UNIVERSIDAD EAFIT

Científico de Datos

Nivel Básico

Aliados:

Microsoft

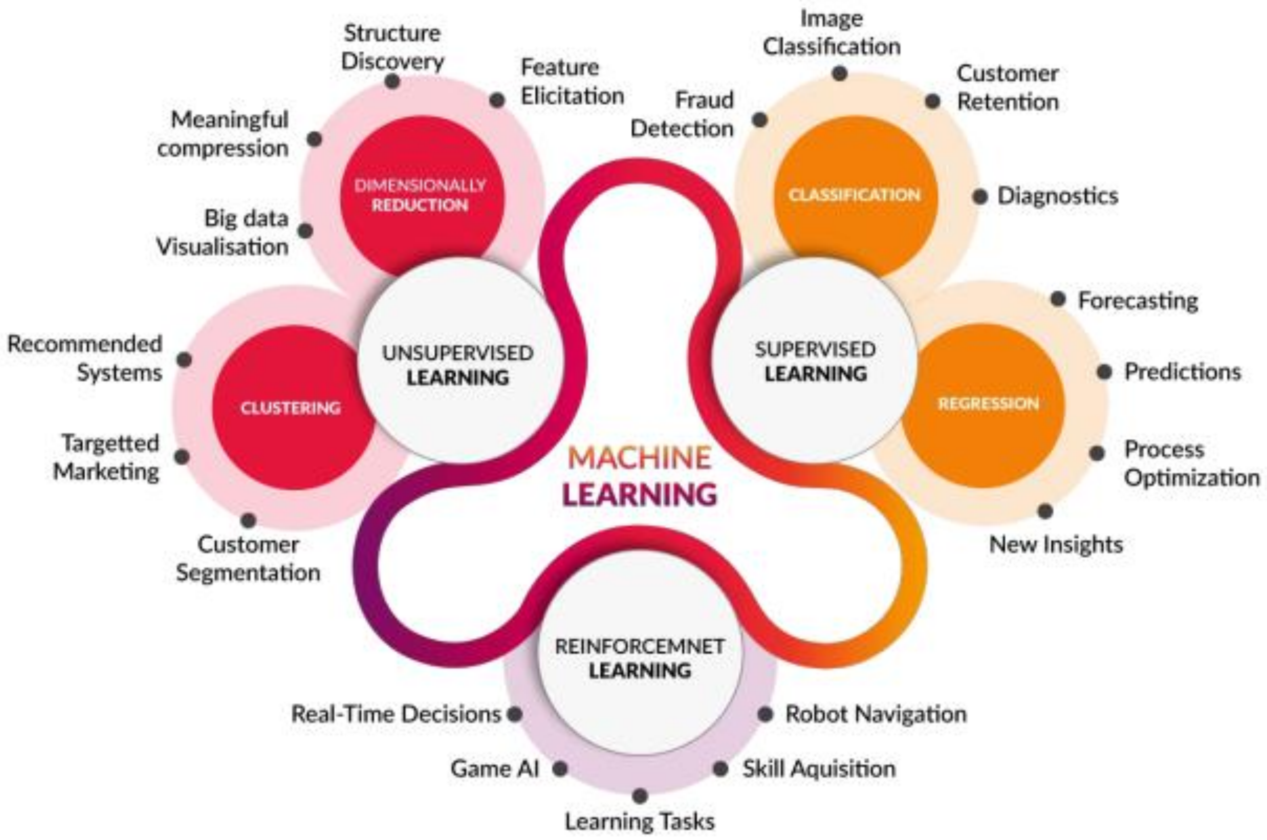
idata
Advanced analytics for business

Vigilada Mineducación

Tema:

Repaso + Algebra Lineal

Repaso



Aliados:

Vigilada Mineducación

Repaso - Conceptos

- Axiomas de probabilidad
- Coeficiente de correlación
- Distribuciones de probabilidad (ejemplos)
- Data cleaning – Feature Engineering

UNIVERSIDAD EAFIT

Tema:

Algebra Lineal

1. Vectores
2. Matrices
3. Espacios vectoriales
4. Transformaciones lineales
5. Sistemas de ecuaciones lineales

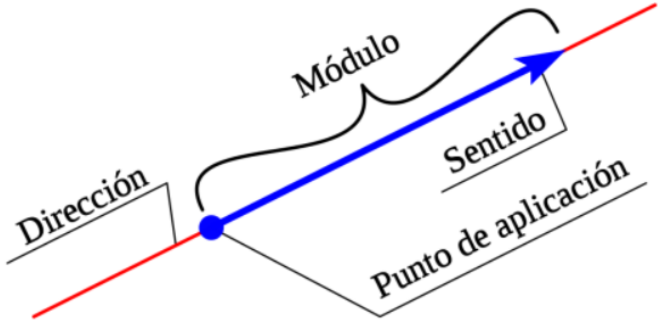
Vectores

Magnitudes

- Escalares: escala numérica. Ej: temperatura, longitud.
- Vectoriales: escala (magnitud), sentido, dirección. Ej: Velocidad, desplazamiento, potencia, etc.

