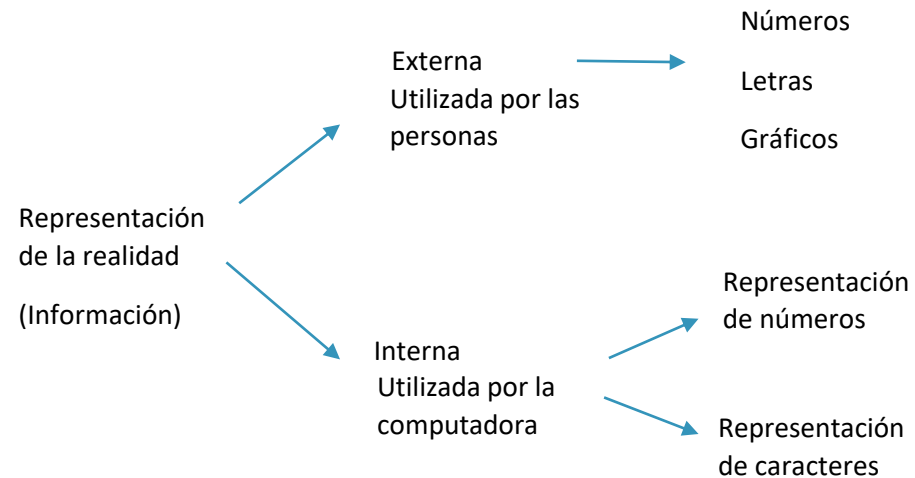


Sistemas de Numeración

Prof. Silvana Panizzo

Introducción



Sistemas de numeración:

- ✓ No Posicionales: el valor del símbolo no depende la posición que este ocupe dentro del número.
Ejemplo: CCXXI (Números Romanos) → 221 en decimal
- ✓ Posicionales: el valor del símbolo depende la posición que este ocupe dentro del número o sea cada símbolo está afectado por un factor de escala.
Ejemplo: $521 \neq 125$ → El significado varia según la ubicación (numeración Decimal)

Sistemas de notación posicional (SNP)

- ✓ Formados por n cantidad de símbolos cuya combinación representa valores diferentes.
- ✓ Cada símbolo tiene un “peso” diferente según el lugar que ocupa.
- ✓ El “peso” es la base elevada a la posición que ocupa dentro del número.
- ✓ La suma de cada dígito multiplicado por su “peso” permite obtener el valor final del número. En SNP toda cantidad puede ser expresado como un polinomio de potencias de la base.

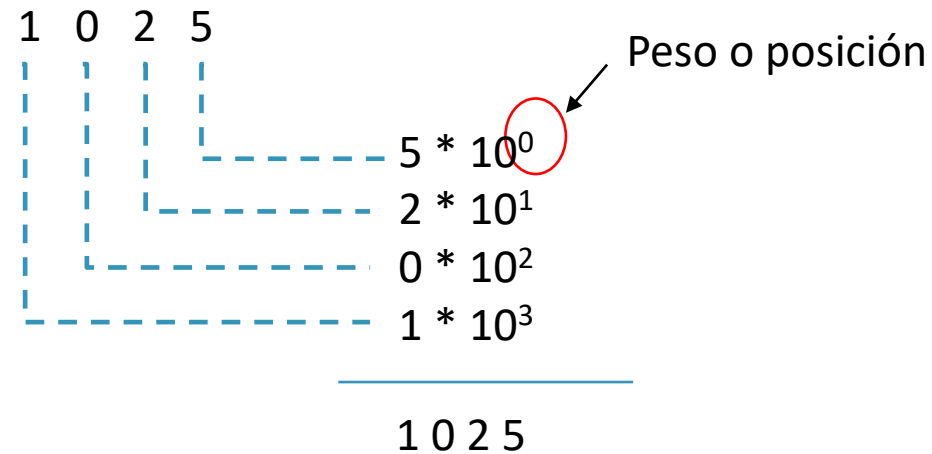
$$=a_n b^n + \dots + a_3 b^3 + a_2 b^2 + a_1 b^1 + a_0 b^0 + a_{-1} b^{-1} + a_{-2} b^{-2} + \dots a_{-n} b^{-n}$$

a → coeficiente, símbolo del SNP

b → potencia de la base

Sistema decimal

✓ Ejemplo en decimal:

