LICENCIATURA EN ESTADÍSTICA

Trabajo Práctico

Estadística Actuarial

Autores: Rocio Canteros - Franco Santini

Docente: Adrián Wibly

2025

Tabla de contenidos

Introducción

Una empresa aseguradora resulta solvente cuando dispone o es capaz de recolectar los recursos necesarios para hacer frente a posibles siniestros no previstos. Sea cual sea la duración del seguro, hay una diferencia entre el momento en que se contrata y el momento en el que se cobra, es ahí donde la capacidad de solvencia de la compañia cobra importancia ya que sirve para que los clientes tengan la certeza de que ante la ocurrencia de un siniestro, esta va a ser capaz de cubrirlo.

En este informe, se buscará determinar el Margen de Solvencia Mínimo para una subcartera de pólizas de seguros de automotores de una determinada compañia, de forma tal que su Probabilidad de Solvencia sea del 99% durante el año 2024. Los datos con los que se cuenta pertenecen al año 2023 entonces, debido al contexto inflacionario del país, para trabajar en el 2024 se realizó un ajuste por inflación a través del indice CER, considerando 45 días de rezago; esto debido a que el dato inflacionario se publica 30 días tarde y el indice CER demora 15 días más.

Análisis descriptivo

Se realizó un análisis descriptivo de las cuantías ajustadas por inlfación de los siniestros.

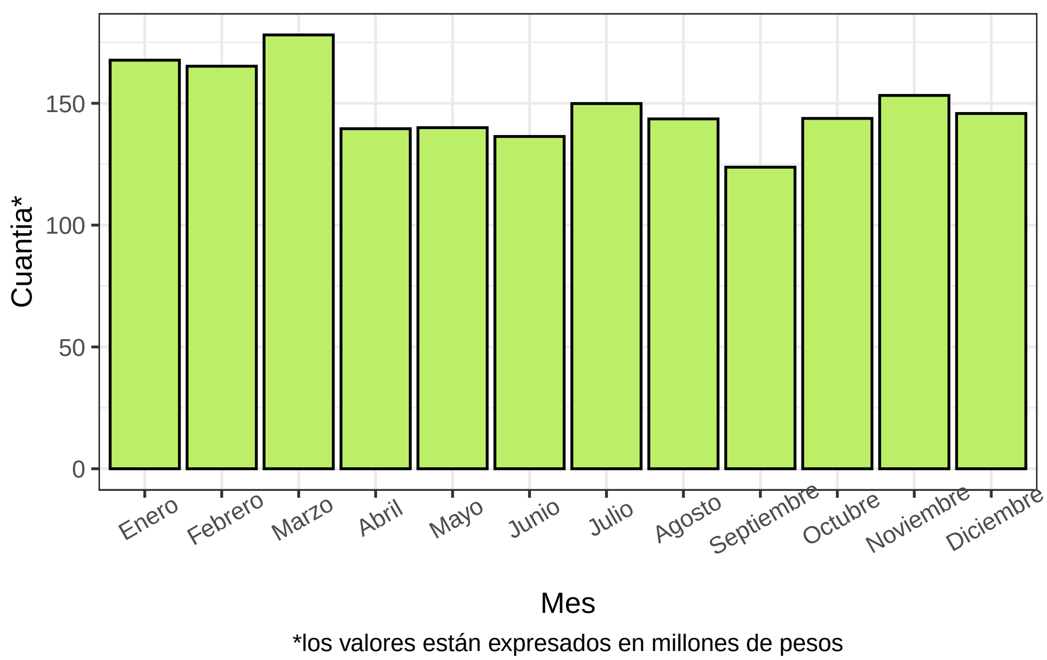


Figura 1: Distribución de las cuantías ajustadas por inflación de los siniestros por mes

