



| **UNR** Universidad
Nacional de Rosario

LICENCIATURA EN ESTADÍSTICA

Trabajo Práctico

Estadística Actuarial

Autores: Rocio Canteros - Franco Santini

Docente: Adrián Wibly

2025

Tabla de contenidos

| | |
|---|-----------|
| Introducción | 1 |
| Análisis descriptivo | 1 |
| Metodología | 3 |
| Propuesta 1 | 4 |
| Propuesta 2 | 5 |
| Propuesta 3 | 6 |
| Resultados | 7 |
| Propuesta 1: Distribución Binomial Negativa + Distribución Log-Normal | 8 |
| Propuesta 2: Distribución Binomial Negativa + Distribución Gamma | 9 |
| Propuesta 3: Distribución Poisson + Distribución Log-Normal | 10 |
| Conclusión | 11 |
| Anexo | 12 |

Introducción

Una empresa aseguradora resulta solvente cuando dispone o es capaz de recolectar los recursos necesarios para hacer frente a posibles siniestros no previstos. Sea cual sea la duración del seguro, hay una diferencia entre el momento en que se contrata y el momento en el que se cobra, es ahí donde la capacidad de solvencia de la compañía cobra importancia ya que sirve para que los clientes tengan la certeza de que ante la ocurrencia de un siniestro, esta va a ser capaz de cubrirlo.

En este informe, se buscará determinar el Margen de Solvencia Mínimo para una subcartera de pólizas de seguros de automotores de una determinada compañía, de forma tal que su Probabilidad de Solvencia sea del 99% durante el año 2024. Los datos con los que se cuenta pertenecen al año 2023 entonces, debido al contexto inflacionario del país, para trabajar en el 2024 se realizó un ajuste por inflación a través del índice CER, considerando 45 días de rezago, siguiendo la formula: $Cuantia\ Ajustada = Cuantia \cdot \frac{CER_{12/02/24}}{CER_{fecha\ cuantia+45\ dias}}$.

Análisis descriptivo

Se realizó un análisis descriptivo de las cuantías ajustadas por inflación de los siniestros.



Figura 1: Distribución de las cuantías ajustadas por inflación de los siniestros por mes

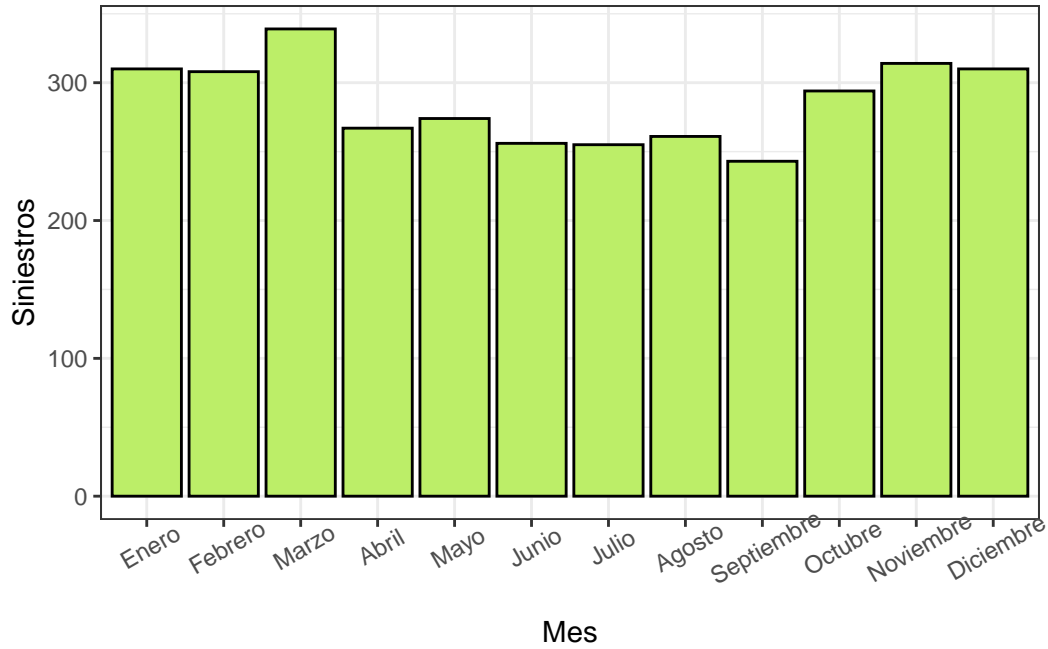


Figura 2: Distribución de los siniestros por mes

Se puede observar que el total de Marzo fue el más elevado, tanto para las cunatías como los siniestros; lo que llevaría pensar que se pagaron muchas cuantías por la elevada ocurrencia de siniestros. Por otro lado, Septiembre tuvo un comportamiento inverso: la ocurrencia de siniestros y el total de cuantías a fin de mes fueron menores respecto a los 11 meses restantes.

