 3

VARIACIÓN DEL ÍNDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR Y SUS COMPONENTES
a octubre de 2024
(variación porcentual anual)



Fuente: INEGI. Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), 2024.

3.3 OBJETIVO DEL PROYECTO

Como se definió previamente en las secciones anteriores el INPC es un indicador económico que a pesar de su importancia, los análisis del INPC suelen limitarse a estadísticas básicas, dejando de lado la oportunidad de modelar y predecir tendencias a partir de métodos matemáticos avanzados.

Por otra parte los Polinomios de Lagrange sirve para determinar un polinomio de grado uno que pasa por diferentes puntos. Bajo el contexto explicado, surge la necesidad de implementar un modelo de análisis numérico que permita representar los valores INPC a lo largo del tiempo de esta manera Lagrange nos permite aproximar y analizar funciones complejas basadas en datos discretos, como las series históricas del INPC

En este proyecto, se propone modelar la evolución del INPC a través del tiempo utilizando polinomios de Lagrange. Esta técnica de interpolación numérica permitirá obtener una representación continua de los datos discretos del INPC, facilitando así su análisis y la generación de predicciones.



Objetivo del Proyecto:

- **Organización y clasificación de datos:** Sistematizar la información contenida en la base de datos, clasificándola por fecha y concepto.
- **Modelado con polinomios de Lagrange:** Construir un modelo matemático para cada concepto del INPC, utilizando polinomios de Lagrange de grado mínimo
- **Análisis del modelo:** Interpretar los resultados obtenidos y evaluar la capacidad de los modelos para representar la evolución del INPC.

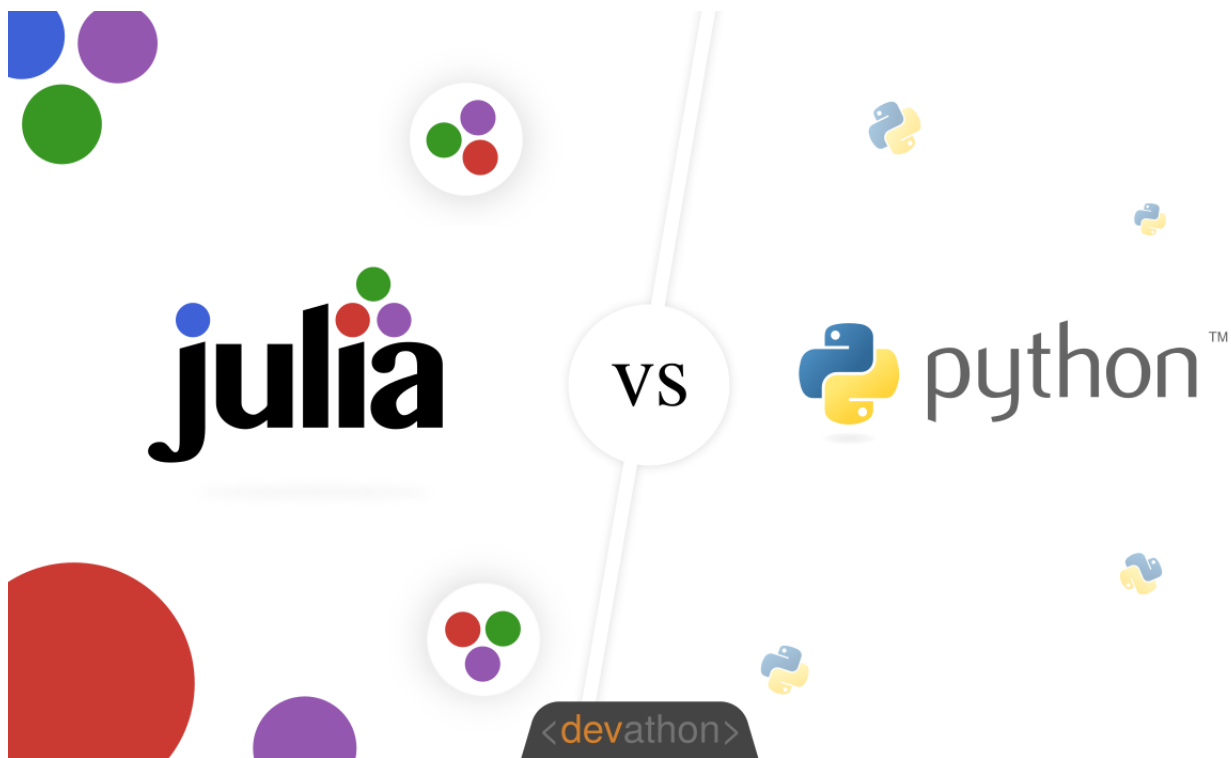
Este trabajo representa una oportunidad para conectar la teoría matemática vista en el curso de Análisis Numérico con problemas económicos reales en el contexto socioeconómico actual (México 2024), aplicando los conocimientos sobre interpolación en la programación del procesamiento de datos y presentar los resultados en un formato profesional como LaTeX.

