Ecuaciones Diferenciales

Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

Angel Francisco Morales Ramirez

20 de Julio del 2022

Ecuaciones Diferenciales

Ecuaciones Diferenciales
Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden
Angel Francisco Morales Ramirez
20 de Julio del 2022

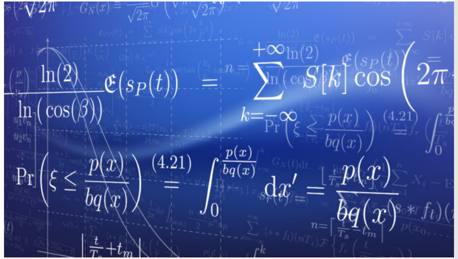
2025-05-30

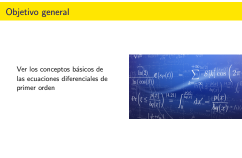
Ecuaciones Diferenciales

1 Objetivos
- Objetivos de la presentación
2 Introducción
- ¿Que es una ecuación diferencial?
- Tipos de ecuaciones diferenciales
- Ecuaciones diferenciales orden y linealidad
3 Desarrollo
- Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden
- Métodos de solución
4 Cierre
- Solución de ejemplos
5 Conclusiones
- Conclusión
6 Referencias
Referencias

Objetivo general

Ver los conceptos básicos de las ecuaciones diferenciales de primer orden





El objetivo de esta presentación es ver los conceptos básicos para comprender el tema de las ecuaciones diferenciales de primer orden

Objetivos específicos

- Ecuación Diferencial
- Tipos de ecuaciones diferenciales
- Ecuaciones diferenciales lineales
- Orden de ecuaciones diferenciales
- Métodos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Objetivos específicos

- Ecuación Diferencial
- Tipos de ecuaciones diferenciales
- Ecuaciones diferenciales lineales
- Orden de ecuaciones diferenciales
- Métodos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Los objetivos específicos de la presentación son explicar de forma clara los siguientes conceptos.Ecuación Diferencial,Tipos de ecuaciones diferenciales,Ecuaciones diferenciales lineales,Orden de ecuaciones diferenciales, Métodos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Definición

Una ecuación diferencial es un ecuación donde al menos una parte de la igualdad posee derivadas

Definición
Una ecuación diferencial es un ecuación donde al menos una parte de la igualdad posee derivadas

Como su nombre lo indica se trata de una ecuación matemática: que es una igualdad entre 2 expresiones algebraicas pero para ser una ecuación diferencial debe tener en al menos una parte de la igualdad derivadas. En resumen una ecuación diferencial es un ecuación donde al menos una parte de la igualdad posee derivadas

Aplicaciones

- Ingeniería Química
- Ingeniería Física
- Termodinámica
- Circuitos Electrónicos
- Etc

Aplicaciones
- Ingeniería Química
- Ingeniería Física
- Termodinámica
- Circuitos Electrónicos
- Etc

Las ecuaciones diferenciales al ser ecuaciones que estudian la dinámica. Es decir, los fenómenos que se mueven y cambian con el tiempo, se aplica a campos muy diversos. Por ejemplo:Ingeniería Química, Ingeniería Física, Termodinámica, Circuitos Electrónicos, Etc

¿Para que sirven?

En general las ecuaciones diferenciales sirven modelar y estudiar fenómenos que cambian respecto al tiempo.

¿Para que sirven?
En general las ecuaciones diferenciales sirven modelar y estudiar fenómenos que cambian respecto al tiempo.

En general las ecuaciones diferenciales sirven modelar y estudiar fenómenos que cambian respecto al tiempo. Como puede ser: el crecimiento población, termodinámica, mezcla de soluciones, etc.