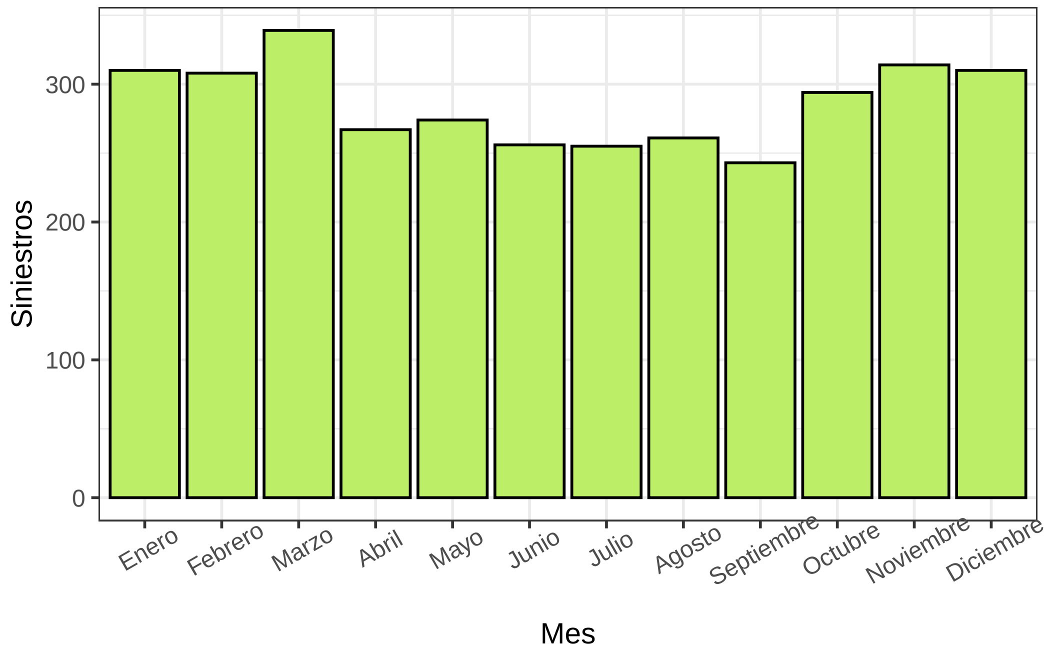


Figura 2: Distribución de los siniestros por mes

Se puede observar que el total de Marzo fue el más elevado, tanto para las cunatías como los siniestros; lo que llevaría pensar que se pagaron muchas cuantías por la elevada ocurrencia de siniestros. Por otro lado, Septiembre tuvo un comportamiento inverso: la ocurrencia de siniestros y el total de cuantías a fin de mes fueron menores respecto a los 11 meses restantes.

Metodología

Se cuenta con la información de polizas y siniestros de años anteriores, la cual se utiliza para estimar los parametros de las distribuciones que se aplicarán para simular el número de siniestros.

Tabla 1: Información de la tasa de siniestros por año

Año	Pólizas	Siniestros	λ
2021	24752	3023	0.1221
2022	25348	3581	0.1413
2023	25615	3431	0.1339

Para lograr el objetivo propuesto -MSM que garantice una probabilidad de solvencia del 99%-,se simula la cartera de polizas de la sigueinte manera:

1. Se hacen 5000 simulaciones para la cantidad de siniestros que pueden ocurrir en el año, siguiendo una distribución de probabilidad.
2. A partir de cada resultado, se simulan las cuantías individuales de los siniestros.

3. Se suman las cuantías individuales de cada año simulado, obteniendo así las cuantías totales simuladas. Con esta última información se calculará el MSM.