CAPÍTULO 4

Argumentación de la Metodología

4.1 ARGUMENTACIÓN DE PYTHON

Julia es una opción ideal para este tipo de tareas debido a su eficiencia en cálculos numéricos y su sintaxis clara y concisa. Sin embargo en este caso sea a optado usar Python por la simpleza de su sintaxis y su facilidad de trabajar en la nube mediante GoogleColab es importante aclarar que ambas so herramientas validas para desarrollar este proyecto y aunque Julia ofrece una mayor velocidad en el procesamiento de grandes datos y es menos propensa a tener un desbordamiento al trabajar con grandes conjuntos de datos nosotros decidimos en Python en Google Colab es la mejor alternativa para trabajar este proyecto





4.2 ARGUMENTACIÓN DE POLINOMIOS DE LAGRANGE

La justificación para utilizar polinomios de Lagrange básicamente serían las siguientes razones:

- **Flexibilidad:** Los polinomios de Lagrange permiten ajustar curvas a conjuntos de datos con diferentes patrones de comportamiento.
- **Facilidad de implementación:** Existen numerosas bibliotecas numéricas que facilitan la implementación de algoritmos de interpolación de Lagrange.
- **Interpretabilidad:** Los coeficientes de los polinomios de Lagrange pueden proporcionar información sobre la tendencia y la variabilidad de los datos.
- **Comparación:** Comparar la evolución de diferentes conceptos del INPC.
- **Predicción:** Estimar valores futuros del INPC y evaluar posibles escenarios.
- **Análisis de tendencias:** Identificar patrones de crecimiento o decrecimiento en los precios de los diferentes conceptos.

4.3 ARGUMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA DEL PROYECTO

1. **Clasificación de los datos:** Para garantizar que la información esté estructurada correctamente antes de aplicar cualquier modelado matemático.
2. **Modelado con el polinomio de Lagrange:** Esta técnica de interpolación permite obtener un polinomio que pasa exactamente por todos los puntos de datos dados, además de las razones previamente dadas en la sección anterior.
3. **Implementación en Python:** Python es un lenguaje diseñado para cálculos científicos, lo que facilita el manejo de grandes volúmenes de datos y la implementación de algoritmos matemáticos de manera eficiente. Su sintaxis es más clara que la de Julia, lo que facilita la interpretación del trabajo.
4. **Desarrollo de Gráficas:** Las gráficas se realizan en función de cada concepto. Estas gráficas ayudan a identificar tendencias y patrones en los datos históricos.
5. **Análisis de la Información:** Nos permite determinar si el modelo obtenido cumple o no con el objetivo del proyecto, además de identificar las ventajas y desventajas de usar polinomios de Lagrange.
6. **Documentación en LaTeX:** LaTeX garantiza la presentación profesional del trabajo, facilitando la inclusión de fórmulas matemáticas y gráficos.



CAPÍTULO 5

Desarrollo del Programa

5.1 LINKS DE LOS TRABAJOS

En esta sección pueden consultar los links acerca de las evidencias generadas durante la realización de este proyecto.

