# PyE Práctica 1

Franco Cambiaso

April 2025

## Ejercicio 1

a) **Cáncer de Colon y Aspirina**

- **Parámetro de interés:** $p =$ riesgo (probabilidad) de desarrollar cáncer de colon.
- **Valor de referencia (status quo):** $p_0 = \frac{1}{16}$.
- **Afirmación a investigar:** Tomar aspirina *reduce* el riesgo.
- **Hipótesis Nula ($H_0$):** La aspirina no reduce el riesgo de cáncer de colon, o el riesgo sigue siendo el mismo.

$$H_0 : p = \frac{1}{16}$$

  (O también se podría formular como $H_0 : p \geq \frac{1}{16}$, indicando que el riesgo no es menor).
- **Hipótesis Alternativa ($H_1$):** La aspirina reduce el riesgo de cáncer de colon.

$$H_1 : p < \frac{1}{16}$$

- **Tipo de Test:** Como se busca evidencia de una *reducción* (el parámetro es *menor* que el valor de referencia), se trata de un **test unilateral a la izquierda**.

b) **Vida Útil de las Ollas**

- **Parámetro de interés:** $\mu =$ vida útil promedio de las ollas.
- **Valor de referencia (status quo):** $\mu_0 = 7$ años.
- **Afirmación a investigar:** El nuevo material *extiende* la vida útil.
- **Hipótesis Nula ($H_0$):** El nuevo material no extiende la vida útil promedio, o es igual a la convencional.

$$H_0 : \mu = 7$$

  (O también $H_0 : \mu \leq 7$, indicando que la vida útil no es mayor).

- **Hipótesis Alternativa ($H_1$):** El nuevo material extiende la vida útil promedio.

$$H_1 : \mu > 7$$

- **Tipo de Test:** Como se busca evidencia de un *aumento* (el parámetro es *mayor* que el valor de referencia), se trata de un **test unilateral a la derecha**.

c) **Intención de Voto para el Candidato A**

- **Parámetro de interés:** $p$ = proporción de personas que votarían al candidato A.
- **Valor de referencia (basado en encuesta previa):** $p_0 = 0{,}50$.
- **Afirmación a investigar:** La proporción *ha cambiado* (no se especifica si aumentó o disminuyó).
- **Hipótesis Nula ($H_0$):** La proporción de votantes para el candidato A no ha cambiado.

$$H_0 : p = 0{,}50$$

- **Hipótesis Alternativa ($H_1$):** La proporción de votantes para el candidato A ha cambiado.

$$H_1 : p \neq 0{,}50$$

- **Tipo de Test:** Como se busca evidencia de *cualquier cambio* (el parámetro es *diferente* del valor de referencia, ya sea mayor o menor), se trata de un **test bilateral**.

# Ejercicio 2

a)

$$H_0 : p_h = p_m$$

$$H_1 : p_h \neq p_m$$

b) Si los datos fueron estadísticamente significativos, significa que hay suficiente evidencia para rechazar $H_0$.

Al rechazar $H_0$, se acepta

$H_1$ : **Hombres y mujeres no tuvieron la misma chance de sobrevivir.**

## Ejercicio 3

a) **Tipo de Test:** La hipótesis alternativa $H_1$ postula que el dado está cargado (a favor del 1 y 2). Esto significa que esperamos que los resultados 1 y 2 sean más probables bajo $H_1$ que bajo $H_0$. Como estos valores (1 y 2) se encuentran en el extremo inferior de los posibles resultados, buscamos evidencia en esa dirección para rechazar $H_0$. Por lo tanto, la dirección del extremo para esta prueba es **unilateral a la izquierda**.

b)
- El nivel de significancia $\alpha$ es la probabilidad de cometer un Error de Tipo I (rechazar $H_0$ cuando $H_0$ es verdadera):

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \in RR | H_0)$$

$$\alpha = P(X = 1|H_0) + P(X = 2|H_0) = \frac{3}{18} + \frac{3}{18} = \frac{6}{18} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