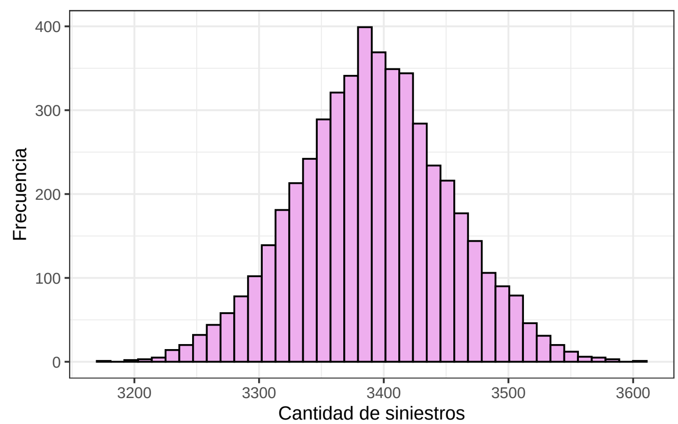
Propuesta 1

- Distribución de los siniestros: Binomial negativa

Dado que no se consideraba adecuado suponer que la media y la variancia de los siniestros fueran iguales, se propone que la varianza fuera un 10% mayor que la media para poder estimar los parámetros. Esto se realizaba teniendo en cuenta que los siniestros ocurridos en años anteriores variaban alrededor de 300 siniestros respecto del promedio. La estimación se basa en el método de los momentos:

$$\begin{cases} E(N) = \lambda \\ V(N) = \lambda \cdot (1 + \frac{\lambda}{h}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\lambda} = 0.1324 \\ \hat{h} = 1.3243 \end{cases}$$

(a) Distribución de los siniestros por póliza



(b) Simulación de la cantidad de siniestros totales

Figura 3: Simulación de los siniestros con la distribución Binomial Negativa

Tabla 2: Medidas resúmenes de la simulación de los siniestros totales

	Media	Desvío Estándar	Mínimo	Mediana	Máximo
Siniestros	3391.48	60.85	3179	3391	3609

- Distribución de la cuantías: Log-Normal

Teniendo en cuenta que los datos de las cuantías individuales son asimétricos, se postula que podrían seguir la distribución planteada.

Los parámetros de la misma, se estiman a través del método de los momentos; partiendo del valor R, definido como $R = \frac{m_2}{(m_1)^2}$ donde m_1 es el momento de orden 1 y m_2 es el momento de orden 2.

$$R = 1.2629 \Rightarrow \begin{cases} \hat{\mu} = ln(m_1) - \frac{1}{2}ln(R) \\ \hat{\sigma} = \sqrt{ln(R)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\mu} = 13.0465 \\ \hat{\sigma} = 0.4831 \end{cases}$$

