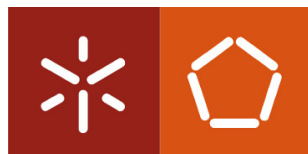


UNIVERSIDADE DO MINHO

ESCOLA DE ENGENHARIA



# Investigação Operacional

Licenciatura em Engenharia Informática

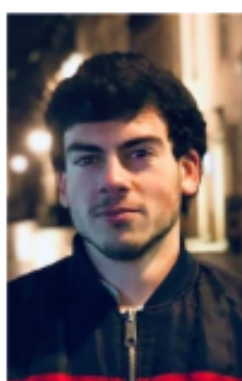
## Relatório do TP2 Otimização de Redes Grupo 93273



José Magalhães  
**A93273**



Carlos Dias  
**A93185**



Francisco Izquierdo  
**a93241**



Duarte Lucas  
**A89526**

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Formulação do Problema</b>	<b>5</b>
2.1	Descrição do Problema . . . . .	5
2.2	Objetivo . . . . .	5
2.3	Rede . . . . .	5
2.4	Restrições . . . . .	7
2.4.1	Valores dos fluxos . . . . .	7
2.4.2	Valores dos custos e das capacidades . . . . .	8
2.4.3	Valores das ofertas e dos consumos . . . . .	8
2.5	Modelo . . . . .	9
2.5.1	Função Objetivo . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Modelação</b>	<b>10</b>
3.1	Representação da Rede . . . . .	10
3.2	Indicações do Modelo . . . . .	11
3.3	Quadro do problema de transportes . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Ficheiros de Input</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Ficheiros de output</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Validação do Modelo e Solução</b>	<b>14</b>
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>17</b>

# Lista de Figuras

2.1	Quadro das horas de serviço . . . . .	6
2.2	Tabela de tempos de deslocação . . . . .	6
2.3	Grafo de Compatibilidade . . . . .	7
2.4	Tabela associada ao grafo . . . . .	7
2.5	Tabela associada ao grafo com custos de deslocação associados . . . . .	8
2.6	Tabela de custos de deslocação . . . . .	8
3.1	Grafo Auxiliar Bipartido . . . . .	10
3.2	Quadro do problema de transportes . . . . .	11
4.1	Ficheiro de input . . . . .	12
5.1	Ficheiro de output . . . . .	13
6.1	Arcos (numeração) e Arcos (letra) . . . . .	14

# Lista de Tabelas

6.1	Tabela para a equipa 1 . . . . .	15
6.2	Tabela para a equipa 2 . . . . .	15
6.3	Tabela para a equipa 3 . . . . .	15

# 1. Introdução

No âmbito da disciplina de Investigação Operacional, foi proposto ao grupo de trabalho a elaboração de um modelo na vertente da otimização de redes. A elaboração do modelo consistiu em duas fases, sendo estas a formulação do problema no qual o grupo abordou e detalhou diversos fatores que tiveram de ser tidos em conta, e a modulação do mesmo, no qual se construiu o modelo. A resolução do problema, de modo a obter a solução ótima, foi feita com recurso ao *software relax4* indicado pela equipa docente. Com isto, após a elaboração do modelo desenhado pelo grupo, foi feita uma análise e validação do modelo desenvolvido, bem como da solução obtida, sendo ainda feita uma interpretação da mesma. De um modo geral, o problema proposto consistiu no facto de uma empresa querer minimizar os custos de deslocação aquando da prestação de serviços com horas fixas a um determinado número de clientes. Posto isto, terá de haver um determinado número de equipas que prestem os serviços aos clientes, efetuando o percurso desde a empresa aos clientes e dos clientes até à empresa.