1. Código en Google Colab
2. Repositorio con los Exceles Generados

5.2 CÓDIGO DEL PROGRAMA

5.2.1 IMPORTACIÓN DE LIBRERÍAS Y SUBIDA DE DATOS

```
1 import pandas as pd
2 import numpy as np
3 from datetime import date
4 from google.colab import drive
5 drive.mount('/content/drive')
6
7 datos = "/content/drive/MyDrive/Primer_proyecto.xlsx"
8
9 dataframe = pd.DataFrame(pd.read_excel(datos))
10
11 dataframe.head()
```

5.2.2 LIMPIEZA DE LOS DATOS Y SEPARACIÓN POR CONCEPTO

```
1 dataframe["Fecha"] = dataframe["Dias"].astype(str) + "-" +
  ↳ dataframe["Mes"].astype(str) + "-" + dataframe["Año"].astype(str)
2 dataframe["Fecha"] = pd.to_datetime(dataframe["Fecha"])
3 dataframe.head()
4
5 lista_conceptos = []
```



```

6 for i in dataframe["CONCEPTO"]:
7     lista_conceptos.append(i)
8 len(lista_conceptos)
9
10 lista_conceptos = list(set(lista_conceptos))
11
12 lista_conceptos
13
14 dataframe_0 = dataframe.loc[dataframe["CONCEPTO"] == lista_conceptos[0]]
15
16 dataframe_0.sort_values(by = ["Fecha"], inplace = True)
17 dataframe_0.head()
18
19 valores_0 = dataframe_0['VALOR'].to_numpy()
20 valores_0
21
22 mes_0 = dataframe_0['Mes'].to_numpy()
23 anio_0 = dataframe_0['Año'].to_numpy()
24 num_meses = len(mes_0)
25 i = 0
26 fecha_inicial = date(2003,1,1)
27 lista_dias_0 = []
28 while i < num_meses:
29     fecha_final = date(anio_0[i],mes_0[i],1)
30     dias = (fecha_final-fecha_inicial).days
31     lista_dias_0.append(dias)
32     i += 1
33 num_dias_0 = np.array(lista_dias_0)
34 num_dias_0
35
36 num_dias_0 = num_dias_0.astype(np.float64)
37 num_dias_0 = num_dias_0 / 365
38 num_dias_0

```

5.2.3 PROGRAMACIÓN DEL POLINOMIO DE LAGRANGE

```

1 # Librerías para el polinomios
2 from sympy import *
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 x = Symbol('X')
6 def polinomio_lagrange(xi, fi):
7     polinomio = 0
8     for i in range(len(xi)):
9         numerador = 1
10        denominador = 1
11        denominados = np.float64
12        for j in range(len(xi)):
13            if j != i:

```



```

14         numerador = numerador * (x - xi[j])
15         denominador = denominador * (xi[i] - xi[j])
16         termino_lagrange = (numerador / denominador)
17         polinomio = polinomio + termino_lagrange * fi[i]
18     return polinomio
19 def valores(xi, fi):
20     polinomio = polinomio_lagrange(xi, fi)
21     polinomio_simplificado = polinomio.expand()
22     px = lambdify(x, polinomio_simplificado)
23     muestras = 250
24     a, b = min(xi), max(xi)
25     pxi = np.linspace(a, b, muestras)
26     pfi = px(pxi)
27     return pxi, pfi, polinomio, polinomio_simplificado
28
29 def grafica(xi, fi, pxi, pfi):
30     plt.subplots(figsize = (15, 8))
31     plt.plot(xi, fi, "o")
32     plt.plot(pxi, pfi)
33     plt.legend()
34     plt.grid(1)
35     plt.xlabel("Dias")
36     plt.ylabel("Valor")
37     plt.title("Interpolacion de Lagrange")
38
39 len(valores_0)
40
41 len(num_dias_0)

```

5.2.4 POLINOMIO DE LAGRANGE SIMPLIFICADO

```

1 fi = valores_0
2 xi = num_dias_0
3
4 xi = np.array(xi, dtype = np.float64)
5 fi = np.array(fi, dtype = np.float64)
6
7 pxi, pfi, polinomio, polinomio_simplificado = valores(xi, fi)
8 pxi
9
10 pfi
11
12 polinomio_simplificado
13
14 polinomio
15
16 grafica(xi, fi, pxi, pfi)
17
18 xi = np.array([0, 6, 10, 13, 17, 20, 28])

