

# Trabajo Práctico Especial

## Detección automática del complejo QRS en Tiempo Real

[66.74 / 86.05] Señales y Sistemas  
Curso Azcueta  
Segundo cuatrimestre de 2019

Fecha de pre-entrega: 24/11/2019

Alumno:	GIORDANO, Franco
Número de padrón:	100608
Email:	francogior98@gmail.com

## Índice

<b>1. Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>2. Desarrollo</b>	<b>3</b>
2.1. Análisis de la señal . . . . .	3
2.1.1. Ejercicio 1 . . . . .	3
2.1.2. Ejercicio 2 . . . . .	4
2.1.3. Ejercicio 3 . . . . .	5
2.1.4. Ejercicio 4 . . . . .	8
2.2. Preprocesamiento de la señal . . . . .	10
2.2.1. Ejercicio 5 . . . . .	10
2.2.2. Ejercicio 6 . . . . .	14
2.2.3. Ejercicio 7 . . . . .	17
2.2.4. Ejercicio 8 . . . . .	17
2.2.5. Ejercicio 9 . . . . .	19
2.2.6. Ejercicio 10 . . . . .	20

## 1. Objetivos

Con este informe se busca analizar la señal de un electrocardiograma aplicando técnicas vistas en el curso para análisis de señales. En este caso en particular serán señales discretas (digitales) por lo que se aplicarán las técnicas correspondientes, en particular el uso de la Discrete Fourier Transform (DFT) en conjunto con la transformada Z. Como objetivo final, se buscará detectar automáticamente los ciclos QRS de la señal aplicando algoritmos apropiados.

Antes de aplicar dichos algoritmos, se trabajará con la señal para lograr un resultado óptimo:

1. Análisis de la señal: Previo al desarrollo se propone una sección de análisis donde se observan las características en tiempo y frecuencia de la señal, a fin de familiarizarnos con las características de la misma, incluyendo sus ruidos e imperfecciones.
2. Preprocesamiento de la señal: Para maximizar la eficiencia del algoritmo final se procesará la señal mediante distintos filtros y métodos en cascada, detallando en cada etapa su efecto en tiempo y frecuencia. Además, cada etapa será caracterizada mediante los métodos vistos en el curso (respuesta en frecuencia y al impulso, diagrama de polos y ceros, etc.)
3. Detección automática de latidos: Se aplicará el algoritmo a la salida de la sección anterior, obteniendo así las ubicaciones de los ciclos QRS. Se medirá la eficiencia de esta sección con la ayuda de ubicaciones ya conocidas, pudiendo así cuantificar los falsos positivos y falsos negativos que surjan.

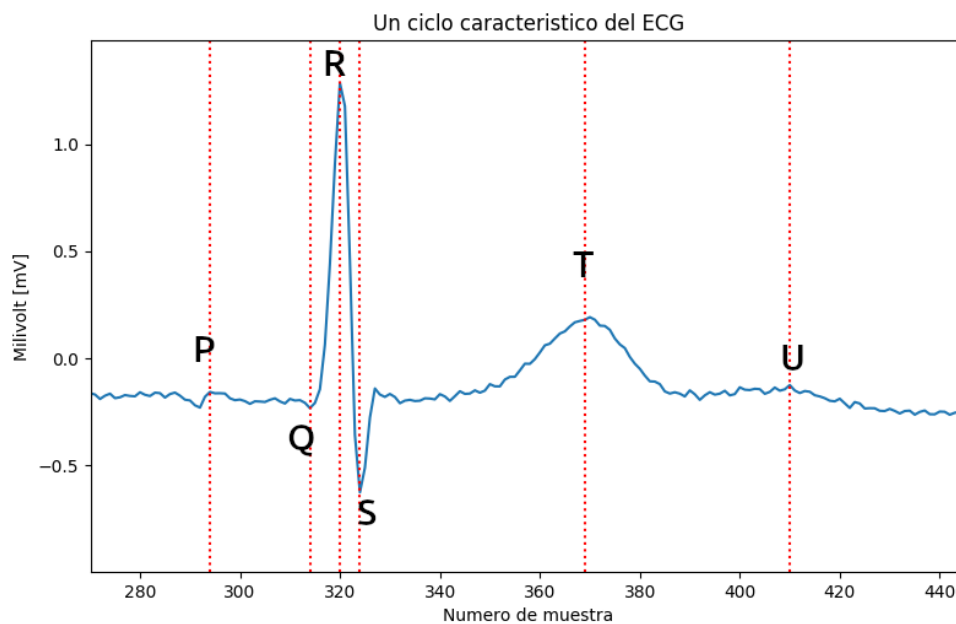
## 2. Desarrollo

### 2.1. Análisis de la señal

#### 2.1.1. Ejercicio 1

Ubicar en forma manual los complejos QRS, determinando los segmentos que componen la onda.

Tomando un ciclo característico, por ejemplo entre las muestras 280 y 430 se encuentran los puntos particulares:

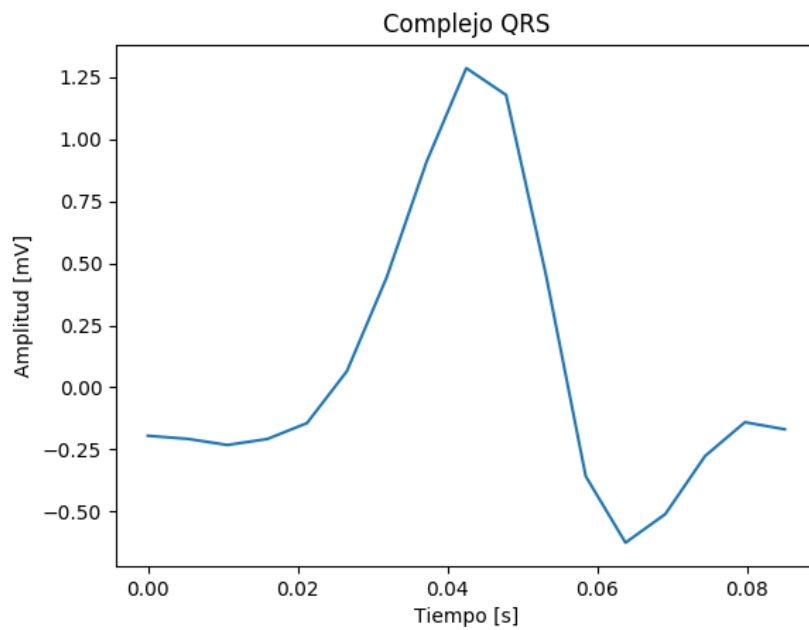


La distinción entre cada segmento resulta bastante clara, salvo por la onda U que presenta una duración mas larga de la esperada.

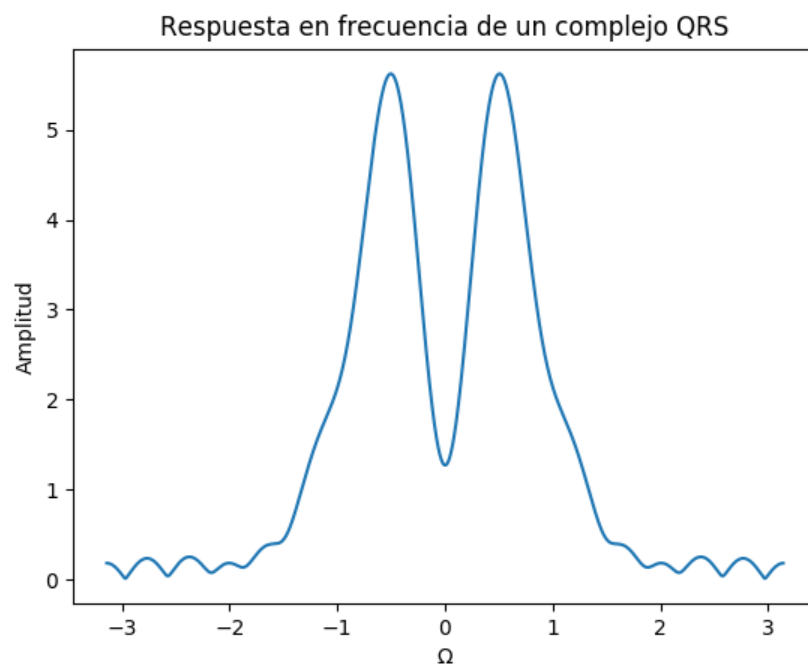
**2.1.2. Ejercicio 2**

Muestre las características en frecuencia del complejo QRS.