## 2. Formulação do Problema

### 2.1 Descrição do Problema

Após uma breve análise ao enunciado prestado, conseguimos reter o cerne do problema. Este consiste na atribuição de equipas a clientes que se encontram distribuídos geograficamente, aos quais as equipas devem prestar serviço. Além disso, todas as equipas partem da sede da empresa *Keleirós*, às 09:00 e cada cliente tem uma hora à qual o serviço pela equipa responsável deve inicializar. Após a prestação dos serviços, a equipa regressa à sede. As rotas possíveis que as equipas podem efetuar depende do tempo de serviço prestado por uma equipa (em 1/4 hora), bem como do tempo de deslocação entre dois clientes. Assim, dados dois clientes  $i$  e  $j$ , após concluir o serviço ao cliente  $i$ , a equipa apenas pode efetuar o serviço do cliente  $j$ , caso se verifique a seguinte condição:

- $a_i + t_{ij} \leq a_j$

No qual  $a_i$  e  $a_j$  representam a hora de início (em 1/4 hora) do serviço dos clientes  $i$  e  $j$  respetivamente, e  $t_{ij}$  representa o tempo de deslocação entre os clientes em causa. Por fim, é também importante mencionar que cada rota tem um custo de deslocação associado.

### 2.2 Objetivo

Posto a descrição do problema, iremos agora dar ênfase ao objetivo do problema. Assim, o problema consiste em perceber qual o número de equipas que devem ser usados pela empresa por forma a que todos os clientes tenham sido atendidos e o serviço a efetuar tenha sido concluído. Tal como foi descrito anteriormente, uma vez que existe um custo associado à deslocação, o objetivo do problema é a minimização do custo associado à deslocação a ser efetuado para os clientes em causa, nomeadamente encontrar o fluxo de custo mínimo. Convém mencionar que estamos perante um problema de *fixed schedule*.

### 2.3 Rede

De forma a representar as várias rotas, os clientes e a empresa, recorreu-se à representação gráfica através de um grafo de compatibilidade, no qual este acaba por ser uma rede, na medida em que estamos perante um problema de otimização de redes. Assim, convém mencionar aspetos que influenciaram na constituição da rede. Primeiramente, dado o maior número dos elementos do grupo, sendo este o 93273, obtivemos 10 clientes e os seguintes valores que estavam em falta no quadro das horas de serviço mencionado no enunciado e que dependiam do mesmo.

$j$	cliente	$a_j$ (¼hora)	$a_j$ (hora do serviço)
1	Ana	4	10:00
2	Beatriz	7	10:45
3	Carlos	4	10:00
4	Diogo	2	09:30
5	Eduardo	10	11:30
6	Francisca	6	10:30
7	Gonçalo	9	11:15
8	Helena	3	09:45
9	Inês	2	09:30
10	José	5	10:15

Figura 2.1: Quadro das horas de serviço

Posto isto, seguiu-se o cálculo das rotas possíveis, obdecendo à fórmula prestada no enunciado.

- $a_i + t_{ij} \leq a_j$

No qual os valores de  $t_{ij}$ , valores dos tempos de deslocação, encontram-se prestados na seguinte tabela.

		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	A	4	1	2	2	3	2	1	0	3	1
2	B		3	5	3	3	2	3	4	2	5
3	C			3	2	3	2	0	1	1	2
4	D				1	3	3	3	2	3	1
5	E					2	1	2	2	2	2
6	F						2	3	3	3	4
7	G							2	2	2	3
8	H								1	1	1
9	I									3	2
10	J										4

Figura 2.2: Tabela de tempos de deslocação

Com isto, os vértices indicados no grafo de compatibilidade representam os clientes e a empresa (à qual a esta estão associados dois vértices, início e fim) os quais têm o número/letra de identificação correspondente. Assim, conseguimos então proceder à construção de um grafo acíclico na medida em que existe um tempo associado a cada serviço.