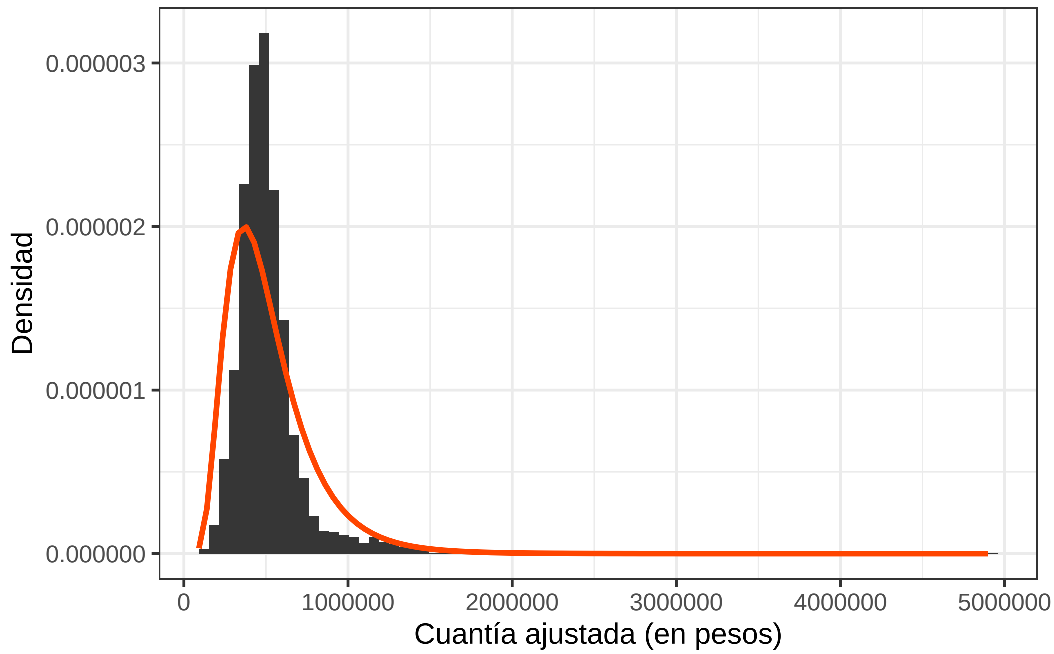


Figura 4: Distribución de las cuantías individuales ajustadas

Se puede ver que la distribución Log-Normal estaría siendo adecuada para las cuantías individuales.

Propuesta 2

- Distribución de los siniestros: Binomial negativa

Se plantea el mismo supuesto, respecto a la variancia y la media, que se postuló en la @propuesta1

- Distribución de la cuantías: Gamma

Considerando que los datos de las cuantías individuales son continuos, positivos y asimétricos, se contempla que la distribución postulada podría ser adecuada para ellos.

Los parámetros de la misma se estiman mediante el método de los momentos:

$$\begin{cases} E(X) = \overline{X} = \alpha \cdot \beta \\ V(X) = S^2 = \alpha \cdot \beta^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = \frac{(\overline{X})^2}{S^2} \\ \hat{\beta} = \frac{S^2}{\overline{X}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = 3.8035 \\ \hat{\beta} = 136936.7038 \end{cases}$$

