Problema Modelizacion 2 servidores

Cálculo Numérico (Universidad Abierta Interamericana)

Problema M/M/2 2 servidores distintos (se supone uno más lento)

Se tiene un sistema M/M/1 tal que la tasa de arribos es 10 $\frac{clientes}{segundo}$ y la tasa de servicio es 12 $\frac{clientes}{segundo}$.

Se ha verificado que el servidor resulta insuficiente y solo se dispone de otro servidor cuya tasa de servicio es 2 $\frac{client}{segundo}$

Determinar:

a) Conviene configurar un M/M/2 SIN selección de servidor?

b) si a) es afirmativo, halle π_0 y $\bar{N}$

c) Determinar si el caso CON selección de servidor es conveniente

d) si c) es afirmativo, hallar π_0 y $\bar{N}$

VALORES REFERENCIA:

a) $\rho_2 = 0,575$ $\boxed{\rho_{M/M/1} = 0,833 \quad \rho_{M/M/2} = 0,714}$

$r = 0,1666$

b) π 0,089

$\bar{N}$ 3,18

c) como el caso SIN selección conviene, el caso CON selección conviene

d) $\pi_0 = 0,12$

$\bar{N} = 3,07$

$\lambda = 10 \frac{\text{chats}}{\text{segundo}}$ $\quad \mu_1 = 12 \frac{\text{chats}}{\text{segundo}}$ $\quad \mu_2 = 2 \frac{\text{chats}}{\text{segundo}}$

$$r = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{2 \text{ chats/segundo}}{12 \text{ chats/segundo}} = \boxed{0{,}1667}$$

$$\rho_{M/M/1} = \frac{\lambda}{\mu_1} = \frac{10 \frac{\text{chats}}{\text{segundo}}}{12 \frac{\text{chats}}{\text{segundo}}} = \boxed{0{,}833}$$

$$\rho_{M/M/2} = \frac{\lambda}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{10 \text{ chats/seg}}{12 \text{ chats/seg} + 2 \text{ chats/seg}} = \frac{10 \text{ chats/seg}}{14 \text{ chats/seg}} = \boxed{0{,}714}$$

a)
$$\rho_c = 1 - \sqrt{\frac{r \cdot (1 + r)}{1 + r^2}} = 1 - \sqrt{\frac{0{,}1667 \cdot (1 + 0{,}1667)}{(1 + 0{,}1667^2)}} = \boxed{0{,}565}$$

$$\rho_{M/M/1} > \rho_c$$

$0{,}833 > 0{,}565 \Rightarrow$ $\boxed{\text{Conviene configurar un } M/M/2}$

b)
$$\pi_0 = \frac{(1 - \rho)}{\left(1 - \rho + \frac{\lambda}{a}\right)}$$

$$a = \frac{(2 \mu_1 \cdot \mu_2)}{(\mu_1 + \mu_2)} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 2}{12 + 2} = 3{,}428$$

$$\rho_{M/M/2} = 0{,}714$$

$$\pi_0 = \frac{(1 - 0{,}714)}{\left(1 - 0{,}714 + \frac{10}{3{,}428}\right)} = \boxed{0{,}089}$$

c)
$$\bar{N} = \frac{\lambda}{(1-\rho) \cdot (\lambda + (1 - \rho) \cdot a)} = \frac{10}{(1 - 0{,}714) \cdot (10 + (1 - 0{,}714) \cdot 3{,}428)} =$$

$$= \boxed{3{,}184}$$

c) Como el caso <u>SIN</u> selección es conveniente, el caso <u>CON</u> selección <u>conviene</u>

d)

$$\rho_c^2(1+r^2) - \rho_c(2+r^2) - (2r-1).(1+r) = 0$$

$$\rho_c^2(1+0,1667^2) - \rho_c(2+0,1667^2) - ((2.0,1667)-1)(1+0,1667) = 0$$

$$\rho_c^2 \cdot 1,0278 - \rho_c \cdot 2,0278 - (-0,7777) = 0$$

$$1,0278.\rho^2 - 2,0278.\rho_c + 0,7777 = 0$$

$$\rho_{c_{1\text{-}2}} = \frac{-(-2,0278) \pm \sqrt{(-2,0278)^2 - (4.1,0278.0,7777)}}{2.1,0278} =$$

$$= \frac{2,0278 \pm \sqrt{(-2,0278)^2 - (4.1,0278.0,7777)}}{2.1,0278} =$$

$$= \frac{2,0278 \pm 0,9564}{2,0556} = \rho_{c_1} = 1,4517$$

$$\boxed{\rho_{c_2} = 0,5212}$$

$$\lambda' = \frac{(2\lambda+\mu).(\mu_1 \cdot \mu_2)}{\mu(\lambda+\mu_2)} = \frac{(2.10+14).(12.2)}{14.(10+2)} =$$

$$= \frac{34.24}{168} = \boxed{4,857}$$

$$\pi_0 = \frac{(1-\rho)}{\left(1-\rho+\frac{\lambda}{a'}\right)} = \frac{1-0{,}714}{\left(1-0{,}714+\frac{10}{4{,}857}\right)} = \boxed{0{,}122}$$

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{(1-\rho)\cdot\left(\lambda+(1-\rho)\cdot a'\right)} = \frac{10}{(1-0{,}714)\cdot\left(10+(1-0{,}714)\cdot 4{,}857\right)} =$$

$$= \boxed{3{,}07}$$