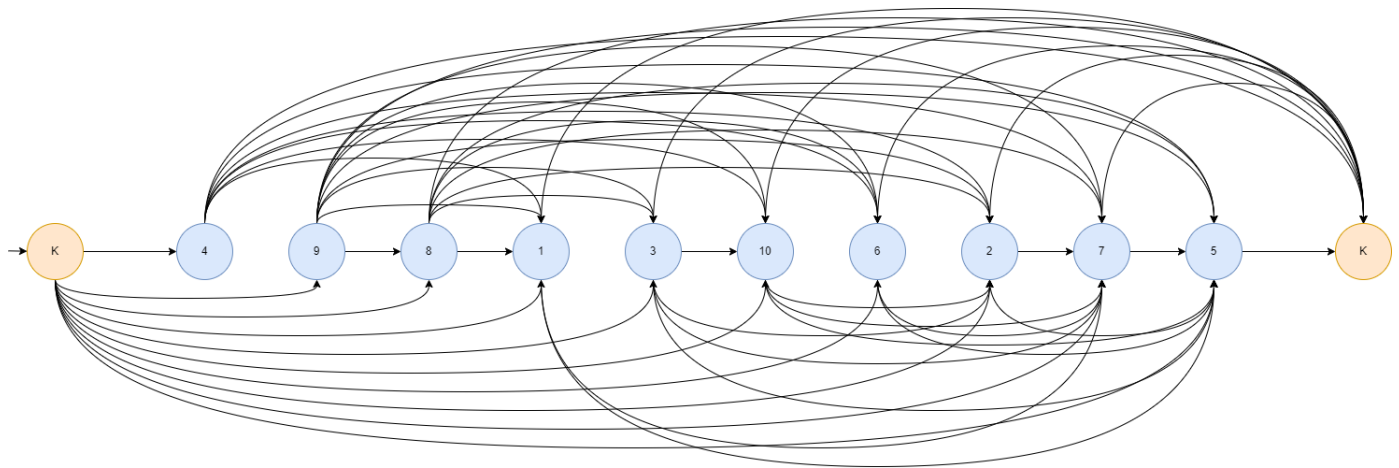


Figura 2.3: Grafo de Compatibilidade

De forma a facilitar a compreensão do grafo e os seus arcos, decidimos elaborar uma tabela na qual para cada vértice, estão associados que vértices é que se ligam.

De \ Para	Nodo1	Nodo2	Nodo3	Nodo4	Nodo5	Nodo6	Nodo7	Nodo8	Nodo9	Nodo10
K(inicial)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Nodo1	-----	-----	-----	-----	X	-----	X	-----	-----	-----
Nodo2	-----	-----	-----	-----	X	-----	X	-----	-----	-----
Nodo3	-----	X	-----	-----	X	-----	X	-----	-----	X
Nodo4	X	X	-----	-----	X	X	X	-----	-----	X
Nodo5	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Nodo6	-----	-----	-----	-----	X	-----	X	-----	-----	-----
Nodo7	-----	-----	-----	-----	X	-----	-----	-----	-----	-----
Nodo8	X	X	X	-----	X	X	X	-----	-----	X
Nodo9	X	X	X	-----	X	X	X	X	-----	X
Nodo10	-----	X	-----	-----	X	-----	X	-----	-----	-----
K(final)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Figura 2.4: Tabela associada ao grafo

## 2.4 Restrições

De forma a podermos construir o modelo que irá sustentar toda a solução do problema mencionado, teremos de dar ênfase ao conjunto de restrições que irão restringir o processo de resolução. Assim, seguem-se o seguinte conjunto de restrições.

### 2.4.1 Valores dos fluxos

No que toca aos valores dos fluxos, convém mencionar que estes apenas têm uma interpretação significativa na solução final. Isto porque o valor associado a um fluxo, encontra-se num dado arco, cujo significado indica o número de equipas que passam nesse arco. Além disso, na solução final, os arcos "marcados" com um fluxo não nulo, significa que foram percorridos por uma determinada equipa, permitindo construir os percursos atribuídos na solução, a cada equipa correspondente. Assim, para cada equipa e através dos valores dos fluxos, conseguimos perceber



quantas equipas foram utilizadas para a obtenção da solução, bem como elaborar o plano atribuído a cada equipa, sendo que o plano constitui informações como o custo total de deslocação associado à equipa em questão, o tempo total de deslocação associado à equipa em questão e o percurso realizado pela equipa em questão.