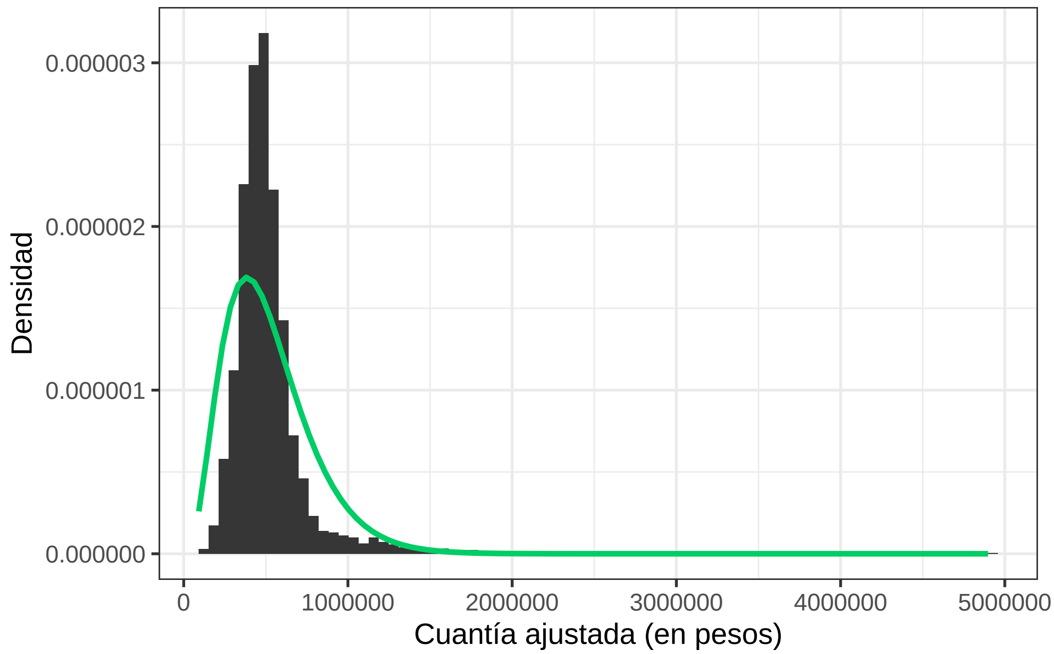


Figura 5: Distribución de las cuantías individuales ajustadas

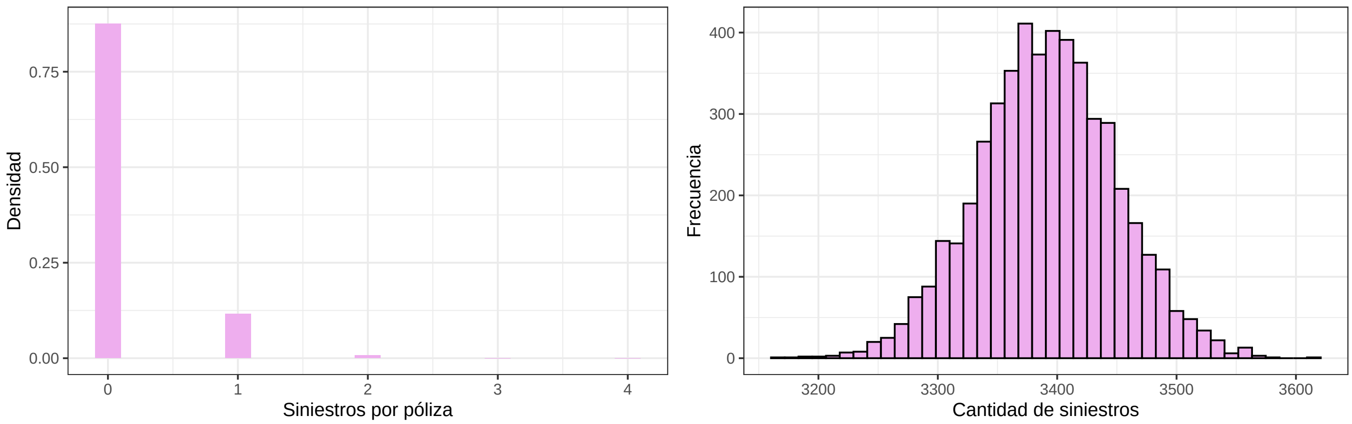
Al igual que la Log-Normal, la distribución Gamma parecería que se adecua a los datos de las cuantías individuales; con la salvedad de que presenta menor densidad que la Log-Normal en valores chicos de cuantías.

Propuesta 3

- Distribución de los siniestros: Poisson

Pese a lo planteado en las propuestas anteriores, se propone que el número de siniestros seguiría una distribución Poisson; por lo tanto, se esta suponiendo que la media y la variancia son iguales.

$$E(N) = V(N) = \lambda \; \Rightarrow \; \hat{\lambda} = 0.1324$$



(a) Distribución de los siniestros por póliza

(b) Simulación de la cantidad de siniestros totales

Figura 6: Simulación de los siniestros con la distribución Poisson

Tabla 3: Medidas resúmenes de la simulación de los siniestros totales

	Media	Desvío Estándar	Mínimo	Mediana	Máximo
Siniestros	3391.44	57.94	3166	3392	3615

- Distribución de la cuantías: Log-Normal

Teniendo en cuenta que los datos de las cuantías individuales son asimétricos, se postula que podrían seguir la distribución planteada.

Los parámetros de la misma, se estiman a través del método de los momentos; partiendo del valor R, definido como $R = \frac{m_2}{(m_1)^2}$ donde m_1 es el momento de orden 1 y m_2 es el momento de orden 2. Las estimaciones serán las mismas que las obtenidas para la propuesta 1:

$$\begin{cases} \hat{\mu} = 13.0465 \\ \hat{\sigma} = 0.4831 \end{cases}$$

Al ser los mismos parámetros estimados, el ajuste de la distribución Log-Normal será el mismo que para el caso donde el número de siniestros sigue la Binomial Negativa, como se muestra en la Figura 4.

Resultados

Como se mencionó antes, con las simulaciones de las cuantías individuales, se simulan las cuantías totales para luego calcular el Margen de Solvencia Mínimo. Este se define de la siguiente manera: $MSM = y_0 - PR$, donde y_0 es el valor de la cuantía total perteneciente al cuartil 0.99 y PR es la prima recargada.