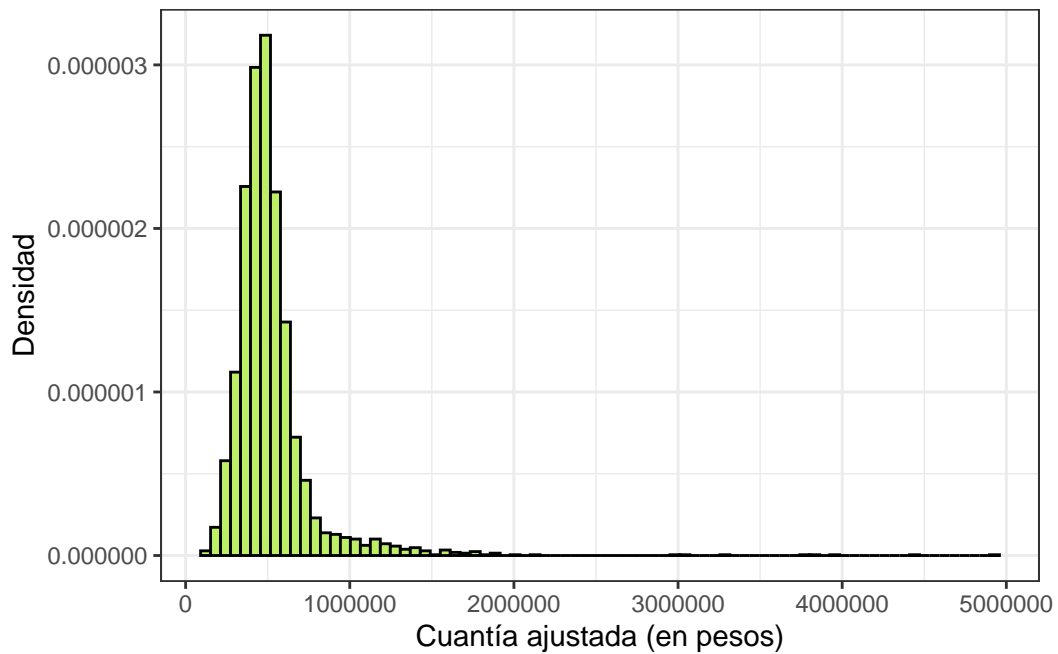


Figura 3: Distribución de la cuantía ajustada por inflación

Tabla 1: Medidas resúmenes de la cuantía ajustada

| | Media | Desvío Est. | Mínimo | P_{25} | P_{50} | P_{75} | P_{95} | Máximo |
|------------------|----------|-------------|--------|----------|----------|----------|----------|---------|
| Cuantía ajustada | 520843.6 | 267062.9 | 91951 | 394674 | 478579 | 570137.2 | 914497.9 | 4897915 |

Note: Los valores están expresados en pesos

Se puede observar en la Figura 3 que la mayoría de las cuantías se concentran por debajo del millón de pesos, al menos el 95% de las mismas como se puede notar en la Tabla 1. Además, el valor de la cuantía siniestral total ajustada del año 2023 fue de 1787.01 millones de pesos.

Metodología

Se cuenta con la información de pólizas y siniestros de años anteriores, la cual se utiliza para estimar los parametros de las distribuciones que se aplicarán para simular el número de siniestros.

Tabla 2: Información de la tasa de siniestros por año

| Año | Pólizas | Siniestros | λ |
|------|---------|------------|-----------|
| 2021 | 24752 | 3023 | 0.1221 |
| 2022 | 25348 | 3581 | 0.1413 |
| 2023 | 25615 | 3431 | 0.1339 |

Para lograr el objetivo propuesto -MSM que garantice una probabilidad de solvencia del 99%-se simula la cartera de pólizas de la siguiente manera:

1. Se hacen 5000 simulaciones para la cantidad de siniestros que pueden ocurrir en el año, siguiendo una distribución de probabilidad.
2. A partir de cada resultado, se simulan las cuantías individuales de los siniestros, siguiendo una distribución de probabilidad.
3. Se suman las cuantías individuales de cada año simulado, teniendo así las cuantías totales simuladas. Se obtendrán las PP (Primas puras) como la cuantía siniestral media, luego, se asumirá una distribución de probabilidad para las cuantías siniestral totales y se calculará el valor que acumula 99% de probabilidad, para posteriormente calcular el MSM.

