

Calcular $\pi_{0,3}$ sabiendo: $\lambda = 10$ cli/seg, $\mu_1 = 14$ cli/seg, $\mu_2 = 20$ cli/seg, $\pi_{1,2} = 0,08$, $\pi_{2,1} = 0,004$, $\pi_{3,1} = 0,0015$, $\pi_{0,2} = 0,006$, $\pi_{2,2} = 0,01$, $\pi_{1,3} = 0,0008$, $\pi_{0,4} = 0,005$, $\pi_{0,3} = 0,0009$.

Respuesta = 0,0406

Problema 1

$\pi_{0,3} = ?$

$\lambda = 10$ cli/seg
 $\mu_1 = 14$ cli/seg
 $\mu_2 = 20$ cli/seg

Entradas = Salidas

$$\mu_1 \pi_{1,2} + \mu_2 \pi_{0,4} = \mu_2 \pi_{0,3} + \lambda \pi_{0,3}$$

$$\mu_1 \pi_{1,2} + \mu_2 \pi_{0,4} = \pi_{0,3} (\mu_2 + \lambda)$$

$$\pi_{0,3} = \frac{\mu_1 \pi_{1,2} + \mu_2 \pi_{0,4}}{\mu_2 + \lambda}$$

$$\pi_{0,3} = \frac{14 \text{ cli/seg} \cdot 0,08 + 20 \text{ cli/seg} \cdot 0,005}{20 \text{ cli/seg} + 10 \text{ cli/seg}}$$

$$\pi_{0,3} = \frac{1,12 \text{ cli/seg} + 0,1 \text{ cli/seg}}{30 \text{ cli/seg}} = \underline{0,0406}$$

Calcular $\pi_{2,1}$ sabiendo: $\lambda = 12$ cli/seg, $\mu_1 = 20$ cli/seg, $\mu_2 = 24$ cli/seg, $\pi_{2,0} = 0,08$, $\pi_{0,3} = 0,005$, $\pi_{0,2} = 0,002$, $\pi_{2,2} = 0,005$, $\pi_{1,1} = 0,006$, $\pi_{1,2} = 0,003$, $\pi_{3,1} = 0,0001$, $\pi_{3,0} = 0,007$.

Respuesta = 0,0059

Problema 2

$\pi_{2,1} = ?$

$\lambda = 12$ cli/seg
 $\mu_1 = 20$ cli/seg
 $\mu_2 = 24$ cli/seg

Entonces

$$\lambda \pi_{1,1} + \mu_1 \pi_{3,0} + \mu_2 \pi_{2,2} = \lambda \pi_{2,1} + \mu_1 \pi_{2,1} + \mu_2 \pi_{2,1}$$

$$\lambda \pi_{1,1} + \mu_1 \pi_{3,0} + \mu_2 \pi_{2,2} = \pi_{2,1} (\lambda + \mu_1 + \mu_2)$$

$$\pi_{2,1} = \frac{\lambda \pi_{1,1} + \mu_1 \pi_{3,0} + \mu_2 \pi_{2,2}}{\lambda + \mu_1 + \mu_2}$$

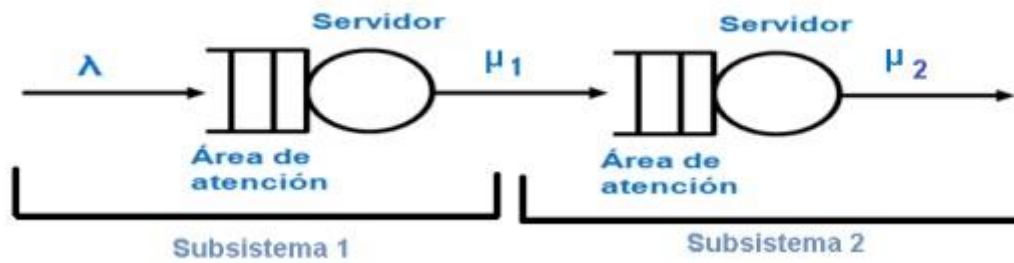
$$\pi_{2,1} = \frac{12 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} \cdot 0,006 + 20 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} \cdot 0,007 + 24 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} \cdot 0,005}{12 \text{ cli/seg} + 20 \text{ cli/seg} + 24 \text{ cli/seg}}$$

$$\pi_{2,1} = \frac{0,072 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} + 0,14 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} + 0,12 \text{ cli/seg}}{56 \text{ cli/seg}}$$