- La probabilidad de cometer un Error de Tipo II, $\beta$, es la probabilidad de no rechazar $H_0$ cuando $H_1$ es verdadera. La región de no rechazo (o aceptación) es $AR = \{3, 4, 5, 6\}$.

$$\beta = P(\text{No Rechazar } H_0 | H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in AR | H_1)$$

$$\beta = P(X = 3|H_1) + P(X = 4|H_1) + P(X = 5|H_1) + P(X = 6|H_1)$$

$$\beta = \frac{3}{18} + \frac{2}{18} + \frac{1}{18} + \frac{2}{18} = \frac{8}{18} = \boxed{\frac{4}{9}}$$

c) Se indica que el resultado obtenido fue "estadísticamente significativo al nivel de significación $\alpha$". Esto significa, por definición, que el resultado observado cayó dentro de la Región de Rechazo $RR = \{1, 2\}$. Según la regla de decisión establecida en (b), si el resultado está en la Región de Rechazo, se debe rechazar la hipótesis nula $H_0$. Al rechazar $H_0$, se acepta la hipótesis alternativa $H_1$. Por lo tanto, la decisión tomada fue: **"El dado está cargado (a favor del 1 y 2)"**.

## Ejercicio 4

a) Como los valores con más probabilidad en $H_1$ están a la derecha de los de $H_0$, la dirección del extremo para esta prueba es **unilateral a la derecha**.

b) $P_{value}$: $[2, max]$. Cálculo asociado: $P(X \geq 2 \mid H_0)$.

c) $P_{value}$: $[-1, max]$. Cálculo asociado: $P(X \geq -1 \mid H_0)$.

d) El p-value es $P(X \geq -1|H_0)$. La distribución bajo $H_0$ parece ser simétrica y centrada en 0 (o muy cerca de 0). Dado que $-1$ es menor que el centro (0), el intervalo $[-1, max]$ incluye el centro y toda la mitad derecha de la distribución. Por lo tanto, el área $P(X \geq -1|H_0)$ será mayor que el área de la mitad derecha (0,5). El p-value es **mayor que 0.5**.

e)
- Valor crítico: 2,6.
- Región de no rechazo (RNR): $[min, 2{,}6]$ (bajo $H_0$).
- Región de rechazo (RR): $[2{,}6, max]$ (bajo $H_0$).
- $\alpha = P(\text{Error Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \in [2{,}6, max] \mid H_0)$.
- $\beta = P(\text{Error Tipo II}) = P(\text{No Rechazar } H_0 \mid H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in [min, 2{,}6] \mid H_1)$.
- Potencia $= 1 - \beta = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in [2{,}6, max] \mid H_1)$.
- Dado un valor observado $x_{obs} = 3$. Como $3 \geq 2{,}6$, el resultado es estadísticamente significativo (se rechaza $H_0$).

# Ejercicio 5

a) Como los valores con más probabilidad en $H_1$ están a la derecha de los de $H_0$, la dirección del extremo para esta prueba es **unilateral a la derecha**

b)
- $\alpha = Cota(\text{Error Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \in [4{,}8, max] \mid H_0)$.
- $\beta = Cota(\text{Error Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_1 \mid H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in [min 4{,}8] \mid H_1)$.

c) $P_{value} : [4{,}7, max] = P(X \geq 4,7 \mid H_0)$

d) **No es estadísticamente significativo** ya que $4,7 < 4,8$.

# Ejercicio 6

a) $\alpha = \frac{2}{30} \approx 0{,}067$.

b) Valor p (P-Value): $P(X \leq 3 \text{ o } X \geq 8 \mid H_0) = \frac{12}{30} = 0{,}4$.

c) $\beta_B = P(\text{No Rechazar } H_0 \mid H_1 = \text{Alternativa B}) = \frac{23}{30} \approx 0{,}77$.
$\beta_C = P(\text{No Rechazar } H_0 \mid H_1 = \text{Alternativa C}) = \frac{23}{30} \approx 0{,}77$.