Cabe aclarar que la prima recargada es simplemente la prima pura (PP), la media de la siniestralidad anual, más un porcentaje de esa prima: $PR = PP + \alpha \cdot PP$. En el presente trabajo los recargos que se le agregan a la prima pura serán del 1% y 3%.

Además, para cada propuesta se contempla la opción de obtener y_0 tanto a través de la distribución Normal Estándar como la distribución Normal Power. En el caso de la Normal Estándar, $y_0 = Z_{99} \cdot DS(Y) + E(Y)$; mientras que para el caso de la Normal Power, $y_0 = Y_{99} \cdot DS(Y) + E(Y)$ con $Y_{99} = Z_{99} + \frac{\gamma}{6} \cdot (Z_{99}^2 - 1)$. Siendo Z_{99} e Y_{99} los percentiles que acumulan 99% de probabilidad en la distribución Normal y Normal Power respectivamente.

Propuesta 1: Distribución Binomial Negativa + Distribución Log-Normal

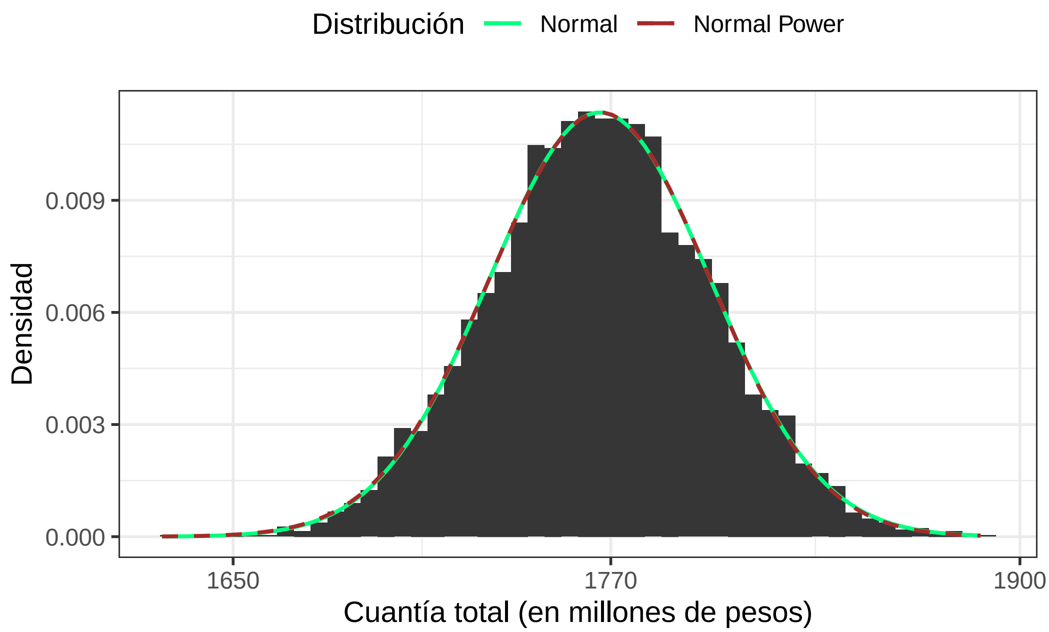


Figura 7: Distribución de la cuantía total

Se puede observar que la distribución Normal Power está levemente movida hacia la izquierda de la distribución Normal, por lo que estaría habiendo asimetria positiva pequeña y podría no haber diferencia entre los MSM obtenidos.

