

Trabajo Práctico Especial

Detección automática del complejo QRS en Tiempo Real

[66.74 / 86.05] Señales y Sistemas
Curso Azcueta
Segundo cuatrimestre de 2019

Fecha de entrega: 2/12/2019

Alumno:	GIORDANO, Franco
Número de padrón:	100608
Email:	francogior98@gmail.com

Índice

1. Resumen	2
2. Objetivos	2
3. Desarrollo	3
3.1. Análisis de la señal	3
3.1.1. Ejercicio 1	3
3.1.2. Ejercicio 2	4
3.1.3. Ejercicio 3	5
3.1.4. Ejercicio 4	8
3.2. Preprocesamiento de la señal	10
3.2.1. Ejercicio 5	10
3.2.2. Ejercicio 6	13
3.2.3. Ejercicio 7	16
3.2.4. Ejercicio 8	17
3.2.5. Ejercicio 9	20
3.2.6. Ejercicio 10	22
3.3. Detección automática de latidos	24
3.3.1. Ejercicio 12	24
3.3.2. Ejercicio 13	24
3.3.3. Ejercicio 14	25
4. Conclusiones	27

1. Resumen

El electrocardiograma es una representación grafica de la actividad electrica del corazon que ofrece información acerca del estado del músculo cardiaco. Esta representacion consiste en una linea de base sobre la cual se observan deflexiones y ondas.

El presente trabajo toma una de estas señales y aplica multiples conceptos y algoritmos vistos en el curso con la finalidad de analizar, en tiempo real, la localizacion del ciclo QRS: coloquialmente, los latidos de un paciente.

Antes de aplicar dichos algoritmos, se trabajara con la señal para lograr un resultado optimo:

1. Analisis de la señal: Previo al desarrollo se propone una seccion de analisis donde se observan las características en tiempo y frecuencia de la señal, a fin de familiarizarnos con las características de la misma, incluyendo sus ruidos e imperfecciones.
2. Preprocesamiento de la señal: Para maximizar la eficiencia del algoritmo final se procesara la señal mediante distintos filtros y metodos en cascada, detallando en cada etapa su efecto en tiempo y frecuencia. Ademas, cada etapa sera caracterizada mediante los metodos vistos en el curso (respuesta en frecuencia y al impulso, diagrama de polos y ceros, etc.)
3. Deteccion automatica de latidos: Se aplicara el algoritmo a la salida de la seccion anterior, obteniendo asi las ubicaciones de los ciclos QRS. Se medira la eficiencia de esta seccion con la ayuda de ubicaciones ya conocidas, pudiendo asi cuantificar los falsos positivos y falsos negativos que surjan.

Los resultados serán analizados por el algoritmo *Gold Standard* y se analizara la eficiencia del procedimiento propuesto. Finalmente, se experimentara con el agregado de ruido y remuestreo de la señal, para observar su efecto en dicha eficiencia.

2. Objetivos

Con este informe se busca analizar la señal de un electrocardiograma aplicando tecnicas vistas en el curso para analisis de señales. En este caso en particular seran señales discretas (digitales) por lo que se aplicaran las tecnicas correspondientes, en particular el uso de la Discrete Fourier Transform (DFT) en conjunto con la transformada Z. Como objetivo final, se buscara detectar automaticamente los ciclos QRS de la señal aplicando algoritmos apropiados.

Para ello se utilizarán las técnicas y herramientas de análisis que se estudiaron previamente en el desarrollo de la cursada. Estas herramientas serán:

1. Espectro de corto tiempo de una señal. Análisis conjunto de elementos de tiempo y frecuencia.
2. Diseño de filtros digitales. Especificaciones derivadas de la aplicación.

3. Desarrollo

3.1. Análisis de la señal

3.1.1. Ejercicio 1

Ubicar en forma manual los complejos QRS, determinando los segmentos que componen la onda.

Tomando un ciclo característico, por ejemplo entre las muestras 280 y 430 se encuentran los puntos particulares:

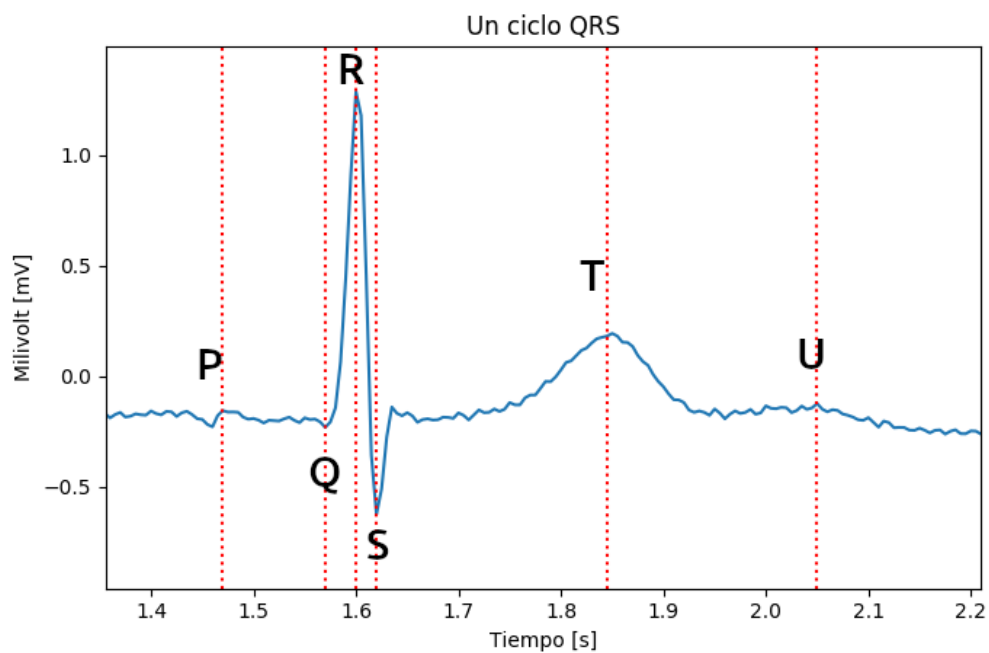


Figura 1: Un ciclo característico en un electrocardiograma

La distinción entre cada segmento resulta bastante clara, salvo por la onda U que presenta una duración mas larga de la esperada.

3.1.2. Ejercicio 2

Muestre las características en frecuencia del complejo QRS.

Primero se toma un complejo, como el mostrado a continuacion:

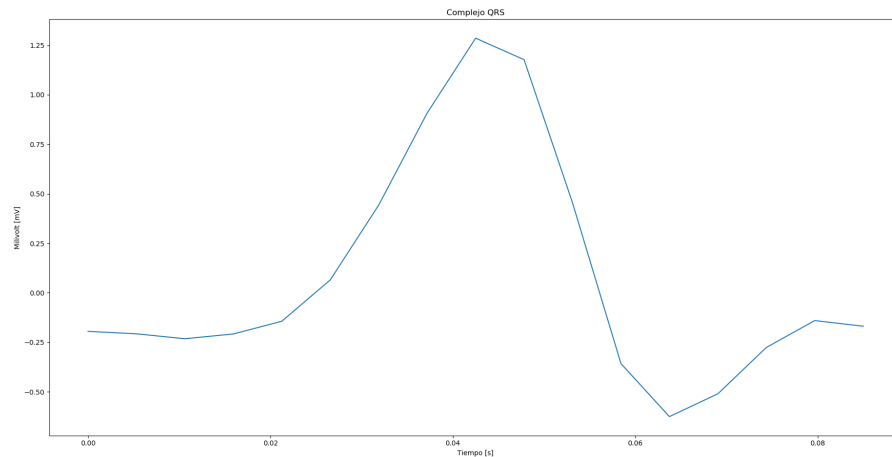


Figura 2: Un ciclo QRS

Y se le realiza la DFT de 2048 puntos (para lograr una buena resolución), obteniendo el siguiente gráfico:

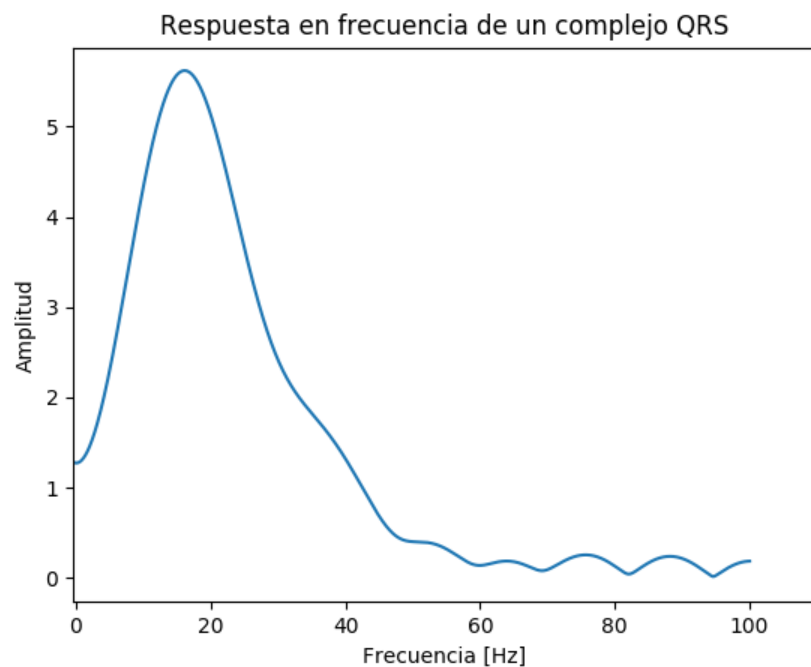


Figura 3: Respuesta en frecuencia de un complejo

Claramente se notan importantes picos en $\Omega_{QRS} \approx 0,5$, lo cual resulta esperado ya que si observamos cuantitativamente el gráfico de un ciclo QRS observamos que el mismo dura aproximadamente 0.06 segundos. Este periodo nos da una frecuencia $f_{QRS} \approx 16Hz$. Volviendo al gráfico

de la respuesta en frecuencia, y sabiendo que la señal fue muestreada a 200 Hz, su 'equivalente' en continua resulta

$$f_{QRS} = \frac{\Omega_{QRS} \cdot 200}{2\pi} \approx 16Hz$$

Confirmando así que la respuesta resulta esperada.