*Nota: $\alpha$ y $\beta$ son las probabilidades (o cotas) de los errores tipo I y II, respectivamente.*

# Ejercicio 7

**No se puede calcular** $\beta$ ya que falta la regla de decisión

## Ejercicio 8

a) La afirmación es Falsa. La cantidad 1 - $\alpha$ representa el nivel de confianza asociado a la prueba (cuando se construyen intervalos de confianza) o la probabilidad de no cometer un Error de Tipo I (no rechazar $H_0$ cuando es verdadera).

b) Falso, si $H_0$ es verdadera, solo se pude cometer un error de Tipo I. (Si eligiéramos $H_1$)

c) Verdadero, ya que si $H_1$ era verdadera y $H_0$ falsa, hemos cometido error de Tipo II.

d) Falso, pues Rechazar $H_0$ significa que la evidencia muestral obtenida es suficientemente fuerte (según el nivel de significación $\alpha$ elegido) como para considerar improbable que $H_0$ sea verdadera. Siempre existe la posibilidad de cometer un Error de Tipo I.

## Ejercicio 9

- La respuesta correcta es la b). La chance es 0,05 o un valor más chico.

## Ejercicio 10

a) Hipótesis nula $H_0$: La caja es la A.
Hipótesis alternativa $H_1$: La caja es la B.

b) Test unilateral por izquierda.

c) Regla de decisión: Se rechaza $H_0$ si el valor observado $x \leq 5$.

d) Nivel de significación $\alpha = P(\text{Error Tipo I}) = P(X \leq 5 \mid H_0) = \frac{2}{25} = 0{,}08 = 8\,\%$.
(Nota: El $\alpha = 0{,}10$ mencionado podría ser un objetivo o un error en la nota original).
Probabilidad de Error Tipo II: $\beta = P(\text{Error Tipo II}) = P(X > 5 \mid H_1) = \frac{11}{25} = 0{,}44 = 44\,\%$.

e) Decisión: Rechazar $H_0$.
Conclusión: En base a la evidencia muestral, y con un nivel de significación del 8 %, se concluye que la caja es la B.
Valor $P_{value}$ para $x_{obs} = 5$: $P(X \leq 5 \mid H_0 : \text{Caja A}) = \frac{2}{25} = 0{,}08$.

## Ejercicio 11

a) Test unilateral hacia izquierda.

b) $\alpha = P(\text{Error Tipo I}) = \frac{3}{15} = 0{,}2$.
$\beta = P(\text{Error Tipo II}) = \frac{6}{15} = 0{,}4$.

c) Valor p (P-Value) $= \frac{10}{15} \approx 0{,}67$.

d) Como el Valor p ($\frac{10}{15}$) es mayor que $\alpha$ ($\frac{3}{15}$), el resultado no es estadísticamente significativo. No se rechaza $H_0$.

## Ejercicio 12

a)
- 0,009
- 0,008

b)
- 0,04
- 0,03

c)
- 0,11
- 0,12

## Ejercicio 13

a) Sea $p$: Peso promedio de nacimiento de las cabras
$H_0$: El ejercicio no influye en el peso de nacimiento de las cabras.
$H_0$: $p = 1600$
$H_1$: El ejercicio influye en el peso de nacimiento de las cabras.
$H_1$: $p \neq 1600$

b) Si los datos no fueron estadísticamente significativos al 1 %, eso quiere decir que la hipótesis sustentada fue $H_0$, con una posibilidad de error de Tipo II menor o igual al 1 %

c) $p_{value} = 0{,}04$ Pues es mayor al nivel de significacion 0,01

d) No, pues $0{,}05 > 0{,}04 \implies$ Los datos fueron significativos al 5 %

## Ejercicio 14

a) Posibles niveles de significación $\alpha$ para diferentes estudios (A, B, C): 0,01, 0,06, 0,05.

b) Tipos de tests correspondientes:

- Unilateral a derecha.

- Bilateral
- Unilateral a izquierda.

c) El estudio B.

d) Error Tipo I.