```




```

19 fi = np.array([ 6.67, 17.33, 42.97, 37.33, 30.10, 29.31, 28.74 ])
20
21 pxi, pfi, polinomio, polinomio_simplificado = valores(xi, fi)
22 pxi
23
24 pfi
25
26 polinomio_simplificado
27
28 grafica(xi, fi, pxi, pfi)
29
30 def lagrange_polynomial(x_points, y_points):
31     def L(x, j):
32         term = [(x - x_points[m]) / (x_points[j] - x_points[m]) for m in
33                 ↪ range(len(x_points)) if m != j]
34         return np.prod(term, axis=0)
35
36     def P(x):
37         return sum(y_points[j] * L(x, j) for j in range(len(x_points)))
38
39     return P

```

5.2.5 EJEMPLO DEL POLINOMIO DE LAGRANGE CON UN GRADO MENOR

```

1 # Puntos de ejemplo (puedes modificarlos o pedir al usuario que ingrese los
  ↪ valores)
2 x_points = num_dias_0
3 y_points = valores_0
4
5 # Crear el polinomio de Lagrange
6 polynomial = lagrange_polynomial(x_points, y_points)
7
8 # Puntos para la gráfica
9 x_values = np.linspace(min(x_points) - 1, max(x_points) + 1, 100)
10 y_values = polynomial(x_values)
11
12 # Graficar
13 plt.plot(x_values, y_values, label="Polinomio de Lagrange", color="blue")
14 plt.scatter(x_points, y_points, color="red", label="Puntos dados")
15 plt.xlabel("x")
16 plt.ylabel("y")
17 plt.title("Interpolación de Lagrange")
18 plt.legend()
19 plt.grid(True)
20 plt.show()
21
22 def lagrange_polynomial(x_points, y_points):
23     def L(x, j):

```



```

24     term = [(x - x_points[m]) / (x_points[j] - x_points[m]) for m in
    ↪ range(len(x_points)) if m != j]
25     return np.prod(term, axis=0)
26
27     def P(x):
28         return sum(y_points[j] * L(x, j) for j in range(len(x_points)))
29
30     return P
31
32     # Puntos de ejemplo (puedes modificarlos o pedir al usuario que ingrese los
    ↪ valores)
33     x_points = num_dias_0
34     y_points = valores_0
35
36     # Crear el polinomio de Lagrange
37     polynomial = lagrange_polynomial(x_points, y_points)
38
39     # Puntos para la gráfica
40     x_values = np.linspace(min(x_points) - 1, max(x_points) + 1, 100)
41     y_values = polynomial(x_values)

```

5.2.6 GENERACIÓN DE GRÁFICAS

```

1 plt.plot(x_values, y_values, label="Polinomio de Lagrange", color="blue")
2 plt.scatter(x_points, y_points, color="red", label="Puntos dados")
3 plt.xlabel("x")
4 plt.ylabel("y")
5 plt.title("Interpolación de Lagrange")
6 plt.legend()
7 plt.grid(True)
8 plt.show()
9
10 P
11
12 y_values