Propuesta 1

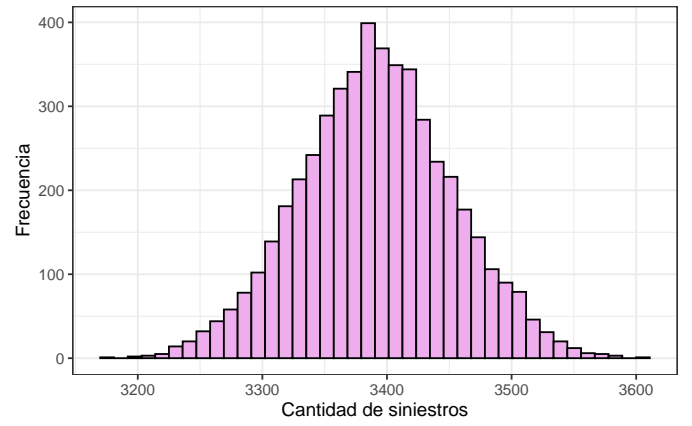
- Distribución de los siniestros: Binomial negativa

Dado que no se consideraba adecuado suponer que la media y la variancia de los siniestros fueran iguales, se propone que la variancia fuera un 10% mayor que la media para poder estimar los parámetros. Esto se realizaba teniendo en cuenta que los siniestros ocurridos en años anteriores variaban alrededor de 300 siniestros respecto del promedio. La estimación se basa en el método de los momentos:

$$\begin{cases} E(N) = \lambda \\ V(N) = \lambda \cdot (1 + \frac{\lambda}{h}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\lambda} = 0.1324 \\ \hat{h} = 1.3243 \end{cases}$$



(a) Distribución de los siniestros por póliza



(b) Simulación de la cantidad de siniestros totales

Figura 4: Simulación de los siniestros con la distribución Binomial Negativa

Tabla 3: Medidas resúmenes de la simulación de los siniestros totales

| | Media | Desvío Estándar | Mínimo | Mediana | Máximo |
|------------|---------|-----------------|--------|---------|--------|
| Siniestros | 3391.48 | 60.85 | 3179 | 3391 | 3609 |

- Distribución de la cuantías: Log-Normal

Teniendo en cuenta que los datos de las cuantías individuales son asimétricos, se postula que podrían seguir la distribución planteada.

Los parámetros de la misma, se estiman a través del método de los momentos; partiendo del valor R , definido como $R = \frac{m_2}{(m_1)^2}$ donde m_1 es el momento de orden 1 y m_2 es el momento de orden 2.

$$R = 1.2629 \Rightarrow \begin{cases} \hat{\mu} = \ln(m_1) - \frac{1}{2}\ln(R) \\ \hat{\sigma} = \sqrt{\ln(R)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\mu} = 13.0465 \\ \hat{\sigma} = 0.4831 \end{cases}$$

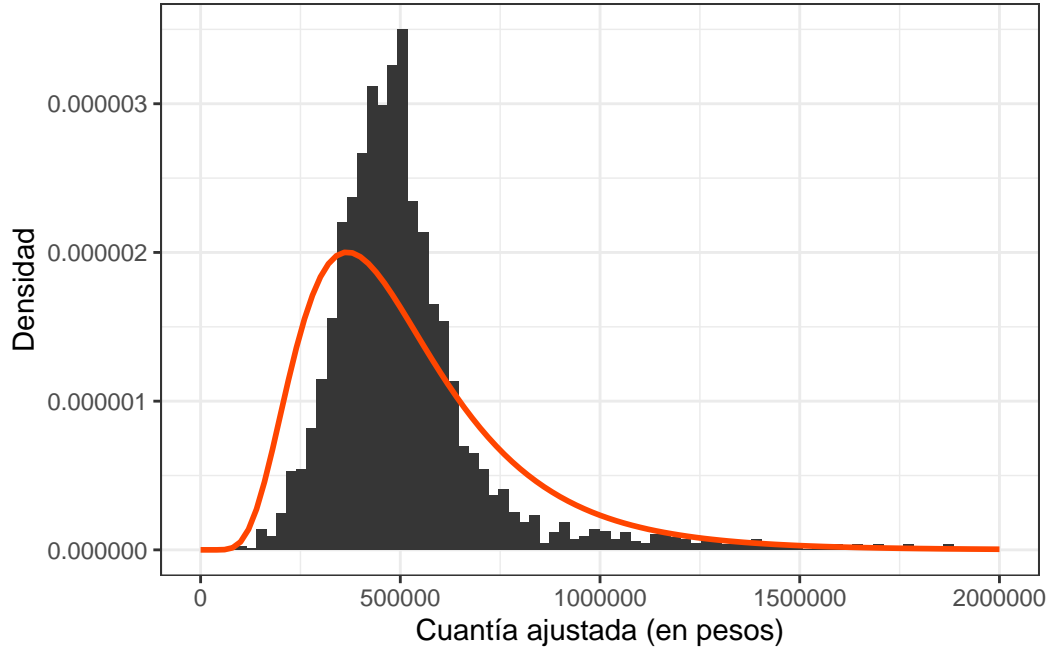


Figura 5: Distribución de las cuantías individuales ajustadas

Se puede ver que la distribución Log-Normal estaría siendo adecuada para las cuantías individuales.

