



Modelizacion Apuntes - Hasta 1 Parcial

Cálculo Numérico (Universidad Abierta Interamericana)

$$V_{m,m} = \sqrt{8,5} = \frac{(8,5)!}{8!} = 16720$$

HABERIAS DIFERENCIAS SE PUEDEN CLASIFICAR?

LLEGAN A LA META SI HAY Q CORRIENDO, DE CUALQUER

ESTA DEBEN USICARSE EN UNA FILA LAS S PERSONAS QUE

$$V_{m,m} = \frac{(m-m)!}{m!}$$

- NO SE REPITE

- IMPORTA EL ORDEN

- $m > m$

VARIACIONES SIMPLICES DE m TORNADOS DE A m

$$\underline{P_m = m!}$$

- NO SE PUEDEN REPETIR.

- IMPORTA EL ORDEN

- m ELEMENTOS \rightarrow TORNADOS DE A "n"

PERMUTACIONES (SE HACE UNA COLECCION. IMPORTA EL ORDEN)

TORNADOS.

DIFERENCIAS UNA DESENTRAL CANTIDAD DE ELEMENTOS 1000 CIENTOS

APUNTAM A DETERMINAR DE CUANTAS FORMAS DIFERENTES PUEDEN

ORDENACIONES

VARIACIONES CON REPETICIÓN

- m tomados de n m
- IMPORTA EL ORDEN
- SE PUEDEN REPETIR

$$V_k m, m = m^m = 2^8 = 256 \quad (\text{EJEMPLO DE BINARIO})$$

Ej: Tengo 10 dígitos y quiero ordenarlos de a 2.

COMBINACIONES

- m TOMADOS DE n m ; $m \leq m$
- NO IMPORTA EL ORDEN
- ~~NO~~ PUEDEN REPETIR.

Ej: $m = 3$

$m = 2$

$$C_{m, m} = \frac{m!}{(m-m)! m!}$$

Ej: Seis números diferentes excluyendo los pares pueden obtenerse con los números 3, 7, 29, 31, 43, 47 tomandolos de a 2.

$$C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! 2!} = 15$$

de qualità, de formes utilisées à, et de leur
à A. et il manque de notation et de symbole
en elle-même estime à être nécessaire pour décrire
général. de sorte, faire un autre A de manière
de voir les applications un peu moins difficilement

SYNTHÈSE

DEFINICIÓN FÍSICA E DE LOS MÍSSES

$$P(A) = \frac{\text{No CASOS POSIBLES}}{\text{No CASOS POSIBLES}}$$

de gérer un 2 à un 4?

Ej. si on a une date limite. lequel de la posséderait
meilleur sorte de manière de venir temps.
et le date qui a certaine sorte de manière de venir de
DEFINICIÓN LAPLACIANA: la probabilité de un autre A

peut être que toute sorte de cette manière alors
ESPACIO TIESTRAL: l'ensemble des résultats possibles

possibilités dans la manière de formes

EXPERIMENTO DETERMINISTICO: les opérations qui se connait

(quelque chose)

se passe certaine de possibilité (ce à quoi doit sortir de

EXPERIMENTO ALÉATORIO: les opérations qui sont de manière,

coincide con la verdadera probabilidad de A.

$$P(A) \cong F_{RA} = \frac{f_A}{N}$$

f_A = N° DE OCURRENCIAS DE A
 N = N° DE REPETICIONES DEL EXPERIMENTO

$$N \rightarrow \infty \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_A}{n} = P(A)$$

$$0 \leq \frac{f_A}{N} \leq 1$$

EJEMPLO

Se observa una fuente de memoria nula que emite ceros y unos. El número de repeticiones del experimento es 1 millón y el suceso ~~del~~ cero aparece 730.000 veces. Hallar la probabilidad de cero y de uno.

$$P(A) \cong F_{RA} = \frac{f_A}{N} = \frac{730.000}{1.000.000} = 0,73$$

$$P(0) = \frac{f(0)}{n} = \frac{730.000}{1000000} = \boxed{0,73}$$

$$P(1) = \frac{f(1)}{n} = \frac{270.000}{1.000.000} = \boxed{0,27}$$

$\frac{6t}{\partial t}$ \neq 0

$$\text{total } \rightarrow \cdot \frac{62}{6}$$

is around of other not in the area and it's probably up to 30

agent of 'opium' or 'othercon' of us to do them up

of $\frac{3}{10}$ m³ of water added to a tank containing 2 m³ of water.