```

5.3 GRÁFICAS DEL PROGRAMA

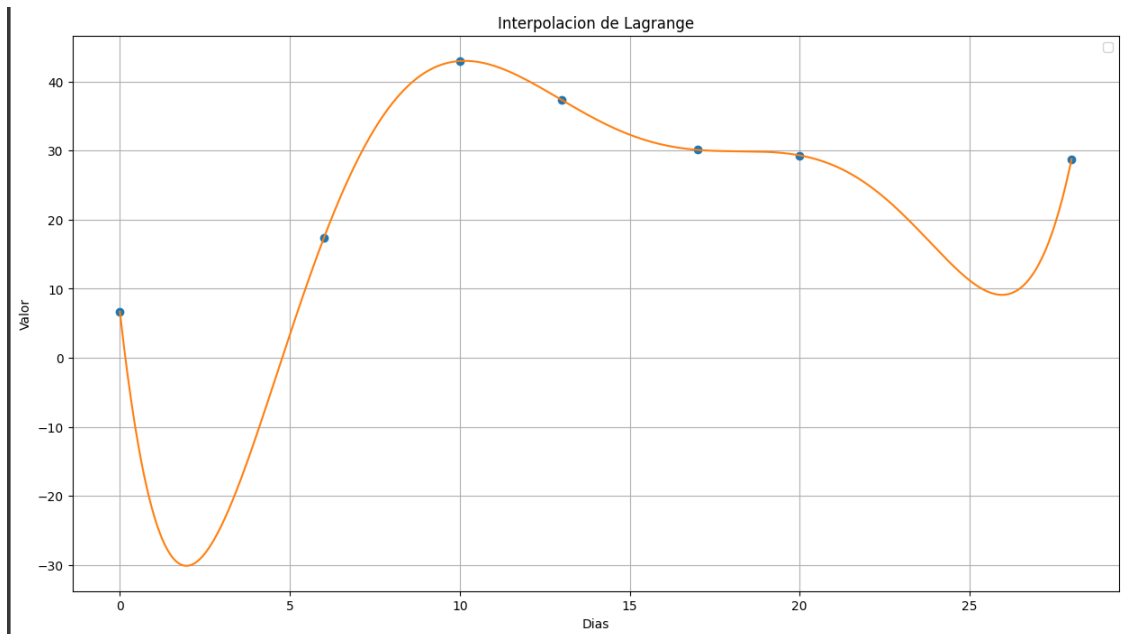


Figura 5.1: Gráfica Para $n = 6$

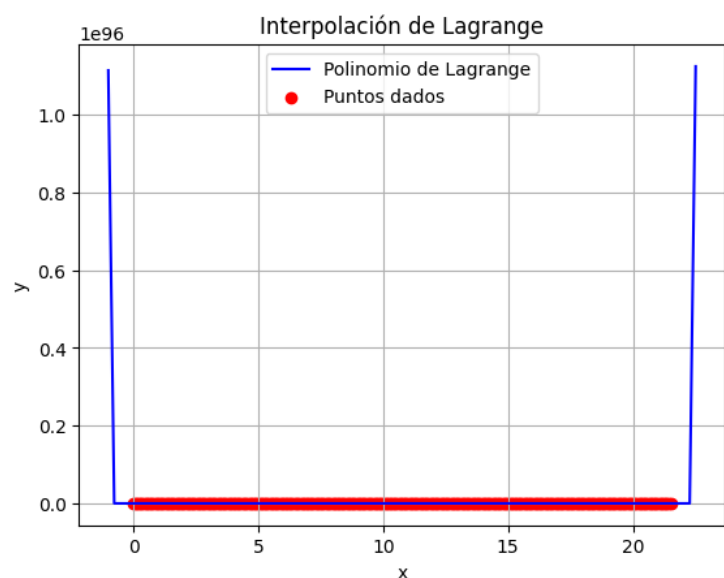


Figura 5.2: Gráfica Donde el Usuario Ingresa los puntos Dados



CAPÍTULO 6

Análisis de la Información

6.1 LIMITACIONES

Es importante reconocer que el modelo de polinomios de Lagrange tiene ciertas limitaciones:

- **Sensibilidad a datos atípicos:** Los polinomios de Lagrange pueden ser sensibles a la presencia de valores atípicos en los datos.
- **Sobreajuste:** Si se utiliza un polinomio de grado demasiado alto, se puede producir sobreajuste, lo que puede llevar a resultados poco realistas.
- **Extrapolation:** La extrapolación de los modelos más allá del rango de los datos puede no ser confiable. A pesar de estas limitaciones, el modelo de polinomios de Lagrange puede proporcionar una buena aproximación a la evolución del INPC, especialmente en intervalos de tiempo relativamente cortos