3.1.3. Ejercicio 3

Realice un espectrograma de la señal de electrocardiograma que permita visualizar las características en frecuencia de la onda QRS. Implementar el espectrograma de modo de observar las características de frecuencia descritas en el punto anterior.

En un principio, para realizar un análisis representativo, se tomaron aproximadamente 4 ciclos continuos como entrada:

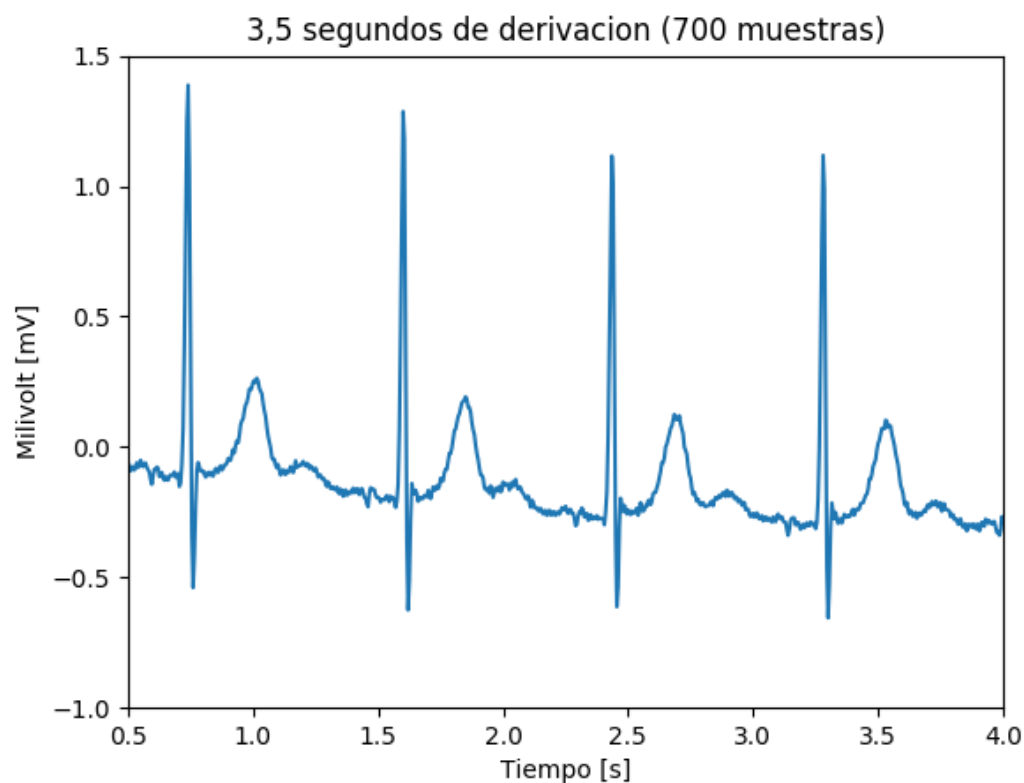
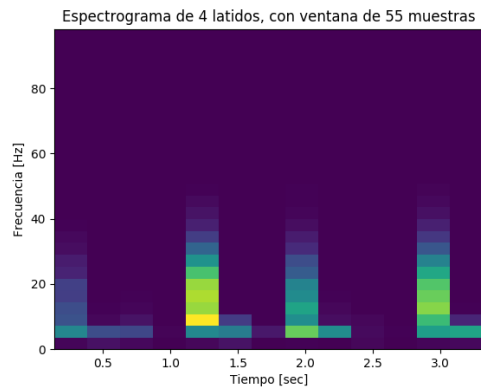
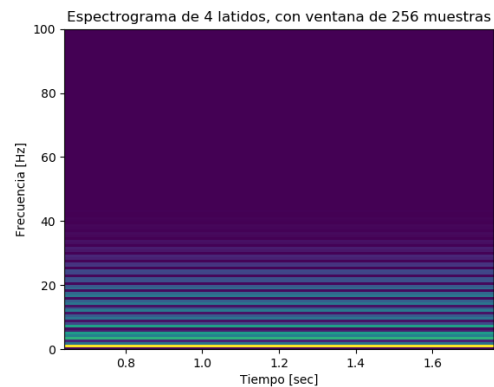


Figura 4: 4 latidos del paciente

Sabiendo esto, se optó por una ventana de Tukey de largos distintos. Probando con dos ventanas distintas, de 55 y 256 muestras:



(a) Ventana de 55 muestras



(b) Ventana de 256 muestras

Al ser una 55 muestras ventana tan pequeña obtenemos buena resolución en tiempo (se denotan claramente los 4 latidos), pero pesima resolución en frecuencia.

Por otro lado, al utilizar 256 muestras, perdimos la resolución en tiempo pero confirmamos un dato importante: observamos una frecuencia destacada en aproximadamente 1 Hz, lo cual corresponde a los latidos por minuto del paciente! Realizando una ampliacion del grafico:

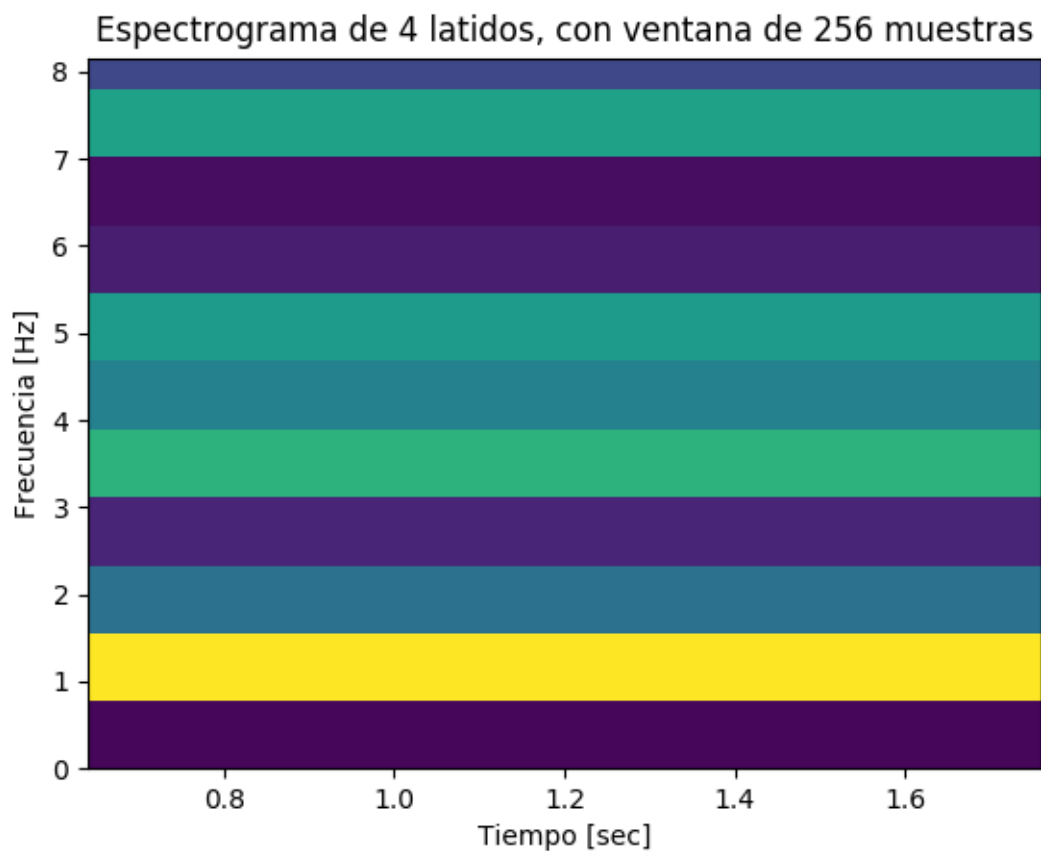


Figura 6: Ampliación del espectrograma anterior.

Viendo la figura 4, observamos que el paciente tendra aproximadamente 4 latidos cada 3.5 segundos, lo cual corresponde a $\approx 68,6 \text{ BPM}$. Sabiendo esto, es logico encontrar la frecuencia $f_{\text{latidos}} = \frac{69 \text{ BPM}}{60 \text{ s}} \approx 1,15 \text{ Hz}$ como la principal.

Finalmente, se utiliza la derivacion completa para el analisis del espectrograma. Siendo aproximadamente 360000 muestras, se opto por una ventana de 3000 muestras como un buen compromiso entre resolucion tiempo vs frecuencia.