• copy opinions along some mts

which can be used to propagate the concept very

SUCESOS CONICANALES

it accordingly. Enclosed is no evidence.

-youngsters expect less work, 'unscrupulous' contractors : 13

the programs spent on 'our time' to support our

SUCESOS FUTUAMÉNTE EXCLUYENTE

EJ: LA QUINTAELA.

more ways to do more work for consumers and

the support of the population and the government in the struggle against the

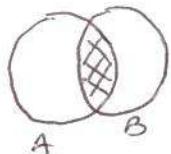
18-4-17

CONJUNCIÓN Y DISYUNCIÓN

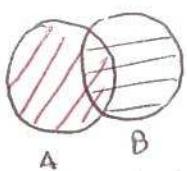
SUCESOS INDEPENDIENTES

* CONJUNCIÓN

$$P(A \wedge B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$



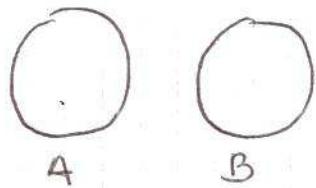
* DISYUNCIÓN



$$\begin{aligned} P(A \vee B) &= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \end{aligned}$$

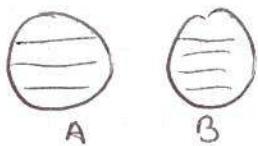
SUCESOS MUTUAMENTE EXCUTENTES

* CONJUNCIÓN



$$P(A \cap B) = P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B) = \emptyset$$

* DISYUNCIÓN



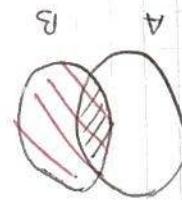
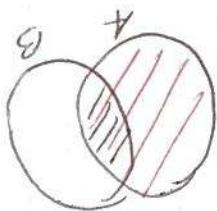
$$P(A \vee B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

SUCESOS CONDICIONALES

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A|B) = P(B|A) \cdot P(A) \\ P(A|B) = P(A|B) \cdot P(B) \end{array} \right\}$$



Si l'utile jointe collauder per probabilità hanno cheva

TEOREMA DE BAYES

$$= P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})$$

$$P(B) = P(B|A) \cup P(B|\bar{A})$$

$$= P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})$$

$$P(A) = P(A|B) \cup P(A|\bar{B})$$

(b) condizioniate
as condizioniate

$$P(A|B) =$$

$$P(B|A) =$$

$$P(A|B) =$$

$$P(A|A) =$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|B) \cdot P(B)}$$

TEOREMA
DE
BAYES!

PROBLEMA

En una empresa hay dos máquinas: M₁ y M₂. La M₁ produce 1,5 h de piezas por día; M₂ produce 2,5 h de piezas por día. Estando las piezas de ambas máquinas mezcladas, ¿Cuál es la probabilidad que el extraído una pieza falle si ésta provenga de M₁, si se sabe que el 98% de las piezas de M₁ resultan sin falle y el 96% de M₂ también son buenas?

$$\begin{aligned} P(M_1) &= 0,02 \\ P(M_2) &= 0,04 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(M_1) &= 0,02 \\ P(M_2) &= 0,04 \end{aligned} \quad \cancel{P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,06}$$

$$M_1 - 1,5 \text{ h} \quad \begin{cases} F = 2\% \\ 7F = 98\% \end{cases}$$

$$M_2 - 2,5 \text{ h} \quad \begin{cases} F = 4\% \\ 7F = 96\% \end{cases}$$

$$P(m_1 / F) = ?$$

$$P(m_1) = \frac{1,5 \text{ h}}{4 \text{ h}} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