Propuesta 2

- Distribución de los siniestros: Binomial negativa

Se plantea el mismo supuesto, respecto a la variancia y la media, que se postuló en la propuesta1

- Distribución de la cuantías: Gamma

Considerando que los datos de las cuantías individuales son continuos, positivos y asimétricos, se contempla que la distribución postulada podría ser adecuada para ellos.

Los parámetros de la misma se estiman mediante el método de los momentos:

$$\begin{cases} E(X) = \bar{X} = \alpha \cdot \beta \\ V(X) = S^2 = \alpha \cdot \beta^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = \frac{(\bar{X})^2}{S^2} \\ \hat{\beta} = \frac{S^2}{\bar{X}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = 3.8035 \\ \hat{\beta} = 136936.7038 \end{cases}$$

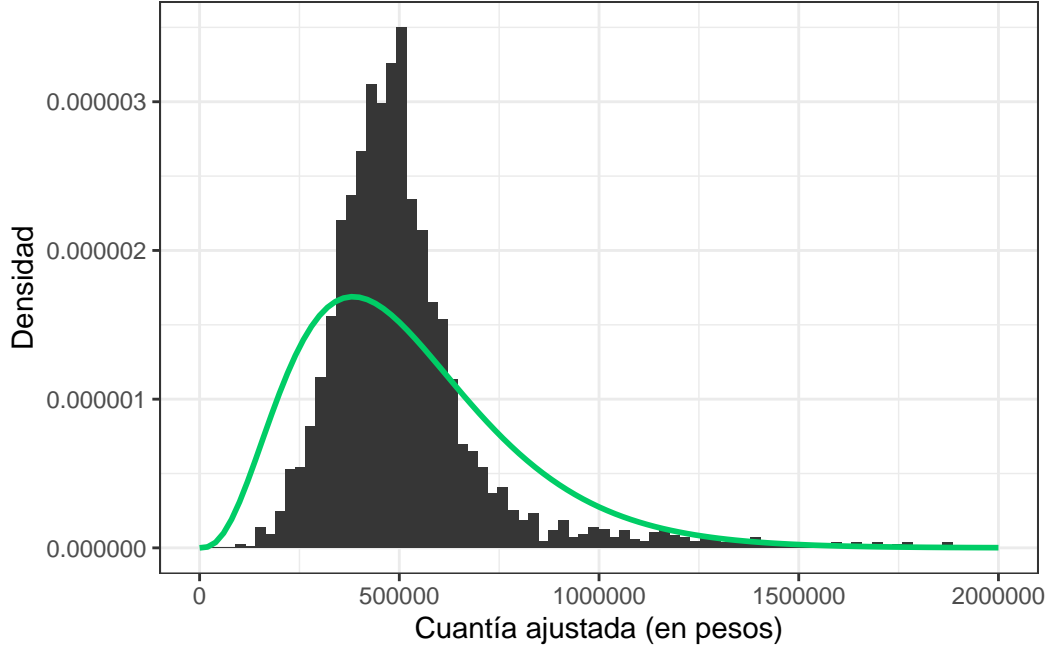


Figura 6: Distribución de las cuantías individuales ajustadas

Al igual que la Log-Normal, la distribución Gamma parecería que se adecua a los datos de las cuantías individuales; con la salvedad de que presenta menor densidad que la Log-Normal en valores chicos de cuantías.

Propuesta 3

- Distribución de los siniestros: Poisson

Pese a lo planteado en las propuestas anteriores, se propone que el número de siniestros seguiría una distribución Poisson; por lo tanto, se está suponiendo que la media y la variancia son iguales.

$$E(N) = V(N) = \lambda \Rightarrow \hat{\lambda} = 0.1324$$

Tabla 4: Medidas resúmenes de la simulación de los siniestros totales

| | Media | Desvío Estándar | Mínimo | Mediana | Máximo |
|------------|---------|-----------------|--------|---------|--------|
| Siniestros | 3391.44 | 57.94 | 3166 | 3392 | 3615 |

- Distribución de la cuantías: Log-Normal

Teniendo en cuenta que los datos de las cuantías individuales son asimétricos, se postula que podrían seguir la distribución planteada.

