

# PyE Práctica 1

Franco Cambiaso

April 2025

## Ejercicio 1

### a) Cáncer de Colon y Aspirina

- **Parámetro de interés:**  $p$  = riesgo (probabilidad) de desarrollar cáncer de colon.
- **Valor de referencia (status quo):**  $p_0 = \frac{1}{16}$ .
- **Afirmación a investigar:** Tomar aspirina *reduce* el riesgo.
- **Hipótesis Nula ( $H_0$ ):** La aspirina no reduce el riesgo de cáncer de colon, o el riesgo sigue siendo el mismo.

$$H_0 : p = \frac{1}{16}$$

(O también se podría formular como  $H_0 : p \geq \frac{1}{16}$ , indicando que el riesgo no es menor).

- **Hipótesis Alternativa ( $H_1$ ):** La aspirina reduce el riesgo de cáncer de colon.

$$H_1 : p < \frac{1}{16}$$

- **Tipo de Test:** Como se busca evidencia de una *reducción* (el parámetro es *menor* que el valor de referencia), se trata de un **test unilateral a la izquierda**.

### b) Vida Útil de las Ollas

- **Parámetro de interés:**  $\mu$  = vida útil promedio de las ollas.
- **Valor de referencia (status quo):**  $\mu_0 = 7$  años.
- **Afirmación a investigar:** El nuevo material *extiende* la vida útil.
- **Hipótesis Nula ( $H_0$ ):** El nuevo material no extiende la vida útil promedio, o es igual a la convencional.

$$H_0 : \mu = 7$$

(O también  $H_0 : \mu \leq 7$ , indicando que la vida útil no es mayor).

- **Hipótesis Alternativa ( $H_1$ ):** El nuevo material extiende la vida útil promedio.

$$H_1 : \mu > 7$$

- **Tipo de Test:** Como se busca evidencia de un *aumento* (el parámetro es *mayor* que el valor de referencia), se trata de un **test unilateral a la derecha**.

c) **Intención de Voto para el Candidato A**

- **Parámetro de interés:**  $p$  = proporción de personas que votarían al candidato A.
- **Valor de referencia (basado en encuesta previa):**  $p_0 = 0,50$ .
- **Afirmación a investigar:** La proporción *ha cambiado* (no se especifica si aumentó o disminuyó).
- **Hipótesis Nula ( $H_0$ ):** La proporción de votantes para el candidato A no ha cambiado.

$$H_0 : p = 0,50$$

- **Hipótesis Alternativa ( $H_1$ ):** La proporción de votantes para el candidato A ha cambiado.

$$H_1 : p \neq 0,50$$

- **Tipo de Test:** Como se busca evidencia de *cualquier cambio* (el parámetro es *diferente* del valor de referencia, ya sea mayor o menor), se trata de un **test bilateral**.

## Ejercicio 2

a)

$$H_0 : p_h = p_m$$

$$H_1 : p_h \neq p_m$$

- b) Si los datos fueron estadísticamente significativos, significa que hay suficiente evidencia para rechazar  $H_0$ .

Al rechazar  $H_0$ , se acepta

$H_1$  : **Hombres y mujeres no tuvieron la misma chance de sobrevivir.**

### Ejercicio 3

- a) **Tipo de Test:** La hipótesis alternativa  $H_1$  postula que el dado está cargado (a favor del 1 y 2). Esto significa que esperamos que los resultados 1 y 2 sean más probables bajo  $H_1$  que bajo  $H_0$ . Como estos valores (1 y 2) se encuentran en el extremo inferior de los posibles resultados, buscamos evidencia en esa dirección para rechazar  $H_0$ . Por lo tanto, la dirección del extremo para esta prueba es **unilateral a la izquierda**.

- b) ■ El nivel de significancia  $\alpha$  es la probabilidad de cometer un Error de Tipo I (rechazar  $H_0$  cuando  $H_0$  es verdadera):

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 | H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \in RR | H_0)$$

$$\alpha = P(X = 1 | H_0) + P(X = 2 | H_0) = \frac{3}{18} + \frac{3}{18} = \frac{6}{18} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

- La probabilidad de cometer un Error de Tipo II,  $\beta$ , es la probabilidad de no rechazar  $H_0$  cuando  $H_1$  es verdadera. La región de no rechazo (o aceptación) es  $AR = \{3, 4, 5, 6\}$ .

$$\beta = P(\text{No Rechazar } H_0 | H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in AR | H_1)$$

$$\beta = P(X = 3 | H_1) + P(X = 4 | H_1) + P(X = 5 | H_1) + P(X = 6 | H_1)$$

$$\beta = \frac{3}{18} + \frac{2}{18} + \frac{1}{18} + \frac{2}{18} = \frac{8}{18} = \boxed{\frac{4}{9}}$$

- c) Se indica que el resultado obtenido fue “estadísticamente significativo al nivel de significación  $\alpha$ ”. Esto significa, por definición, que el resultado observado cayó dentro de la Región de Rechazo  $RR = \{1, 2\}$ . Según la regla de decisión establecida en (b), si el resultado está en la Región de Rechazo, se debe rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Al rechazar  $H_0$ , se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ . Por lo tanto, la decisión tomada fue: **“El dado está cargado (a favor del 1 y 2)”**.