Elementos de una ecuación

- Variables
- Coeficientes
- Constantes
- Términos

$y = 2x + 5$: y es una variable dependiente y x es una variable independiente

Elementos de una ecuación
- Variables
- Coeficientes
- Constantes
- Términos
$y = 2x + 5$: y es una variable dependiente y x es una variable independiente

Sabemos que los elementos de una ecuación son: Variables, Coeficientes, Constantes, Términos, Las variables pueden ser dependientes o independientes.Como por ejemplo $y = 2x+5$ donde y es una variable dependiente de x y x es una variable independiente

Clasificación de Ecuaciones Diferenciales

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) si tienen solo una variable independiente
2. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) si tienen mas de una variable independiente

Clasificación de Ecuaciones Diferenciales
1. Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) si tienen solo una variable independiente
2. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) si tienen mas de una variable independiente

Podemos clasificar a las ecuaciones diferenciales en: Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) si tienen solo una variable independiente y Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) si tienen mas de una variable independiente

Linealidad

1. El exponentes de todos los términos de la variable dependiente es 1.
2. Los coeficientes son constantes o involucran únicamente a la variable independientes.

Linealidad
1. El exponentes de todos los términos de la variable dependiente es 1.
2. Los coeficientes son constantes o involucran únicamente a la variable independientes.

Al igual que con las ecuaciones simples una ecuación diferencial es lineal si:El exponentes de todos los términos de la variable dependiente es 1 y Los coeficientes son constantes o involucran únicamente a la variable independientes.

Orden

$$\text{Primer orden } y\frac{dy}{dx} = x$$
$$\text{Orden n-esimo } y\frac{d^n y}{dx} = x$$

Orden
Primer orden $y\frac{dy}{dx} = x$
Orden n-esimo $y\frac{d^n y}{dx} = x$

El orden de una ecuación diferencial se refiere a la máxima derivada que aparezca en la ecuación.

Clasificación de Ecuaciones Diferenciales

Clasificación	Descripción
Ordinaria	1 Variable independiente
Parcial	Mas de 1 Variable independiente
Lineal	Los exponentes y son 1
No lineal	y tiene exponentes mayores a 1
Orden 1	Solo aparece la primera derivada en la ecuación
Orden n	Aparece la n-derivada en la ecuación

2025-05-30
Ecuaciones Diferenciales
Introducción
Ecuaciones diferenciales orden y linealidad
Clasificación de Ecuaciones Diferenciales

Clasificación de Ecuaciones Diferenciales

Clasificación	Descripción
Ordinaria	1 Variable independiente
Parcial	Mas de 1 Variable independiente
Lineal	Los exponentes y son 1
No lineal	y tiene exponentes mayores a 1
Orden 1	Solo aparece la primera derivada en la ecuación
Orden n	Aparece la n-derivada en la ecuación

EDO de primer orden

$$a\frac{dy}{dx} + bxy + cx + dy + e = 0$$

EDO de primer orden

$a\frac{dy}{dx} + bxy + cx + dy + e = 0$

Como ya sabemos una EDO de primer orden, es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden, en general son de la forma:

Soluciones

La EDO $y\prime - 6x^2 = 0$
Tiene las solución general
$y = 2x^3 + c$

Soluciones
La EDO $y\prime - 6x^2 = 0$
Tiene las solución general
$y = 2x^3 + c$

Una solución de una ecuación diferencial se trata de encontrar una función que satisface a la ecuación diferencial, esta se llama solución general.

Métodos de solución

1. Variables Separables
2. Ecuaciones Exactas
3. Ecuaciones Homogéneas
4. Ecuaciones Lineales

Métodos de solución
1. Variables Separables
2. Ecuaciones Exactas
3. Ecuaciones Homogéneas
4. Ecuaciones Lineales

Los métodos de solución para estas ecuaciones son: Variables Separables, Ecuaciones Exactas, Ecuaciones Homogéneas, Ecuaciones Lineales

Variables Separables

1. Separar las variables dejando las términos de la variable independiente en un lado de la ecuación y en el otro los de la variable dependiente
2. Integrar ambos lados de la ecuación
3. Escribir el resultado

Variables Separables

1. Separar las variables dejando las términos de la variable independiente en un lado de la ecuación y en el otro los de la variable dependiente
2. Integrar ambos lados de la ecuación
3. Escribir el resultado

Se trata del método mas sencillo y fácil, se recomienda siempre que sea posible resolver por este método.