## 2.4.2 Valores dos custos e das capacidades

Ao definirmos o grafo que representa a rede, a cada arco está associado um custo de deslocação, sendo estes os valores que iremos ter em conta na medida em que queremos minimizar o fluxo que passa em cada arco. Além disso, iremos estabelecer um valor elevado (valor de 1000) para a capacidade de cada arco, dado que no problema não há restrição acerca da capacidade em cada vértice.

Decidimos elaborar uma tabela na qual para cada vértice, estão associados que vértices é que se ligam bem como os valores dos custos associados às ligações em causa.

De \ Para	Nodo1	Nodo2	Nodo3	Nodo4	Nodo5	Nodo6	Nodo7	Nodo8	Nodo9	Nodo10
K(inicial)	1	15	2	4	6	11	9	9	9	10
Nodo1	-----	-----	-----	-----	5	-----	7	-----	-----	-----
Nodo2	-----	-----	-----	-----	10	-----	6	-----	-----	-----
Nodo3	-----	11	-----	-----	6	-----	6	-----	-----	6
Nodo4	6	14	-----	-----	4	8	8	-----	-----	11
Nodo5	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
Nodo6	-----	-----	-----	-----	6	-----	5	-----	-----	-----
Nodo7	-----	-----	-----	-----	4	-----	-----	-----	-----	-----
Nodo8	5	11	0	-----	6	10	10	-----	-----	6
Nodo9	0	13	5	-----	5	10	7	5	-----	7
Nodo10	-----	4	-----	-----	7	-----	5	-----	-----	-----
K(final)	1	15	2	4	6	11	9	9	9	10

Figura 2.5: Tabela associada ao grafo com custos de deslocação associados

É de salientar que os valores apresentados na tabela supramencionada, advêm da tabela de custos prestada pelos docentes, que é apresentada de seguida.

		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	A	13	5	6	5	10	7	5	0	7	1
2	B		11	14	10	8	6	11	13	4	15
3	C			8	6	10	6	0	5	6	2
4	D				4	8	8	8	6	11	4
5	E					6	4	6	5	7	6
6	F						5	10	10	8	11
7	G							10	7	5	9
8	H								5	6	9
9	I									7	9
10	J										10

Figura 2.6: Tabela de custos de deslocação

## 2.4.3 Valores das ofertas e dos consumos

No que concerne aos valores da oferta e procura, percebemos que uma vez que temos 10 clientes, no máximo teremos de atribuir uma equipa a cada cliente, na medida em que queremos que

sejam efetuados os serviços propostos de cada cliente. Assim, teremos um valor de oferta de 10, correspondendo ao número máximo de equipas e em contrapartida, teremos um valor de procura, também de 10, na medida em que após serem efetuados todos os serviços, as 10 equipas disponíveis (mas não necessariamente que foram utilizadas), retornam à empresa. Convém mencionar que a oferta é aplicada ao nodo inicial  $K$  sendo que este representa o ponto de partida de cada equipa e a procura é aplicada ao nodo final  $K$  que representa o ponto de chegada de cada equipa à empresa. Nos restantes vértices que correspondem aos clientes, temos o valor 1 associado à oferta e um valor de -1 associado à procura, na medida em que por cada cliente "entra" uma equipa e "sai" uma equipa.

## 2.5 Modelo

Dados os vários aspetos, resta agora definir o modelo que devemos construir no âmbito de obtermos a solução face ao problema descrito. Assim, o modelo a construir será na vertente de minimização de fluxo de custo, mas é de salientar que tal como referido anteriormente ao estarmos perante um problema de *fixed schedule* conseguimos resolvê-lo através da implementação de um grafo auxiliar.