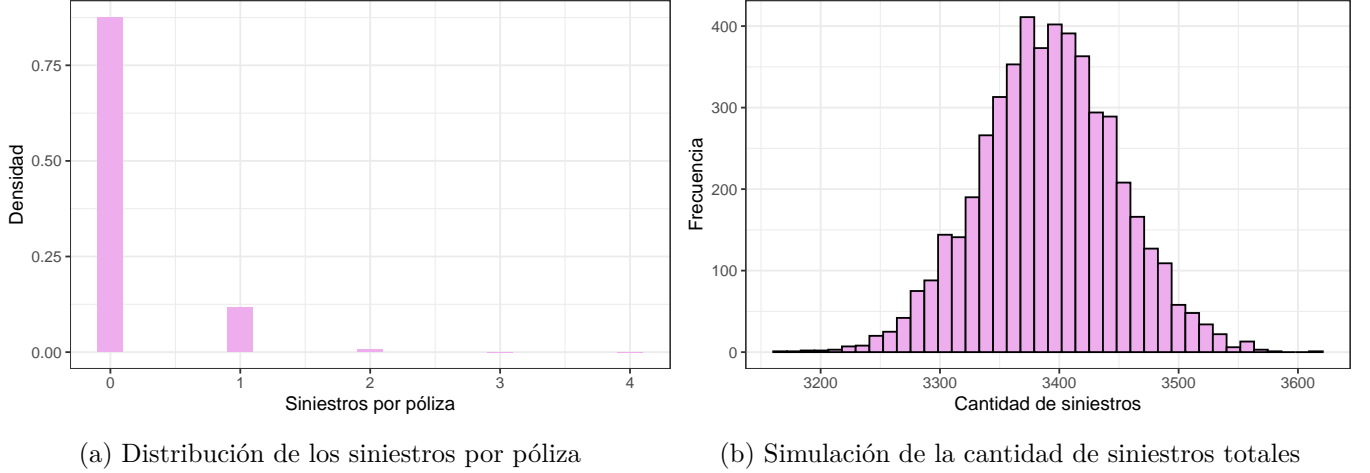


Figura 7: Simulación de los siniestros con la distribución Poisson

Los parámetros de la misma, se estiman a través del método de los momentos; partiendo del valor R , definido como $R = \frac{m_2}{(m_1)^2}$ donde m_1 es el momento de orden 1 y m_2 es el momento de orden 2. Las estimaciones serán las mismas que las obtenidas para la propuesta 1:

$$\begin{cases} \hat{\mu} = 13.0465 \\ \hat{\sigma} = 0.4831 \end{cases}$$

Al ser los mismos parámetros estimados, el ajuste de la distribución Log-Normal será el mismo que para el caso donde el número de siniestros sigue la Binomial Negativa, como se muestra en la Figura 5.

En las 3 propuestas se utilizan distintas distribuciones para modelar las cuantías individuales, se puede ver una mejor comparación del ajuste de las mismas en la Figura 11.

Resultados

Como se mencionó antes, con las simulaciones de las cuantías individuales, se simulan las cuantías totales para luego calcular el Margen de Solvencia Mínimo. Este se define de la siguiente manera: $MSM = y_0 - PR$, donde y_0 es el valor de la cuantía total perteneciente al cuartil 0.99 y PR es la prima recargada.

Cabe aclarar que la prima recargada es simplemente la prima pura (PP), que es el promedio de las cuantías siniestrosales totales simuladas, más un porcentaje de esa prima: $PR = PP + \alpha \cdot PP$. En el presente trabajo los recargos que se le agregan a la prima pura serán del 1%, 2%, 3%, 4% y 5%.

Además, para cada propuesta se contempla la opción de obtener y_0 tanto a través de la distribución Normal Estándar como la distribución Normal Power. En el caso de la Normal Estándar, $y_0 = Z_{99} \cdot DS(Y) + E(Y)$; mientras que para el caso de la Normal Power, $y_0 = Y_{99} \cdot DS(Y) + E(Y)$ con $Y_{99} = Z_{99} + \frac{\gamma}{6} \cdot (Z_{99}^2 - 1)$. Siendo Z_{99} e Y_{99} los percentiles que acumulan 99% de probabilidad en la distribución Normal y Normal Power respectivamente; y γ es el coeficiente de asimetría.