Ecuaciones Exactas

Ecuaciones Exactas

1. $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$
2. $\frac{dM}{dY} = \frac{dN}{dx}$

Ecuaciones Exactas
Ecuaciones Exactas
1. $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$
2. $\frac{dM}{dY} = \frac{dN}{dx}$

Primero que nada debemos comprobar que se trata de una ecuación exacta, se debe cumplir que:

Ecuaciones Exactas

1. Integra el termino M o N
2. Derivar respecto a la otra variable (Si se integro respecto a x derivamos respecto a y viceversa)
3. Utilizar la igualdad $\frac{df}{dx} = M(x, y)$ o $\frac{df}{dY} = N(x, y)$
4. Integrar
5. Escribir el resultado

Ecuaciones Exactas

1. Integra el termino M o N
2. Derivar respecto a la otra variable (Si se integro respecto a x derivamos respecto a y viceversa)
3. Utilizar la igualdad $\frac{df}{dx} = M(x, y)$ o $\frac{df}{dY} = N(x, y)$
4. Integrar
5. Escribir el resultado

Una vez comprobemos que se trata de una ecuación exacta el procedimiento para resolver la ecuación es:

Ecuaciones Homogéneas

Una ecuación homogénea cumple el criterio que:

Criterio para funciones homogéneas

$$f(tx, ty) = t^n f(x, y)$$

Ecuaciones Homogéneas
Una ecuación homogénea cumple el criterio que:
Criterio para funciones homogéneas
$f(tx, ty) = t^n f(x, y)$

Si observamos que nuestra ecuación no es separable ni exacta, intentamos comprobar si es homogénea

Ecuaciones Homogéneas

1. Utilizar el cambio de variable $y = vx$ o $x = yv$
2. Sustituir la variable junto a su derivada $dy = xdv + vdx$ o $dx = vdy + ydv$
3. Resolver como una ecuación separable
4. Volver a las variables originales $v = \frac{y}{x}$ o $v = \frac{x}{y}$
5. Escribir el resultado

Ecuaciones Homogéneas

1. Utilizar el cambio de variable $y = vx$ o $x = yv$
2. Sustituir la variable junto a su derivada $dy = xdv + vdx$ o $dx = vdy + ydv$
3. Resolver como una ecuación separable
4. Volver a las variables originales $v = \frac{y}{x}$ o $v = \frac{x}{y}$
5. Escribir el resultado

Si nuestra ecuación es homogénea el procedimiento para resolver la es:

Ecuaciones Lineales

$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$
Donde P y f son funciones que dependen de x

Ecuaciones Lineales
$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$
Donde P y f son funciones que dependen de x

Una ecuación diferencial debe ser de la forma:

Ecuaciones Lineales

1. Calculamos nuestro factor integrante con la formula: $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$
2. Multiplicamos todas la ecuación por el factor integrante
3. Factorizamos a la variable dependiente y el factor integrante
4. Integramos
5. Escribimos el resultado

Ecuaciones Lineales
1. Calculamos nuestro factor integrante con la formula: $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$
2. Multiplicamos todas la ecuación por el factor integrante
3. Factorizamos a la variable dependiente y el factor integrante
4. Integramos
5. Escribimos el resultado

Para solucionar una ecuación diferencial seguimos el siguiente procedimiento

Ejemplo de Variables Separables

$$y^2\frac{dy}{dx} = x - 7$$

$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$

$$\int y^2 dy = \int (x-7)dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Ejemplo de Variables Separables
$$y^2\frac{dy}{dx} = x - 7$$
$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$
$$\int y^2 dy = \int (x-7)dx$$
$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Variables Separables

$$y^2\frac{dy}{dx} = x - 7$$

$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$

$$\int y^2 dy = \int (x-7)dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Ejemplo de Variables Separables
$$y^2\frac{dy}{dx} = x - 7$$
$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$
$$\int y^2 dy = \int (x-7)dx$$
$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Variables Separables

$$y^2 \frac{dy}{dx} = x - 7$$

$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$

$$\int y^2 dy = \int (x-7)dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Ejemplo de Variables Separables