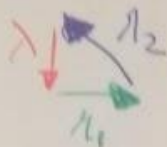
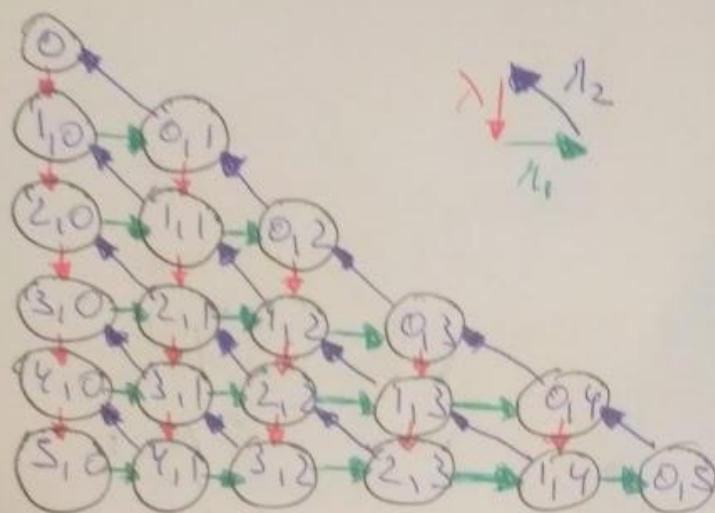
$$\pi_{2,1} = \boxed{0,0059}$$

Desarrollar el diagrama de estado hasta el nivel que permita deducir la ecuación $\pi_{4,0}$ y deducirla (obtener su valor), sabiendo que $\lambda = 10$ cli/seg, $\mu_1 = 14$ cli/seg, $\mu_2 = 18$ cli/seg, $\pi_{3,0} = 0,02$, $\pi_{2,1} = 0,008$, $\pi_{3,1} = 0,004$, $\pi_{5,1} = 0,001$, $\pi_{4,1} = 0,0009$.

Respuesta = 0,009



Problema 3

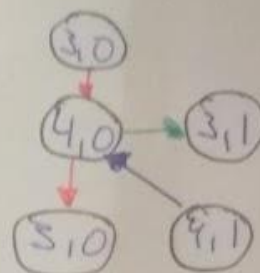


$$\pi_{4,0} = ?$$

$$\lambda = 10 \text{ cl/sec}$$

$$\mu_1 = 14 \text{ cl/sec}$$

$$\mu_2 = 18 \text{ cl/sec}$$



$$E_{\text{Entrada}} = \text{Salida}$$

$$\lambda \pi_{3,0} + \mu_2 \pi_{4,1} = \lambda \pi_{4,0} + \mu_1 \pi_{4,0}$$

$$\lambda \pi_{3,0} + \mu_2 \pi_{4,1} = \pi_{4,0} (\lambda + \mu_1)$$

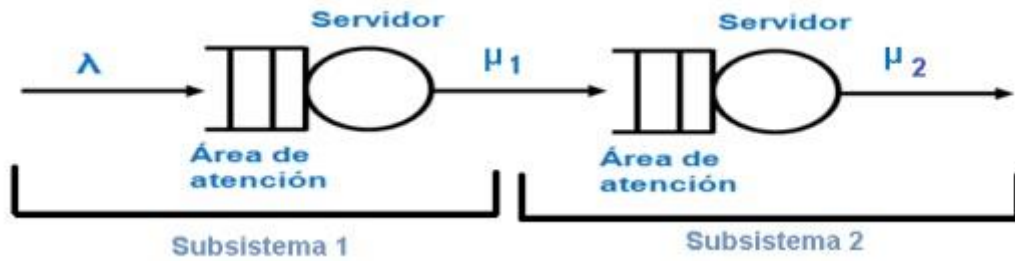
$$\pi_{4,0} = \frac{\lambda \pi_{3,0} + \mu_2 \pi_{4,1}}{\lambda + \mu_1}$$

$$\pi_{4,0} = \frac{10 \text{ cl/sec} \cdot 0,02 + 18 \text{ cl/sec} \cdot 0,0009}{10 \text{ cl/sec} + 14 \text{ cl/sec}}$$