$$P(m_2) = \frac{5}{8}$$

$$\boxed{\frac{1}{13}} =$$

$$\frac{0,06 + 0,20}{0,06} =$$

$$\frac{0,02 \cdot 3 + 0,09 \cdot 5}{0,02 \cdot 3} =$$

$$0,02 \cdot \frac{8}{3} + 0,04 \cdot \frac{5}{8}$$

$$= 0,02 \cdot \frac{8}{3}$$

$$\frac{P(E/m_1) \cdot P(m_1)}{P(E/m_1) \cdot P(m_1)} =$$

$$P(m_1/E) = \frac{P(E)}{P(E/m_1) \cdot P(m_1)} =$$

$$P(m_1/E) \cdot P_E = P(E/m_1) \cdot P(m_1)$$

$$P(TF/m_2) = 0,96$$

$$0,90 = P(\neg m_1/E)$$

$$0,86 = P(TF/m_1)$$

$$P(E/m_1) =$$

Un hombre tiene perros y gallinas. Tiene 800 perros y 1200 gallinas. Recorre solo el 10% de los perros y el 8% de gallinas. ¿Cuál es la probabilidad que el tiene en suelo el ojo, si no está vacunada, entonces responde en perro?

$$P(\text{PV}) = 0,10$$

$$P(\text{GV}) = 0,08$$

$$P(g) = \frac{1200}{2000} = \frac{3}{5}$$

$$P(p) = \frac{800}{2000} = \frac{2}{5}$$

$$P(p/\text{V}) = ?$$

$$= \frac{P(p/\text{V}) \cdot P(\text{V})}{P(\text{V}/p) \cdot P(p) + P(\text{V})}$$

$$P(p/\text{V}) \cdot P_{\text{EV}} = P(\text{V}/p) \cdot P(p)$$

$$P(p/\text{V}) = \frac{P(\text{V}/p) \cdot P(p)}{P(\text{V})}$$

$$P(p/\bar{\text{V}}) = \frac{P(\bar{\text{V}}/p) \cdot P(p)}{P(\bar{\text{V}}/\text{V}) \cdot P(p) + P(\bar{\text{V}})}$$

$$\frac{w}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = p$$

Somando i numeri per ottenere
il somma dei numeri da cui si traggono le medie

VARIANZA

	$x_i(m)$	$\Delta x_i(x_i)$	Δx
4	3,0	0,9	
3	2,6	0,3	
2	2,4	0,1	0
1	1,2	-1,1	

$$\underline{x} = 2,31$$

$$\underline{x} = (1,2 + 2,4 + 2,6 + 3,0) / 4$$

$$\frac{w}{\sum_{i=1}^n x_i} = \underline{x}$$

4	3,0
3	2,6
2	2,4
1	1,2

DESVÍO ESTÁNDAR

RAÍZ CUADRADA DE VARIANZA

$$\Rightarrow \sqrt{VAR} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}$$

ESPERANZA MATEMÁTICA: Es el promedio más esperado de los valores de una variable, pudiendo ser un valor imposible para la variable.

Es el promedio ponderado de los valores de una variable usando como factor de ponderación, la probabilidad de que ocurre.

i	x_i	$P(x_i)$	$E(x) = x_1 P(x_1) + x_2 P(x_2) + \dots + x_n P(x_n)$
1	10	0,1	$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i)$
2	12	0,4	
3	14	0,3	$E(x) = 10 \cdot 0,1 + 12 \cdot 0,4 + 14 \cdot 0,3 + 16 \cdot 0,2$
4	16	0,2	$= 1 + 4,8 + 4,2 + 3,2$
			$= \boxed{13,2}$

? Porqué la ESPERANZA ES UNA MEDIDA ARITMÉTICA?

(n) . PPF ... FFI

$$P(X=x) = \binom{n}{m} p^m q^{n-m}$$

$n \rightarrow$ N. de sumários da A (do P. de erros)

N. → número de acertos

$$B \rightarrow P(B) \rightarrow q = 1-p$$

$$A \rightarrow P(A) \rightarrow p$$

TÉCNICAS DE SUCESSOS

analogias

Mesma probabilidade em cada uma das subunidades

Distribuição: sorte dos resultados possíveis.

distrito, em determinadas circunstâncias em sucessão.

• DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL: É a probabilidade de resultado

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE E DA NECESSIDADE

deverá ser feita uma análise das

distintas situações de sorte, para que se

seja possível, com certeza dizer, se deve

ser sorte (real), ou um resultado falso, para que

é a mesma probabilidade que temos nessa situação e de

VARIABLE ALÉATORIA CONTÍNUA

Podemos estabelecer que a probabilidade de que um número determinado apareça é igual a probabilidade de que o número determinado, ou seja, que o número determinado seja menor ou igual a x, ou seja, que o número determinado seja maior que x.

Se tiene una bolsa con 10 BOLITAS ~~VERDES~~^{ROJAS} + 20 VERDES.

¿Cuál es la probabilidad de que al realizar 8 extracciones consecutivas no se repitan

A) 5 VECES SALGA ROJA

B) 20 VAS ROJAS

C) NINGUNA ROJA

A) A \rightarrow prob roja

$$P(A) = \frac{10}{30}$$

$$P(B) = \frac{20}{30}$$

$$N = 8 \quad \textcircled{A} \quad P(5) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$P(5) = \frac{8!}{(8-5)! 5!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$P(5) = \frac{8!}{3! 5!} \cdot \frac{1}{243} \cdot \frac{8}{27}$$

$$P(5) = 56 \cdot \frac{1}{243} \cdot \frac{8}{27}$$

$$\boxed{P(5) = 0,068}$$

$$P(8) = \binom{8}{8} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$\frac{8!}{(8-8)! 8!} = \frac{1}{6561} \cdot 1 = \boxed{0,00015}$$

$$\boxed{\frac{1}{6561} \cdot 256 = 0,039}$$

brettum postea in ruris
 sufficiunt, sed etiam in ruris postea sunt pannus ad
 eae ac agriculturae hortorum contadini non possunt
 quod diffideat de eis ut ad hortis ac ruris possit.
 Sed pannus est alius ut dicit possit
 non in ruris sufficiunt diffidere eis eis
 Alii in ruris sufficiunt pannus quod in agrum diffideant
 Alii in ruris sufficiunt pannus in hortis
 quod sufficiunt eis eis modicis.
 Quo pannus long 6'02 x 10'23 metra, sicut etiam
 dividitur in alterius in pannus, et pannus
 majoris et minoris, et pannus eis modicis de formis
 cum in parte 2H du pannos, et pannos que ad
 hanc pannos eis introducuntur in pannos
 Exempli: Alii in ruris in ruris sufficiunt in ruris A6A1-A6A1
 Alii in ruris sufficiunt in ruris sufficiunt in ruris
 hanc pannos.
 Et secundum eis dicuntur ad hanc ruris
 sufficiunt ad hanc ruris dicuntur ad hanc ruris
 quae eis sufficiunt eis sufficiunt ad hanc ruris

Ese pomedó de el parámetro de la distribución de Poisson

$$\lambda = \frac{3 \text{ BACTERIAS}}{\text{mL}}$$

Con los alumnos pose lo mismo: se podrá tomar

$$\lambda = \frac{10 \text{ ALUMNOS}}{\text{MINUTO}}$$

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

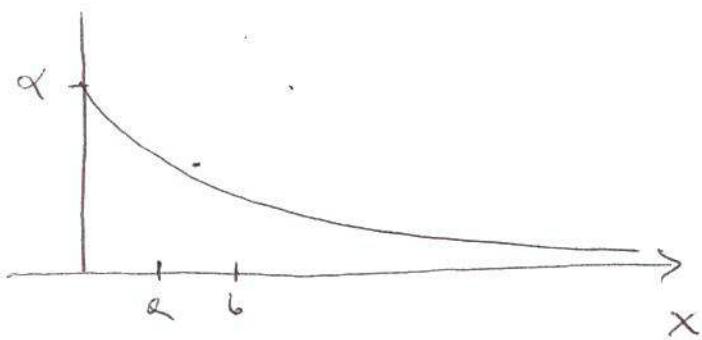
Responde a la fórmula

$$f(x) = \alpha e^{-kx}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \alpha > 0 \\ kx \leq 0 \end{array} \right.$

Es aplicable a variable aleatoria continua.