El resultado fue el siguiente:

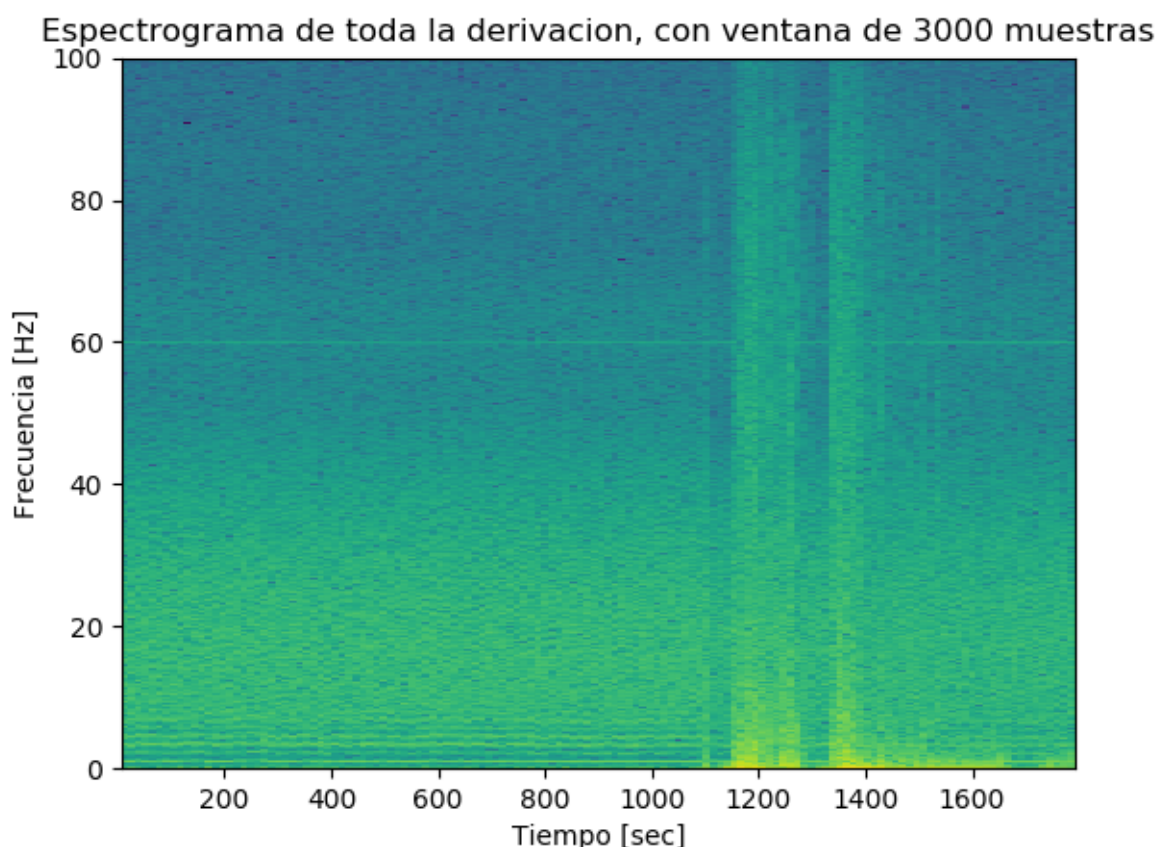


Figura 7: Espectrograma de toda la derivacion

Cabe destacar que para obtener un grafico representativo debio tomarse el logaritmo de la intensidad, ya que las diferencias a bajas escalas eran muy menores.

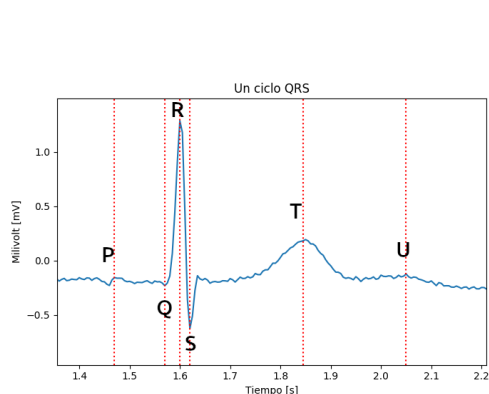
Se encuentran así los armónicos y la frecuencia fundamental cerca de 1Hz (latidos del paciente), representados por rectas horizontales a lo largo de toda la derivacion. Además, se notan distorsiones cerca de los 1200 segundos, los cuales corresponden a ruidos no estacionarios de la señal de entrada. Finalmente, se nota otra frecuencia importante a lo largo de toda la derivación: 60 Hz, de la cual se hablara en el siguiente ejercicio.

3.1.4. Ejercicio 4

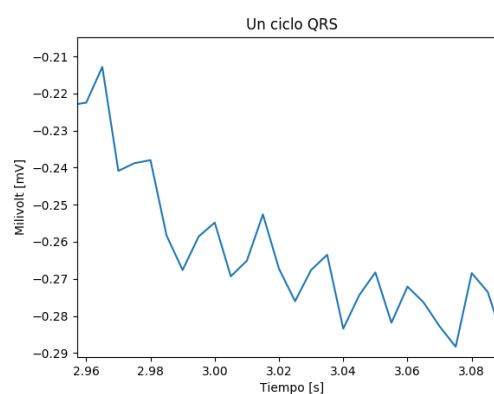
Determine qué tipo de ruidos están presentes en la señal de ECG. En primer lugar describa los ruidos estacionarios que encuentra, utilizando tanto gráficos en tiempo como en frecuencia. Luego determine qué porciones de señal de ECG tienen sumados ruidos no estacionarios. Explique las posibles fuentes de cada ruido.

El principal ruido estacionario que se encuentra es lo observado en el anterior grafico: los 60 Hz. Se asume que esta frecuencia corresponde a la provista por la red electrica, como suministro de energia. Suponiendo que este estudio proviene de Estados Unidos, la recta de 60 Hz coincidiria con la frecuencia utilizada en este pais. Debido a interferencias, las mediciones vienen acopladas a la frecuencia de la red electrica, lo cual se manifiesta como una peculiar intensidad en 60 Hz.

Este ruido se manifiesta a lo largo de toda la derivacion y se observa, muy sutilmente, cuando se lo inspecciona con detenimiento. Recordando la figura de un ciclo QRS y observando una ampliacion:



(a) Un ciclo, ya presentado en el Ejercicio 1



(b) Ampliacion de los 'dientes de sierra' estacionarios

Si calculamos que en este periodo de 0.13311 segundos encontramos 8 picos, tenemos una frecuencia de, justamente, 60 Hz! Claramente estos 'dientes de sierra' son en realidad una senoidal de 60 Hz, pero que al ser muestreada a tiempo discreto perdio su curvatura tan característica.

En cuanto al ruido no estacionario encontramos uno muy evidente: cerca de los 1200 segundos (muestra 250000) la derivacion sufre un fuerte cambio. En tiempo se observa como:

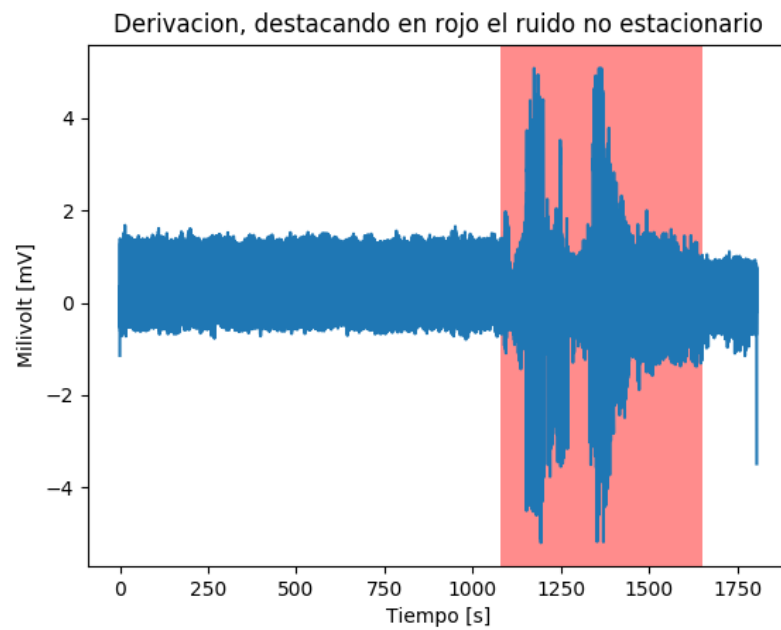


Figura 9: Toda la señal recibida, tiempo vs milivolt

La seccion destacada en rojo es la problematica, ya que al inspeccionar de cerca se encuentra que no sigue el ciclo QRS esperado:

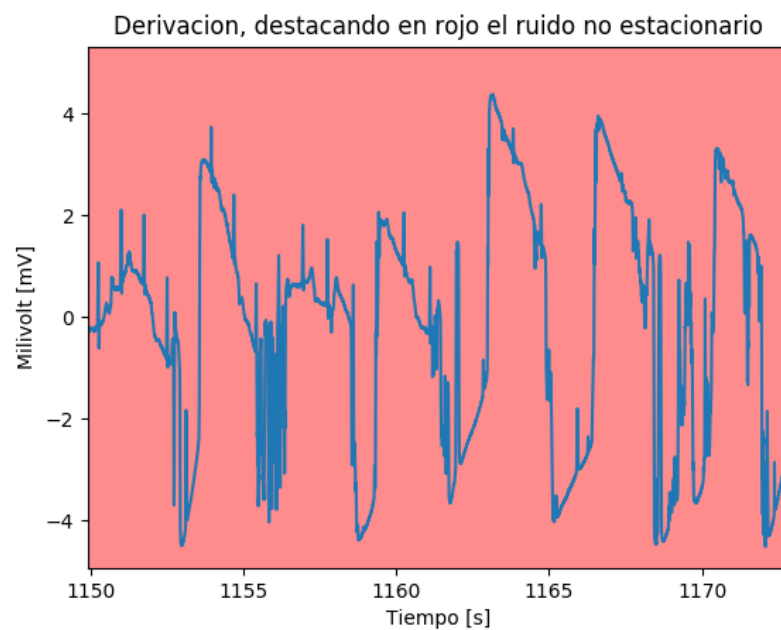


Figura 10: Ampliacion del ruido no estacionario.

Las causas de este ruido en particular podran ser varias: falla en el instrumental, desconexion del paciente, rotura del medidor, etc. por lo que no se puede determinar una única causa.

3.2. Preprocesamiento de la señal

3.2.1. Ejercicio 5

Obtenga en forma analítica y utilizando funciones de MATLAB el diagrama de polos y ceros, la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso del filtro $H_L(z)$. Calcule el retardo producido por el filtro. Analice causalidad, estabilidad y el efecto producido sobre la señal de ECG.

Observando la definición del filtro y expandiendo los cuadrados resulta:

$$H_L(z) = \frac{(1 - z^{-6})^2}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{1 - 2 \cdot z^{-6} + z^{-12}}{1 - 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}}$$

Esta nueva expresión nos será de utilidad para trabajar en Python con este filtro. Volviendo a la expresión original, los ceros serán cuando:

$$(1 - z^{-6})^2 = 0$$

$$1 = z^{-6}$$

Lo cual se cumple cuando la fase de Z resulte $\phi = \frac{-k \cdot \pi}{3}, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Es decir, habrá seis ceros dobles con módulo 1 y la fase ya detallada.