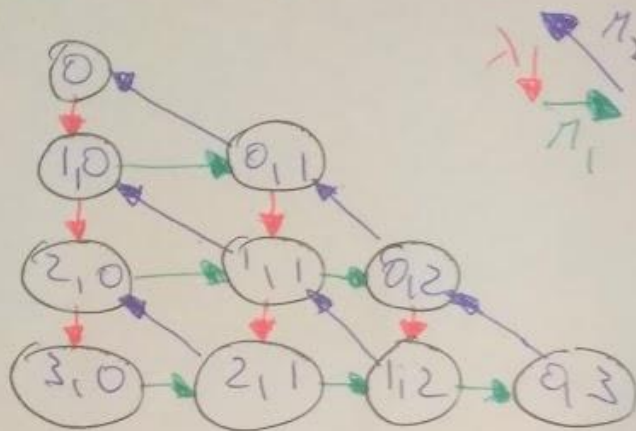
$$\pi_{4,0} = \frac{0,2 \text{ cl/sec} + 0,0162 \text{ cl/sec}}{24 \text{ cl/sec}}$$

$$\pi_{4,0} = \underline{0,009}$$

Desarrollar el diagrama de estado hasta el nivel que permita deducir la ecuación $\pi_{1,1}$ y deducirla (obtener su valor), sabiendo que $\lambda = 12$ cli/seg, $\mu_1 = 18$ cli/seg, $\mu_2 = 24$ cli/seg, $\pi_{1,2} = 0,009$, $\pi_{2,1} = 0,008$, $\pi_{1,0} = 0,002$, $\pi_{0,1} = 0,003$, $\pi_{0,3} = 0,004$, $\pi_{0,3} = 0,001$, $\pi_{0,2} = 0,013$, $\pi_{2,0} = 0,010$.
 Respuesta = 0,008



Problem 4

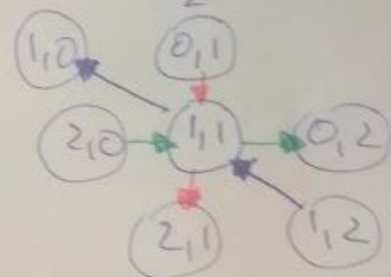


$$\pi_{1,1} = ?$$

$$\lambda = 12 \text{ cl/sec}$$

$$\mu_1 = 18 \text{ cl/sec}$$

$$\mu_2 = 24 \text{ cl/sec}$$



$$E_{\text{Entradas}} = S_{\text{salidas}}$$

$$\lambda \pi_{0,1} + \mu_1 \pi_{2,0} + \mu_2 \pi_{1,2} = \lambda \pi_{1,1} + \mu_1 \pi_{1,1} + \mu_2 \pi_{1,1}$$

$$\lambda \pi_{0,1} + \mu_1 \pi_{2,0} + \mu_2 \pi_{1,2} = \pi_{1,1} (\lambda + \mu_1 + \mu_2)$$

$$\pi_{1,1} = \frac{\lambda \pi_{0,1} + \mu_1 \pi_{2,0} + \mu_2 \pi_{1,2}}{\lambda + \mu_1 + \mu_2}$$

$$\pi_{1,1} = \frac{12 \text{ cl/sec} \cdot 0,003 + 18 \text{ cl/sec} \cdot 0,010 + 24 \text{ cl/sec} \cdot 0,009}{12 \text{ cl/sec} + 18 \text{ cl/sec} + 24 \text{ cl/sec}}$$

$$\pi_{1,1} = \frac{0,036 \text{ cl/sec} + 0,18 \text{ cl/sec} + 0,216}{54 \text{ cl/sec}}$$

$$\pi_{1,1} = \underline{0,008}$$

Sea un sistema de cola única y un solo servidor tal que los arribos se distribuyen Poisson y los tiempos de servicios Weibull, siendo la tasa de arribos de 20 cli\seg, la tasa de servicio 40 cli\seg y el desvío standard de los tiempos de servicios es de 0,01 seg/cli. Hallar $E(n)$ y $E(T)$.