La gráfica de $f(x)$ es la siguiente

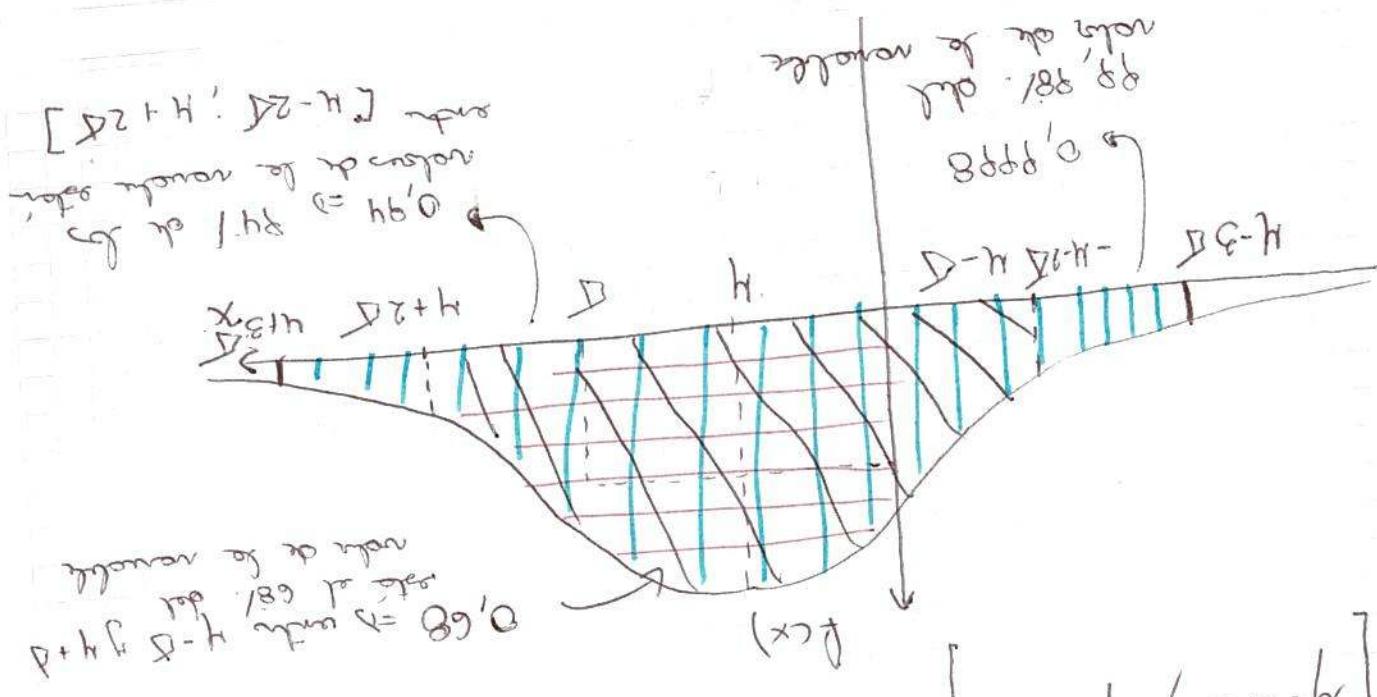


$$\boxed{f(a) = \alpha}$$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

DISTRIBUCIÓN DE GAUSS O NORMAL

Es camponiforme, presentando una cje de simetría vertical en $x = M$, siendo M la media poblacional de la