Para los polos el análisis es similar, encontrando un polo doble en $z = 1$ y otro en $z = 0$.

Realizando ahora el gráfico de polos y ceros con NumPy:

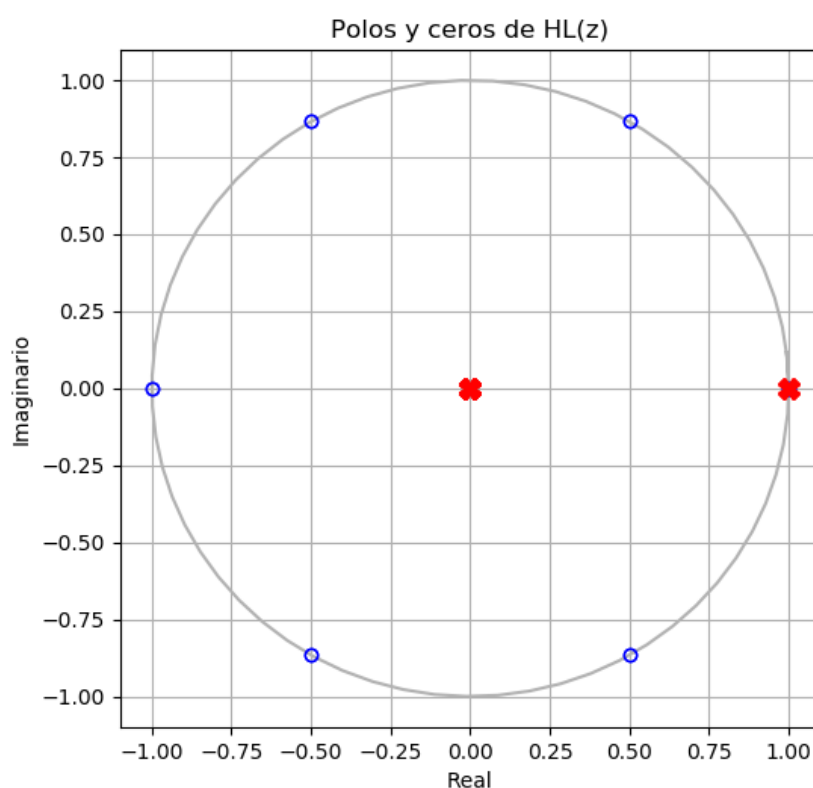


Figura 11: Ejes Real e Imaginario, círculos ceros y cruces polos.

Confirmamos así lo hallado analíticamente.

Observando ahora la respuesta en frecuencia del filtro, para fase y modulo:

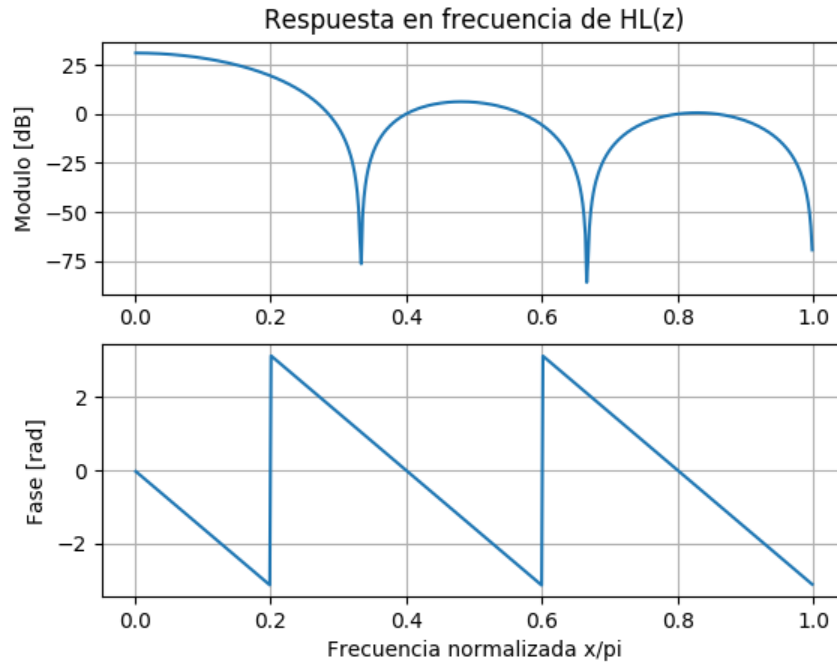


Figura 12: Diagrama de la respuesta en frecuencia de HL

Al ser una respuesta en fase lineal, el retardo producido por el filtro resultara ser la pendiente del grafico de fase. Siendo que cae de $+\pi$ a $-\pi$ de $0,2\pi$ a $0,6\pi$ ¹, el retardo resulta:

$$Retardo_{H_L(z)} : -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{2\pi}{(0,6 - 0,2) \cdot \pi} = 5$$

Así, deberá compensarse el retardo de 5 muestras para mantener los ciclos alineados con la entrada.

Viendo ahora la respuesta al impulso:

¹Recordar que el eje horizontal se encuentra π normalizado

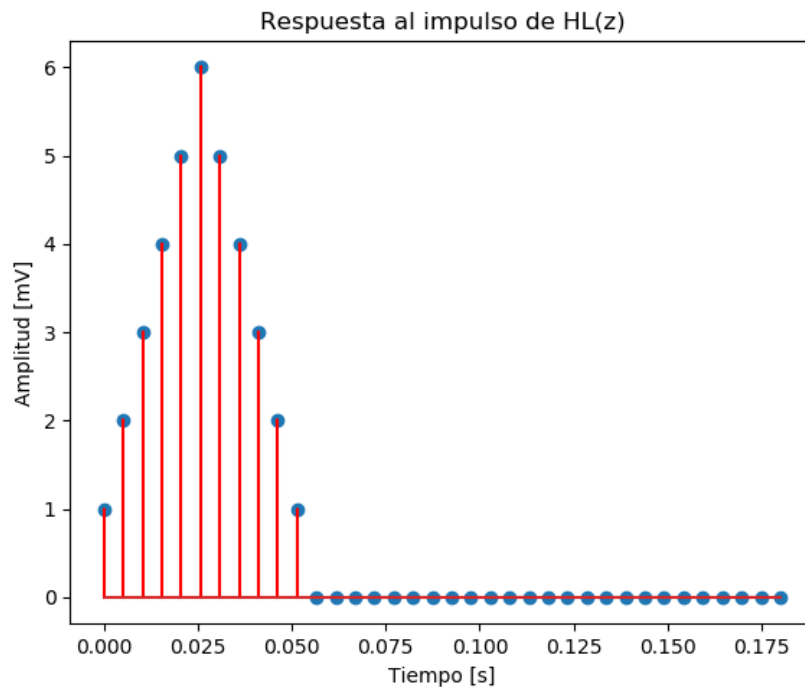


Figura 13: Respuesta al impulso unitario

Para concluir si es estable y causal recordamos las siguientes propiedades:

Un sistema LTI es causal si y solo si la ROC de su transferencia es la region exterior a un disco centrado en el origen, incluyendo el punto en el infinito.

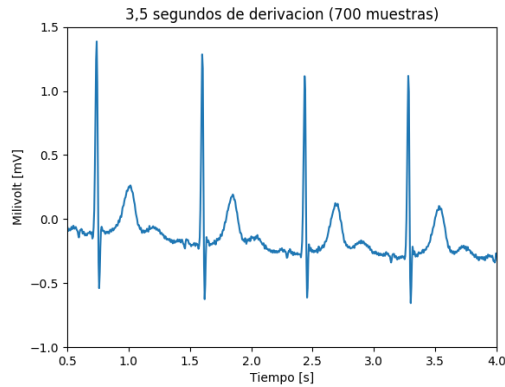
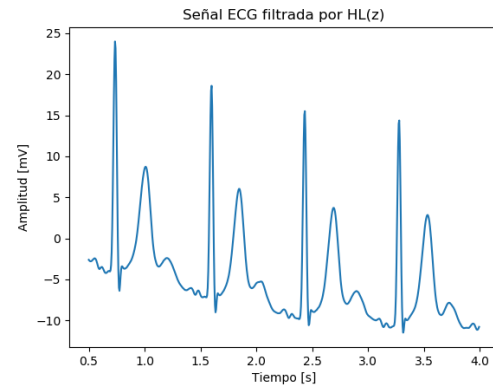
Prestando atencion a la documentacion de las librerias utilizadas, encontramos que asumen condiciones iniciales nulas, lo cual corresponde a la ROC mas exterior. Por lo tanto, estamos trabajando con la region exterior a un disco centrado en el origen, por lo que nuestro filtro es **causal**.

Un sistema causal con $H(z)$ racional es estable si y solo si su polo mas exterior se encuentra en el interior del circulo $|z| = 1$

Esto ocurre ya que el unico polo exterior que encontramos es en $z=1$, el cual se cancela con el cero doble alli. Por lo tanto, el sistema es **estable**.

De todas formas, con observar que la respuesta al impulso es FIR ya es suficiente para concluir que el sistema es estable.

Se filtra ahora toda la derivacion del ECG mediante $H_L(z)$, y se grafican un par de muestras para observar su efecto.

(a) Parte de la entrada de $H_L(z)$ (b) Parte de la salida de $H_L(z)$, corrigiendo el retardo de 5 muestras.

3.2.2. Ejercicio 6

Obtenga en forma analítica y utilizando funciones de MATLAB el diagrama de polos y ceros, la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso del filtro $H_H(z)$. Calcule el retardo producido por el filtro. Analice causalidad, estabilidad y el efecto producido sobre la señal de salida de la etapa anterior. Obtenga además la ecuación en diferencias que caracteriza al filtro.