Problema 1

$$\lambda = 20 \text{ cli/seg}$$

$$\mu = 40 \text{ cli/seg}$$

$$\sigma = 0,01 \text{ seg/cli}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20 \text{ cli/seg}}{40 \text{ cli/seg}} = 0,5$$

$$E(n) = \frac{\rho}{1-\rho} \left[1 - \frac{\rho}{2} (1 - \mu^2 \cdot \sigma^2) \right]$$

$$E(n) = \frac{0,5}{1-0,5} \left[1 - \frac{0,5}{2} \left(1 - \left(40 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} \right)^2 \left(0,01 \frac{\text{seg}}{\text{cli}} \right)^2 \right) \right]$$

$$E(n) = 1 \left[1 - 0,25 \left(1 - 1600 \frac{\text{cli}^2}{\text{seg}^2} \cdot 0,0001 \frac{\text{seg}^2}{\text{cli}^2} \right) \right]$$

$$E(n) = [1 - 0,25 (1 - 0,16)]$$

$$E(n) = [1 - (0,25 \cdot 0,84)] = 1 - 0,21$$

$$E(n) = 0,79$$

$$E(T) = \frac{E(n)}{\lambda}$$

$$E(T) = \frac{0,79}{20 \text{ cli/seg}} = 0,0395 \text{ seg/cli}$$

Sea un sistema de cola única y un solo servidor tal que los arribos se distribuyen Poisson con una tasa de arribos de 10 cli\seg y los tiempos de servicios son todos iguales entre si siendo la tasa de servicio de 20 cli\seg. Hallar $E(n)$ y $E(T)$.

Respuesta:

$$E(n) = 0,75$$

$$E(T) = 0,075 \text{ seg/cli}$$

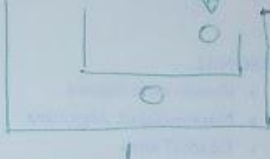
Problema 2

$$\lambda = 10 \text{ cli/seg}$$

$$\mu = 20 \text{ cli/seg}$$

$$\sigma = 0$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{10 \text{ cli/seg}}{20 \text{ cli/seg}} = 0,50$$

$$E(n) = \frac{\rho}{1-\rho} \left[1 - \frac{\rho}{2} (1 - \sigma^2 \cdot \sigma^2) \right]$$


$$E(n) = \frac{0,5}{1-0,5} \left[1 - \left(\frac{0,5}{2} \cdot 1 \right) \right]$$

$$E(n) = 1 \left(1 - 0,2 \right) = 0,75$$

$$E(T) = \frac{E(n)}{\lambda}$$

$$E(T) = \frac{0,75}{10 \text{ cli/seg}} = 0,075 \text{ seg/cli}$$

Sea un sistema de colas con prioridades que atienden clientes clase 1 y clase 2. En el sistema hay un cliente clase 2 en el servidor al que le faltan 48 mseg para completar su atención, en la cola hay 107 clientes clase 2 cuyo tiempo de servicio es 200 mseg\cli y hay 4 clientes clase 1 cuyo tiempo de servicio es 60 mseg\cli. Llega un nuevo cliente clase 1. ¿Cuánto permanecerá en el sistema y cuanto tendrá que esperar en cola?