Propuesta 1: Distribución Binomial Negativa + Distribución Log-Normal

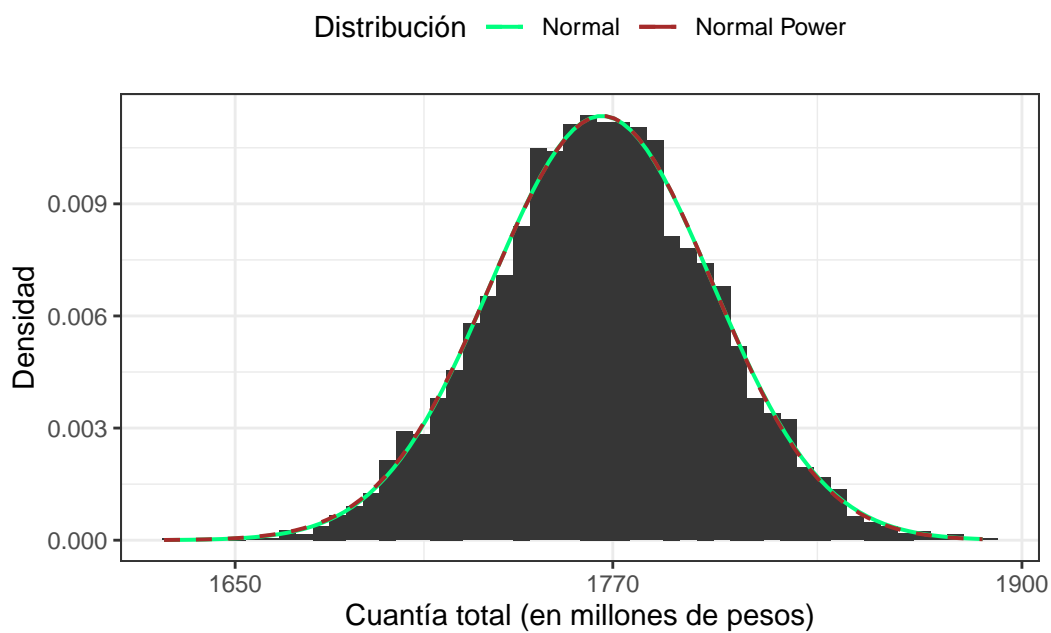


Figura 8: Distribución de la cuantía total

Se puede observar que la distribución Normal Power está levemente movida hacia la izquierda de la distribución Normal, ya que el coeficiente de asimetría es de 0.0234, por lo que podría no haber diferencia entre los MSM obtenidos.

Propuesta 2: Distribución Binomial Negativa + Distribución Gamma

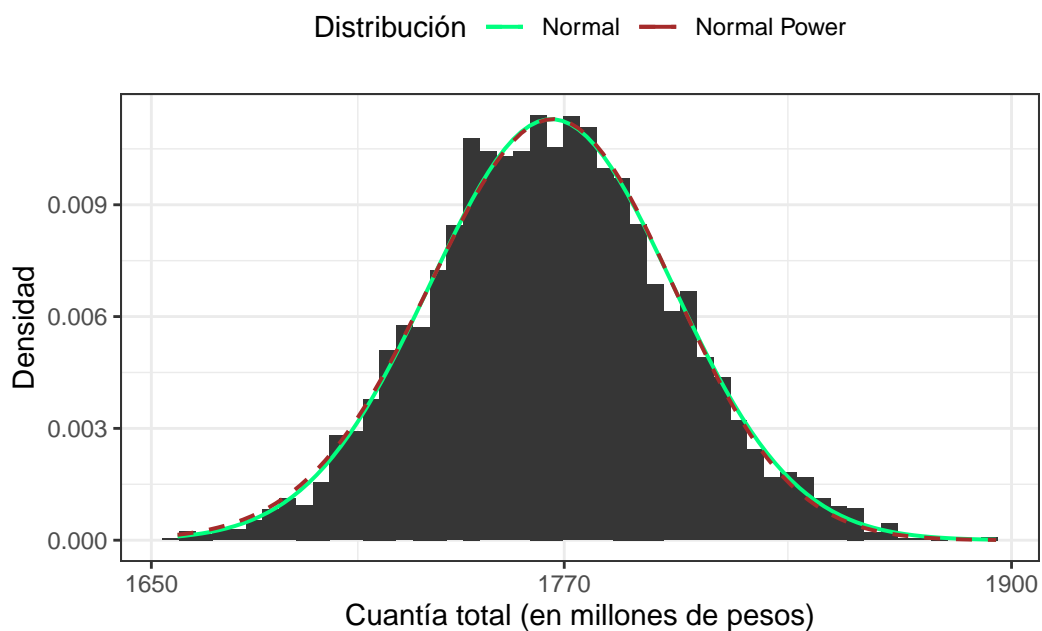


Figura 9: Distribución de la cuantía total

Se puede observar que la distribución Normal Power está movida hacia la izquierda de la distribución Normal, ya que el coeficiente de asimetría es de 0.0876, por lo que habría asimetría no solo positiva sino mayor a la que presenta la propuesta 1 y podría haber diferencia entre los MSM obtenidos.