Propuesta 2: Distribución Binomial Negativa + Distribución Gamma

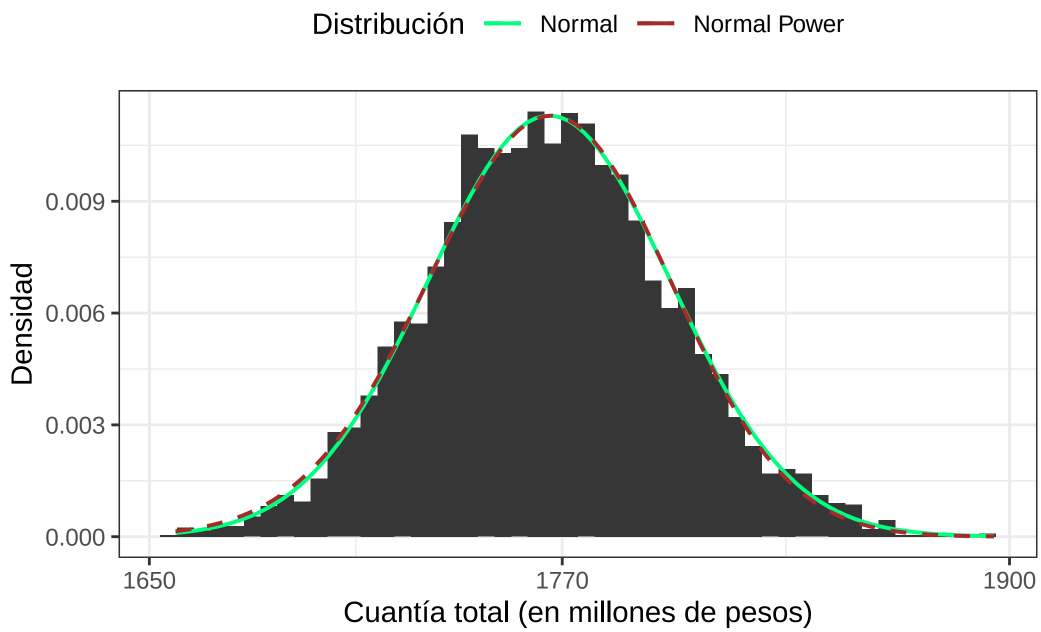


Figura 8: Distribución de la cuantía total

Se puede observar que la distribución Normal Power está movida hacia la izquierda de la distribución Normal, por lo que habría asimetría no solo positiva sino mayor a la que presenta la propuesta 1 y podría haber diferencia entre los MSM obtenidos.