Respuesta:

$$W_1 = 348 \text{ mseg}$$

$$W_{q1} = 288 \text{ mseg}$$

Problema 3

$$W_0 = 48 \text{ mseg}$$

$$Q_1 = 4 \text{ cli}$$

$$T_{s1} = 60 \frac{\text{mseg}}{\text{cli}}$$

$$W_1 = W_0 + Q_1 T_{s1} + 1 \text{ cli } T_{s1}$$

$$W_1 = 48 \text{ mseg} + 4 \text{ cli } \frac{60 \text{ mseg}}{\text{cli}} + 1 \text{ cli } \frac{60 \text{ mseg}}{\text{cli}}$$

$$W_1 = 348 \text{ mseg}$$

$$W_{q1} = W_0 + Q_1 T_{s1}$$

$$W_{q1} = 48 \text{ mseg} + 4 \text{ cli } \frac{60 \text{ mseg}}{\text{cli}}$$

$$W_{q1} = 288 \text{ mseg}$$

Sea un sistema de colas con prioridades que atiende clientes de clase 1 y clase 2. En el servidor hay un cliente clase 2 y en la cola 30 clientes de clase 2 cuyo T_s es 100 mseg/cli. Llega un cliente de clase 1 cuyo tiempo de servicio es de 180 mseg/cli. El sistema es con interrupción de servicio. ¿Cuánto permanecerá en el sistema y cuanto permanecerá en cola el cliente que acaba de llegar?

Respuesta:

$$W_1 = 180 \text{ mseg}$$

$$W_{q1} = 0 \text{ mseg}$$

Problema 4

$$W_{0,1} = 0$$

$$Q_1 = 0$$

$$T_{s,1} = 180 \text{ mseg/cli.}$$

$$W_1 = W_{0,1} + Q_1 T_{s,1} + 1 \text{ cli. } T_{s,1}$$

$$W_1 = 0 + 0 \text{ cli. } 180 \text{ mseg/cli} + 1 \text{ cli. } 180 \text{ mseg/cli}$$

$$W_1 = \underline{180 \text{ mseg}}$$

$$W_{q1} = W_{0,1} + Q_1 T_{s,1}$$

$$W_{q1} = 0 + 0 \text{ cli. } \cdot \frac{180 \text{ mseg}}{\text{cli.}} = \underline{0}$$

Sea un sistema de cola única y un solo servidor tal que los arribos se distribuyen Poisson y los tiempos de servicios Weibull, siendo la tasa de arribos de 20 cli\seg, la tasa de servicio 40 cli\seg y el desvío standard de los tiempos de servicios es de 0,01 seg/cli. Hallar $E(n)$ y $E(T)$.

Respuesta:

$E(n)$: 0,79

$E(T)$: 0,0395 seg/cli

Problema 1

$$\lambda = 20 \text{ cli/seg}$$

$$\mu = 40 \text{ cli/seg}$$

$$\sigma = 0,01 \text{ seg/cli}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20 \text{ cli/seg}}{40 \text{ cli/seg}} = 0,5$$

$$E(n) = \frac{\rho}{1-\rho} \left[1 - \frac{\rho}{2} (1 - \mu^2 \cdot \sigma^2) \right]$$

$$E(n) = \frac{0,5}{1-0,5} \left[1 - \frac{0,5}{2} \left(1 - \left(40 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} \right)^2 \left(0,01 \frac{\text{seg}}{\text{cli}} \right)^2 \right) \right]$$

$$E(n) = 1 \left[1 - 0,25 \left(1 - 1600 \frac{\text{cli}^2}{\text{seg}^2} \cdot 0,0001 \frac{\text{seg}^2}{\text{cli}^2} \right) \right]$$

$$E(n) = [1 - 0,25 (1 - 0,16)]$$

$$E(n) = [1 - (0,25 \cdot 0,84)] = 1 - 0,21$$

$$E(n) = 0,79$$

$$E(T) = \frac{E(n)}{\lambda}$$

$$E(T) = \frac{0,79}{20 \text{ cli/seg}} = 0,0395 \text{ seg/cli}$$

Se tiene una M/M/1 de la que se a demostrado que el servidor resulta insuficiente. Su tasa de arribos es 10 cli/seg y su tasa de servicio es de 12 cli/seg, solo se dispone de un servidor cuya tasa de servicio es 2 cli/seg.