Primero se toma un complejo, como el mostrado a continuación:



Y se le realiza la DFT de 2048 puntos (para lograr una buena resolución), obteniendo el siguiente gráfico:



Claramente se notan importantes picos en  $\Omega_{QRS} \approx 0,5$ , lo cual resulta esperado ya que si observamos cuantitativamente el grafico de un ciclo QRS observamos que el mismo dura aproximadamente 0.06 segundos. Este periodo nos da una frecuencia  $f_{QRS} \approx 16Hz$ . Volviendo al grafico de la respuesta en frecuencia, y sabiendo que la señal fue muestreada a 200 Hz, su 'equivalente' en continua resulta

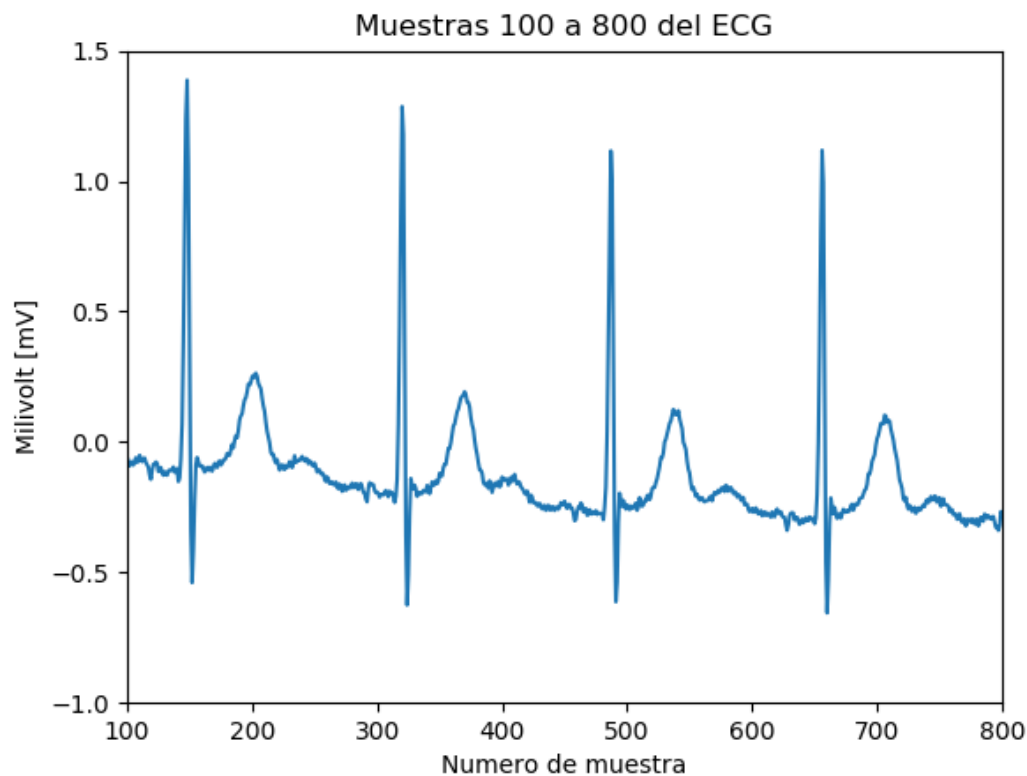
$$f_{QRS} = \frac{\Omega_{QRS} \cdot 200}{2\pi} \approx 16Hz$$

Confirmando así que la respuesta resulta esperada.

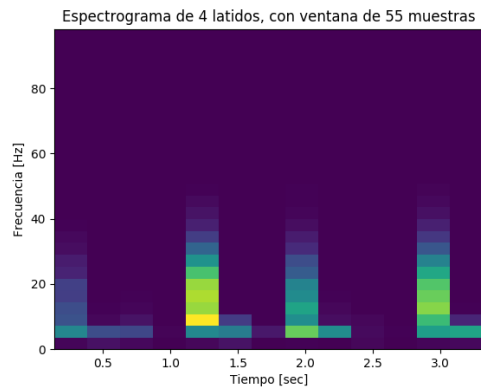
### 2.1.3. Ejercicio 3

Realice un espectrograma de la señal de electrocardiograma que permita visualizar las características en frecuencia de la onda QRS. Implementar el espectrograma de modo de observar las características de frecuencia descritas en el punto anterior.

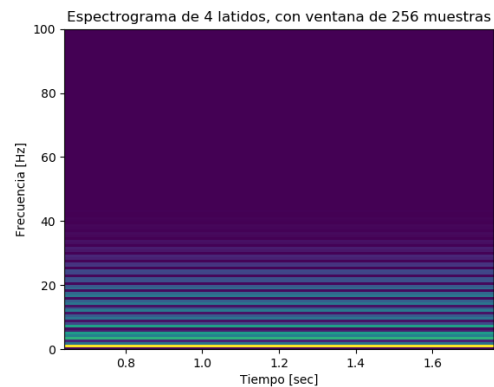
En un principio, para realizar un analisis representativo, se tomaron aproximadamente 4 ciclos continuos como entrada:



Sabiendo esto, se optó por una ventana de Tukey de largos distintos. Probando con dos ventanas distintas, de 55 y 256 muestras:



(a) Ventana de 55 muestras



(b) Ventana de 256 muestras

Al ser una 55 muestras ventana tan pequeña obtenemos buena resolución en tiempo (se denotan claramente los 4 latidos), pero pesima resolución en frecuencia.

Por otro lado, al utilizar 256 muestras, perdimos la resolución en tiempo pero confirmamos un dato importante: observamos una frecuencia destacada en aproximadamente 1 Hz, lo cual corresponde a los latidos por minuto del paciente! Realizando una ampliación del gráfico:

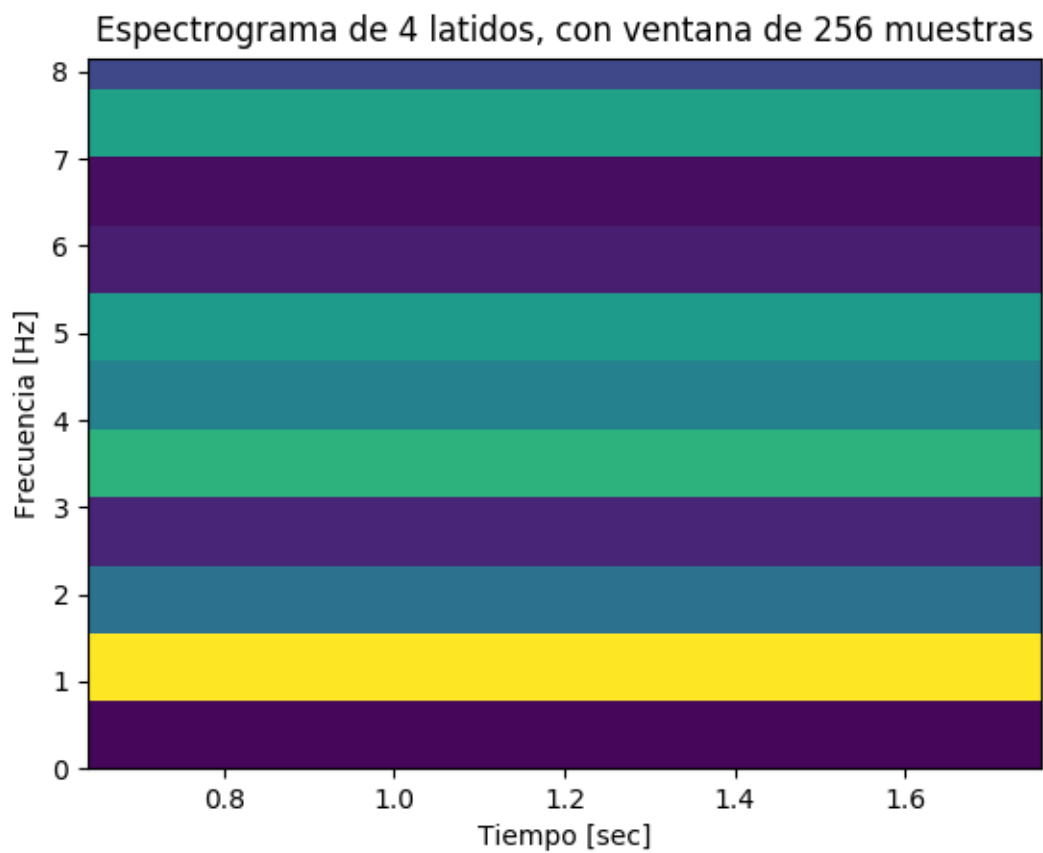
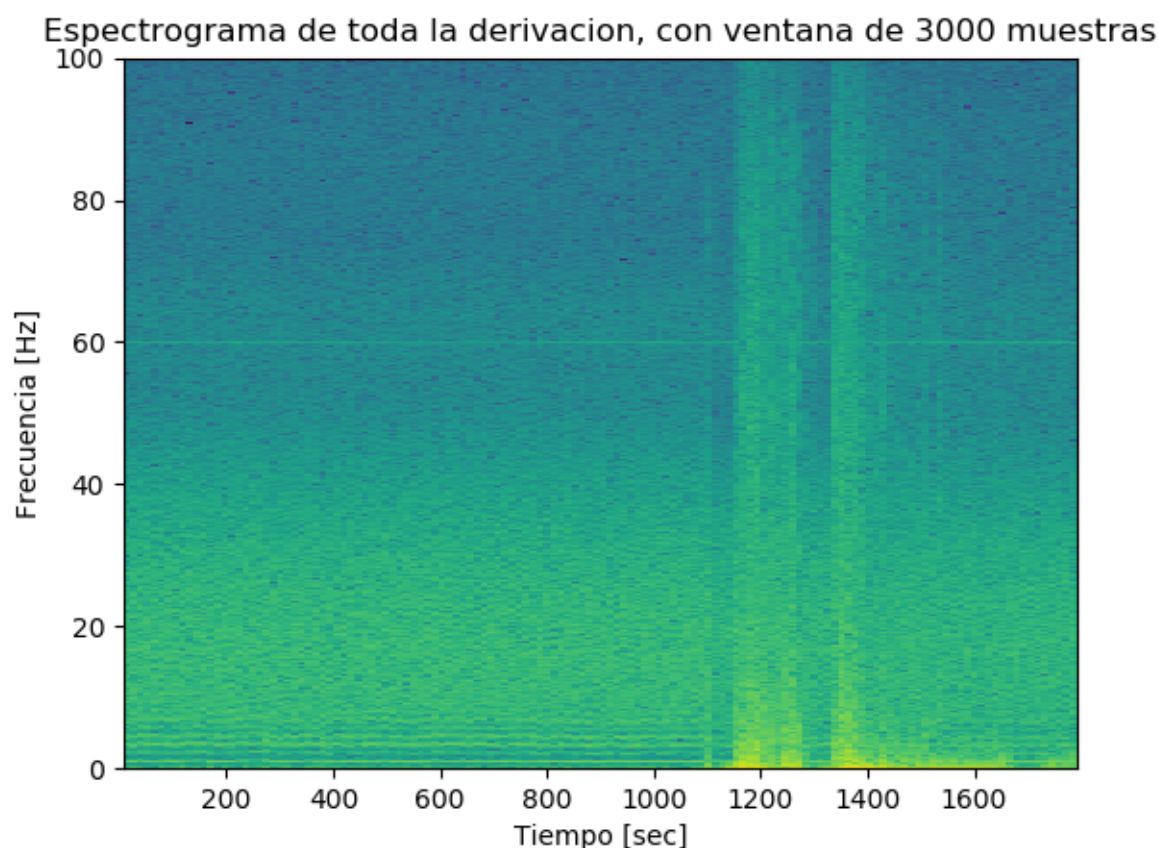


Figura 2: Ampliación del espectrograma anterior.

Siendo que normalmente un paciente tendra 80-90 latidos por minuto, es logico encontrar la frecuencia  $f_{latidos} = \frac{85BPM}{60s} \approx 1,4Hz$  como la principal.

Finalmente, se utiliza la derivacion completa para el analisis del espectrograma. Siendo aproximadamente 360000 muestras, se opto por una ventana de 3000 muestras como un buen compromiso entre resolucion tiempo vs frecuencia.

El resultado fue el siguiente:



Cabe destacar que para obtener un grafico representativo debio tomarse el logaritmo de la intensidad, ya que las diferencias a bajas escalas eran muy menores.

Se encuentran así los armónicos y la frecuencia fundamental cerca de 1Hz (latidos del paciente), representados por rectas horizontales a lo largo de toda la derivacion. Además, se notan distorsiones cerca de los 1200 segundos, los cuales corresponden a ruidos no estacionarios de la señal de entrada. Finalmente, se nota otra frecuencia importante a lo largo de toda la derivación: 60 Hz, de la cual se hablara en el siguiente ejercicio.

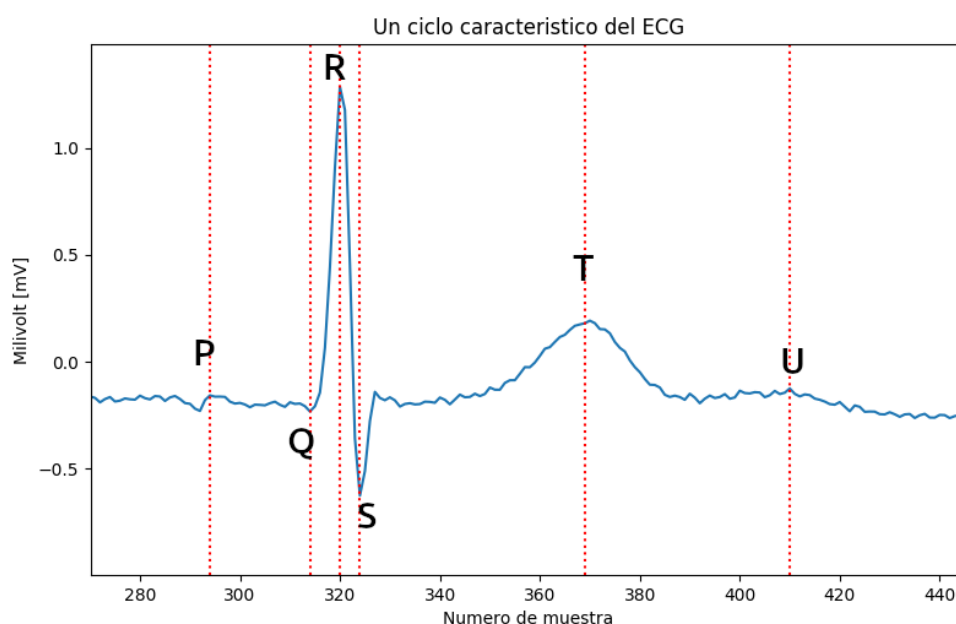


#### 2.1.4. Ejercicio 4

Determine qué tipo de ruidos están presentes en la señal de ECG. En primer lugar describa los ruidos estacionarios que encuentra, utilizando tanto gráficos en tiempo como en frecuencia. Luego determine qué porciones de señal de ECG tienen sumados ruidos no estacionarios. Explique las posibles fuentes de cada ruido.