El segundo filtro se encuentra definido como:

$$H_H(z) = \frac{-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}}{1 - z^{-1}}$$

Realizando el diagrama de polos y ceros, resulta:

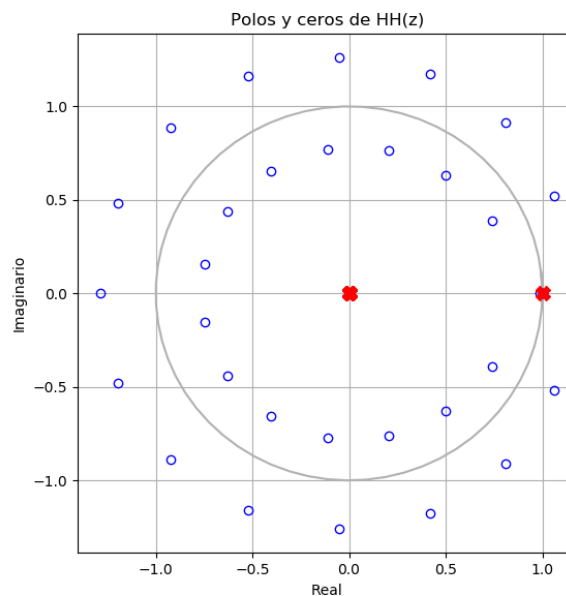


Figura 15: Polos y ceros, Real vs Imaginario

Viendo ahora la respuesta en frecuencia:

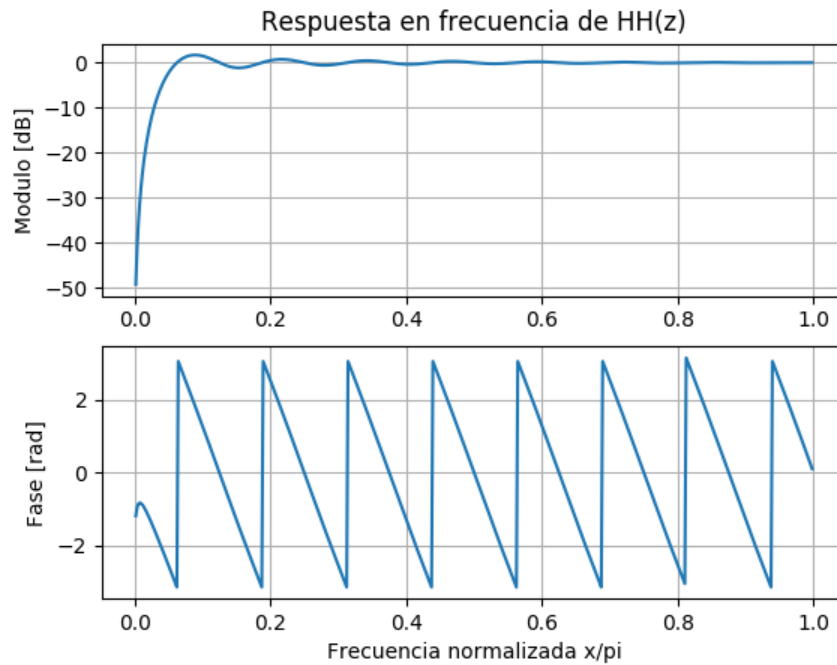


Figura 16: Respuesta en frecuencia de HH

Recordando que la pendiente sera el retardo que aplica el filtro, tenemos que cae 2π en un periodo de $0,1878\pi$ a $0,31223\pi$, por lo tanto:

$$\text{Retardo}_{H_H(z)} : -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{2\pi}{(0,31223 - 0,1878) \cdot \pi} \approx 16,07$$

Asi, tendremos un retardo de 16 muestras que deberemos corregir.
Viendo la respuesta al impulso:

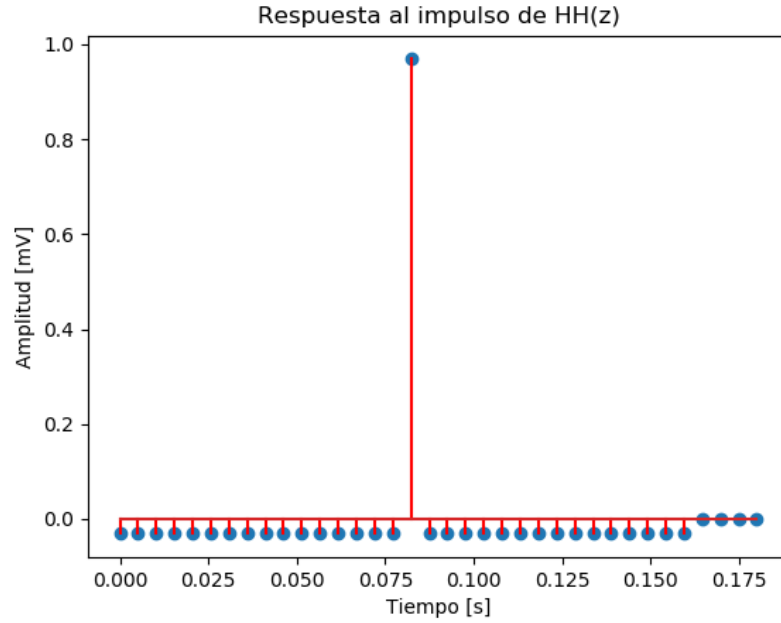
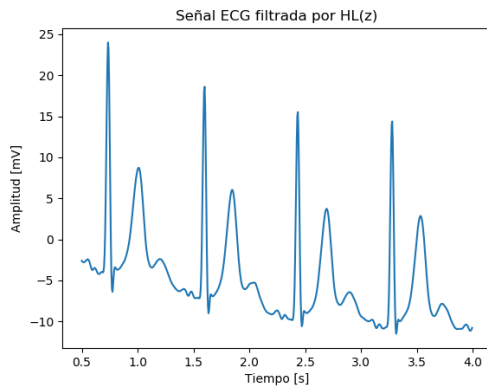
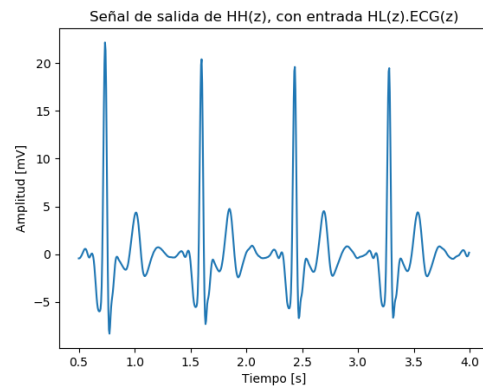


Figura 17: Respuesta al impulso unitario

Notar que las muestras de 0 a 31 no valen cero sino que valen $-\frac{1}{32}$, salvo por la muestra 15 que vale 1.

Nuevamente, siguiendo el mismo razonamiento que con el filtro anterior, $H_H(z)$ será **causal** y **estable**.

La salida del filtro anterior la pasamos por $H_H(z)$. Para observar el efecto producido observamos 4 latidos en particular:

(a) Parte de la entrada de $H_H(z)$ (b) Parte de la salida de $H_H(z)$, corrigiendo el retardo de 16 muestras.

Vemos que quita las componentes de continua, mientras que destaca los ciclos QRS por encima de la onda T.

Para la ecuación en diferencias bastara despejar de la ecuación original:

$$H_H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}}{1 - z^{-1}}$$

$$Y(z) \cdot (1 - z^{-1}) = X(z) \cdot \left(-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}\right)$$

Aplicando ahora propiedades de la transformada Z, obtenemos que en tiempo resulta:

$$y[n] - y[n-1] = -\frac{1}{32}x[n] + x[n-16] - x[n-17] + \frac{x[n-32]}{32}$$

Obteniendo así la ecuación en diferencias pedida.

3.2.3. Ejercicio 7

Obtenga versiones FIR de los filtros $H_L(z)$ y $H_H(z)$. Discuta ventajas y desventajas de ambas implementaciones.

Un filtro FIR se caracteriza por presentar una respuesta al impulso con un número de términos finitos no nulos. Observando las respuestas halladas en los ejercicios anteriores, intuimos que existieran versiones FIR para ellos.

Para hallarlas, recurrimos a las expresiones originales y las definimos como el producto de sus polos y ceros:

$$H_L(z) = \frac{(1 - z^{-6})^2}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{(z+1)^2(z-1)^2(z - e^{j\frac{\pi}{3}})^2 \dots}{(z-1)^2} = (z+1)^2(z - e^{j\frac{\pi}{3}})^2 \dots$$

Expandiendo los cuadrados y los productos, obtenemos finalmente la versión FIR:

$$H_L(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3} + 5z^{-4} + 6z^{-5} + 5z^{-6} + 4z^{-7} + 3z^{-8} + 2z^{-9} + z^{-10}$$

Realizando el mismo procedimiento para H_H :

$$H_H(z) = \frac{-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{32}z^{-15} + \sum_{n=0, n \neq 15}^{31} -\frac{1}{32}z^{-n}$$

Las ventajas de una implementación IIR se basan en que es muy rápido computacionalmente, pudiendo lograr una mejor 'sharpness' en amplitud con un orden mucho más pequeño. Por otro lado, un filtro FIR tiene la ventaja de ser siempre estable y ofrecer un retardo constante, a costo de un tiempo mayor de cómputo.

3.2.4. Ejercicio 8

Obtenga un sistema de tiempo discreto LTI y causal $H_d(z)$ que permita aproximar la derivada de la señal de ECG. Justifique para que frecuencias es válida dicha aproximación basándose en la respuesta en frecuencia del sistema obtenido. Calcule el retardo producido por el filtro y obtenga la derivada de la señal de salida de la etapa anterior.