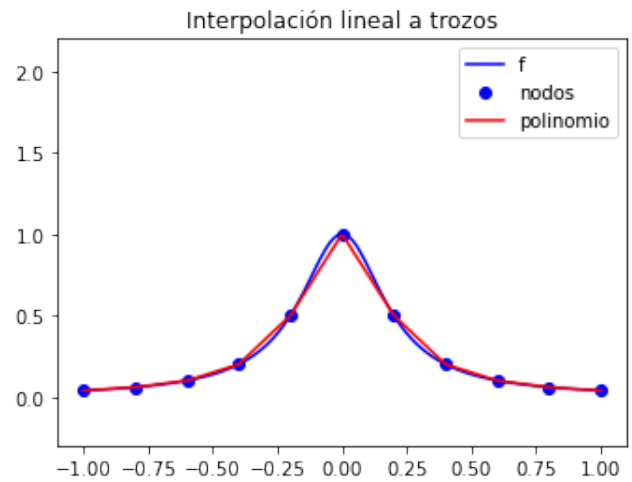
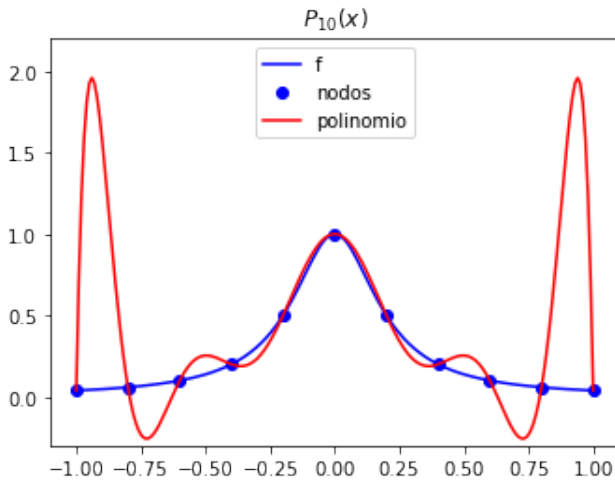
6.2 INTERPOLACIÓN LINEAL A TROZOS (PROPUESTA DE MEJORA)

Ya hemos visto como se construye el polinomio de interpolación de Lagrange. ¿Cómo podría mejorarse el resultado? Es decir, ¿cómo conseguir que el error sea más pequeño? ¿Añadiendo nodos? El problema es que si aumentamos el número de nodos, aumenta el grado del polinomio de interpolación. Y los polinomios de grados altos pueden dar errores muy grandes debido a grandes oscilaciones.

Una solución es usar los nodos de Chebysev, que son las raíces del polinomio de Chebysev. El problema es que no siempre podemos elegir los nodos

La solución mas efectiva entonces es **la interpolación lineal a trozos** donde se utilizan polinomios de grado uno en cada subintervalo. Este método tiene la ventaja de que es muy sencillo y requiere muy pocos recursos.

Comparemos la interpolación con polinomio de grado alto y la interpolación lineal a trozos. Vemos como, en general, es mejor la interpolación lineal a trozos



6.3 RESULTADOS OBTENIDOS

Notamos que los resultados obtenidos no fueron tan efectivos como lo esperado ya que al tener 259 muestras nuestro polinomio de Lagrange será de grado 258 y los polinomios de grados altos pueden dar errores muy grandes debido a grandes oscilaciones, es decir el polinomio de Lagrange solo asegura que pase por los puntos dados pero fuera de estos puntos el polinomio tiene un comportamiento totalmente desconocido que puede tener grandes variaciones es decir se produce un sobre ajuste ya que las predicciones se hacen poco fiables debido a aumentar la posibilidad de tener errores

Es por eso que en base a nuestra experiencia recomendamos no utilizar el Polinomio de Lagrange por las razones dadas y en su lugar hacer uso de otras herramientas como pueden ser: Polinomios de Bernstein, PCA (Análisis de Componentes Principales), Análisis de Regresión Lineal Simple, Lineal Múltiple, Logística, Etc.



CAPÍTULO 7

Conclusiones

Tras la realización del trabajo podemos concluir los siguiente puntos sobre el Polinomio de Lagrange

El polinomio de Lagrange, una herramienta útil para la interpolación polinómica en conjuntos de datos pequeños, presenta limitaciones significativas cuando se aplica a grandes conjuntos de datos.