### 2.5.1 Função Objetivo

Dado o referido anteriormente, a função objetivo a ser definida terá de ter em conta, **as várias restrições**, bem como os seguintes conceitos.

- Transformar o grafo de compatibilidade  $G$  acima apresentado num grafo bipartido  $G'$ , no qual este terá dois conjuntos de vértices  $V1$  e  $V2$ , nos quais farão parte dois tipos de vértices  $i$  e  $i'$  respetivamente.
- Para cada arco  $(i,j)$  existente no grafo  $G$ , haverá um arco  $(i, j')$  correspondente no grafo  $G'$ .
- Todos os vértices de  $V1$  terão arcos relativamente a um vértice final (representando o destino, isto é, a sede da empresa em *Keleirós*).
- Todos os vértices de  $V2$  terão arcos relativamente a um vértice inicial (representando à origem, isto é, a sede da empresa em *Keleirós*).
- Serão tidos em conta, os valores dos custos de deslocação associados a cada arco  $i, j'$  no grafo  $G'$  respeitando o valor do arco  $(i, j)$  correspondente do grafo  $G$ .
- Por fim, iremos criar um arco  $(S, S')$  com valor de capacidade elevado e de custo de deslocação nulo, sendo que  $S$  e  $S'$  representam os vértices inicial e final respetivamente, de modo a que todas as equipas são obrigadas a sair da empresa.

## 3. Modelação

### 3.1 Representação da Rede

Tal como referido na formulação do problema, para o modelo iremos portante representar o grafo auxiliar bipartido  $G'$ , no qual também iremos ter em conta os custos associados a cada arco  $(i, j)$  fazendo a correlação para o arco  $(i, j')$