$$[H-3\Delta; H+3\Delta]$$

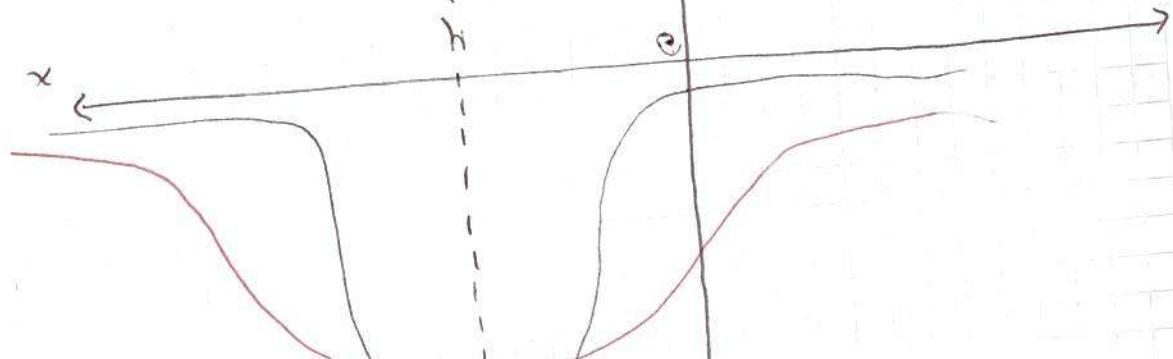
$$[H-2\Delta; H+2\Delta]$$

$$[H-\Delta; H+\Delta]$$

ANALIZA LOS INTERVALOS

6 > 7 6

A MAYOR SIEMA
MENOR CANTOS (punto)



UNIDAD 2: SISTEMA

Conjunto de elementos para logro de un objetivo común.

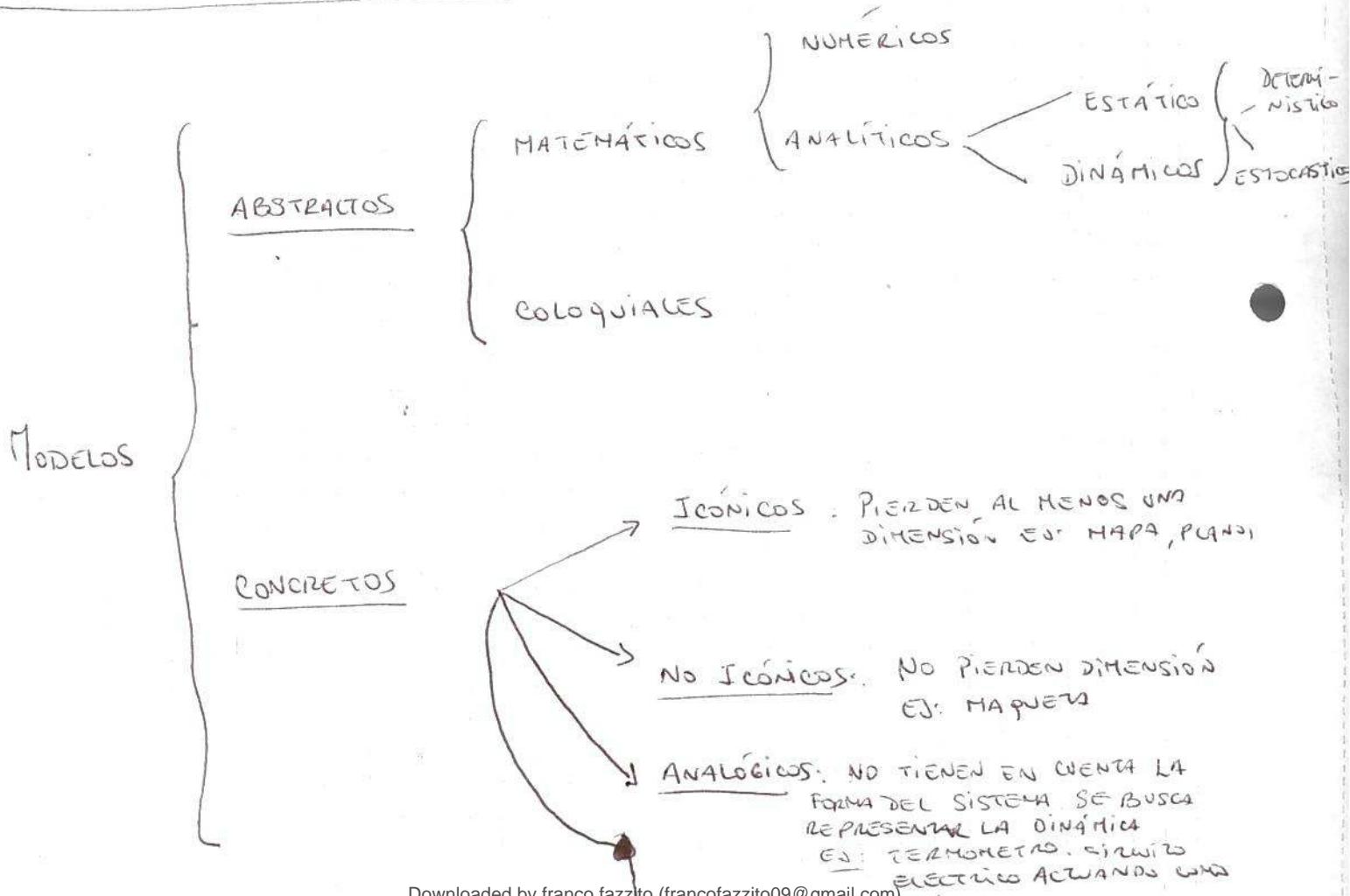
SISTEMA ABIERTO: Interactúa con el medio intercambiando elementos o información.