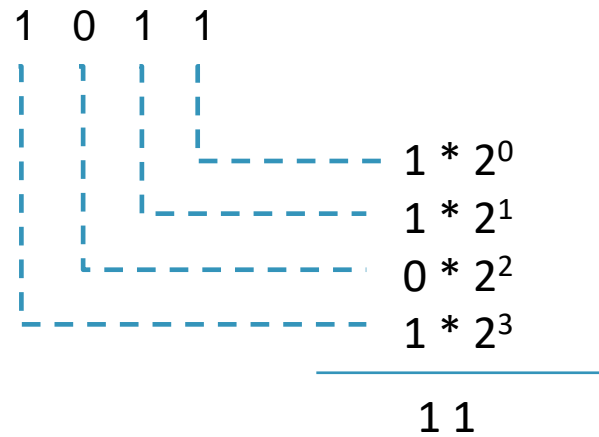


✓ Base 10 → Posee 10 símbolos.

✓ Símbolos → 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Como pasar de binario a decimal

❖ Sistema Binario



✓ Base 2 → Posee 2 símbolos.

✓ Símbolos → 0 1

✓ El numero 1011₍₂₎, se lee uno, cero, uno, uno, cero en base 2.

$$1011_{(2)} \rightarrow 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 \text{ (Polinomio de potencias de la base)} = \mathbf{11}_{(10)}$$

De Octal y Hexadecimal a Sistema Decimal

❖ Sistema Octal

✓ Base 8 → Posee 8 símbolos.

✓ Símbolos → 0 1 2 3 4 5 6 7

$$375_{(8)} \rightarrow 3 * 8^2 + 7 * 8^1 + 5 * 8^0 \text{ (Polinomio de potencias de la base)} = \mathbf{253}_{(10)}$$

❖ Sistema Hexadecimal

✓ Base 16 → Posee 16 símbolos.

✓ Símbolos → 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

$$2B8_{(16)} \rightarrow 2 * 16^2 + 11 * 16^1 + 8 * 16^0 \text{ (Polinomio de potencias de la base)} = \mathbf{696}_{(10)}$$

El numero $2B8_{(16)}$, se lee dos, b, ocho en base 16.

Actividad

- ✓ Convertir los siguientes números según su base al sistema decimal:

1) $11001001_{(2)}$

2) $AC9_{(16)}$

3) $205_{(8)}$

- ✓ Armar una tabla de equivalencias entre la base decimal, binario, octal y hexadecimal hasta el numero 16 en decimal.
- ✓ Identificar características similares entre los SNP.

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
---------	---------	-------	-------------

Actividad

- ✓ Convertir los siguientes números según su base al sistema decimal:
 - 1) $11001001_{(2)} \rightarrow 201_{(10)}$
 - 2) $AC9_{(16)} \rightarrow 2761_{(10)}$
 - 3) $205_{(8)} \rightarrow 133_{(10)}$
- ✓ Armar una tabla de equivalencias entre la base decimal, binario, octal y hexadecimal hasta el número 16 en decimal. Identificar características similares entre los SNP.