### Ejercicio 4

- a) Como los valores con más probabilidad en  $H_1$  están a la derecha de los de  $H_0$ , la dirección del extremo para esta prueba es **unilateral a la derecha**.
- b)  $P_{\text{value}}: [2, \max]$ . Cálculo asociado:  $P(X \geq 2 | H_0)$ .
- c)  $P_{\text{value}}: [-1, \max]$ . Cálculo asociado:  $P(X \geq -1 | H_0)$ .
- d) El p-value es  $P(X \geq -1 | H_0)$ . La distribución bajo  $H_0$  parece ser simétrica y centrada en 0 (o muy cerca de 0). Dado que  $-1$  es menor que el centro (0), el intervalo  $[-1, \max]$  incluye el centro y toda la mitad derecha de la distribución. Por lo tanto, el área  $P(X \geq -1 | H_0)$  será mayor que el área de la mitad derecha (0,5). El p-value es **mayor que 0.5**.

- e) ■ Valor crítico: 2,6.
- Región de no rechazo (RNR):  $[min, 2,6]$  (bajo  $H_0$ ).
- Región de rechazo (RR):  $[2,6, max]$  (bajo  $H_0$ ).
- $\alpha = P(\text{Error Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \in [2,6, max] \mid H_0)$ .
- $\beta = P(\text{Error Tipo II}) = P(\text{No Rechazar } H_0 \mid H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in [min, 2,6] \mid H_1)$ .
- Potencia  $= 1 - \beta = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in [2,6, max] \mid H_1)$ .
- Dado un valor observado  $x_{obs} = 3$ . Como  $3 \geq 2,6$ , el resultado es estadísticamente significativo (se rechaza  $H_0$ ).

## Ejercicio 5

- a) Como los valores con más probabilidad en  $H_1$  están a la derecha de los de  $H_0$ , la dirección del extremo para esta prueba es **unilateral a la derecha**
- b) ■  $\alpha = Cota(\text{Error Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es verdadera}) = P(X \in [4,8, max] \mid H_0)$ .
- $\beta = Cota(\text{Error Tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_1 \mid H_1 \text{ es verdadera}) = P(X \in [min4,8] \mid H_1)$ .
- c)  $P_{value} : [4,7, max] = P(X \geq 4,7 \mid H_0)$
- d) **No es estadísticamente significativo** ya que  $4,7 < 4,8$ .

## Ejercicio 6

- a)  $\alpha = \frac{2}{30} \approx 0,067$ .
- b) Valor p (P-Value):  $P(X \leq 3 \text{ o } X \geq 8 \mid H_0) = \frac{12}{30} = 0,4$ .
- c)  $\beta_B = P(\text{No Rechazar } H_0 \mid H_1 = \text{Alternativa B}) = \frac{23}{30} \approx 0,77$ .
- $\beta_C = P(\text{No Rechazar } H_0 \mid H_1 = \text{Alternativa C}) = \frac{23}{30} \approx 0,77$ .

*Nota:  $\alpha$  y  $\beta$  son las probabilidades (o cotas) de los errores tipo I y II, respectivamente.*

## Ejercicio 7

**No se puede calcular  $\beta$**  ya que falta la regla de decisión

## Ejercicio 8

## Ejercicio 9

- b) (o un valor más chico).

## Ejercicio 10

- a) Hipótesis nula  $H_0$ : La caja es la A.  
Hipótesis alternativa  $H_1$ : La caja es la B.
- b) Test unilateral por izquierda.
- c) Regla de decisión: Se rechaza  $H_0$  si el valor observado  $x \leq 5$ .
- d) Nivel de significación (real)  $\alpha = P(\text{Error Tipo I}) = P(X \leq 5 \mid H_0 : \text{Caja A}) = \frac{2}{25} = 0,08 = 8 \%$ .  
(Nota: El  $\alpha = 0,10$  mencionado podría ser un objetivo o un error en la nota original).  
Probabilidad de Error Tipo II:  $\beta = P(\text{Error Tipo II}) = P(X > 5 \mid H_1 : \text{Caja B}) = \frac{11}{25} = 0,44 = 44 \%$ .
- e) Decisión: Rechazar  $H_0$ .  
Conclusión: En base a la evidencia muestral, y con un nivel de significación del 8 %, se concluye que la caja es la B.  
Valor p (P-Value) para  $x_{obs} = 5$ :  $P(X \leq 5 \mid H_0 : \text{Caja A}) = \frac{2}{25} = 0,08$ .

## Ejercicio 11

- a) Test unilateral hacia izquierda.
- b)  $\alpha = P(\text{Error Tipo I}) = \frac{3}{15} = 0,2$ .  
 $\beta = P(\text{Error Tipo II}) = \frac{6}{15} = 0,4$ .
- c) Valor p (P-Value) =  $\frac{10}{15} \approx 0,67$ .
- d) Como el Valor p ( $\frac{10}{15}$ ) es mayor que  $\alpha$  ( $\frac{3}{15}$ ), el resultado no es estadísticamente significativo. No se rechaza  $H_0$ .

## Ejercicio 12

## Ejercicio 13

## Ejercicio 14

- a) Posibles niveles de significación  $\alpha$  para diferentes estudios (A, B, C): 0,01, 0,06, 0,05.

b) Tipos de tests correspondientes:

- Unilateral a derecha.
- Unilateral a izquierda.
- Unilateral (¿Bilateral? - La nota solo dice unilateral. Podría ser uno de los lados o bilateral).

c) El estudio B. (Contexto insuficiente para mayor detalle).

d) Error Tipo I. (Posiblemente refiriéndose a  $\alpha$ ).