

Ficha Práctica N° 15: Determinantes

1) Calcular, cuando sea posible, el determinante de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} t & -3 & 9 \\ 2 & 4 & t+1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} -23 & 0 & 47 \\ 51 & 90 & -12 \\ 0 & 3 & 1 \\ 74 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} -5k & 0 & 0 \\ 0 & 4a & 0 \\ 2 & 8 & -7 \end{pmatrix} \quad y \quad G = \begin{pmatrix} t-2 & -3 \\ -4 & t-1 \end{pmatrix}$$

2) a) Tomando las matrices del ejercicio 1, hallar el valor de t para que el $|G| = 0$ y $|D| = 5t + 1$

b) Resolver las siguientes ecuaciones y verificar los valores obtenidos:

$$\text{i) } \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & z \end{vmatrix} \neq 6 \quad \text{ii) } \begin{vmatrix} z-1 & -3 \\ 1 & z+2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & z & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{iii) } \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2z & 4 \end{vmatrix} = -2(z+7) \quad \text{iv) } \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2z & 4 \end{vmatrix} \geq 5$$

3) Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

a) Calcular el determinante de la matriz, desarrollando por la primera fila.

b) Comprobar el resultado del inciso b), desarrollando el determinante por los elementos de la segunda columna.

c) Calcular el determinante desarrollando por la fila o la columna más conveniente: $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

4) Sea A una matriz de orden 3 y $\det(A) = 12$. Responda a las siguientes preguntas. Justificando con propiedades válidas para determinantes:

- ¿Cuál el determinante de la matriz que resulta de multiplicar cada uno de los elementos de A por 2?
- ¿Cuál es el determinante de la matriz que resulta de multiplicar la segunda fila de A por 2?
- ¿Cuál es el determinante de A^2 ? ¿y el de A^3 ?
- ¿Cuál es el determinante de $-A$?

5) Sea $A \in M_4(\mathbb{R})$, $B \in M_4(\mathbb{R})$ y $C \in M_2(\mathbb{R})$ tal que $|A| = -3$, $|B| = 2$ y $|C| = \frac{1}{2}$. Calcular, si es posible:

$$\text{a) } |-4A| \quad \text{b) } |C^t A| \quad \text{c) } |(-A)^3| \quad \text{d) } |A+B| \quad \text{e) } |AA^t| + |BB^t| \quad \text{f) } \frac{|(BI)^5|}{|(AI)^6|}$$

6) Indicar si los siguientes sistemas de ecuaciones son compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible utilizando, cuando sea posible, determinantes. Verificar resolviendo por el método conveniente.

$$\text{a) } \begin{cases} 5y - 2x = 16 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} -3x + 4y = 0 \\ 9x - 12y = 0 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + 4y = 2 \\ x - y = -5 \\ 2x = 4 \\ x - y = 8 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ -x + 3y + z = 0 \\ 2x - 6y - 2z = 5 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} 6x + y + z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ x + 2y - 5z = 0 \end{cases}$$