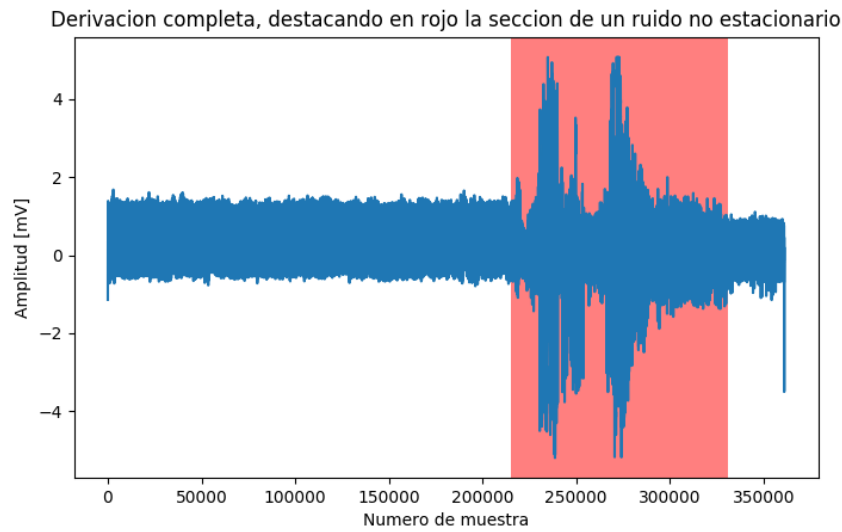
El principal ruido estacionario que se encuentra es lo observado en el anterior grafico: los 60 Hz. Se asume que esta frecuencia corresponde a la provista por la red electrica, como suministro de energia. Suponiendo que este estudio proviene de Estados Unidos, la recta de 60 Hz coincidiria con la frecuencia utilizada en este pais. Debido a interferencias, las mediciones vienen acopladas a la frecuencia de la red electrica, lo cual se manifiesta como una peculiar intensidad en 60 Hz.

Por otro lado, podemos encontrar dos casos de ruidos no estacionarios. El primero sera el ruido o imprecision del instrumental de medicion, que podemos observar recordando el grafico de un ciclo:



Observando con detenimiento las áreas de menor cambio se notan ciertos 'dientes de sierra' o imperfecciones, las cuales corresponden a dichas imperfecciones en la medicion.

El segundo caso de ruido no estacionario resulta evidente: cerca de los 1200 segundos (muestra 250000) la derivacion sufre un fuerte cambio. En tiempo se observa como:



La seccion destacada en rojo es la problematica, ya que al inspeccionar de cerca se encuentra que no sigue el ciclo QRS esperado:

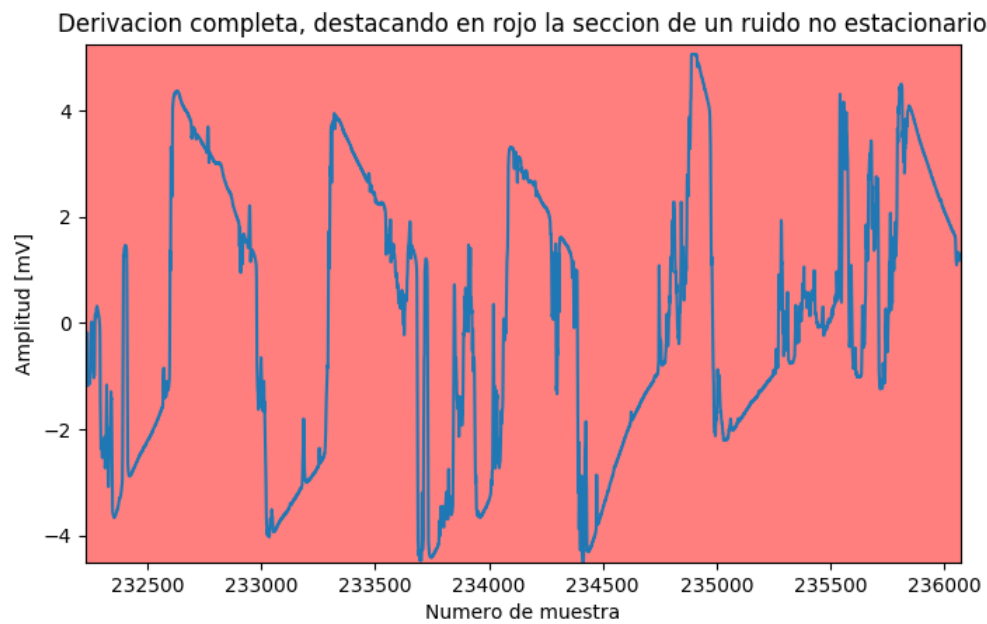


Figura 3: Ampliacion del ruido no estacionario.

Las causas de este ruido en particular podran ser varias: falla en el instrumental, desconexion del paciente, rotura del medidor, etc. por lo que no se puede determinar una única causa.

## 2.2. Preprocesamiento de la señal

### 2.2.1. Ejercicio 5

Obtenga en forma analítica y utilizando funciones de MATLAB el diagrama de polos y ceros, la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso del filtro  $H_L(z)$ . Calcule el retardo producido por el filtro. Analice causalidad, estabilidad y el efecto producido sobre la señal de ECG.

Observando la definición del filtro y expandiendo los cuadrados resulta:

$$H_L(z) = \frac{(1 - z^{-6})^2}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{1 - 2 \cdot z^{-6} + z^{-12}}{1 - 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}}$$

Esta nueva expresion nos sera de utilidad para trabajar en Python con este filtro. Volviendo a la expresion original, los ceros seran cuando:

$$(1 - z^{-6})^2 = 0$$

$$1 = z^{-6}$$

Lo cual se cumple cuando la fase de Z resulte  $\phi = \frac{-k \cdot \pi}{3}, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Es decir, habra seis ceros dobles con modulo 1 y la fase ya detallada.

Para los polos el analisis es similar, encontrando un polo doble en  $z = 1$ .

Realizando ahora el grafico de polos y ceros con NumPy:

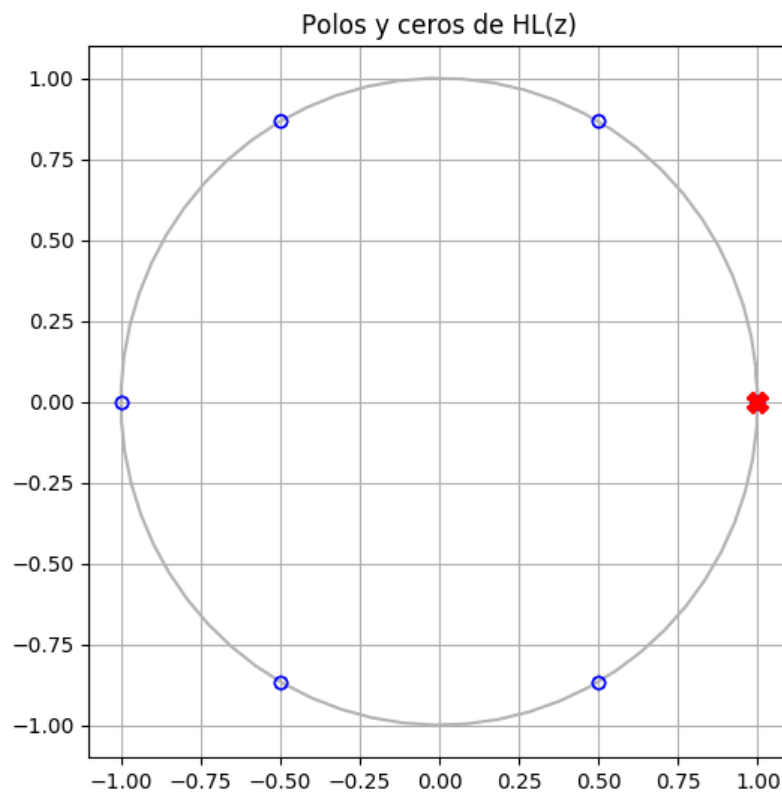
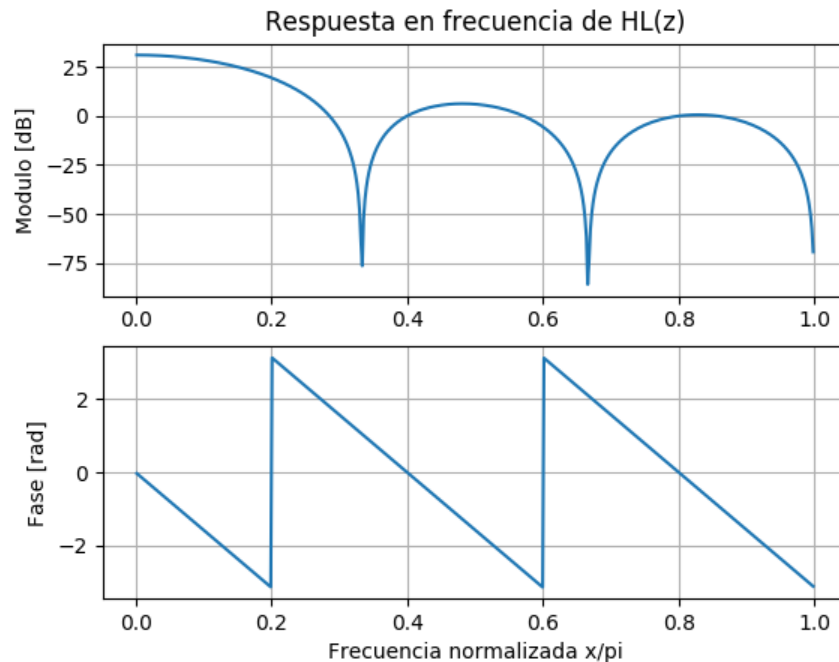