- A) Determinar si el caso sin selección de servidor es conveniente.
- B) Si A es afirmativo hallar π_0 y \tilde{N} para dicho caso.
- C) Determinar si el caso con selección con servidor conviene.
- D) Si c es afirmativo, hallar π_0 y \tilde{N} para el caso con selección de servidor.

Problema 1

$$\lambda = 10 \text{ cli/seg}$$

$$\mu_1 = 12 \text{ cli/seg}$$

$$\mu_2 = 2 \text{ cli/seg}$$

① $\rho_{n/\mu_1} = ?$

$$\rho_{n/\mu_1} = \frac{\lambda}{\mu_1} = \frac{10 \text{ cli/seg}}{12 \text{ cli/seg}} = \boxed{0,8333}$$

$$\rho_c = 1 - \sqrt{\frac{r(1+r)}{1+r^2}}$$

$$r = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{2 \text{ cli/seg}}{12 \text{ cli/seg}} = \boxed{0,1666}$$

$$\rho_c = 1 - \sqrt{\frac{0,1666(1+0,1666)}{1+0,1666^2}}$$

$$\rho_c = 1 - \sqrt{\frac{0,1943}{1,0277}} = \boxed{0,5651}$$

Conviene arreglar el servidor lento

$$\rho_{n/\mu_1} \geq \rho_c$$

$$0,8333 \geq 0,5651$$

$$\textcircled{B} \quad \overline{\pi_0} = ?$$

$$\overline{\pi_0} = \frac{1 - \rho_{1/2}}{1 - \rho_{1/2} + \frac{\lambda}{\alpha}}$$

$$\alpha = \frac{2\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

$$\rho_{1/2} = \frac{\lambda}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{10 \text{ cl/sec}}{12 \text{ cl/sec} + 2 \text{ cl/sec}}$$

$$\rho_{1/2} = \underline{0,7142}$$

$$\alpha = \frac{2 \cdot 12 \text{ cl/sec} \cdot 2 \text{ cl/sec}}{12 \text{ cl/sec} + 2 \text{ cl/sec}} = \frac{48 \text{ cl/sec}^2}{14 \text{ cl/sec}}$$

$$\alpha = \underline{3,4285 \text{ cl/sec}}$$

$$\overline{\pi_0} = \frac{1 - 0,714}{1 - 0,7142 + \frac{10 \text{ cl/sec}}{3,4285 \text{ cl/sec}}} = \frac{0,2858}{3,2025}$$

$$\overline{\pi_0} = \underline{0,0892}$$

$$\bar{N} = ?$$

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{(1 - \rho_{n/2}) [\lambda + (1 - \rho_{n/2}) \mu]}$$

$$\bar{N} = \frac{10 \text{ cli/sec}}{(1 - 0,7142) \left[10 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} + (1 - 0,7142) \cdot 3,4285 \right]}$$

$$\bar{N} = \frac{10 \text{ cli/sec}}{0,2858 \left(10 \frac{\text{cli}}{\text{seg}} + 0,9798 \right)}$$

$$\bar{N} = \frac{10 \text{ cli/sec}}{3,138 \text{ cli/sec}} = \underline{\underline{3,1867}}$$

© Como conviene agregar el servidor sin selección de servidor entonces conviene aun más agregar el servidor con selección de servidor

$$\rho_{n/2} > \rho_c (\text{sin selec}) > \rho_c (\text{con selec})$$

$$\textcircled{D} \pi_0 = ?$$

$$\pi_0 = \frac{1 - \rho_1 \pi_2}{1 - \rho_1 \pi_2 + \frac{\lambda}{\alpha'}}$$

$$\alpha' = \frac{(2\lambda + \pi_s) \pi_1 \cdot \pi_2}{\pi_s (\lambda + \pi_2)}$$

$$\pi_s = 12 \text{ cl./sec} + 2 \text{ cl./sec} = \underline{14 \text{ cl./sec}}$$