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10_2	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10_8	8
9	1001	11	9
10_{10}	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
			10_{16}

Conclusión de la Actividad

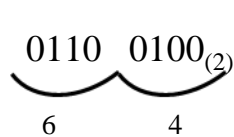
- ✓ El (uno, cero) 10, es el número que en cualquier sistema representa la base.

$$10_{(2)} = 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 2_{(10)}$$

$$10_{(8)} = 1 * 8^1 + 0 * 8^0 = 8_{(10)}$$

- ✓ Para analizar el contenido interno de los registros de la computadora se utilizan los sistemas octal y hexadecimal ya que permiten representar su contenido de forma compacta.
- ✓ Esto es posible porque 8 y 16 son potencias exactas de 2, $8=2^3$ y $16=2^4$ con lo cual se pueden convertir números del sistema binario al octal y hexadecimal tomando agrupaciones de 3 y 4 bits respectivamente y se lo conoce como pasaje directo entre bases.

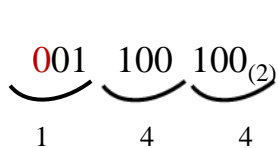
- ✓ $0110\ 0100_{(2)}$



Grupo de a cuatro dígitos binarios



$64_{(16)}$



Grupo de a tres dígitos binarios



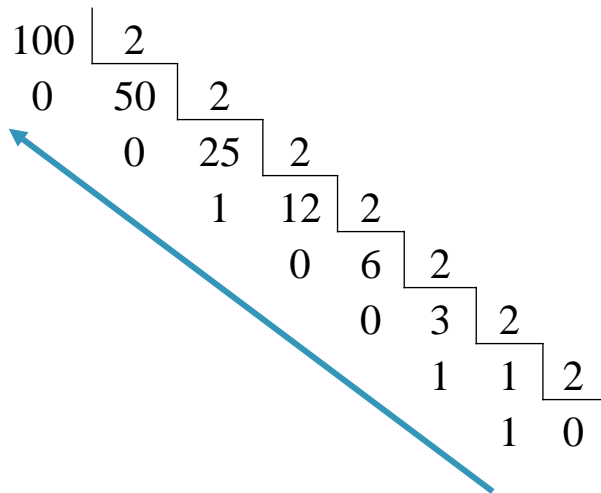
$144_{(8)}$

Método de divisiones sucesivas x la base

❖ Se utiliza para pasar un número entero decimal a otras bases.

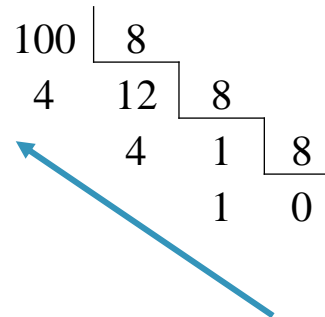
✓ De Decimal a Binario

$$100_{(10)} \longrightarrow 1100100_{(2)}$$



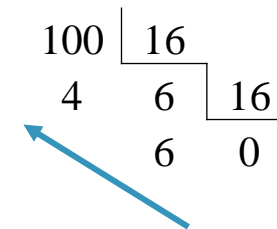
✓ De decimal a Octal

$$100_{(10)} \longrightarrow 144_{(8)}$$



✓ De decimal a Hexadecimal

$$100_{(10)} \longrightarrow 64_{(16)}$$



Método de multiplicaciones sucesivas x la base

❖ Se utiliza para pasar la parte fraccionaria de un número decimal a otras bases

✓ De Decimal a Binario

$$0,2_{(10)} \longrightarrow 0,0011_{(2)}$$

$0,2 \times 2 =$	$0,4$
$0,4 \times 2 =$	$0,8$
$0,8 \times 2 =$	$1,6$
$0,6 \times 2 =$	$1,2$
$0,2 \times 2 =$	$0,4$

✓ De Decimal a Octal

$$0,2_{(10)} \longrightarrow 0,1463_{(2)}$$

$0,2 \times 8 =$	$1,6$
$0,6 \times 8 =$	$4,8$
$0,8 \times 8 =$	$6,4$
$0,4 \times 8 =$	$3,2$
$0,2 \times 8 =$	$1,6$