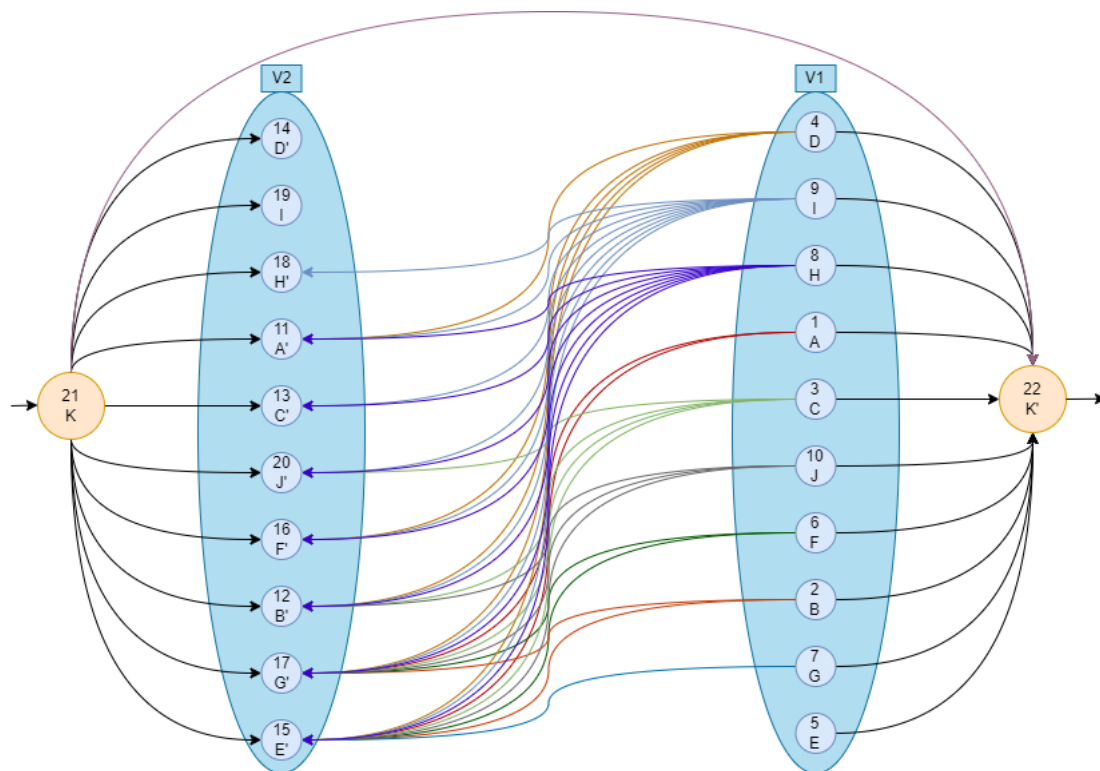


Figura 3.1: Grafo Auxiliar Bipartido

## 3.2 Indicações do Modelo

Posto o supramencionado, falta agora apresentar o modelo, dando ênfase a determinadas indicações.

- Na solução final, os arcos cujos valores de fluxo sejam unitários, representam parte da solução, na medida em que minimizam o fluxo e significa que foram percorridos por uma dada equipa.
- Tal como referido anteriormente, em relação aos valores das capacidades, para cada arco, será definido um valor de capacidade de 1000.
- Iremos definir um valor fixo (neste caso, de **10**) para o número de equipas disponíveis, correspondendo ao valor da oferta do vértice inicial. Para cada vértice do conjunto  $V1$  que represente o cliente haverá uma oferta com valor 1 (significando que é atendido por 1 equipa) e para cada vértice do conjunto  $V2$  que represente o cliente haverá uma procura com valor 1 (significando que é o serviço foi prestado e a equipa segue o seu percurso) e teremos um valor de procura igual ao valor fixado para o número de equipas no vértice final.

## 3.3 Quadro do problema de transportes

Na medida em que foi usado um grafo bipartido convém portanto apresentar um quadro do problema de transportes com toda a informação.<sup>1 2 3</sup>

Vértices	A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	H'	I'	J'	K'	Oferta
A	---	---	---	---	5	---	7	---	---	---	2	1
B	---	---	---	---	10	---	6	---	---	---	16	1
C	---	11	---	---	6	---	6	---	---	6	3	1
D	6	14	---	---	4	8	8	---	---	11	5	1
E	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	7	1
F	---	---	---	---	6	---	5	---	---	---	12	1
G	---	---	---	---	5	---	---	---	---	---	10	1
H	5	11	0	---	6	10	10	---	---	6	10	1
I	0	13	5	---	5	10	7	5	---	7	10	1
J	---	4	---	---	7	---	5	---	---	---	11	1
K	1	15	2	4	6	11	9	9	9	10	0	10
Procura	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	

Figura 3.2: Quadro do problema de transportes

<sup>1</sup>Os arcos (entre vértices) encontram-se sombreados a azul.

<sup>2</sup>Todos os arcos têm capacidade 1000.

<sup>3</sup>Os custos de deslocação dos arcos de cada cliente para a empresa (vértice final K') já tem em conta o valor fixo (valor de 1 u.m).

## 4. Ficheiros de Input

Como ficheiro de input foi utilizado uma ficheiro *txt* prestado ao *software relax4* no qual nas duas primeiras linhas é feita a indicação de quantos vértices e arcos existem, respetivamente. Seguidamente, por linha são descritos os arcos, o seu custo de deslocação associado e o valor da capacidade estabelecido. Por fim, foram indicados os valores de oferta e procura para cada vértice existente no grafo.