Propuesta 3: Distribución Poisson + Distribución Log-Normal

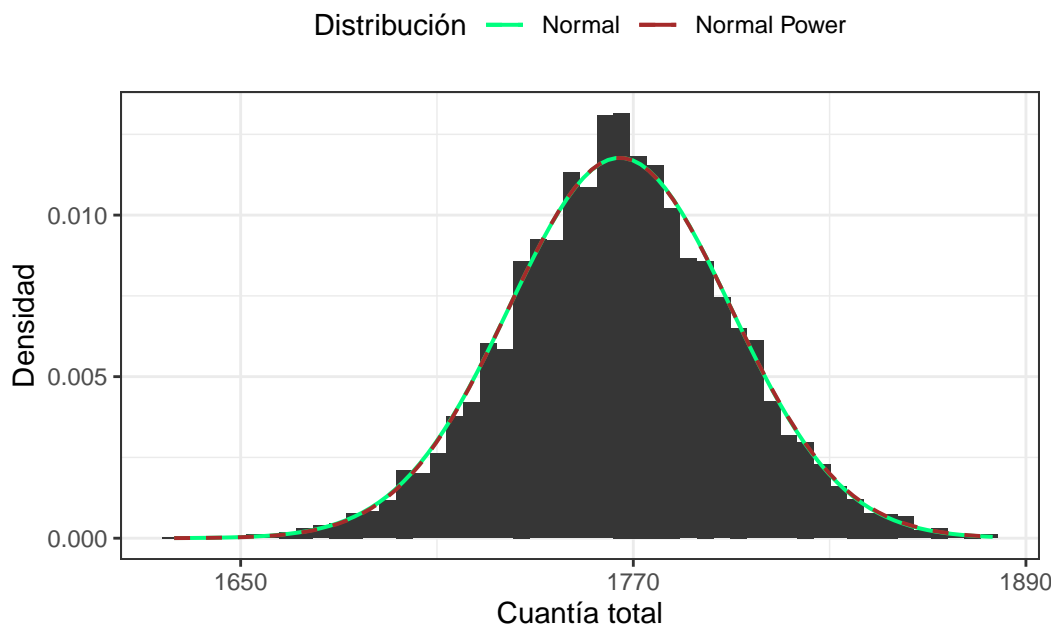


Figura 10: Distribución de la cuantía total

Se puede observar que la distribución Normal Power está levemente movida hacia la derecha de la distribución Normal, ya que el coeficiente de asimetría es de -0.0177 por lo que se estaría teniendo una asimetría negativa y podría no haber diferencia entre los MSM obtenido.

Tabla 5: Medidas resúmenes de las simulaciones de la cuantía total

| Propuesta | Mín | P_{25} | P_{50} | P_{75} | P_{99} | Max |
|----------------|---------|----------|----------|----------|----------|---------|
| BN+LogNormal | 1627.42 | 1743.28 | 1766.31 | 1790.21 | 1847.79 | 1887.51 |
| BN+Gamma | 1657.61 | 1742.47 | 1765.58 | 1789.40 | 1850.86 | 1895.51 |
| Pois+LogNormal | 1629.67 | 1743.60 | 1765.67 | 1787.97 | 1846.64 | 1879.84 |

Note: Los valores están expresados en millones de pesos

En la Tabla 5, se puede notar que las distribuciones de las cuantías totales simuladas se comportan de forma similar en las 3 propuestas, siendo el método más conservador “BN+Gamma” dado que el valor que acumula un 99% de probabilidad es más grande que para los métodos restantes.

Conclusión

En última instancia, se calculan los MSM (Margen de Solvencia Mínimo) tanto para la distribución Normal $-MSM_{Normal}$ como para la distribución Normal Power $-MSM_{NormalPower}$, a partir de la PR (Prima Recargada), que se construye como la PP (Prima Pura) más el RS (Recargo de Seguridad), para tomar una decisión sobre qué propuesta seleccionar para garantizar una probabilidad de solvencia del 99%.