✓ De Decimal a Hexadecimal

$$0,2_{(10)} \longrightarrow 0,3_{(16)}$$

$0,2 \times 16 =$	$3,2$
$0,2 \times 16 =$	$3,2$

Actividad

- ✓ Convertir los siguientes números según su base al sistema indicado:
 - 1) $485_{(10)}$ -> Sistema binario
 - 2) $10,4_{(10)}$ -> Sistema binario
 - 3) $205_{(10)}$ -> Sistema Octal
 - 4) $27,32_{(10)}$ -> Sistema Octal
 - 5) $169_{(10)}$ -> Sistema Hexadecimal
 - 6) $18,23_{(10)}$ -> Sistema Hexadecimal

- ✓ Los resultados obtenidos en Binario pasarlos a Octal y a Hexadecimal.

- ✓ Los resultados obtenidos en Octal pasarlos a Binario y a Hexadecimal.

- ✓ Los resultados obtenidos en Hexadecimal pasarlos a Binario y a Octal.

Números fraccionarios de Binario, Octal o Hexadecimal a Decimal

❖ Se utiliza el polinomio de potencias a la base.

✓ Sistema Binario

$$1011,01_{(2)} \rightarrow 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} = 8 + 0 + 2 + 1 + 0 + 0,25 = \mathbf{11,25}_{(10)}$$

✓ Sistema Octal

$$375,2_{(8)} \rightarrow 3 * 8^2 + 7 * 8^1 + 5 * 8^0 + 2 * 8^{-1} = 192 + 56 + 5 + 0,25 = \mathbf{253,25}_{(10)}$$

✓ Sistema Hexadecimal

$$2B8,2_{(16)} \rightarrow 2 * 16^2 + 11 * 16^1 + 8 * 16^0 + 2 * 16^{-1} = 512 + 176 + 8 + 0,125 = \mathbf{696,125}_{(10)}$$

Resumen de conversión entre sistemas numéricos

- ✓ Conversión de octal, binario o hexadecimal a decimal:
 - Mediante el polinomio de potencias a la base (parte entera y fraccionaria)
- ✓ Conversión de decimal a hexadecimal, octal o binario:
 - Método de divisiones sucesivas x la base (parte entera)
 - Método de multiplicaciones sucesivas x la base (parte fraccionaria)
- ✓ Conversión hexadecimal u octal a binario: (y viceversa)
 - Pasaje directo entre bases.
- ✓ Conversión de octal a hexadecimal:
 - Se convierte primero de octal a decimal o binario y luego el valor obtenido a hexadecimal.
- ✓ Conversión de hexadecimal a octal:
 - Se convierte primero el valor hexadecimal a decimal o binario y luego el valor obtenido a octal.

Unidades

✓ Unidades básicas de información

Medida	Unidad	Equivalencia	Notacion exponencial
bit	bit	1 bit	
Byte	b	8 bits	
Kilobyte	KB	1024 bytes	2^{10}
Megabyte	MB	1024 KB	2^{20}
Gigabyte	GB	1024 MB	2^{30}
Terabyte	TB	1024 GB	2^{40}
Petabyte	PB	1024 TB	2^{50}
Exabyte	EB	1024 PB	2^{60}
Zetabyte	ZB	1024 EB	2^{70}
Yottabyte	YB	1024 ZB	2^{80}
Brontobyte	BB	1024 YB	2^{90}
Geopbyte	GeB	1024 BB	2^{100}

✓ Unidades en las que trabaja la computadora

- 4 bits → nibble
- 8 bits → byte
- 16 bits → word
- 32 bits → double Word (dWord)
- 64 bits → quadruple Word (qWord)

Mas unidades...