22		
56		
1 22 2 1000		
2 22 16 1000		
3 22 3 1000		
4 22 5 1000		
5 22 7 1000		
6 22 12 1000		1
7 22 10 1000		1
8 22 10 1000		1
9 22 10 1000		1
10 22 11 1000		1
1 15 5 1000		1
1 17 7 1000		1
2 15 10 1000		1
2 17 6 1000		1
3 12 11 1000		1
3 15 6 1000		1
3 17 6 1000		1
3 20 6 1000		1
4 11 6 1000		1
4 12 14 1000		1
4 15 4 1000		1
4 16 8 1000		-1
4 17 8 1000	9 18 5 1000	-1
4 20 11 1000	9 20 7 1000	-1
6 15 6 1000	10 12 4 1000	-1
6 17 5 1000	10 15 7 1000	-1
7 15 4 1000	10 17 5 1000	-1
8 11 5 1000	21 11 1 1000	-1
8 12 11 1000	21 12 15 1000	-1
8 13 0 1000	21 13 2 1000	-1
8 15 6 1000	21 14 4 1000	-1
8 16 10 1000	21 15 6 1000	-1
8 17 10 1000	21 16 11 1000	-1
8 20 6 1000	21 17 9 1000	-1
9 11 0 1000	21 18 9 1000	-1
9 12 13 1000	21 19 9 1000	10
9 13 5 1000	21 20 10 1000	-10
9 15 5 1000	21 22 0 1000	
9 16 10 1000		
9 17 7 1000		

(a) Arcos e vértices (parte 1). (b) Arcos e vértices (parte 2) (c) Ofertas e procuras

Figura 4.1: Ficheiro de input

## 5. Ficheiros de output

s 68.	
f 1 22 1	
f 2 22 0	
f 3 22 0	
f 4 22 0	
f 5 22 1	
f 6 22 1	
f 7 22 0	
f 8 22 0	
f 9 22 0	
f 10 22 0	
f 1 15 0	
f 1 17 0	
f 2 15 0	
f 2 17 1	
f 3 12 0	
f 3 15 0	
f 3 17 0	
f 3 20 1	
f 4 11 0	
f 4 12 0	
f 4 15 0	
f 4 16 1	
f 4 17 0	f 9 16 0
f 4 20 0	f 9 17 0
f 6 15 0	f 9 18 1
f 6 17 0	f 9 20 0
f 7 15 1	f 10 12 1
f 8 11 0	f 10 15 0
f 8 12 0	f 10 17 0
f 8 13 1	f 21 11 1
f 8 15 0	f 21 12 0
f 8 16 0	f 21 13 0
f 8 17 0	f 21 14 1
f 8 20 0	f 21 15 0
f 9 11 0	f 21 16 0
f 9 12 0	f 21 17 0
f 9 13 0	f 21 18 0
f 9 15 0	f 21 19 1
	f 21 20 0
	f 21 22 7

(a) Valores de fluxos (parte 1)

(b) Valores de fluxos (parte 2)

Figura 5.1: Ficheiro de output

## 6. Validação do Modelo e Solução

Após a análise dos dados presentes no ficheiro de *output*, tal como indicado na formulação do problema, iremos analisar os arcos cujo fluxo é unitário, uma vez que estes fazem parte da solução.

É de salientar aspetos já mencionados tais como.

- Os vértices cuja numeração é dada por 21 e 22 correspondem aos vértices inicial  $K$  e final  $K'$ , respetivamente.
- Os vértices cuja numeração se encontra no intervalo de  $[1-10]$ , correspondem a vértices do conjunto  $V1$  e correspondem à letra do cliente indicado no grafo auxiliar. Por exemplo o cliente cuja numeração é dada por 2, corresponde ao cliente B.
- Analogamente ao supramencionado, os vértices cuja numeração se encontra no intervalo de  $[11-20]$ , correspondem a a vértices do conjunto  $V2$  e correspondem à letra do cliente indicado no grafo auxiliar. Por exemplo o cliente cuja numeração é dada por 12, corresponde ao cliente B', que é na verdade o cliente B.

Estas indicações dizem respeito aos valores atribuídos ao ficheiro de *input* no *software relax4*, dado que teve de haver algumas modificações. Posto isto, iremos mostrar os arcos que têm fluxo e a sua conversão nas letras correspondentes aos clientes e arcos.

