Estrategias de resolución de Razonamiento Probabilistico
TPN°5: Ejercicios 1, 2, 3 y 4

Barraquero Ignacio, Campo Camila, Villarreal Francisco, Marzari Agustina
Facultad de Ingeniería

Introducción al Razonamiento Probabilistico

El razonamiento probabilístico es la forma de tomar decisiones o sacar conclusiones en situaciones donde hay incertidumbre. En lugar de afirmar algo con certeza,como haciamos antes, usamos probabilidades para representar el grado de confianza de que un evento pase.

El procedimiento de resolucion se basa en:

- Modelar la incertidumbre a traves de variables.
- Relacionar causas y efectos por medio de redes bayesianas o tablas.
- Utilizar las reglas de la Probabilidad, tales como teorema de Bayes, Regla de la probabilidad total y los axiomas de Kolmogorov.

Ejercicio 1: AXIOMAS DE KOLMOGOROV

Enuncia los 3 axiomas que definen matematicamente el concepto de probabilidad.

- P(A) $\geq$ 0 para cualquier suceso A.
- P(E) = 1, donde E representa el espacio muestral.
- Si los sucesos A_1, A_2, A_3... son mutuamente excluyentes, entonces P(A_1UA_2UA_3U...) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + ...

Ejercicio 2: calculo de probabilidad

Maquina A : P(A)=0.30 Defectos de A P(D/A)=0.02; (probabilidad de clavos defectuosos hechos por A).
Maquina B: P(B)=0.70 Defectos de B P(D/B)=0.03; (probabilidad de clavos defectuosos hechos por B).
Vamos a calcular cual es la probabilidad de que un clavo defectuoso provenga de la maquina B, es decir P(B/D).

- Para ello usamos el teorema de Bayes:

$$P(B/D) = \frac{P(D/B) * P(B)}{P(D)}$$

- Nos falta P(D) que se calcula como

$$P(D) = P(A) * P(D/A) + P(B) * PD/(B) = 0.30 * 0.02 + 0.70 * 0.03 P(D) = 0.027$$

- Volviendo al teorema de Bayes:

$$P(B/D) = \frac{0.03 * 0.7}{0.027}$$

P(B/D)= 0.7778

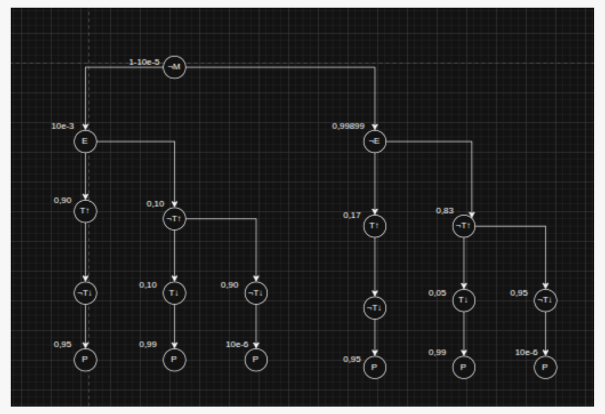
- La probabilidad de que un clavo defectuoso provega de la maquina B es del 77.78
- Por complemento, la probabilidad de que un clavo defectuoso provenga de la maquina A es del 22.22

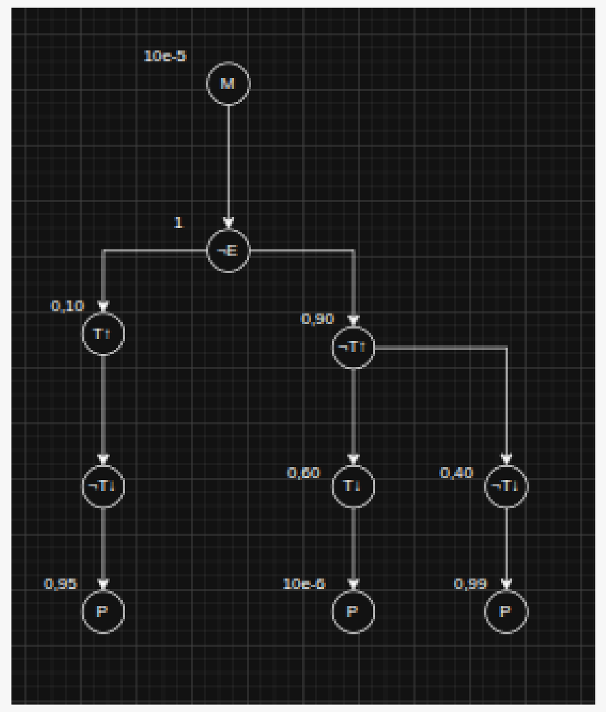
Ejercicio 3

El objetivo es poder calcular la probabilidad de que el motor tenga una averia mecanica si se enciende el piloto. Y la probabilidad de que el motor tenga una avería mecánica si se enciende el piloto y la temperatura es elevada.
Para ello realizamos varios diagramas Bayerianos. Para la primer consigna realizamos 2 arboles:

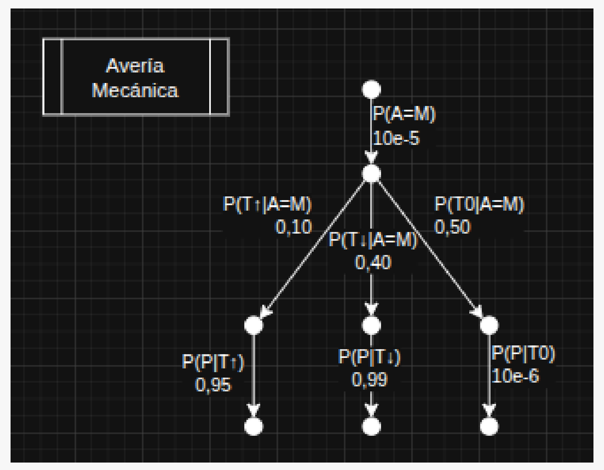
Uno considerando que tenemos falla Mecanica M.

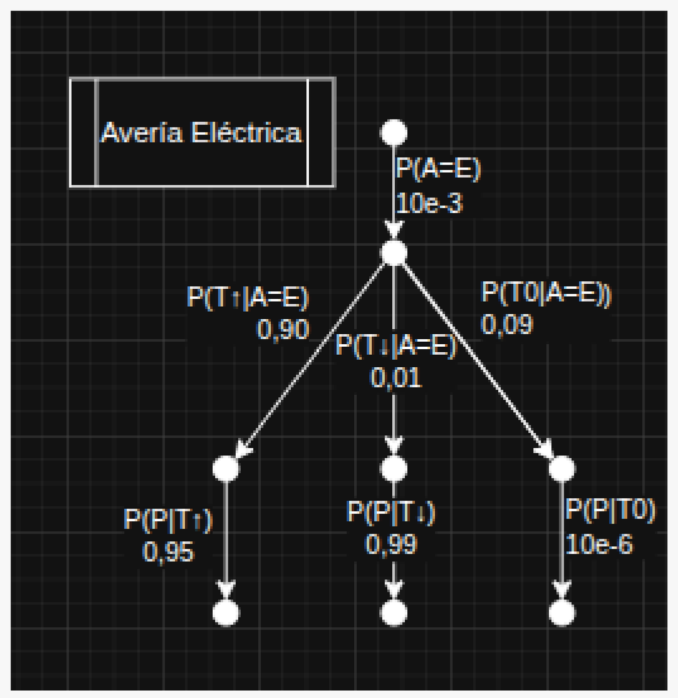
Otro considerando que NO tenemos falla Mecanica -M.

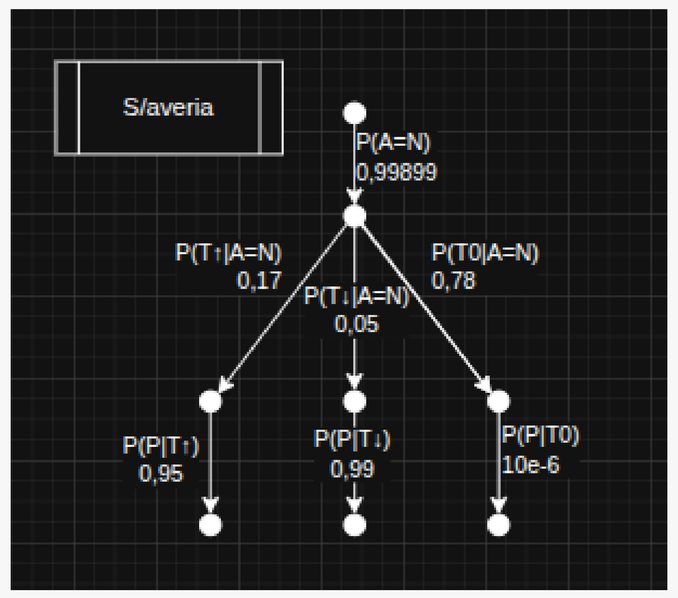




Tambien adjuntamos otra forma de resolucion en la que usamos teoremas básicos de estadística técnica, planteamos los árboles de enumeración parciales partiendo de cada avería como causa raíz para complementar el cálculo.

