
95.10/CB051 | Modelación numérica

75.12 | 95.04 | Análisis numérico I A

95.13 | Métodos matemáticos y numéricos

Trabajo Práctico #2

Modelación del decaimiento de la altura de ola luego del rompimiento

Descripción del problema

El rompimiento de la ola y su avance a través de la zona de rotura resulta un proceso complejo que tiene una gran influencia en la morfodinámica costera al poner en movimiento gran cantidad de sedimento en suspensión. El estudio de este proceso es de un interés indiscutible para los ingenieros costeros debido a que las zonas costeras, además de la importancia ambiental, son áreas que albergan a gran cantidad población, y de ellas depende un gran porcentaje de sus usos y/o actividades económicas.

La predicción de las alturas de las olas en la zona donde avanza la ola rota hacia la costa (*zona de surf*) se puede realizar con distintos tipos de modelos, que dependiendo de la complejidad abordan el problema con mayor o menor base física. La modelación del flujo y del transporte de sedimentos en la zona de rompientes, sólo se puede realizar imponiendo numerosas simplificaciones.



Modelo matemático

El modelo del decaimiento de la altura de ola luego del rompimiento propuesto por Dally, Dean y Dalrymple en 1985¹, plantea que la disipación de energía es proporcional a la diferencia entre el flujo de energía actual y el flujo de energía estable. Este modelo es capaz de reproducir el decrecimiento gradual y continuo en la altura de la ola debido a la rotura de la ola en un fondo horizontal.

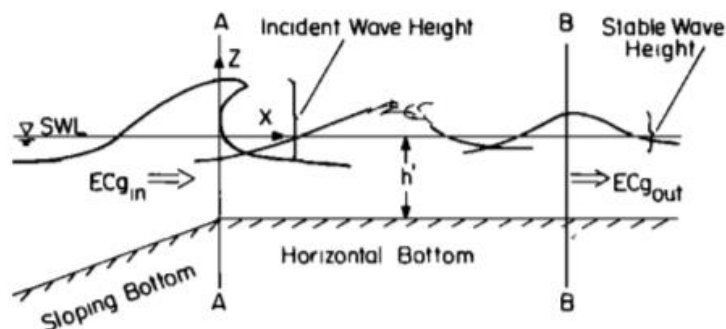


Fig. 1. Shelf beach idealization of the surf zone. Breaking is initiated at section A-A and continues until the stable wave condition is attained at section B-B.

Este modelo se considera semiempírico ya que está basado en resultados experimentales de Horikawa y Kuo de 1966², en los que se demostró que cuando una ola rompiente entra a un área con fondo horizontal, la rotura continua, y la altura de la ola decrece, hasta que busca un valor de aproximadamente 0.4 veces la profundidad. Este modelo propone calcular la variación de la altura de ola al interior de la zona de rompimiento a partir de la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dECg}{dx} = \frac{-K}{h^*} \cdot (ECg - ECg_s)$$

donde ECg se considera que es el flujo energético promediado temporalmente e integrado a la profundidad, como lo proporciona la teoría de ondas lineales de aguas poco profundas, K es un coeficiente adimensional de decaimiento, h^* es la profundidad del agua quieta y ECg_s el flujo energético de la ola estable que la ola rompiente trata de alcanzar.

Los flujos energéticos se definen de la siguiente manera:

$$ECg = H^2 \cdot (h^*)^{1/2} \quad ECg_s = \Gamma^2 \cdot (h^*)^{5/2}$$

1 Dally, W.R., Dean, R.G. y Dalrymple, R.A. (1985). Wave height variation across beaches of arbitrary profile. J. Geophys. Res.

2 Horikawa, K. y Kuo, C.T. (1966). A study on wave transformation inside surf zone. Proc. 10th Coastal Eng. Conf., Tokyo, pp. 217-133.

Este modelo se utiliza en varios software de propagación de olas en zonas de rompiente ampliamente difundidos en la ingeniería costera (como RCPWAVE y GENESIS / GenCade, entre otros).

Descripción de tareas

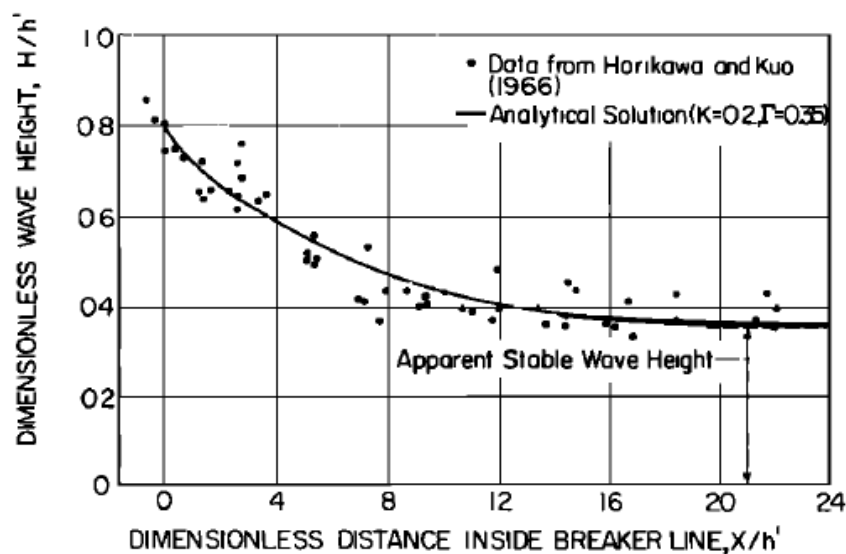
a) Implementar el modelo numérico utilizando tres diferentes métodos:

- 1) Método de Euler.
- 2) Esquema predictor-corrector de orden 2.
- 3) Runge-Kutta 4.

Mostrar los esquemas numéricos y las ecuaciones de iteración completas. Resolver para una altura de ola inicial $H = 0.8$ m y una profundidad del agua quieta $h^* = 1$ m. Adoptar las siguientes constantes: $K = 0.2$ y $\Gamma = 0.35$.

b) Mostrar gráficamente los resultados obtenidos.

c) Asumiendo determinadas hipótesis se puede alcanzar una solución analítica del problema. Comparar resultados numéricos con los planteados en el trabajo de Dally, Dean y Dalrymple en 1985:



d) Estimar errores de truncamiento. Cuantificar y graficar.

e) Detectar el umbral de inestabilidad de cada método. Establecer conclusiones.