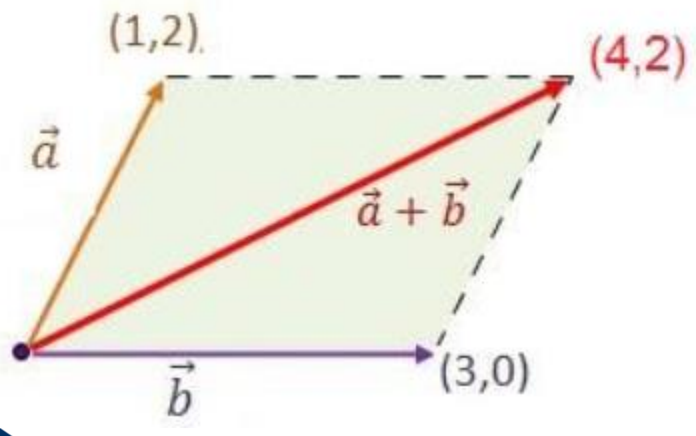
Profundizar:

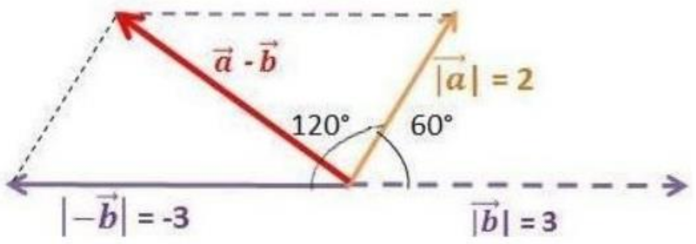
1. Tipos de vectores
2. Operaciones con vectores



- **Módulo o magnitud:** se refiere a la longitud o amplitud del vector o segmento de recta.
- **Dirección:** se refiere a la inclinación que posee el vector con respecto a un eje horizontal imaginario, con el cual forma un ángulo.
- **Sentido:** se refiere a la orientación del vector, indicado por la cabeza de la flecha del vector.

Operaciones con vectores

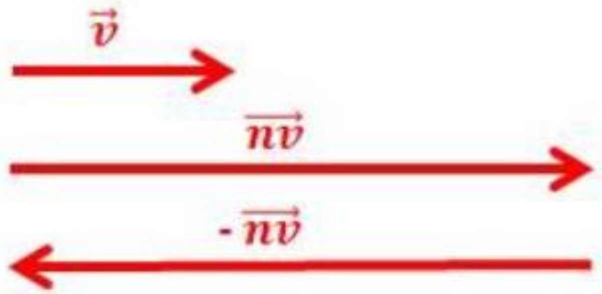




$$|\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |-\vec{b}|^2 + 2\cdot|\vec{a}|\cdot|-\vec{b}|\cdot \cos(180°-60°)}$$

$$= \sqrt{2^2 + 3^2 + 2\cdot 2\cdot 3\cdot \cos 120°} =$$

$$= \sqrt{4 + 9 + 12\cdot(-0{,}5)} = 2{,}65$$

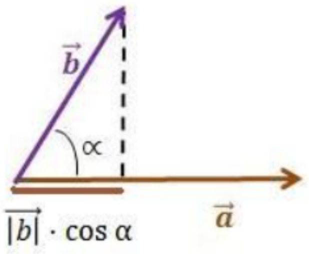


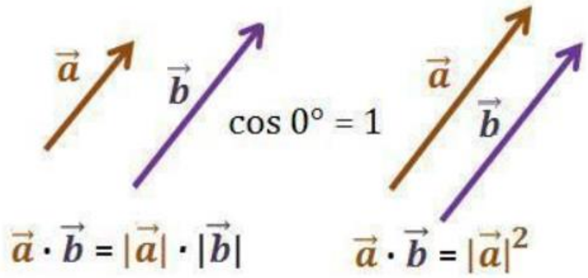
Operaciones con vectores

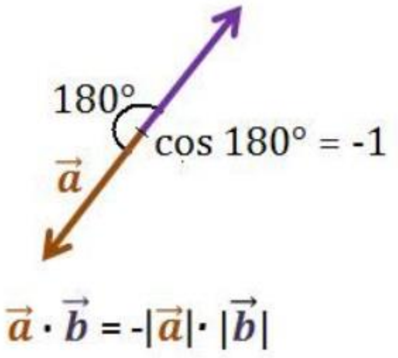
Producto escalar (producto interno o producto punto)