Figura 4: Ejes Real e Imaginario, circulos ceros y cruces polos.

Confirmamos así lo hallado analíticamente.

Observando ahora la respuesta en frecuencia del filtro, para fase y modulo:



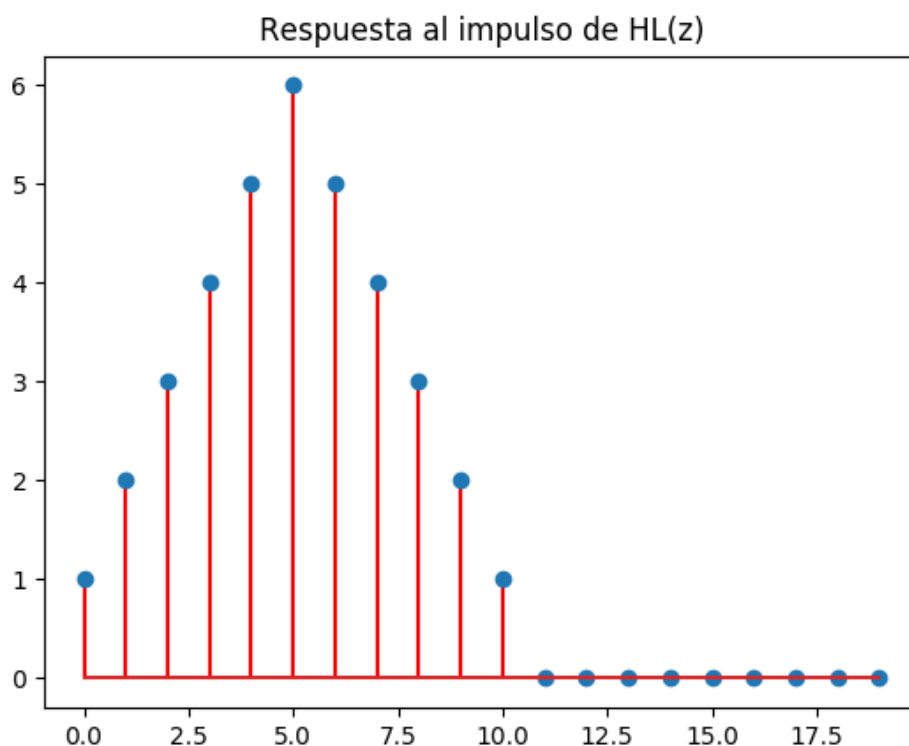
Al ser una respuesta en fase lineal, el retardo producido por el filtro resultara ser la pendiente del grafico de fase. Siendo que cae de  $+\pi$  a  $-\pi$  de  $0,2\pi$  a  $0,6\pi$ <sup>1</sup>, el retardo resulta:

$$\text{Retardo}_{H_L(z)} : -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{2\pi}{(0,6 - 0,2) \cdot \pi} = 5$$

Así, deberá compensarse el retardo de 5 muestras para mantener los ciclos alineados con la entrada.

Viendo ahora la respuesta al impulso:

<sup>1</sup>Recordar que el eje horizontal se encuentra  $\pi$  normalizado



Para concluir si es estable y causal recordamos las siguientes propiedades:

*Un sistema LTI es causal si y solo si la ROC de su transferencia es la region exterior a un disco centrado en el origen, incluyendo el punto en el infinito.*

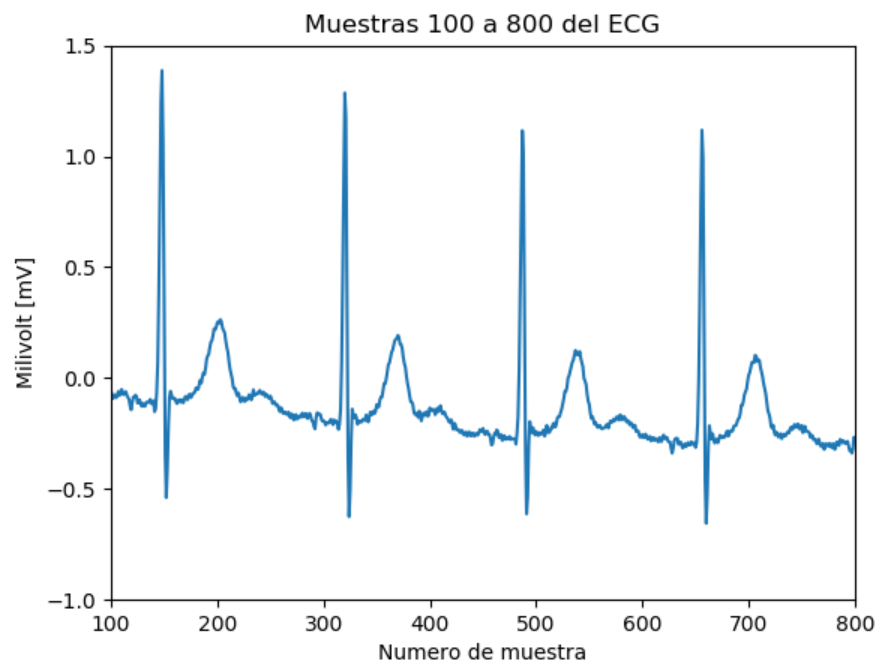
Prestando atencion a la documentacion de las librerias utilizadas, encontramos que asumen condiciones iniciales nulas, lo cual corresponde a la ROC mas exterior. Por lo tanto, estamos trabajando con la region exterior a un disco centrado en el origen, por lo que nuestro filtro es **causal**.

*Un sistema causal con  $H(z)$  racional es estable si y solo si su polo mas exterior se encuentra en el interior del circulo  $|z| = 1$*

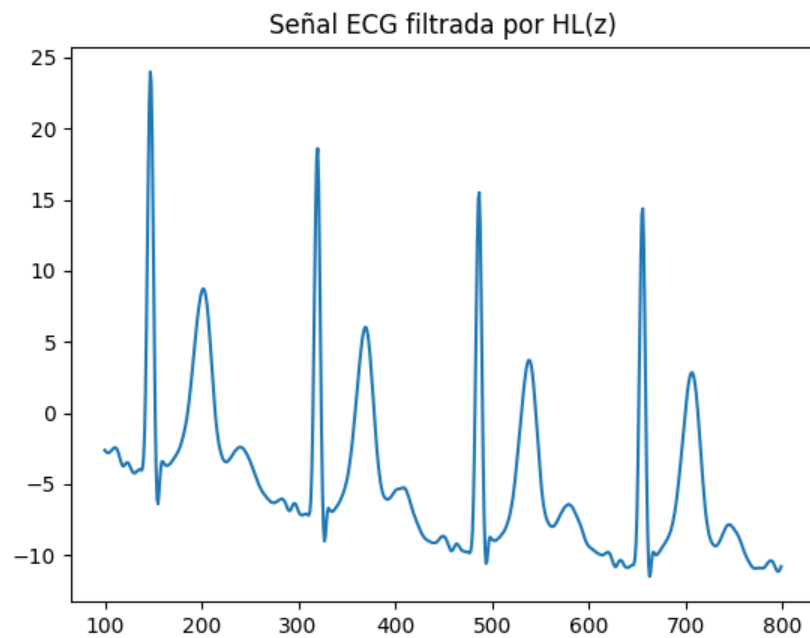
Esto ocurre ya que el unico polo exterior que encontramos es en  $z=1$ , el cual se cancela con el cero doble alli. Por lo tanto, el sistema es **estable**.