Buscamos ahora un sistema que se encargue de derivar la señal de entrada de forma discreta. Tomando el mejor paso posible ($h=1$), el sistema resultaría:

$$y(n) = \frac{1}{8} \cdot (-x(n-2) - 2x(n-1) + 2x(n+1) + x(n+2))$$

Claramente este sistema resulta no causal ya que presenta respuesta al impulso no nula para tiempos negativos, por lo que se le aplica un retardo de 2 muestras:

$$y(n) = \frac{1}{8} \cdot (-x(n-4) - 2x(n-3) + 2x(n-1) + x(n))$$

Buscando la respuesta al impulso y realizando su transformada Z, el filtro resulta:

$$H_d(z) = \frac{1 + 2 \cdot z^{-1} - 2 \cdot z^{-3} - z^{-4}}{8}$$

Observando ahora su respuesta en frecuencia:

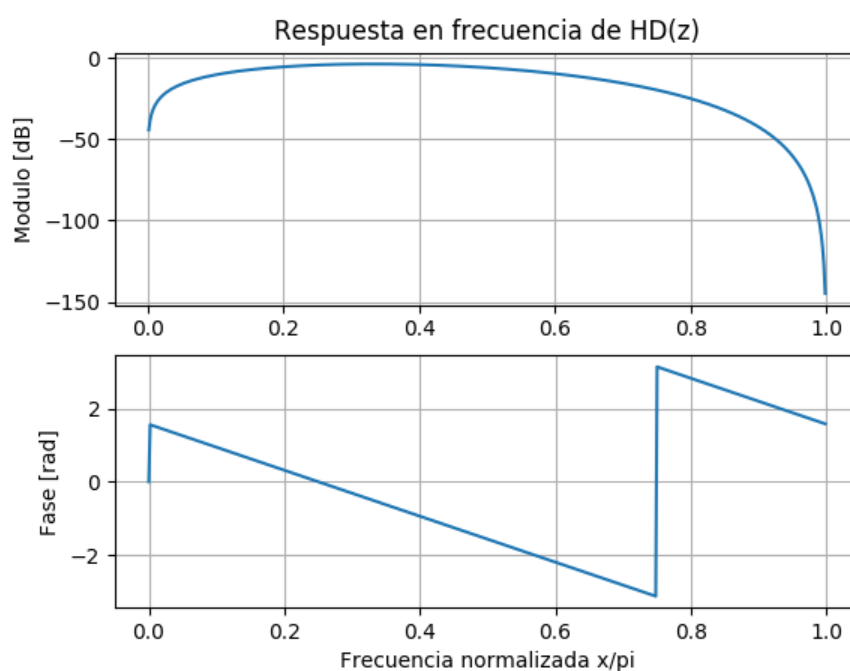


Figura 19: Respuesta en frecuencia de HD

Con la pendiente de la fase confirmamos que tenemos un retardo de 2 muestras que luego deberemos corregir.

Para encontrar el rango de frecuencias donde es válida la aproximación discreta deberemos graficar la respuesta en modulo de la misma vs. la de un derivador ideal.

Recordando que la transferencia de un derivador ideal sera:

$$H_{ideal}(\omega) = j\omega$$

Encontramos:

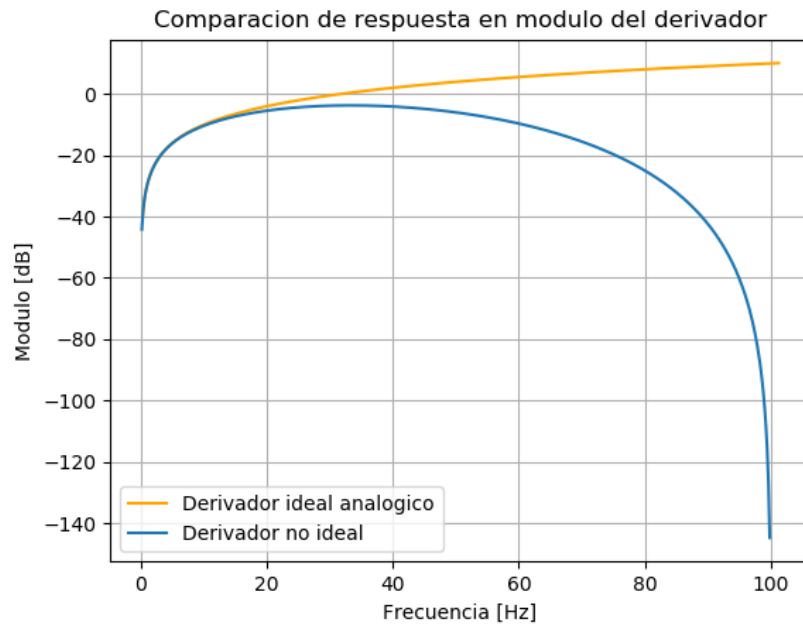


Figura 20: Respuesta en frecuencia de HD vs derivador ideal

Vemos que ambos filtros comienzan a diferir a partir de cierta frecuencia. Tomando un error mayor a 3 db como excesivo y ampliando ahora el grafico:

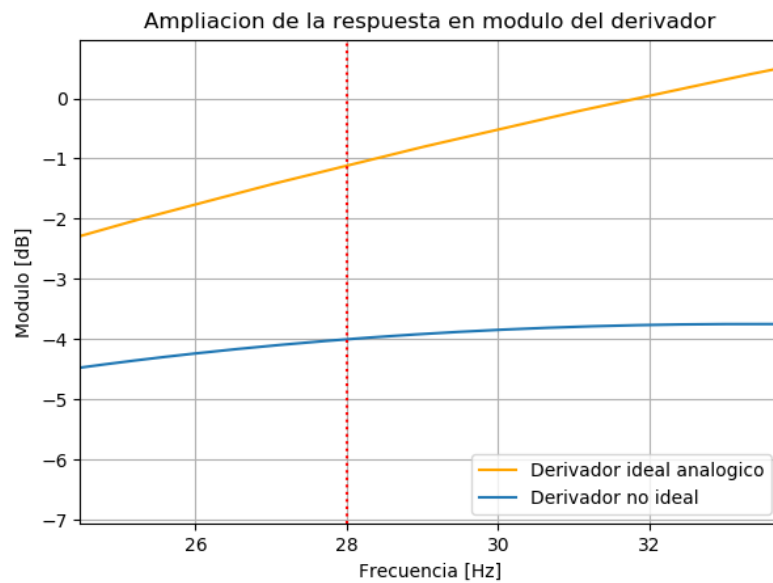
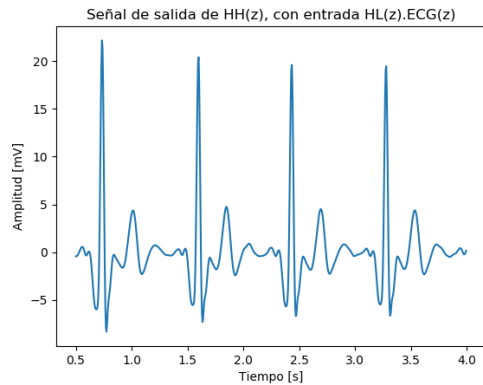


Figura 21: Ampliacion de rta en frecuencia de HD vs derivador ideal

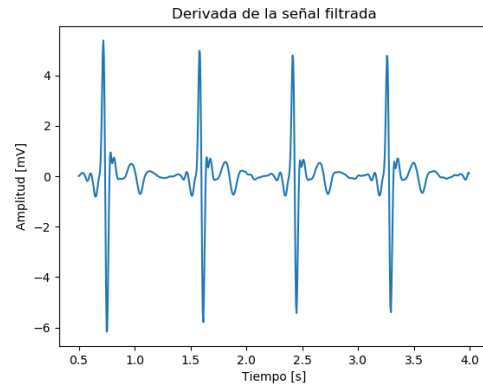
Observamos que a partir de los 28-29 Hz nuestro derivador discreto dejara de ser valido.

Recordando los espectros del electrocardiograma de ejercicios anteriores² encontramos que este rango de frecuencias es valido para nuestra aplicacion. Esto ocurre ya que de dichos espectros observamos frecuencias caracteristicas que no superan los 20 Hz.

Tomando la salida del filtro anterior, observamos ahora el efecto del derivador discreto:



(a) Parte de la entrada de $H_d(z)$



(b) Parte de la salida de $H_d(z)$, corrigiendo el retardo de 2 muestras.

El efecto es claro: al tomar la derivada se destacan los cambios abruptos, por lo que los ciclos QRS ganan mayor importancia.

²Ver figuras 3 , 6 y 7

3.2.5. Ejercicio 9

Obtenga el cuadrado de la señal de salida de la etapa de diferenciación y muestre el efecto producido en tiempo y en frecuencia.

El sistema es muy simple y no produce ningún tipo de retardo, observamos su efecto en tiempo:

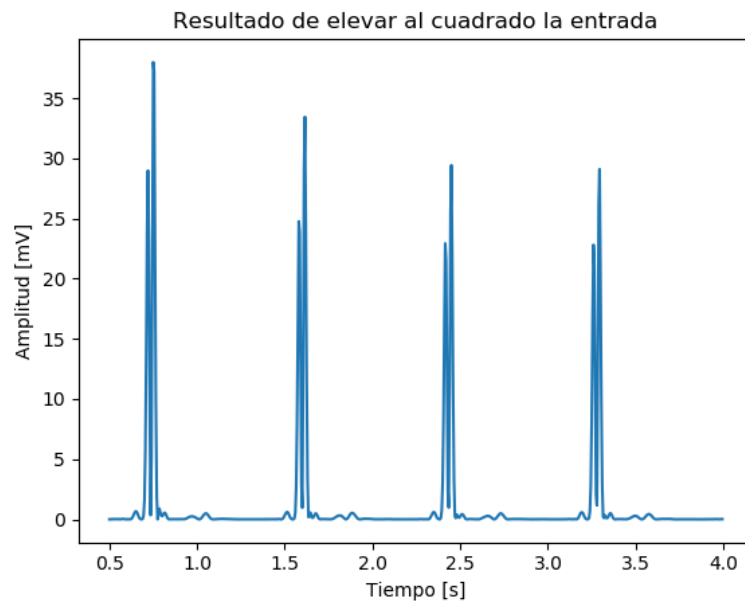


Figura 23: Parte de la salida de elevar al cuadrado.