$$y^2 \frac{dy}{dx} = x - 7$$

$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$

$$\int y^2 dy = \int (x-7)dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Variables Separables

$$y^2 \frac{dy}{dx} = x - 7$$

$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$

$$\int y^2 dy = \int (x - 7) dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Ejemplo de Variables Separables

$$y^2 \frac{dy}{dx} = x - 7$$

$$y^2(dy) = x - 7(dx)$$

$$\int y^2 dy = \int (x - 7) dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} - 7x + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Variables Separables

$$y^3 = 3\left(\frac{x^2}{2} - 7x + c\right)$$

$$y^3 = \frac{3x^2}{2} - 21x + c$$

$$y = (\frac{3x^2}{2} - 21x + c)^{\frac{1}{3}}$$

Ejemplo de Variables Separables
$y^3 = 3\left(\frac{x^2}{2} - 7x + c\right)$
$y^3 = \frac{3x^2}{2} - 21x + c$
$y = (\frac{3x^2}{2} - 21x + c)^{\frac{1}{3}}$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Variables Separables

$$y^3 = 3\left(\frac{x^2}{2} - 7x + c\right)$$

$$y^3 = \frac{3x^2}{2} - 21x + c$$

$$y = (\frac{3x^2}{2} - 21x + c)^{\frac{1}{3}}$$

Ejemplo de Variables Separables

$y^3 = 3\left(\frac{x^2}{2} - 7x + c\right)$

$y^3 = \frac{3x^2}{2} - 21x + c$

$y = (\frac{3x^2}{2} - 21x + c)^{\frac{1}{3}}$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Variables Separables

$$y^3 = 3\left(\frac{x^2}{2} - 7x + c\right)$$

$$y^3 = \frac{3x^2}{2} - 21x + c$$

$$y = (\frac{3x^2}{2} - 21x + c)^{\frac{1}{3}}$$

Ejemplo de Variables Separables

$$y^3 = 3\left(\frac{x^2}{2} - 7x + c\right)$$

$$y^3 = \frac{3x^2}{2} - 21x + c$$

$$y = (\frac{3x^2}{2} - 21x + c)^{\frac{1}{3}}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de variables separables

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (Inx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(Inx + 3y^2)}{dx}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

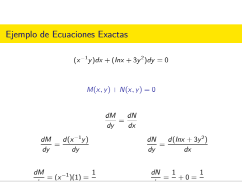
Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (Inx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(Inx + 3y^2)}{dx}$$



Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (lnx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(lnx + 3y^2)}{dx}$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (lnx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(lnx + 3y^2)}{dx}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

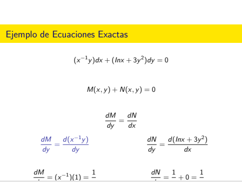
Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (Inx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(Inx + 3y^2)}{dx}$$



Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (lnx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x, y) + N(x, y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(lnx + 3y^2)}{dx}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (lnx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(lnx + 3y^2)}{dx}$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$(x^{-1}y)dx + (lnx + 3y^2)dy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{d(x^{-1}y)}{dy} \qquad \frac{dN}{dy} = \frac{d(lnx + 3y^2)}{dx}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x,y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x,y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x,y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x,y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

$$f = ylnx + g(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$
$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$
$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$
$$f = y \int (x^{-1})dx$$
$$f = ylnx + g(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y\int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$\frac{df}{dx} = M(x, y)$ $\frac{df}{dy} = N(x, y)$
$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y)$ $\frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$
$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$
$f = y\int (x^{-1})dx$
$f = ylnx + g(y)$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y\int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$\frac{df}{dx} = M(x, y)$ $\frac{df}{dy} = N(x, y)$
$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y)$ $\frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$
$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$
$f = y\int (x^{-1})dx$
$f = ylnx + g(y)$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

$$f = ylnx + g(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x, y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x, y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y \int (x^{-1})dx$$

$$f = ylnx + g(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dx} = M(x,y) \qquad \frac{df}{dy} = N(x,y)$$

$$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y) \qquad \frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$$

