

PyE Práctica 3

Franco Cambiaso

April 2025

Ejercicio 1

- c) Espacio muestral $S = \{(V), (M, V), (M, M, V), (M, M, M)\}$
 $P_{varon} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$

Ejercicio 2

Ejercicio 3

Ejercicio 4

- a) $S_a = [1, 12]$
b) $S_b = \{\text{Basto, Copa, Oro, Espada}\}$
c) $S_c = S_b \cdot S_b$
d) $S_d = \{(Basto, i), (Copa, i), (Oro, i), (Espada, i) \mid i \in [1, 12]\}$
e) $S_e = \{Cara, Cruz\}$
f) $S_f = \{(Cara, Cara), (Cara, Cruz), (Cruz, Cruz), (Cruz, Cara)\}$
g) $S_g = S_e^3$
h) $S_h = [1, 3]$
i) $S_i = \mathbb{N}$
j) $S_j = [2, 12]$
k) $S_k = \mathbb{N}$
l) $S_l = \{t \mid t > 0\}$

Ejercicio 5

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $\overline{A \cup B \cup C}$
- c) $A \cap B \cap C$
- d) $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap C \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$
- e) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

Ejercicio 6

- a) $|S| = 8 = 2^3$
- b) $A = \{(V, V, M), (V, M, M), (M, M, M), (M, V, M)\}$
- c) $B = \{(V, V, V), (V, M, M), (V, V, M), (V, M, V)\}$
- d) $A \cup B = \{(V, V, M), (V, V, V), (V, M, M), (M, M, M), (M, V, M), (V, M, V)\}$

Ejercicio 7

- a) $S = \{(i, j) \mid i \in [1, 6], j \in [1, 6]\}$
- b)
 - $\{(i, j) \mid i \text{ es par}, j \in [1, 6]\}$
 - $\{(i, j) \mid j \text{ es impar}, i \in [1, 6]\}$
 - $\{(i, j) \mid j \text{ es impar}, i \text{ es impar}\} \cup \{(i, j) \mid j \text{ es par}, i \text{ es par}\}$

Ejercicio 8

No son mutuamente excluyentes.

Demostración.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12} \neq 0$$

QED

Ejercicio 9

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Ejercicio 10

Demostración.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$P(A) + P(B) \leq 1 + P(A \cap B) < 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

La afirmación es verdadera.

QED

Ejercicio 11

6) a) $P(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{1}{2}$

b) $P(B) = \frac{|B|}{|S|} = \frac{1}{2}$

c) $P(A \cup B) = \frac{|A \cup B|}{|S|} = \frac{3}{4}$

7) a) $P(A) = \frac{1}{2}$

b) $P(B) = \frac{1}{2}$

c) $P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Ejercicio 12

a) $P(A) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{14}$

b) $P(B) = \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{14}$

Ejercicio 13

a) $P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b) Casos totales = $P(8, 4) = 1680$

Casos favorables = $P(6, 3) \cdot 2 = 240$

$P(B) = \frac{240}{1680} = \frac{1}{7}$

- c) Casos totales = $P(8, 4) = 1680$
 Casos favorables = $P(5, 2) \cdot 1 \cdot 2 = 40$
 $P(C) = \frac{40}{1680} = \frac{1}{42}$

Ejercicio 14

- a) Casos totales = $5!$ Casos favorables = $3! \cdot 2 = 12$ $P(A) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$
 b) Casos favorables = $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$ $P(B) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$
 c) $\frac{4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{120} = \frac{1}{5}$
 d) $\frac{3!}{120} = \frac{1}{20}$

Ejercicio 15

$$P(A) = \frac{4! \cdot 2!}{5!} = \frac{2}{5}$$

Ejercicio 16

- a) $P(\text{Ninguna cara}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ $P(\text{Al menos una cara}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$
 b) Esto es lo mismo que “al menos una cara”, entonces: $P(B) = \frac{15}{16}$
 c) Casos favorables = $\frac{4 \cdot 3}{2!} = 6$ $P(C) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Ejercicio 17

$$P(A) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot 6 = \frac{1}{1296}$$

Ejercicio 18

Con 3 bolas blancas y 1 negra, se cumple pues: $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Ejercicio 19