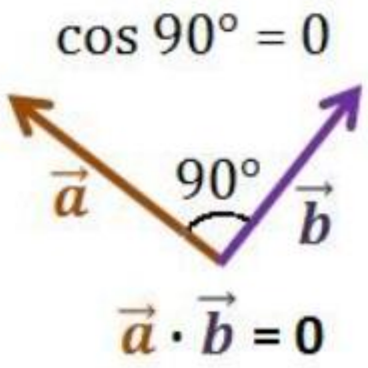
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha$$

También podemos decir que el producto escalar de dos vectores es igual al módulo de un vector por la proyección del otro sobre él. Esta proyección es:







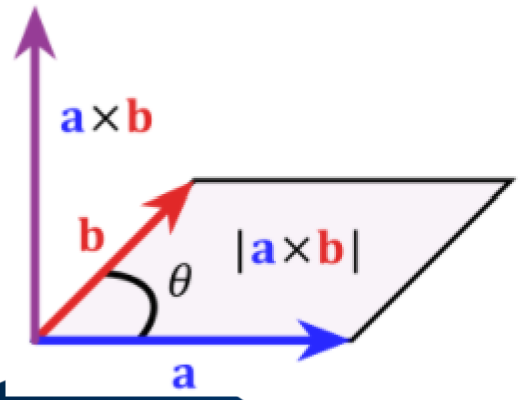


Aliados:

Vigilada Mineducación

Operaciones con vectores

Producto vectorial (producto cruz)



El producto vectorial de los vectores $\mathbf{a} = (2, 0, 1)$ y $\mathbf{b} = (1, -1, 3)$ se calcula del siguiente modo:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{i}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - \mathbf{j}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \mathbf{k}\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \mathbf{i} - 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{i} - 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$

Matrices

Forma escalonada reducida

Entrada pivote

Matriz identidad

Matriz ortogonal

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\text{Columnas de la matriz A}} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix} a \\ a \\ a \\ a \end{matrix}}\right\} \text{Filas de la matriz A}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \sqrt{6} & -4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ -1 & \frac{1}{5} & \sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- **A** tiene 2 filas y 2 columnas, diremos que su tamaño es ***(2x2)***. Qué elemento es $\mathbf{a_{21}}$?.
- **B** tiene 2 filas y 3 columnas, diremos que su tamaño es ***(2x3)***. Qué elemento es $\mathbf{b_{23}}$?.
- **C** tiene 4 filas y 3 columnas, diremos que su tamaño es ***(4x3)***. Qué elemento es $\mathbf{c_{42}}$?.

Algunas matrices

Matriz nula

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz fila

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & 9 \end{pmatrix}$$

Matriz columna

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\sqrt{8} \end{pmatrix}$$

Matriz cuadrada

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz identidad

$$I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz invertible. Determinante

$A^{-1} \cdot A = I_n$

Determinante de una matriz

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

- Ejemplo:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$ =1·4-(-1)·3=4+3=7.

b) $\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$ =-10+6=-4.

Cofactores

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \end{vmatrix} = a_{11}\begin{pmatrix}\text{Cofactor} \\ \text{de } a_{11}\end{pmatrix} + a_{12}\begin{pmatrix}\text{Cofactor} \\ \text{de } a_{12}\end{pmatrix} + a_{13}\begin{pmatrix}\text{Cofactor} \\ \text{de } a_{13}\end{pmatrix}$$

$$= 2\left((-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}\right) + (-2)\left((-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\right) + 0$$

$$= (2)(1)[(1)(-1) - (-3)(2)] + (-2)(-1)[(-3)(-1) - (1)(2)]$$

$$= (2)(5) + (2)(1) = 12$$

Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & -3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

det(A)=(-2)·7·2+4·3·(-3)+6·5·0-(3·7·5+0·(-2)·(-3)+6·4·2)

=-28-36-105-48=-217.

UNIVERSIDAD EAFIT

Inversa de una matriz (cálculo por determinantes)

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1 Calculamos el determinante de la matriz.

En el caso que el determinante sea nulo la matriz no tendrá inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

2 Hallamos la matriz adjunta

Es aquella en la que cada elemento se sustituye por su adjunto.

$$A^* = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

3 Calculamos la traspuesta de la matriz adjunta.

$$(A^*)^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 3 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

4 La matriz inversa es igual al inverso del valor de su determinante por la matriz traspuesta de la adjunta.

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 3 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & -\frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Profundizar:

Propiedades de la inversa

Aliados:

Microsoft

idata

Advanced analytics for business

Vigilada Mineducación

Material complemetario (DS)

- Curso breve de Álgebra Lineal
- Python Intro and Linear Algebra Review

Contenido asincrónico

- Resto de actividades en plataforma Interactiva Virtual

Aliados:

Vigilada Mineducación

UNIVERSIDAD EAFIT

¡Gracias!

Aliados:

Microsoft

idata
Advanced analytics for business

Vigilada Mineducación