$$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$$

$$f = y\int (x^{-1})dx$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$\frac{df}{dx} = M(x,y)$ $\frac{df}{dy} = N(x,y)$
$\frac{df}{dx} = (x^{-1}y)$ $\frac{df}{dy} = (lnx + 3y^2)$
$\int \frac{df}{dx} = \int (x^{-1}y)dx$
$f = y\int (x^{-1})dx$
$f = ylnx + g(y)$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{yInx}{dy} + g'(y)$$

$$\frac{df}{dy} = Inx + g'(y)$$

$$Inx + 3y^2 = Inx + g'(y)$$

$$3y^2 = g'(y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$$\frac{df}{dy} = \frac{yInx}{dy} + g'(y)$$
$$\frac{df}{dy} = Inx + g'(y)$$
$$Inx + 3y^2 = Inx + g'(y)$$
$$3y^2 = g'(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{ylnx}{dy} + g\prime(y)$$

$$\frac{df}{dy} = lnx + g\prime(y)$$

$$lnx + 3y^2 = lnx + g\prime(y)$$

$$3y^2 = g\prime(y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{ylnx}{dy} + g\prime(y)$$

$$\frac{df}{dy} = lnx + g\prime(y)$$

$$lnx + 3y^2 = lnx + g\prime(y)$$

$$3y^2 = g\prime(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{ylnx}{dy} + g\prime(y)$$

$$\frac{df}{dy} = lnx + g\prime(y)$$

$$lnx + 3y^2 = lnx + g\prime(y)$$

$$3y^2 = g\prime(y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{ylnx}{dy} + g\prime(y)$$

$$\frac{df}{dy} = lnx + g\prime(y)$$

$$lnx + 3y^2 = lnx + g\prime(y)$$

$$3y^2 = g\prime(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{ylnx}{dy} + g\prime(y)$$

$$\frac{df}{dy} = lnx + g\prime(y)$$

$$lnx + 3y^2 = lnx + g\prime(y)$$

$$3y^2 = g\prime(y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\frac{df}{dy} = \frac{ylnx}{dy} + g\prime(y)$$

$$\frac{df}{dy} = lnx + g\prime(y)$$

$$lnx + 3y^2 = lnx + g\prime(y)$$

$$3y^2 = g\prime(y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\int 3y^2 = \int g\prime(y)$$

$$y^3 + c = g(y)$$

$$f = ylnx + y^3 + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$\int 3y^2 = \int g\prime(y)$
$y^3 + c = g(y)$
$f = ylnx + y^3 + c$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\int 3y^2 = \int g\prime(y)$$

$$y^3 + c = g(y)$$

$$f = ylnx + y^3 + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas
$\int 3y^2 = \int g\prime(y)$
$y^3 + c = g(y)$
$f = ylnx + y^3 + c$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\int 3y^2 = \int g\prime(y)$$

$$y^3 + c = g(y)$$

$$f = yln x + y^3 + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Exactas

$$\int 3y^2 = \int g\prime(y)$$

$$y^3 + c = g(y)$$

$$f = yln x + y^3 + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones exactas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x - y)dx + xdy = 0$$

$$M(x, y) + N(x, y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx, ty) = tx - ty = t(x - y) = tM(x, y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x - y)dx + xdy = 0$$

$$M(x, y) + N(x, y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx, ty) = tx - ty = t(x - y) = tM(x, y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x-y)dx + xdy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx,ty) = tx - ty = t(x-y) = tM(x,y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x-y)dx + xdy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx,ty) = tx - ty = t(x-y) = tM(x,y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x-y)dx + xdy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx,ty) = tx - ty = t(x-y) = tM(x,y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x-y)dx + xdy = 0$$

$$M(x,y) + N(x,y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx,ty) = tx - ty = t(x-y) = tM(x,y)$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x - y)dx + xdy = 0$$

$$M(x, y) + N(x, y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx, ty) = tx - ty = t(x - y) = tM(x, y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$(x - y)dx + xdy = 0$