Tabla 6: Resultados de la simulación de la cuantía total

| Propuesta | RS | PP | PR | Z_{99} | MSM_{Normal} | Y_{99} | $MSM_{NormalPower}$ |
|-------------------|---------|---------|---------|----------|----------------|----------|---------------------|
| BN+LogNormal 1% | 1766.50 | 1784.16 | 1848.25 | 64.08 | 1848.85 | 64.69 | |
| BN+LogNormal 2% | 1766.50 | 1801.83 | 1848.25 | 46.42 | 1848.85 | 47.02 | |
| BN+LogNormal 3% | 1766.50 | 1819.49 | 1848.25 | 28.75 | 1848.85 | 29.36 | |
| BN+LogNormal 4% | 1766.50 | 1837.16 | 1848.25 | 11.09 | 1848.85 | 11.69 | |
| BN+LogNormal 5% | 1766.50 | 1854.82 | 1848.25 | -6.58 | 1848.85 | -5.97 | |
| BN+Gamma 1% | 1766.24 | 1783.90 | 1848.38 | 64.48 | 1850.66 | 66.76 | |
| BN+Gamma 2% | 1766.24 | 1801.56 | 1848.38 | 46.82 | 1850.66 | 49.09 | |
| BN+Gamma 3% | 1766.24 | 1819.23 | 1848.38 | 29.16 | 1850.66 | 31.43 | |
| BN+Gamma 4% | 1766.24 | 1836.89 | 1848.38 | 11.49 | 1850.66 | 13.77 | |
| BN+Gamma 5% | 1766.24 | 1854.55 | 1848.38 | -6.17 | 1850.66 | -3.89 | |
| Pois+LogNormal 1% | 1765.91 | 1783.57 | 1844.73 | 61.16 | 1844.29 | 60.72 | |
| Pois+LogNormal 2% | 1765.91 | 1801.23 | 1844.73 | 43.50 | 1844.29 | 43.06 | |
| Pois+LogNormal 3% | 1765.91 | 1818.89 | 1844.73 | 25.84 | 1844.29 | 25.40 | |
| Pois+LogNormal 4% | 1765.91 | 1836.55 | 1844.73 | 8.18 | 1844.29 | 7.74 | |
| Pois+LogNormal 5% | 1765.91 | 1854.21 | 1844.73 | -9.48 | 1844.29 | -9.92 | |

Note: Los valores están expresados en millones de pesos

En la Tabla 6 se puede observar que, el mayor MSM se obtiene usando la propuesta “BN+Gamma” asumiendo una distribución Normal Power y con un porcentaje de recargo de seguridad del 1%, en consecuencia, el menor MSM se obtiene usando la propuesta “Poisson+LogNormal” asumiendo una distribución Normal Power y con un porcentaje de recargo de seguridad del 5%.

Por último, en caso de elegir una propuesta para esta situación, si bien no hay una propuesta que sea la más adecuada, se optaría por la “BN+Gamma” con un porcentaje de recargo de seguridad del 2% y bajo el supuesto de que las cuantía totales se distribuyen como una Normal Power. Además, si se cobraran las primas recargadas (por un valor de 1801.56 millones de pesos) se garantizaría la solvencia en caso de que en este año se repitan las cuantías siniestrosales totales del año 2023, ya que éstas fueron de 1787.01 millones de pesos.

Anexo

Todo lo realizado en el trabajo se encuentra en el siguiente repositorio el cuál se accede haciendo [click aquí](#).

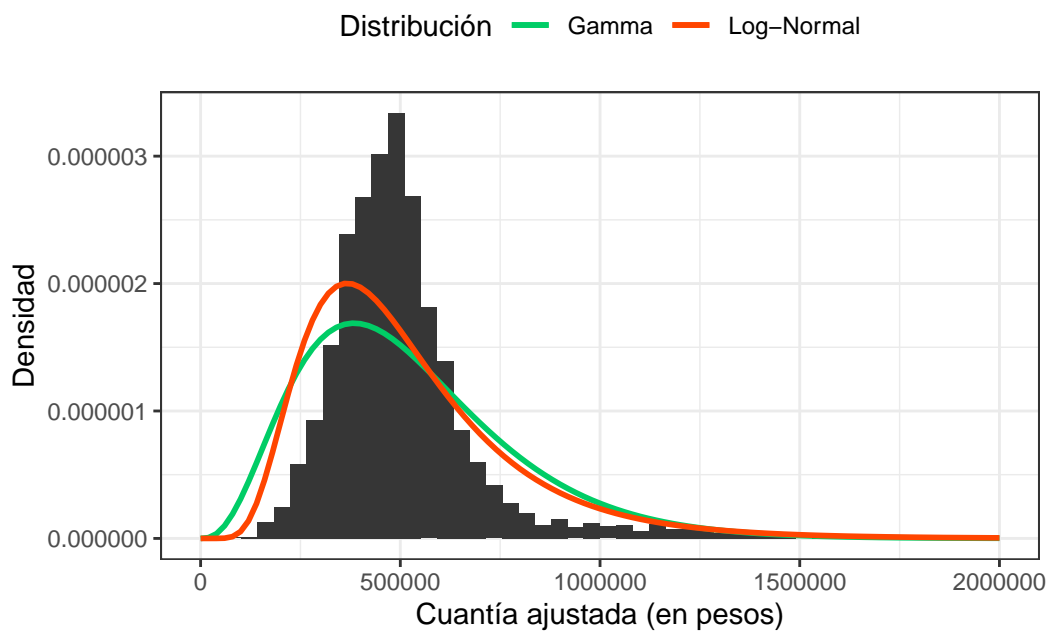


Figura 11: Comparación del ajuste de las distribuciones propuestas