Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

Matemática Computacional

Projeto 1 - LEAer, LECivil

Data de Entrega - 17/12/2023

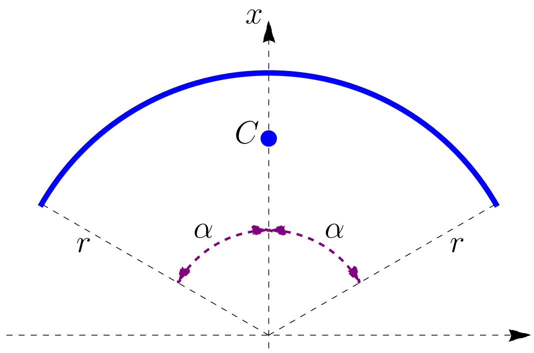

Figura 1: Centróide de um arco de circunferência.

***

Notas prévias: O relatório deve ser o mais breve possível e não ultrapassar as 10 páginas. Os programas e algoritmos utilizados deverão ser implementados em *Matlab* ou *Octave* e ser entregues juntamente com o relatório. Em particular, para além das rotinas computacionais desenvolvidas, deve ser entregue também um ficheiro script *Matlab* ou *Octave* que permita replicar todos os resultados computacionais apresentados no relatório. Deverão submeter um ficheiro único em formato comprimido (ZIP) contendo o ficheiro PDF do relatório bem como todos os ficheiros computacionais.

***

Na figura 1 está representado um arco de circunferência que corresponde a um corte transversal a uma estrutura metálica que pode ser uma peça de revestimento de uma coluna cilíndrica.

O ponto C representa o centróide do arco de circunferência e a sua coordenada $\overline{x}$ é dada pela expressão

$$\overline{x} = \frac{r\,\mathrm{sen}(\alpha)}{\alpha} \tag{1}$$

em que $\alpha > 0$ é o ângulo de abertura e $r > 0$ é o raio do arco, ambos representados na figura.

Pretende-se determinar o ângulo α sabendo que $\overline{x} = K\,r$, em que $K > 0$.

1. O método da secante para a resolução de uma equação não linear $f(x) = 0$ é uma variante do método de Newton que não usa a derivada da função f. Dados dois pontos iniciais x_0 e x_1, as iteradas são definidas pela expressão

   $$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \tag{2}$$

   para $k = 1, 2, 3, ...$

   As condições de aplicação do método da secante são as do método de Newton.

   Programe uma função *Matlab* ou *Octave* que implemente o método da secante para resolver a equação (1). Os dados de entrada devem ser a função f adequada, os extremos do intervalo em que a solução existe, o parâmetro K, as duas iteradas iniciais, o número máximo de iterações e um parâmetro ϵ que define o critério de paragem logo que, para duas iterações consecutivas x_k e x_{k+1}, se tenha

$$|x_{k+1} - x_k| < \epsilon.$$

O resultado da rotina deve ser um vetor contendo todas as iterações $[x_0\ x_1\ x_2\ ...\ x_n]$, sendo x_n a aproximação para a raíz α da equação (1).

2. Determine os valores do parâmetro K para os quais a equação (1) tem solução $\alpha \neq 0$.

3. Para cada valor de K determine o número de soluções da equação (1) e confirme através de um gráfico.

4. Para $K = \dfrac{2}{\pi}$, determine um intervalo de comprimento não superior a 1 onde se encontra a solução não nula da equação (1).

5. Determine um valor aproximado da solução da alínea anterior com erro inferior a 10^{-6}, usando o método da secante com iteradas iniciais $x_0 = 1.2$ e $x_1 = 1.4$. Identifique o arco de circunferência correspondente.

6. Com base nas iterações do método da secante para o caso em que $K = \dfrac{2}{\pi}$ e com iteradas iniciais $x_0 = 1.2$ e $x_1 = 1.4$, estime a ordem de convergência e o coeficiente assintótico de convergência. Na prática, deverá testar para que valor de $p \in \{1, 2, \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\}$ o quociente

$$\frac{|\alpha - x_{n+1}|}{|\alpha - x_n|^p}$$

parece estar a convergir para uma constante positiva.