$$\alpha' = \frac{(2 \cdot 10 \frac{\text{cl.}}{\text{sec}} + 14 \frac{\text{cl.}}{\text{sec}}) 12 \text{ cl./sec} \cdot 2 \text{ cl./sec}}{14 \text{ cl./sec} (10 \text{ cl./sec} + 2 \text{ cl./sec})}$$

$$\alpha' = \frac{34 \text{ cl./sec} \cdot 12 \text{ cl./sec} \cdot 2 \text{ cl./sec}}{14 \text{ cl./sec} \cdot 12 \text{ cl./sec}}$$

$$\alpha' = \frac{816 \text{ cl./sec}}{168 \text{ cl./sec}} = \underline{4.8571 \text{ cl./sec}}$$

$$\pi_0 = \frac{1 - 0.7142}{1 - 0.7142 + \frac{10 \text{ cl./sec}}{4.8571 \text{ cl./sec}}}$$

Sea un sistema M/M/2 tal que λ 10 cli/seg, μ 10 cli/seg para cada servidor. Hallar:

A) Determinar si se puede sacar un servidor.

B) Hallar la esperanza de números de clientes en el sistema de la M/M/2.

C) Hallar la esperanza de tiempo de permanencia de clientes en el sistema de la M/M/2.

Problema 1

$$\textcircled{A} \quad \rho_s = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{10 \text{ cli/seg}}{10 \text{ cli/seg}} = 1$$

$$\begin{aligned} \lambda &= 10 \text{ cli/seg} \\ \mu_1 &= 10 \text{ cli/seg} \\ \mu_2 &= 10 \text{ cli/seg} \end{aligned}$$

No se puede quitar xq se congestiona el sistema

$$\textcircled{B} \quad \rho_s = \frac{\lambda}{2\mu} = \frac{10 \text{ cli/seg}}{2 \cdot 10 \text{ cli/seg}} = \frac{10}{20} = 0,5$$

$$E(n) = \frac{2\rho}{1-\rho^2} = \frac{2 \cdot 0,5}{1-(0,5)^2} = \frac{1}{0,75} = \underline{1,3333}$$

Problema 2

$$E(n) = \frac{2\rho}{1-\rho^2} \Rightarrow 0,75 = \frac{2\rho}{1-\rho^2}$$

$$0,75(1-\rho^2) - 2\rho = 0$$

$$0,75 - 0,75\rho^2 - 2\rho = 0 \Rightarrow -0,75\rho^2 - 2\rho + 0,75 = 0$$

$$\rho = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 2,25}}{-1,5}$$

$$\rho = \frac{2 \pm \sqrt{6,25}}{-1,5} \Rightarrow \rho_1 = \frac{1}{3}$$

$$\rho_2 = -3$$

Se descarta x ser negativo

Sea un sistema M/M/2 con servidores de la misma velocidad tal que $E(n)$ es 0,75
siendo el μ para cada servidor 15 cli/seg. Hallar:
A) $E(T)$.

Problema 2

$$E(n) = \frac{2\rho}{1-\rho^2} \Rightarrow 0,75 = \frac{2\rho}{1-\rho^2}$$

$$0,75(1-\rho^2) - 2\rho = 0$$

$$0,75 - 0,75\rho^2 - 2\rho = 0 \Rightarrow -0,75\rho^2 - 2\rho + 0,75 = 0$$

$$\rho = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 2,25}}{-1,5}$$

$$\rho = \frac{2 \pm \sqrt{6,25}}{-1,5} \rightarrow \rho_1 = \frac{1}{3}$$

$$\rho_2 = -3$$

se descarta + ser
negativo

$$E(n) = \frac{1}{2(1-\rho^2)} = \frac{1}{\frac{15 \text{ cli}}{\text{seg}} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]} = \frac{1}{\frac{15 \text{ cli}}{\text{seg}} \cdot \frac{8}{9}}$$

$$E(n) = \frac{1}{13,33 \frac{\text{cli}}{\text{seg}}} = \frac{0,075 \frac{\text{seg}}{\text{cli}}}{1}$$