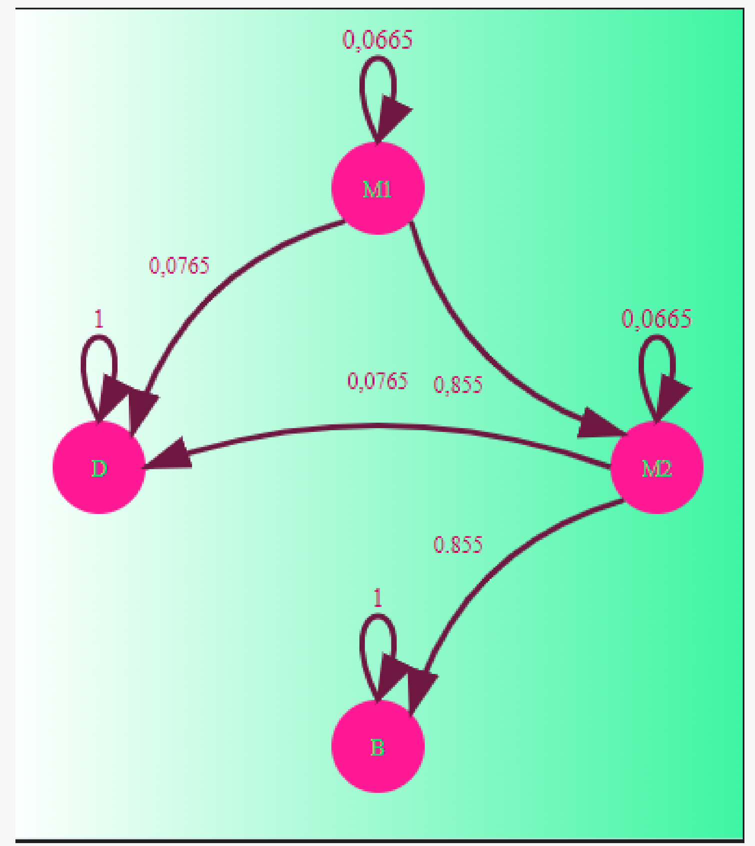






Ejercicio 4

Cadena de Markov representativa:



M1:transitorio; M2: transitorio,D: absorbente y recurrente;B: absorbente y recurrente.

4.3 La probabilidad de que el producto sea descartado luego de haber salido de la máquina se calcula como sigue:

- 1. La pieza tiene 0.05 de P de ser descartada luego de haber salido de la máquina y sin ser inspeccionada, entonces, P de que la pieza sea inspeccionada es 1-0.05=0.95.
- 2. De las piezas que llegan a inspección, el 0.03 es descartado luego de ser inspeccionado, por lo que la P de descarte luego de inspección es 0.95*0.03=0.0285.
- 3. La P de que una pieza sea descartada luego de salir de M1 es finalmente 0.05+0.0285= 0.0785.

4.4 La probabilidad de que una pieza sea aprobada se calcula como: P(ap)=0,95x0,90=0,855. P de que la pieza vuelva a la maquina: P(vu) = 0,95x0,07 = 0,0665. P de ser aprobada se calcula como una serie de intentos: aprobar a la primera: 0,855 aprobar a la segunda: 0,855 x 0,0665 aprobar a la tercera: 0,855 x $(0.0665)^2$ esto forma una serie geometrica que converge a P(ap M2)=0,855/(1-0,0665). Asi la P de que una pieza sea aprobada en M2 es 91,6

4.5 en M1, el procesado tarda 20 min. Solo si hay inspeccion (P 0,95), se adicionan 5 min. Asi, tiempo medio de visita M1 es 20+0,95x5=24,75 min. en M2 es 30+0,95x7=36,65 min. Para calcular el tiempo esperado si la pieza esta en M2, tenemos que considerar el caso que la pieza fuera devuelta, en cuyo caso volvemos a empezar en M2 y hay otra espera igual. T2= 30 + 0,95 x (7 + 0,07x T2) de donde al despejar T2 resulta T2=39,26 min. Asi, si arrancamos en M2,en promedio el tiempo que se toma es de 39,26 min. Para calcular el tiempo si arrancamos en M1, con P= 0,07 la pieza es devuelta, asique sumamos T1 : con P 0,03 o 0,05 la pieza es desechada y termina el proceso. con P 0,9 pasamos a M2, sumamos T2 asi, T1= 20 + 0,95 x (5+0,07 x T1 + 0,9 x T2) Despejando y sustituyendo T2, obtenemos el tiempo de espera si la pieza inicia en M1, el cual es 62,47 min. Asi, tiempo medio en M1: 24,75min; M2: 36,65min. tiempo esperado si inicia en M2: 39,26 min. tiempo esperado si inicia en M1: 62,47min.