En frecuencia su respuesta (DFT) resulta:

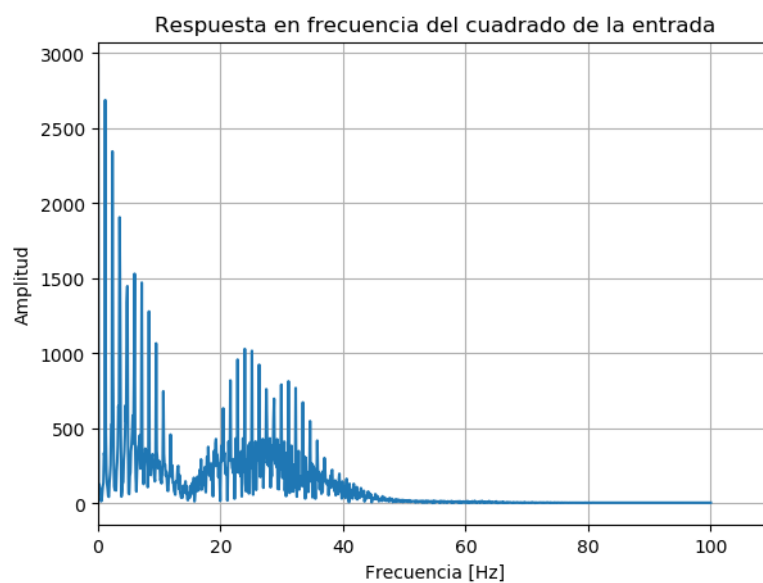


Figura 24: Respuesta en frecuencia.

Comparamos este resultado con la respuesta en frecuencia de la entrada:

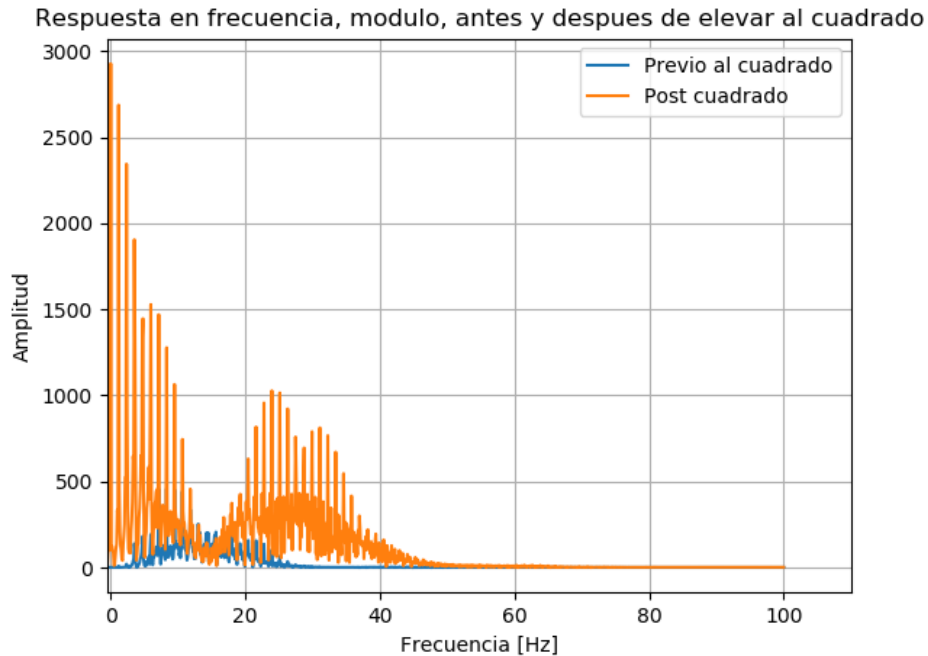


Figura 25: Respuesta en frecuencia entrada vs salida.

Notar que la salida tan distinta se puede interpretar como que el producto en tiempo es una convolucion en frecuencia. Este es un resultado esperado ya que como en tiempo estamos destacando los ciclos QRS, es logico pensar que en frecuencia se destaquen las ondas correspondientes, siendo estas las cercanas a 5-10 Hz. El curioso incremento en 30 Hz se debe a que, si bien antes un ciclo QRS rondaba los 16 Hz, ahora duplico su frecuencia ya que las ondas Q y R poseen el mismo signo.

3.2.6. Ejercicio 10

Obtenga la respuesta en frecuencia del sistema integrador y analice el retardo generado por el mismo. Ajuste el valor de N de modo tal de lograr resaltar la posición temporal de los complejos QRS. Recuerde que valores pequeños de N resultan en una gran cantidad de máximos pero valores demasiado grandes pueden producir la fusión del complejo QRS con el resto de las ondas existentes en el periodo.

Definimos el integrador como:

$$y(n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]$$

Por lo que la respuesta al impulso sera:

$$h(n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \delta[n-k]$$

Por lo que la transferencia sera:

$$H_I(n) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{N-1}}{N}$$

Para pensar el valor de N observamos una ampliacion de la entrada, en particular un ciclo QRS:

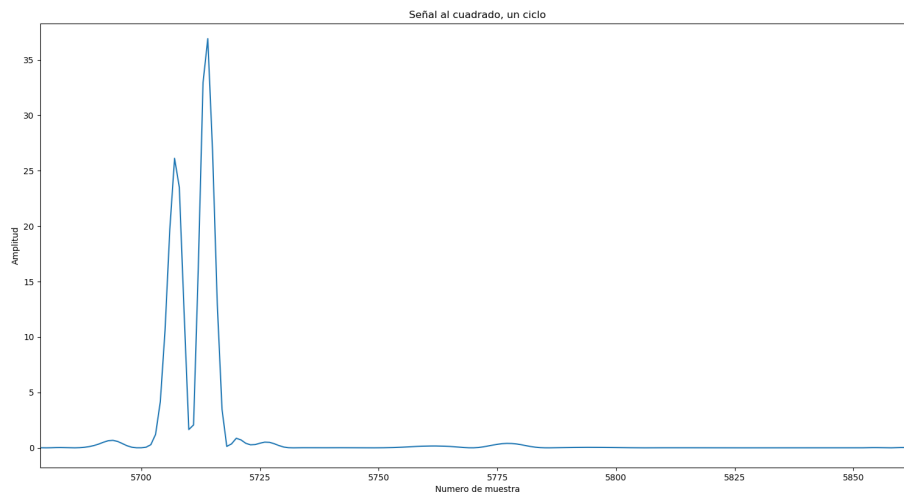


Figura 26: Ampliacion de un ciclo caracteristico, numero de muestra vs amplitud

Observamos que los picos QRS no duran mas de 20 muestras, por lo que, como buscamos hacer un promedio, elegiremos este valor como el N a trabajar.

Sera logico pensar que el filtro retrasara N/2 muestras ya que no es mas que un promedio, ajustado para que sea causal.

Realizando ahora su respuesta en frecuencia, con N=20:

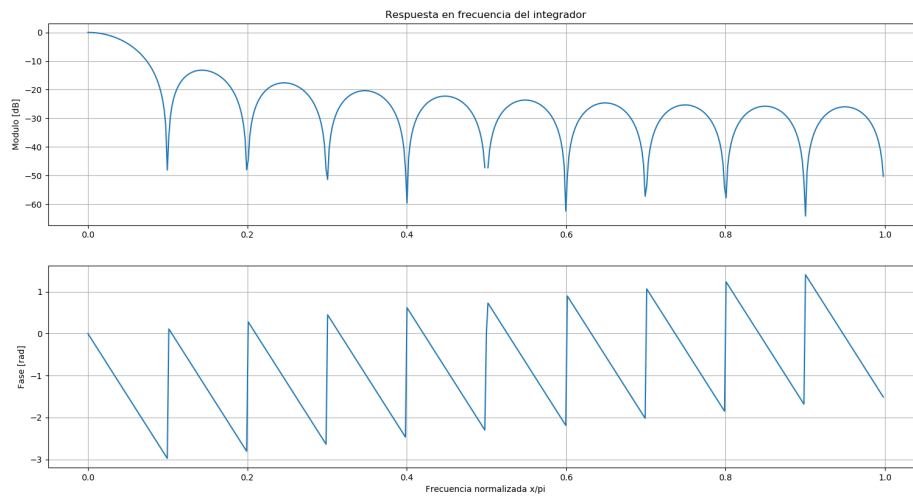


Figura 27: Respuesta en frecuencia de HI

Confirmamos con su pendiente que tenemos un retardo de 10 muestras ($N/2$).

Observando la salida vemos que el N cumple su cometido: promediar los dos picos y obtener uno solo.

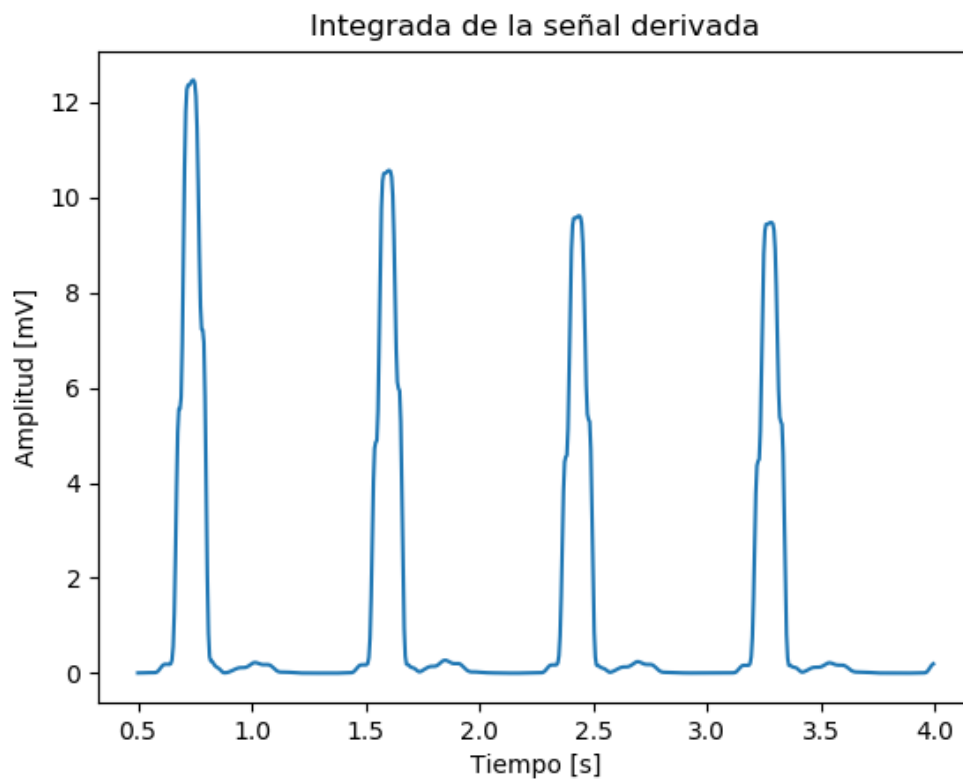


Figura 28: Salida del integrador, ampliacion de 4 ciclos

3.3. Detección automática de latidos

3.3.1. Ejercicio 12

Utilice el algoritmo Gold Standard, cuya implementación se encuentra en el archivo `qrs_detection.py`, para realizar la detección automática de los complejos QRS a partir de la señal de salida de la etapa de preprocesamiento. Evaluar la performance contando la cantidad de falsos positivos y falsos negativos. Un falso positivo es una marca que no se corresponde con un complejo QRS. Esto también puede tomarse como la inserción errónea de una marca de complejo QRS. Un falso negativo es no marcar un complejo QRS. Utilice como tolerancia para el cálculo del error de localización el ancho aproximado de los complejos QRS.