- a) ■ $P(\text{Sea chico}) = \frac{187+413}{1000} = \frac{3}{5}$
 ■ $P(\text{Sea chica}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
 ■ $P(\text{Use anteojos}) = \frac{3}{10}$
 ■ $P(\text{No use anteojos}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$
 ■ $P(\text{Chica y use anteojos}) = \frac{113}{1000}$
 b) $P(\text{Si es chica, anteojos}) = \frac{113}{400}$

Ejercicio 20

- a) $P(A) = 1 - (0,20 + 0,16 + 0,14 - 0,08 - 0,05 - 0,04 + 0,02) = 0,65$
Al total, se le resta la prob de que lea alguno de los tres
- b) $P(B) = 0,35$
- c) $P(\text{Solo A}) = 0,20 - 0,08 - 0,05 + 0,02 = 0,09$
 $P(\text{Solo B}) = 0,16 - 0,08 - 0,04 + 0,02 = 0,06$
 $P(\text{Solo C}) = 0,14 - 0,05 - 0,04 + 0,02 = 0,07$
 $P(\text{Solo uno}) = 0,09 + 0,06 + 0,07 = 0,22$
- d) $P(A \cup B) = 0,20 + 0,16 - 0,08 = 0,28$ $P(D) = \frac{0,08}{0,28} = 0,2857$

Ejercicio 21

En total hay $6^3 = 216$ posibles resultados

Suma 9

- 126 tiene $3! = 6$ posibles permutaciones
- 135 tiene $3! = 6$ posibles permutaciones
- 144 tiene $\frac{3!}{2!} = 3$ posibles permutaciones
- 225 tiene $\frac{3!}{2!} = 3$ posibles permutaciones
- 234 tiene $3! = 6$ posibles permutaciones
- 333 tiene 1 posibles permutaciones
- Permutaciones totales = $6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 25$

Suma 10

- 136 tiene $3! = 6$ posibles permutaciones
- 145 tiene $3! = 6$ posibles permutaciones
- 244 tiene $\frac{3!}{2!} = 3$ posibles permutaciones
- 226 tiene $\frac{3!}{2!} = 3$ posibles permutaciones
- 235 tiene $3! = 6$ posibles permutaciones
- 334 tiene $\frac{3!}{2!} = 3$ posibles permutaciones

Permutaciones totales = $6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 3 = 27$
La probabilidad de que salgan sumando 10 es mayor.

Ejercicio 22

- a) Si se encuentra y se extrae con una posibilidad del 5 % que es lo que falta para llegar a 100 sumando el resto de probabilidades.
- b) Si el rey de basto es el 5 % del mazo, entonces quedan $\frac{100}{5} = 20$ cartas

Ejercicio 23

- a) $P(A) = \frac{113}{400}$
- b) $P(B) = \frac{113}{300}$
- c) $P(C) = \frac{187}{300}$
- d) $P(D) = \frac{413}{700}$

Ejercicio 24

- a) $P(A) = \frac{75}{99} = \frac{25}{33}$
- b) $P(B) = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}$
- c) $P(C) = \frac{1}{4} \cdot \frac{24}{99} = \frac{2}{33}$

Ejercicio 25

- a) $P(A/B) = \frac{0,15}{0,15+0,15} = 0,5$
- b) $P(\text{Solo } A) = 0,2 - 0,15 = 0,05$

Ejercicio 26

- a) $P(E2 \cap E3) = P(E3/E2) \cdot P(E2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$
Notese que son dependientes porque $P(E3/E2) \neq 0$
- b) $P(E1 \cap E2 \cap E3) = P(E1/(E2 \cap E3)) \cdot P(E2 \cap E3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$
- c) $P(E1 \cup (E2 \cap E3)) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

Ejercicio 27

$$P(K) = P(K/A) \cdot P(A) + P(K/B) \cdot P(B) = 0,1 \cdot 0,2 + 0,15 \cdot 0,8 = 0,14$$

Ejercicio 28

- a) $P(E) = P(A) \cdot P(E/A) + P(B) \cdot P(E/B) + P(C) \cdot P(E/C) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,54$
- b) $P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0,5 \cdot 0,8}{0,54} = 0,74$