Limitaciones

1. **Complejidad Computacional:** El cálculo del polinomio de Lagrange es computacionalmente costoso, especialmente para grandes conjuntos de datos en particular nosotros teníamos frecuentemente problemas de desbordamiento al programarlo en Python.
2. **Sobre ajuste:** Los polinomios de alto grado pueden ajustarse demasiado a los datos, capturando el ruido y las irregularidades en lugar de la tendencia general, lo que lleva a predicciones poco fiables fuera del rango de datos conocidos.
3. **Oscilaciones extremas:** Con grandes cantidades de datos, el polinomio tiende a oscilar excesivamente es decir se genera predicciones poco realistas en los extremos esto es lo que se conoce como el fenómeno de Runge.
4. **Poca Interpretabilidad:** Los polinomios de alto grado son difíciles de interpretar las relaciones entre sus variables, lo que limita su aplicabilidad en situaciones donde se requiere una interpretación clara del modelo.
5. **Dificultad para incorporar información adicional:** No es fácil incorporar información adicional debido al proceso de interpolación
6. **No es valido para todas las funciones** En especial para funciones discontinuas no se puede aplicar el modelo ya que el polinomio de Lagrange es una función continua
7. **No Maneja Bien Grandes Conjuntos de Datos** Para grandes conjuntos de datos, el polinomio de Lagrange se vuelve impráctico debido a la complejidad de los cálculos y la falta de escalabilidad



Alternativas Estadísticas: Por otro lado, las técnicas estadísticas, como el análisis de regresión y los análisis multivariados, son más eficaces para predecir valores futuros. Estas técnicas están diseñadas para identificar patrones, permitiéndoles hacer predicciones basadas en tendencias observadas en lugar de ajustarse a cada punto de datos individual

Ventajas de las Herramientas Estadísticas

1. **Eficiencia Computacional:** Los métodos estadísticos modernos, están optimizados para manejar grandes volúmenes de datos de manera eficiente, proporcionando predicciones rápidas y precisas. En nuestra experiencia no hemos experimentado ninguna dificultad al incorporar estas técnicas salvo el tiempo de compilación que en ocasiones llegaba a 10 minutos pero no presentamos problemas de desbordamiento
2. **Predicción a futuro (extrapolación):** Los modelos estadísticos pueden hacer predicciones más allá del rango de los datos originales, siendo útiles para pronósticos y decisiones futuras.
3. **Flexibilidad y adaptabilidad:** Los modelos estadísticos pueden actualizarse y ajustarse fácilmente con nuevos datos, lo que es ideal para entornos en constante cambio o para datos que crecen continuamente. Como en este caso es el INPC que se actualiza de manera mensual
4. **Reducción de la dimensionalidad:** Las técnicas estadísticas incluyen métodos como el análisis de componentes principales (PCA) permiten reducir la complejidad de los datos reduciendo la cantidad de variables sin pérdida significativa de información en el proceso.
5. **Visualización de Datos:** Haciendo usos de las librerías de Python como lo es `matplotlib` y `plotly.express` podemos visualizar el comportamiento de nuestros de datos de una manera gráfica
6. **Valido para funciones discontinuas:** Son aplicables a diferentes tipos de datos, ya sean continuos, discretos, categóricos o una combinación de estos lo que le da una mayor margen de análisis que el polinomio de Lagrange
7. **Implementación mas Simple y Rápida:** Al existir librerías en python especificas con herramientas especificas la programación de estas se vuelve mucho mas simple y rápida que aquellas que usan otro tipo de funciones

En general aunque el Polinomio de Lagrange pareciera funcionar realmente presenta muchas limitaciones pues solo sirve para los puntos que dan como datos pero fuera de dichos puntos el Polinomio tiene un comportamiento bastante burdo y sus valores se pueden disparar, así entre más datos se utilice, en lugar de crear una mejor aproximación se crea una peor por eso para generar tendencias y predicciones a futuro recomendamos aplicar herramientas estadísticas



CAPÍTULO 8

Bibliografía

- Banco de México. (s. f.). Cuadro CP154: Base monetaria: Conceptos mensuales. [Link](#)
- Burden, R. L., Faires, D. J., & Burden, A. M. Análisis numérico (10.^a ed.). Cengage Learning.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (s. f.). Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC). Recuperado de <https://www.inegi.org.mx/temas/inpc/>
- Ökten, G. First semester in numerical analysis with Julia.
- Rencher, A. C. (2002). Methods of Multivariate Analysis (2nd ed.). Wiley.
- Universidad de Oviedo. (s. f.). Interpolación de Lagrange. Recuperado de [Link](#)