Si bien ya contamos con la señal preprocesada, el algoritmo provisto por el curso requiere un paso extra. Deberemos quedarnos solo con los picos que posea la señal y colocar ceros en otro caso. Para ello podemos implementar un simple algoritmo de umbral³ o utilizar la funcionalidad ya implementada por SciPy en su paquete Signal⁴.

Configuraremos para que detecte cualquier umbral de amplitud distinta a 0, que dure al menos 20 muestras. Notar que este parametro coincide con la longitud en muestras de un ciclo QRS, que es lo que justamente deseamos detectar.

Obtenemos así una salida de la siguiente forma, al que luego aplicaremos el algoritmo *Gold Standard*:

Al habernos provisto de las marcas reales, podremos calcular la cantidad de falsos positivos y falsos negativos. Definiendo la eficiencia como la cantidad de verdaderos positivos sobre marcas totales detectadas y una tolerancia de $\pm \frac{N}{2} = \pm 10$ muestras para contar un verdadero positivo, obtenemos los siguientes datos:

	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	Falsos Negativos	Eficiencia
Resultado	1801	143	289	86.172 %
Real	2090	0	0	

Cuadro 1: Comparación del preprocesado a 200 Hz (resultado) vs lo esperado (real), sin ruido agregado

Notamos que la mayor cantidad de Falsos son principalmente Falsos Negativos, lo cual indica que es más las veces que no se detecta un latido, que las veces que detectamos un latido inexistente. Esto puede leerse como que podríamos mejorar nuestro proceso para destacar los ciclos QRS, aunque debe estar influyendo lo que ocurra en la sección de ruido no estacionario.

3.3.2. Ejercicio 13

Adicionar ruido blanco a la señal de ECG para obtener señales con una relación señal a ruido de 30dB, 20dB y 10dB, respectivamente. Evalúe el desempeño del detector con estas nuevas señales.

Conociendo la definición de relación señal a ruido (SNR) en dB como:

$$SNR_{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sum_n \text{signal}[n]^2}{\sum_k \text{noise}[k]^2} \right)$$

Y entendiendo las sumatorias como el estimador de las varianzas de la señal y el ruido respectivamente, podremos despejar el desvío (σ_{ruido}) requerido para el ruido gaussiano como:

³Esto es: marcar como pico cualquier intervalo mayor a N muestras consecutivas, que supere un umbral de amplitud A

⁴Función "find_peaks"

$$\sigma_{ruido} = \sqrt{\frac{\sigma_{signal}^2}{10^{\frac{SNR_{dB}}{10}}}}$$

Generamos entonces tres ruidos distintos con varianzas distintas, y probamos de sumarlo a la entrada original para luego obtener la eficiencia con cada caso. Encontramos así las tablas:

	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	Falsos Negativos	Eficiencia 10dB
Resultado 10dB	1775	360	315	84.928 %
Real	2090	0	0	

Cuadro 2: Comparacion del preprocesado a 200 Hz con SNR=10dB de ruido agregado (resultado) vs lo esperado (real)

	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	Falsos Negativos	Eficiencia 20dB
Resultado 20dB	1800	143	290	86.124 %
Real	2090	0	0	

Cuadro 3: Comparacion del preprocesado a 200 Hz (resultado) con SNR=20dB vs lo esperado (real)

	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	Falsos Negativos	Eficiencia 30dB
Resultado 30dB	1801	144	289	86.172 %
Real	2090	0	0	

Cuadro 4: Comparacion del preprocesado a 200 Hz (resultado) con SNR=30dB vs lo esperado (real)

Encontramos así un resultado esperado: a mayor ruido, peor eficiencia. Notar además que con 30dB ya se vuelve imperceptible la diferencia con la eficiencia original (usando 3 decimales de precisión).

3.3.3. Ejercicio 14

Realice todo el procesamiento anterior pero con las señales re-muestreadas a 360Hz en lugar de 200Hz. Describa el procesamiento discreto necesario para cambiar la frecuencia de muestreo y determine la nueva forma que deben tener los filtros $H_L(z)$, $H_H(z)$, $H_d(z)$ y $H_i(z)$ (integrador) para cumplir con idénticos requerimientos de procesamiento que en el caso de la frecuencia de muestreo original.

Para el proceso de remuestreo utilizaremos un sistema de sobremuestreo, filtro pasa bajos y decimador como se observa en la siguiente imagen:

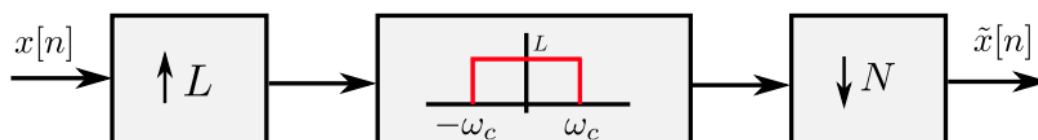


Figura 29: Sistema de remuestreo propuesto

Así, tendremos que $x[n]$ es la señal del ECG continua, muestreada a 200 Hz:

$$x[n] = ECG_c(nT_{200})$$

con $T_{200} = \frac{1}{200}[\text{sec}]$

Definiremos a $\tilde{x}[n]$ como nuestra señal discreta del ECG, remuestreada a 360 Hz:

$$\tilde{x}[n] = ECG_c\left(\frac{n}{360}\right)$$

Conociendo la relación que nos provee el sistema de remuestreo, tenemos que:

$$\tilde{x}[n] = ECG_c\left(n \frac{N \cdot T_{200}}{L}\right)$$

Por lo tanto, elegimos los parámetros $N = 5$, $L = 9$ para llevar a cabo la tarea.

Así, nuestro filtro pasa bajos deberá tener una frecuencia de corte $\omega_c \leq \frac{\pi}{9}$, por lo que implementamos su equivalente en tiempo como

$$h_l[n] = \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{9}\right)}{\pi n}$$

Dado que la función seno es infinita en tiempo, deberemos truncarla a un determinado número de muestras. Elegiremos usar 2000 muestras, aunque este parámetro es ajustable si así se desea.

El filtro adicionará un retardo de 1000 muestras ya que centraremos su respuesta al impulso en 1000, con el objetivo de hacerlo causal. Este retardo deberemos luego corregirlo.

Para los filtros H_L , H_H y H_d bastará remuestrear sus respuestas al impulso para luego aplicarlos mediante convolución. En cuanto a H_i no hará falta remuestrear dado que podremos simplemente ajustar el parámetro N hasta obtener un resultado óptimo: 45 muestras.

Sabiendo esto, observamos la eficiencia del algoritmo:

	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	Falsos Negativos	Eficiencia
Resultado	1841	210	249	88.086 %
Real	2090	0	0	

Cuadro 5: Comparación del preprocesado a 360 Hz (resultado) sin ruido vs lo esperado (real)

Adicionado ahora ruido blanco, encontramos los siguientes resultados:

SNR	Verdaderos Positivos	Falsos Positivos	Falsos Negativos	Eficiencia
10 dB	1028	5571	1062	49.186 %
20 dB	1073	5076	1017	51.339 %
30 dB	1728	655	362	82.679 %
Real	2090	0	0	-

Cuadro 6: Comparación de distintas eficiencias para distintos SNR vs lo esperado (real)

Curiosamente el hecho de haber remuestreado la señal produjo de que al adicionar ruido los resultados sean más extremos para los mayores ruidos. Probablemente podremos mejorar estos resultados jugando aún más con los parámetros de `find_peaks`, el N del integrador y la tolerancia para la detección de un verdadero positivo.

4. Conclusiones

Este trabajo practico realizado supo unir los analisis teoricos vistos en el curso, con una aplicacion practica de la vida real. En particular, resulta muy destacable la genericidad pero facil aplicacion de los temas vistos, donde un simple señal discreta representa en este contexto la salud de un paciente.

Resulto así interesante la aplicacion y analisis de los filtros, viendo en cada paso como cada uno modificaba la señal y nos devolvía algo cada vez mas cerca de lo buscado: picos periodicos y distinguibles, representativos del funcionamiento del órgano humano en cuestion.

Si bien el uso del reconocido algoritmo *Gold Standard* fue fruto de varias horas de prueba y error, su aplicacion permitio medir, a ciencia cierta, la calidad de nuestro preprocesado con un porcentaje claro de eficiencia.

Finalmente, experimentar con ruido adicional y remuestreo permitio darle lugar a otros temas del curso, en particular el ejercicio de remuestreo. Queda entonces como objetivo a futuro seguir experimentando con mas frecuencias de remuestreo y distintos ruidos, para observar claramente como estos dos procesos influyen en el desempeño del algoritmo.

Ademas, explorar la aplicacion de materias ajenas seria interesante, en particular para el desarrollo de un algoritmo propio de Machine Learning con el objetivo de encontrar ciclos QRS en tiempo real. Experimentar con tecnologias modernas un problema tan conocido, combinando los analisis aqui presentados, seguramente sera fruto de nuevas perspectivas sobre estos temas.