Se filtra ahora toda la derivacion del ECG mediante  $H_L(z)$ , y se grafican un par de muestras para observar su efecto.

Originalmente teniamos los latidos:



Y de salida (corregida 5 muestras) tenemos:



Sabiendo que es causal nos falta analizar solamente la estabilidad. Siendo un LTI, el sistema es estable si y solo si:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$$

Lo cual es cierto ya que presenta respuesta al impulso no nula y acotada entre las muestras 0 y 10, por lo que el sistema resulta **estable**.

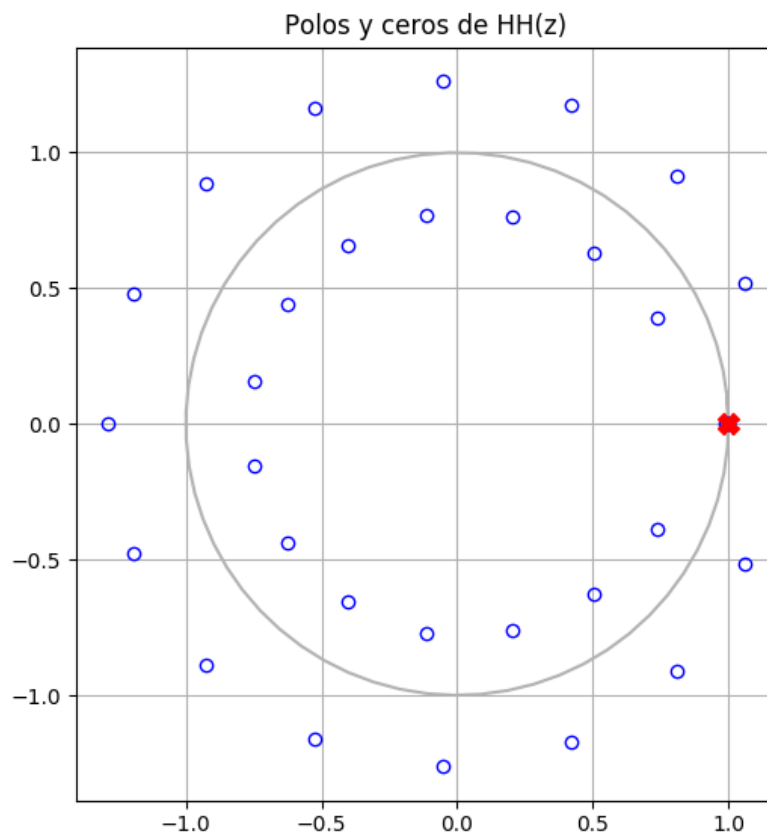
### 2.2.2. Ejercicio 6

Obtenga en forma analítica y utilizando funciones de MATLAB el diagrama de polos y ceros, la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso del filtro  $H_H(z)$ . Calcule el retardo producido por el filtro. Analice causalidad, estabilidad y el efecto producido sobre la señal de salida de la etapa anterior. Obtenga además la ecuación en diferencias que caracteriza al filtro.

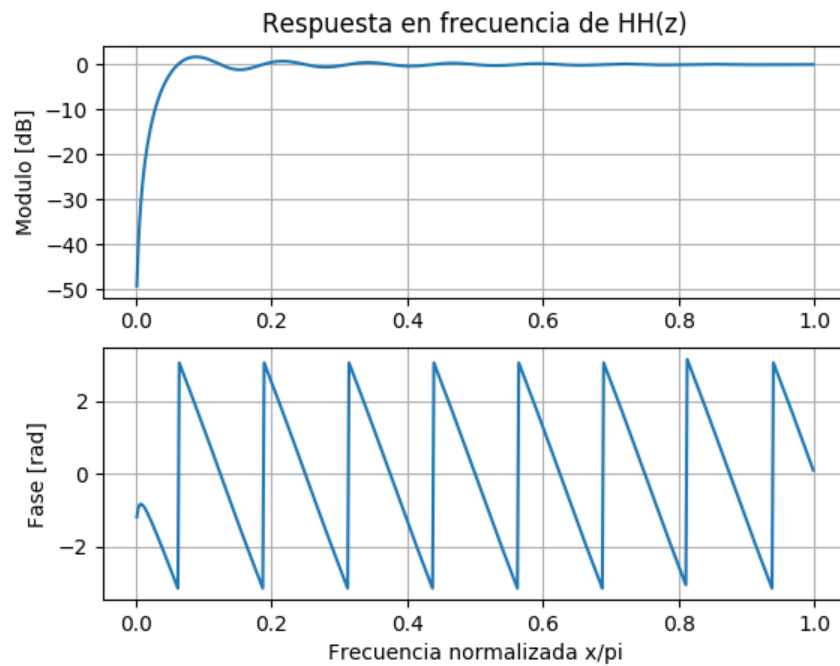
El segundo filtro se encuentra definido como:

$$H_H(z) = \frac{-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}}{1 - z^{-1}}$$

Realizando el diagrama de polos y ceros, resulta:



Viendo ahora la respuesta en frecuencia:

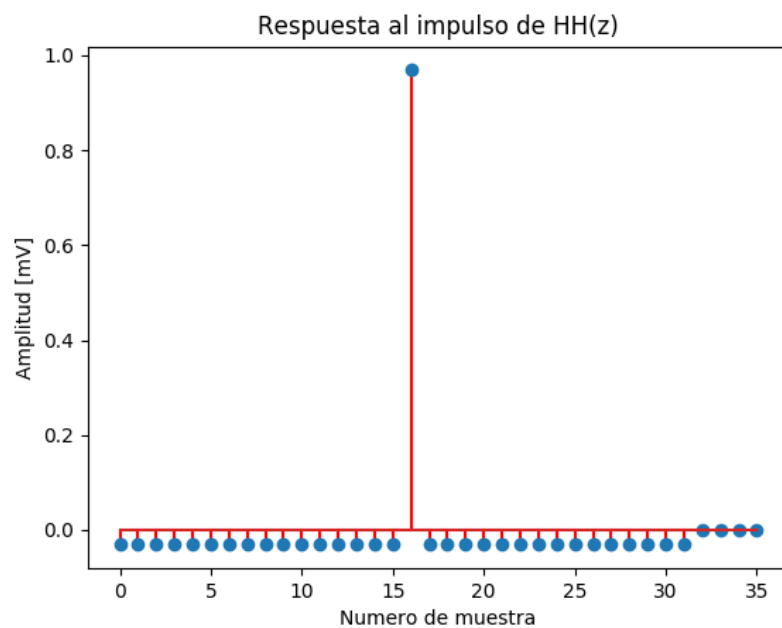


Recordando que la pendiente sera el retardo que aplica el filtro, tenemos que cae  $2\pi$  en un periodo de  $0,1878\pi$  a  $0,31223\pi$ , por lo tanto:

$$\text{Retardo } H_H(z) : -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{2\pi}{(0,31223 - 0,1878) \cdot \pi} \approx 16,07$$

Así, tendremos un retardo de 16 muestras que deberemos corregir.