$M(x, y) + N(x, y) = 0$

$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$

$M(tx, ty) = tx - ty = t(x - y) = tM(x, y)$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$(x - y)dx + xdy = 0$$

$$M(x, y) + N(x, y) = 0$$

$$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$$

$$M(tx, ty) = tx - ty = t(x - y) = tM(x, y)$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas
$(x - y)dx + xdy = 0$
$M(x, y) + N(x, y) = 0$
$\frac{dM}{dy} = -1 \neq 1 = \frac{dN}{dx}$
$M(tx, ty) = tx - ty = t(x - y) = tM(x, y)$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$y = vx \to dy = vdx + xdv$$

$$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$$

$$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$$

$$xdx + x^2dv = 0$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$y = vx \rightarrow dy = vdx + xdv$$

$$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$$

$$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$$

$$xdx + x^2dv = 0$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas
$y = vx \rightarrow dy = vdx + xdv$
$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$
$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$
$xdx + x^2dv = 0$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$y = vx \to dy = vdx + xdv$$

$$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$$

$$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$$

$$xdx + x^2dv = 0$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$y = vx \to dy = vdx + xdv$$

$$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$$

$$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$$

$$xdx + x^2dv = 0$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$y = vx \rightarrow dy = vdx + xdv$$

$$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$$

$$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$$

$$xdx + x^2dv = 0$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

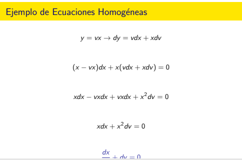
Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$y = vx \rightarrow dy = vdx + xdv$$

$$(x - vx)dx + x(vdx + xdv) = 0$$

$$xdx - vxdx + vxdx + x^2dv = 0$$

$$xdx + x^2dv = 0$$



Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

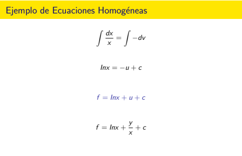
Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$



Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Homogéneas

$$\int \frac{dx}{x} = \int -dv$$

$$lnx = -u + c$$

$$f = lnx + u + c$$

$$f = lnx + \frac{y}{x} + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones homogéneas

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Ejemplo de Ecuaciones Lineales
$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$
$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$
$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$
$\mu(x) = e^{-3x}$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$\frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{\int -3dx}$$

$$\mu(x) = e^{-3x}$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Ejemplo de Ecuaciones Lineales

$$(e^{-3x})\frac{dy}{dx} - 3y(e^{-3x}) = 0(e^{-3x})$$

$$(e^{-3x}y)\frac{d}{dx} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(e^{-3x}y) = \int 0$$

$$e^{-3x}y = 0 + c$$

Resolveremos la ecuación siguiendo el procedimiento de ecuaciones lineales

Conclusión

El tema de ecuaciones diferenciales sirven para modelar fenómenos que existen en la realidad y que dependen del tiempo y otras variables.

Conclusión
El tema de ecuaciones diferenciales sirven para modelar fenómenos que existen en la realidad y que dependen del tiempo y otras variables.

Sin embargo para entender estos temas es necesario tener bases solidas álgebra, calculo diferencial e integral.

Referencias

Kiseliov, A., Krasnov, M. L., Makarenko, G., y Bernardo, E. A. (1968). *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias* (Inf. Téc.). Mir.

Ross, S. L. (2010). *Ecuaciones diferenciales*. Reverté.

Spiegel, M. R., y Garcia, H. R. (1983). *Ecuaciones diferenciales aplicadas* (Inf. Téc.). Prentice Hall.

Zill, D. G., Hernández, A. E. G., y López, E. F. (2002). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado* (n.º 970-686-487-3.). Thomson Learning.

└Referencias

Referencias

Kiseliov, A., Krasnov, M. L., Makarenko, G., y Bernardo, E. A. (1968). *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias* (Inf. Téc.). Mir.
Ross, S. L. (2010). *Ecuaciones diferenciales*. Reverté.
Spiegel, M. R., y Garcia, H. R. (1983). *Ecuaciones diferenciales aplicadas* (Inf. Téc.). Prentice Hall.
Zill, D. G., Hernández, A. E. G., y López, E. F. (2002). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado* (n.º 970-686-487-3.). Thomson Learning.