Propuesta 3: Distribución Poisson + Distribución Log-Normal

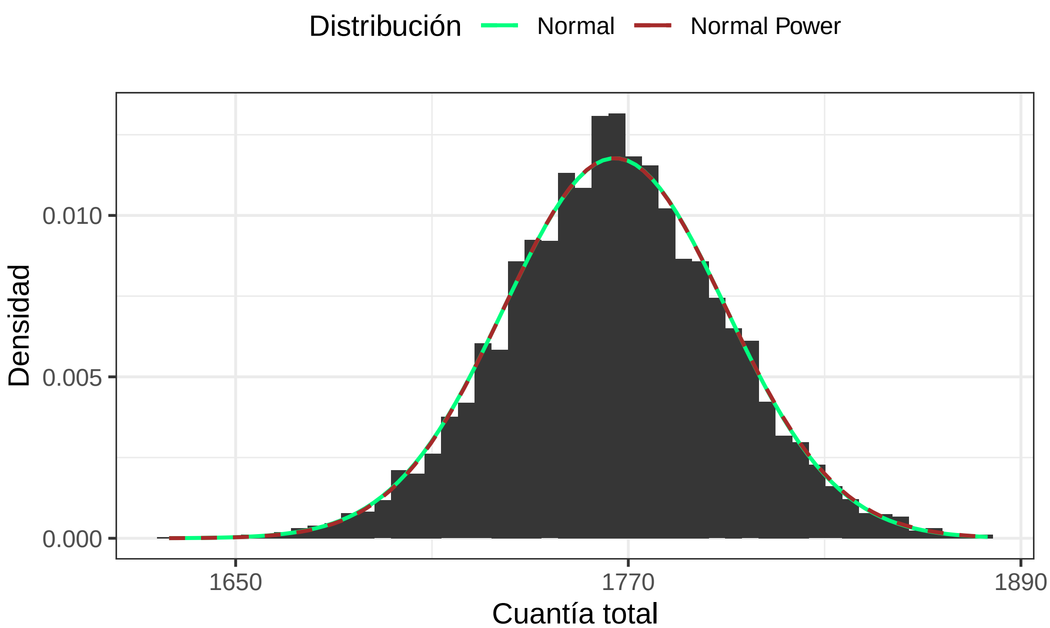


Figura 9: Distribución de la cuantía total

Se puede observar que la distribución Normal Power está levemente movida hacia la derecha de la distribución Normal, por lo que se estaría teniendo una asimetría negativo y podría no haber diferencia entre los MSM obtenido.

Tabla 4: Medidas resúmenes de las simulaciones de la cuantía total

Propuesta	Mín	P_{25}	P_{50}	P_{75}	P_{99}	Max
BN+LogNormal	1627.42	1743.28	1766.31	1790.21	1847.79	1887.51
BN+Gamma	1657.61	1742.47	1765.58	1789.40	1850.86	1895.51
Pois+LogNormal	1629.67	1743.60	1765.67	1787.97	1846.64	1879.84

Note: Los valores están expresados en millones de pesos

En la Tabla 4, se puede notar qué las distribuciones de las cuantías totales simuladas se comportan de forma similar en las 3 propuestas, siendo el método más conservador "BN+Gamma" dado que el valor que acumula un 99% de probabilidad es más grande que para los métodos restantes.

Conclusión

En última instancia, se calculan los MSM (Margen de Solvencia Mínimo) tanto para la distribución Normal -MSM_{Normal}- como para la distribución Normal Power -$MSM_{NormalPower}$-, a partir de la PR (Prima Recargada), que se construye como la PP (Prima Pura) más el RS (Recargo de Seguridad), para tomar una decisión sobre qué propuesta seleccionar para garantizar una probabilidad de solvencia del 99%.

Tabla 5: Resultados de la simulación de la cuantía total

Propuesta	RS	PP	PR	Z_{99}	MSM_{Normal}	Y_{99}	$MSM_{NormalPower}$
BN+LogNormal	1%	1766.50	1784.16	1848.25	64.08	1848.85	64.69
BN+LogNormal	3%	1766.50	1819.49	1848.25	28.75	1848.85	29.36
BN+Gamma	1%	1766.24	1783.90	1848.38	64.48	1850.66	66.76
BN+Gamma	3%	1766.24	1819.23	1848.38	29.16	1850.66	31.43
Pois+LogNormal	1%	1765.91	1783.57	1844.73	61.16	1844.29	60.72
Pois+LogNormal	3%	1765.91	1818.89	1844.73	25.84	1844.29	25.40

Note: Los valores están expresados en millones de pesos

En la Tabla 5 se puede observar que, el mayor MSM se obtiene usando la propuesta "BN+Gamma" asumiendo una distribución Normal Power y con un porcentaje de recargo de seguridad del 1%, en consecuencia, el menor MSM se obtiene usando la propuesta "Poisson+LogNormal" asumiendo una distribución Normal Power y con un porcentaje de recargo de seguridad del 3%.

Por último, en caso de elegir una propuesta para esta situación, la más adecuada sería la "BN+Gamma" con un porcentaje de recargo de seguridad del 3% y bajo el supuesto de que las cuantías totales se distribuyen como una Normal Power, dado que el MSM es aceptable. Además, si se cobraran las primas recargadas (por un valor de 1819.23 millones de pesos) se garantizaría la solvencia en caso de que en este año se repitan las cuantías siniestrales totales del año 2023, ya que éstas fueron de 1787.01 millones de pesos.

Anexo

Todo lo realizado en el trabajo se encuentra en el siguiente repositorio el cuál se accede haciendo click aquí.