Viendo la respuesta al impulso:

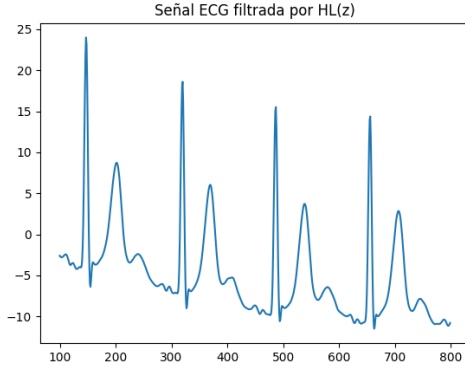




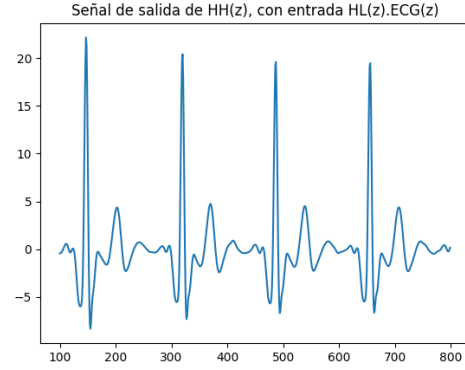
Notar que las muestras de 0 a 32 no valen cero sino que valen  $-\frac{1}{32}$ , salvo por la muestra 16 que vale  $\frac{31}{32}$ .

Nuevamente, siguiendo el mismo razonamiento que con el filtro anterior,  $H_H(z)$  sera **causal** y **estable**.

La salida del filtro anterior la pasamos por  $H_H(z)$ . Para observar el efecto producido observamos 4 latidos en particular:



(a) Parte de la entrada de  $H_H(z)$



(b) Parte de la salida de  $H_H(z)$ , corrigiendo el retardo de 16 muestras.

Vemos que quita las componentes de continua, mientras que destaca los ciclos QRS por encima de la onda T.

Para la ecuación en diferencias bastara despejar de la ecuación original:

$$H_H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}}{1 - z^{-1}}$$

$$Y(z) \cdot (1 - z^{-1}) = X(z) \cdot \left(-\frac{1}{32} + z^{-16} - z^{-17} + \frac{z^{-32}}{32}\right)$$

Aplicando ahora propiedades de la transformada Z, obtenemos que en tiempo resulta:

$$y[n] - y[n-1] = -\frac{1}{32}x[n] + x[n-16] - x[n-17] + \frac{x[n-32]}{32}$$

Obteniendo así la ecuación en diferencias pedida.

**2.2.3. Ejercicio 7**

Obtenga versiones FIR de los filtros  $H_L(z)$  y  $H_H(z)$ . Discuta ventajas y desventajas de ambas implementaciones.

Un filtro FIR se caracteriza por presentar una respuesta al impulso con un numero de terminos finitos no nulos. Observando las respuestas halladas en los ejercicios anteriores, encontramos que existiran versiones FIR para ellos.

Para hallarlas, recurrimos a la expresion característica de la salida de un FIR:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]x[n-k]$$

Aplicando ahora la transformada Z:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]z^{-k} = h_{[0]} + h_{[1]}z^{-1} + \dots + h_{[N-1]}z^{-(N-1)}$$

Observando ahora los valores obtenidos para  $h_{[k]}$ , los filtros FIR respectivos resultan:

$$H_L(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3} + 5z^{-4} + 6z^{-5} + 5z^{-6} + 4z^{-7} + 3z^{-8} + 2z^{-9} + z^{-10}$$

$$H_H(z) = \frac{31}{32}z^{-16} + \sum_{n=0, n \neq 16}^{32} -\frac{1}{32}z^{-k}$$

Las ventajas de una implementación IIR se basan en que es muy rápido computacionalmente, pudiendo lograr una mejor 'sharpness' en amplitud con un orden mucho mas pequeño. Por otro lado, un filtro FIR tiene la ventaja de ser siempre estable y ofrecer un retardo constante, a costo de un tiempo mayor de computo.

**2.2.4. Ejercicio 8**

Obtenga un sistema de tiempo discreto LTI y causal  $H_d(z)$  que permita aproximar la derivada de la señal de ECG. Justifique para que frecuencias es válida dicha aproximación basándose en la respuesta en frecuencia del sistema obtenido. Calcule el retardo producido por el filtro y obtenga la derivada de la señal de salida de la etapa anterior.

Buscamos ahora un sistema que se encargue de derivar la señal de entrada de forma discreta. Tomando el mejor paso posible ( $h=1$ ), el sistema resultaría:

$$y(n) = \frac{1}{8} \cdot (-x(n-2) - 2x(n-1) + 2x(n+1) + x(n+2))$$

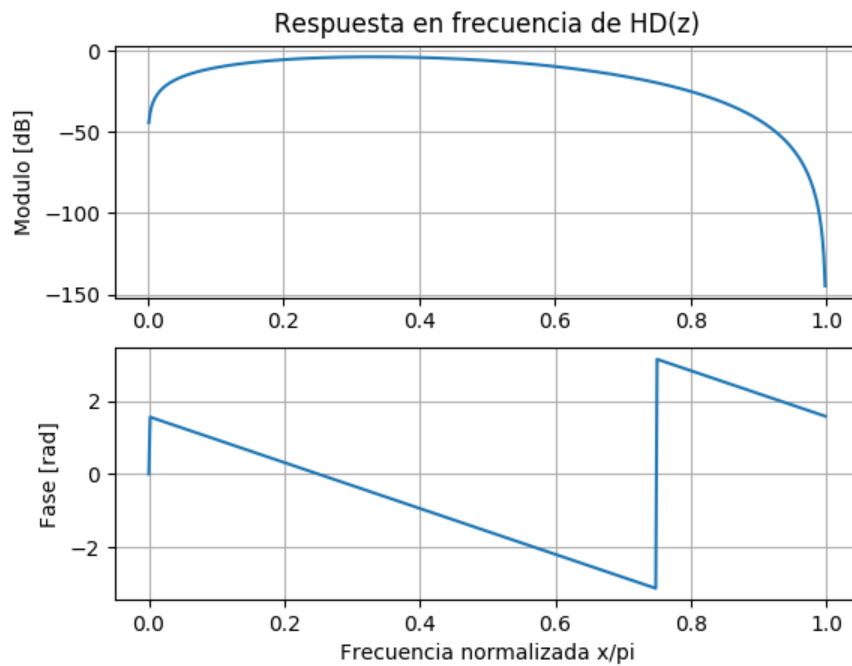
Claramente este sistema resulta no causal ya que presenta respuesta al impulso no nula para tiempos negativos, por lo que se le aplica un retardo de 2 muestras:

$$y(n) = \frac{1}{8} \cdot (-x(n-4) - 2x(n-3) + 2x(n-1) + x(n))$$

Buscando la respuesta al impulso y realizando su transformada Z, el filtro resulta:

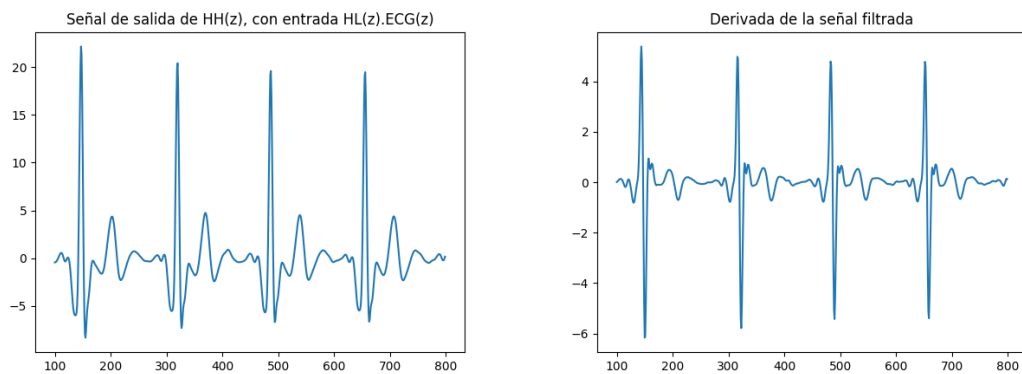
$$H_d(z) = \frac{1 + 2 \cdot z^{-1} - 2 \cdot z^{-3} - z^{-4}}{8}$$

Observando ahora su respuesta en frecuencia:



Con la pendiente de la fase confirmamos que tenemos un retardo de 2 muestras que luego deberemos corregir.