Arcos	Arcos
21 → 11	K → A'
21 → 14	K → D'
21 → 19	K → I'
1 → 22	A → K'
4 → 16	D → F'
6 → 22	F → K'
9 → 18	I → H'
8 → 13	H → C'
3 → 20	C → J
10 → 12	J → B'
2 → 17	B → G'
7 → 15	G → E'
5 → 22	E → K'

Figura 6.1: Arcos (numeração) e Arcos (letra)

Com isto, conseguimos construir os vários percurso e determinar o número de equipas efetivamente utilizado, bem como os valores dos custo e tempo de deslocação para cada equipa e atribuir uma lista de serviços a cada equipa.

j	Cliente	aj( $\frac{1}{4}$ hora)	aj (hora do servico)	Tempo de deslocacao	Custo de deslocacao
1	Keleirós	0	09:00	[KA]: 1/4hora	1
	A	4	10:00	[AK]: 1/4hora	1
	Keleirós	5	10:15		1(*)
					3

Tabela 6.1: Tabela para a equipa 1

j	Cliente	aj( $\frac{1}{4}$ hora)	aj (hora do servico)	Tempo de deslocacao	Custo de deslocacao
4 6	Keleirós	0	09:00	[KD]: 1/4hora	4
	D	2	09:30	[DF]: 3/4hora	8
	F	6	10:30	[FK]: 4/4hora	11
	Keleirós	10	11:30		1(*)
					24

Tabela 6.2: Tabela para a equipa 2

j	Cliente	aj( $\frac{1}{4}$ hora)	aj (hora do servico)	Tempo de deslocacao	Custo de deslocacao
9 8 3 10 2 7 5	Keleirós	0	09:00	[KI]: 2/4hora	9
	I	2	09:30	[IH]: 1/4hora	5
	H	3	09:45	[HC]: 0/4hora	0
	C	4	10:00	[CJ]: 1/4hora	6
	J	5	10:15	[JB]: 2/4hora	4
	B	7	10:45	[BG]: 2/4hora	6
	G	9	11:15	[GE]: 1/4hora	4
	E	10	11:30	[EK]: 2/4hora	6
	Keleirós	12	12:00		1(*)
					41

Tabela 6.3: Tabela para a equipa 3

Assim, conseguimos obter o custo da solução ótima tendo esta um valor de 68, isto é somando os custos de deslocação de cada equipa. Além disso, conseguimos perceber que todos os clientes em causa são atendidos e dentro da hora a que o serviço deve ser prestado. Por fim falta mencionar que a última linha do ficheiro de *output* tem a seguinte indicação.

- f 21 22 7

Isto advém do valor estipulado para a oferta no vértice inicial que era 10, ou seja tal como esperado, após a atribuição das listas de serviços acima mencionadas, uma a cada equipa, são usadas 3 das 10 equipas disponíveis, sendo que 7 equipas "saem da empresa e entram



diretamente nela, sem irem a nenhum cliente”, o equivalente a não prestarem serviço. Com isto, poderíamos retificar o valor da oferta e procura dos vértices inicial e final, respetivamente para o valor mínimo de equipas encontrado.

## 7. Conclusão

Em suma a realização deste trabalho mostrou ser bastante desafiante na medida em que o grupo de trabalho teve de ter em conta diversos aspetos no âmbito de otimização de redes. O problema, na medida em que queríamos minimizar o fluxo do custo, bem como prestar serviço a todos os clientes, teve de ser abordado duma maneira alternativa, tal como é descrito ao longo deste presente relatório. Esta alternativa teve como base os exemplos prestados pela equipa docente, relativamente a problemas de afetação e problemas de *fixed schedule*, no qual tivemos também de ter em conta Teoria de Grafos, na medida em que tivemos de auxiliar a resolução do problema, através dum grafo auxiliar bipartido. Com isto, obtivemos a solução prestada pelo *software relax4* que se mostrou ser uma peça fulcral na obtenção da solução. Por fim, conseguimos realizar o pretendido e acima de tudo reter conhecimentos face à vertente deste projeto, bem como alargar a nossa interpretação relativamente aos resultados obtidos.