✓ Submúltiplos

- Nano $\rightarrow 10^{-9}$
- Pico $\rightarrow 10^{-12}$
- Femto $\rightarrow 10^{-15}$
- Atto $\rightarrow 10^{-18}$
- Zepto $\rightarrow 10^{-21}$
- Yocto $\rightarrow 10^{-24}$

✓ Tipos de datos primitivos

- Long $\rightarrow 64$ bits
- Int $\rightarrow 32$ bits
- Short $\rightarrow 16$ bits
- Byte $\rightarrow 8$ bits
- Float $\rightarrow 32$ bits
- Double $\rightarrow 64$ bits
- Boolean $\rightarrow 32$ bits
- Char $\rightarrow 8$ bits por caracter

Operaciones fundamentales en binario

✓ **Suma:** la suma entre dos bits tiene 4 combinaciones posibles:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ y me llevo o acarreo } 1$$

Ejemplo

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{111} \\ + \quad 101 \\ \hline 1100 \end{array}$$

✓ **Resta :** la resta se realiza con una suma, esto es sumando al minuendo el complemento a la base del sustraendo (usar circuitos sumadores para hacer restas, rehusar el mismo circuito)

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ le pide una unidad a la posición siguiente}$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Ejemplo

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{01010} \\ - \quad 1101 \\ \hline 0110 \end{array}$$

Operaciones fundamentales en Octal y en Hexadecimal

✓ Es igual que en sistema binario ya que son SNP, solo lo que cambia es la base del sistema.

✓ Ejemplos octal

$$\begin{array}{r} + \quad 1 \\ 27 \\ \hline 36 \\ 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 1 \\ 35 \\ \hline 16 \\ 53 \end{array}$$

✓ Ejemplos hexadecimal

$$\begin{array}{r} + \quad 1 \\ AB \\ \hline 28 \\ D3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 1 \quad 1 \\ F2F \\ \hline 3A7 \\ 12D6 \end{array}$$

Complemento de un número

✓ Complemento a la base, a la raíz, auténtico

El complemento a la base de un número N , es el resultado de elevar la base a la cantidad de dígitos del número, menos el número dado.

$$C_b N = B^n - N$$

■ Ejemplos

$$■ \quad C_{10} 7 = 10^1 - 7 = 3$$

$$■ \quad C_{10} 548 = 10^3 - 548 = 1000 - 548 = 452$$

$$■ \quad C_{10} 05 = 10^2 - 05 = 95$$

Complemento de un número

✓ Complemento a la base -1 o Restringido

Complemento a la base -1 de un número N, es la base elevada a la potencia dada por la cantidad de dígitos del número, menos 1, menos el número.

$$C_{b-1}N = (B^n - 1) - N$$

▪ Ejemplos

- $C_{10-1} 7 = (10^1 - 1) - 7 = (10 - 1) - 7 = 9 - 7 = 2$
- $C_{10-1} 548 = (10^3 - 1) - 548 = (1000 - 1) - 548 = 999 - 548 = 451$
- $C_{10-1} 05 = (10^2 - 1) - 05 = (100 - 1) - 05 = 99 - 05 = 94$

Complemento en binario

✓ Complemento a la base, a la raíz, auténtico $\longrightarrow C_2$

- $C_2 1 = 10^1 - 1 = 1$
- $C_2 11 = 10^2 - 11 = 100 - 11 = 01$
- $C_2 110 = 10^3 - 110 = 1000 - 110 = 010$

✓ Complemento a la base -1 o Restringido $\longrightarrow C_1$

- $C_{2-1} 1 = (10^1 - 1) - 1 = 1 - 1 = 0$
- $C_{2-1} 11 = (10^2 - 1) - 11 = 11 - 11 = 00$
- $C_{2-1} 110 = (10^3 - 1) - 110 = 111 - 110 = 001$

✓ Regla practica para calcular el complemento en binario:

C_1 : Se invierten todos los dígitos

C_2 : Se invierten todos los dígitos y se suma 1

Ejemplo: 110

C_1 : 001

+

1

C_2 : 010

Actividad

✓ Calcular el complemento a 2 para los siguientes números binarios ya expresados en su formato:

1) 1100110011

2) 01101

3) 10000000

4) 01111111