Tomando la salida del filtro anterior, observamos su efecto:



(a) Parte de la entrada de  $H_d(z)$

(b) Parte de la salida de  $H_d(z)$ , corrigiendo el retardo de 2 muestras.

El efecto es claro: al tomar la derivada se destacan los cambios abruptos, por lo que los ciclos QRS ganan mayor importancia.

**2.2.5. Ejercicio 9**

Obtenga el cuadrado de la señal de salida de la etapa de diferenciación y muestre el efecto producido en tiempo y en frecuencia.

El sistema es muy simple y no produce ningún tipo de retardo, observamos su efecto en tiempo:

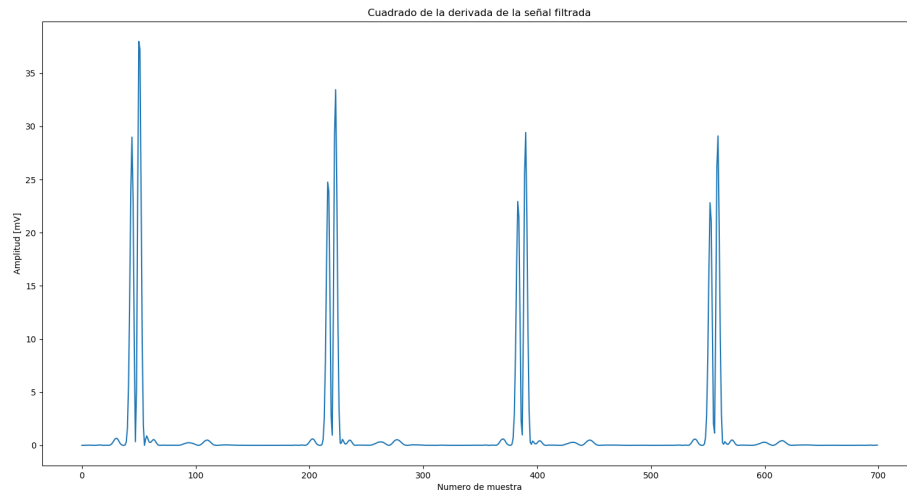


Figura 7: Parte de la salida de elevar al cuadrado.

En frecuencia su respuesta (DFT) resulta:

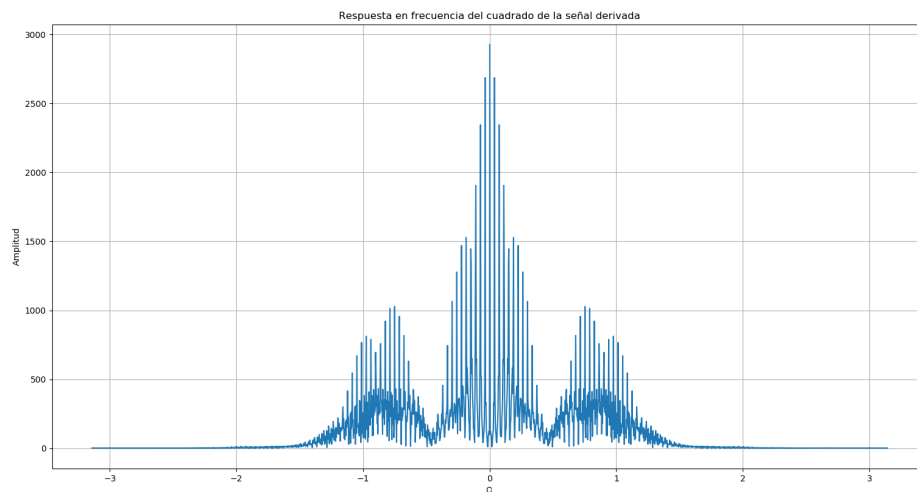


Figura 8: Respuesta en frecuencia.

**2.2.6. Ejercicio 10**

Obtenga la respuesta en frecuencia del sistema integrador y analice el retardo generado por el mismo. Ajuste el valor de N de modo tal de lograr resaltar la posición temporal de los complejos QRS. Recuerde que valores pequeños de N resultan en una gran cantidad de máximos pero valores demasiado grandes pueden producir la fusión del complejo QRS con el resto de las ondas existentes en el periodo.

Definimos el integrador como:

$$y(n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]$$

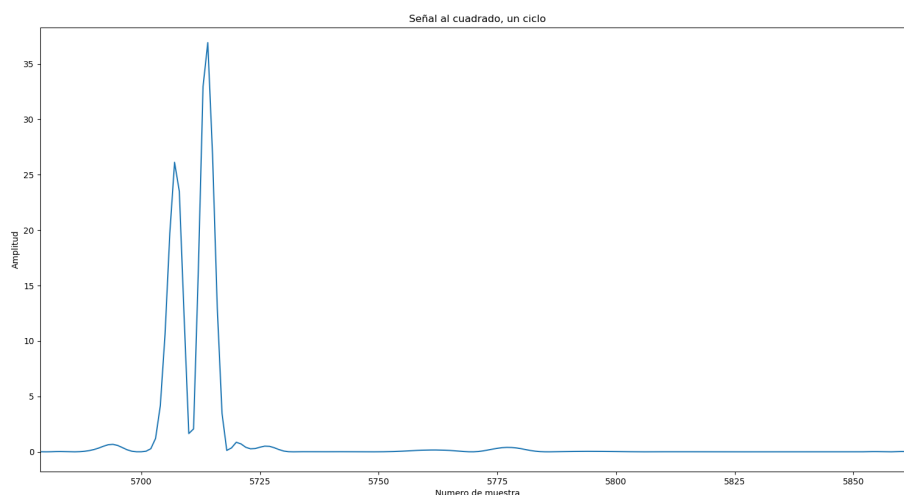
Por lo que la respuesta al impulso sera:

$$h(n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \delta[n-k]$$

Por lo que la transferencia sera:

$$H_I(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{N-1}}{N}$$

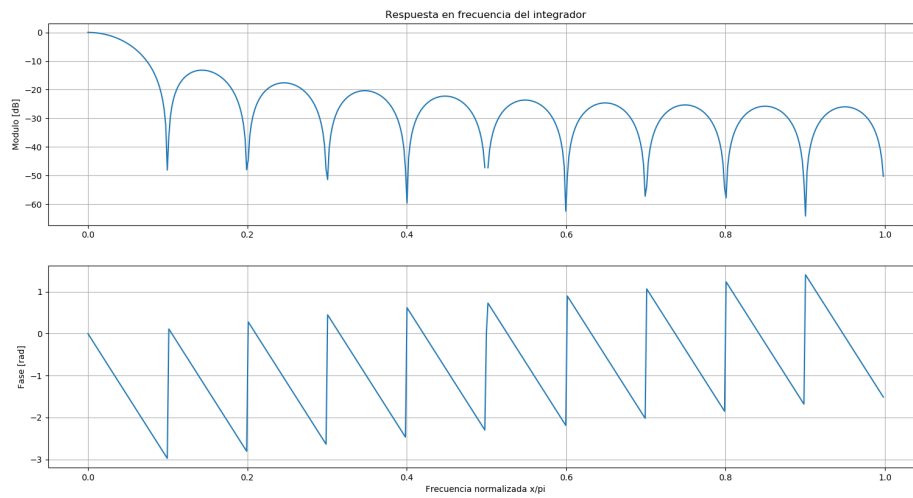
Para pensar el valor de N observamos una ampliacion de la entrada, en particular un ciclo QRS:



Observamos que los picos QRS no duran mas de 20 muestras, por lo que, como buscamos hacer un promedio, elegiremos este valor como el N a trabajar.

Sera logico pensar que el filtro retrasara N/2 muestras ya que no es mas que un promedio, ajustado para que sea causal.

Realizando ahora su respuesta en frecuencia, con N=20:



Confirmamos con su pendiente que tenemos un retardo de 10 muestras ( $N/2$ ).

Observando la salida vemos que el  $N$  cumple su cometido: promediar los dos picos y obtener uno solo.