Ejercicio 29

- a) $\blacksquare P(MentaA) = \frac{6}{11}$
 $\blacksquare P(FrutillaA) = \frac{2}{11}$
 $\blacksquare P(LimonA) = \frac{3}{11}$
 $\blacksquare P(MentaB) = \frac{1}{3}$
 $\blacksquare P(LimonB) = \frac{2}{3}$
 $\blacksquare P(A/Menta) = \frac{P(A \cap P(Menta))}{P(Menta)} = \frac{P(Menta/A) \cdot P(A)}{P(Menta)} = \frac{\frac{6}{11} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{6}{11} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{11}}{\frac{29}{66}} = \frac{18}{29}$
- b) $P(A/Limon) = \frac{P(A \cap P(Limon))}{P(Limon)} = \frac{P(Limon/A) \cdot P(A)}{P(Limon)} = \frac{\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{22}}{\frac{31}{66}} = \frac{9}{31}$
- c) $P(A/Frutilla) = 1$

Ejercicio 30

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/B) \cdot P(B)}{P(D)} = \frac{\frac{5}{100} \cdot \frac{35}{100}}{(\frac{40}{100} \cdot \frac{4}{100} + \frac{35}{100} \cdot \frac{5}{100} + \frac{25}{100} \cdot \frac{2}{100})} = \frac{\frac{7}{2000}}{\frac{77}{2000}} = \frac{5}{11}$$

Ejercicio 31

$$P(S/P) = \frac{P(P/S) \cdot P(S)}{P(P)} = \frac{\frac{5}{100} \cdot \frac{88}{100}}{(\frac{12}{100} \cdot \frac{90}{100} + \frac{88}{100} \cdot \frac{5}{100})} = \frac{\frac{22}{5}}{\frac{76}{5}} = \frac{11}{38}$$

Ejercicio 32

- a) Falso, pues $P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \neq 0$
- b) Falso, pues $P(B/A) = \frac{1}{2} \neq 1$
- c) Falso, pues $P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4} \neq \frac{1}{4}$
- d) Falso, pues $\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \neq 1$

Ejercicio 33

Demostración.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

QED

Ejercicio 34

a) *Demostración.*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \Rightarrow P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A) \cdot P(B) = P(A)(1 - P(B)) = P(A) \cdot P(\bar{B})$$

QED

b) *Demostración.*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A) \cdot P(B) = P(B)(1 - P(A)) = P(B) \cdot P(\bar{A})$$

QED

c) *Demostración.*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = (1 - P(A))(1 - P(B)) = 1 - P(B) - P(A) + P(A) \cdot P(B)$$

QED

Ejercicio 35

a) *Demostración.*

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$P((A \cap B) \cup (A \cap C)) = P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

$$P((A \cap B) \cup (A \cap C)) = P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(C) - P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

$$P((A \cap B) \cup (A \cap C)) = P(A) \cdot (P(B) + P(C) - P(B) \cdot P(C))$$

$$P((A \cap B) \cup (A \cap C)) = P(A) \cdot P(B \cup C) = P(A \cap (B \cup C))$$

QED

b) *Demostración.*

$$P(A \cap (B \cap C)) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

$$P(A \cap (B \cap C)) = P(A) \cdot (P(B) \cdot P(C)) = P(A) \cdot P(B \cap C)$$

QED

Ejercicio 36

Demostración.

$$P(A/B) > P(B/A) \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{P(B)} > \frac{1}{P(A)} \Leftrightarrow P(A) > P(B)$$

QED

Ejercicio 37

Demostración.

$$P(\text{Digito correcto}) = 1 - p$$

$$P(\text{Todos correctos}) = (1 - p)^n \text{ Pues son independientes}$$

$$P(\text{Al menos uno incorrecto}) = 1 - (1 - p)^n$$

QED

Ejercicio 38

- $A = \{(i, j) : i \text{ es par}\} \Rightarrow |A| = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
- $B = \{(i, j) : j \text{ es impar}\} \Rightarrow |B| = 18 \Rightarrow P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
- $C = \{(i, j) : \text{Ambos pares o impares}\} \Rightarrow |C| = 18 \Rightarrow P(C) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

1. *Demostración.* $P(A \cap B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(A) \cdot P(B)$ QED

2. *Demostración.* $P(A \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(A) \cdot P(C)$ QED

3. *Demostración.* $P(B \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(B) \cdot P(C)$ QED

4. *Demostración.* $P(A \cap B \cap C) = 0$ Pues son disjuntos $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \neq 0$ QED

5. *Demostración.* No, porque el item d) lo contradice. QED