Modelo: Es una representación simbólica y simplificada de un sistema o de una realidad.

Simbólica: No utiliza los elementos del sistema, si no otros que tomen su lugar.

Simplificada: Se recortan variables y detalles del sistema para que sea realmente útil y mas fácil de desarrollar.

CLASIFICACIÓN DE MODELOS



que se cumple que sea función de la velocidad

ESTADÍSTICOS

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\cdot F = m R t \quad :)$$

que se cumple que sea función de la velocidad. Es
dado que los de la velocidad son iguales en la fórmula.

DETALLINISTICOS

$$E3: \bar{x}(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

nos da un resultado constante al follow el tiempo
que se cumple que sea función de la velocidad. Es decir que

MODELOS DINÁMICOS

$$E3: P \cdot V = m R T$$

Solo nos da un resultado constante al tiempo. Es la fórmula de la velocidad en la que es el que

MODELOS ESTÁTICOS

Cuadre 14
02/105/14

100

Cologuines: solo te das de los siguientes: Es un momento del mundo

ANÁLÓGICOS

La forma los técnicos + no técnicos, son no

La dinámica, los técnicos + no técnicos, son no

(SHANON)

La información es función de probabilidad logarítmica de la inversa de la probabilidad de aparición de un símbolo.

$$I_r(s) = \log r \frac{1}{P(s)}$$

$$I_{10}(s) = \log_{10} \frac{1}{P(s)} \Rightarrow \text{HARTLEY}$$

$$I_e(s) = \ln \frac{1}{P(s)} \Rightarrow \text{NATURAL} = \text{NAT}$$

$$I_2(s) = \log_2 \frac{1}{P(s)} \Rightarrow \text{bit} = \text{SHANON}$$

$$I_3(s) = \log_3 \frac{1}{P(s)} \Rightarrow \text{UNIDAD TRINARIA}$$

SIMULADORES

Es un producto de SW que simula un comportamiento de un sistema. Es un modelo opto para ser procesado por computadoras.

PASOS PARA EL DESARROLLO DE UN MODELO

- 1) TOMAR CONOCIMIENTO DEL SISTEMA
- 2) FIJAR LOS LÍMITES DEL SISTEMA. SI ES ABIERTO, HAY QUE CERNIRLO

que mundo viverá a menor de cinco
décadas. De lo que se dice en su
ultimo comunicado, los miembros
de la junta convocan para mediados

SELECCIÓN DE NÚMEROS ALÉATORIOS

De donde saldrán

los números -deberán ser todos diferentes
y no tener un significado alguno de sí
mismo-, que se presentarán de acuerdo
a las reglas establecidas, de modo que
no se utilicen todos los dígitos del año
presente ni el año siguiente ni los
siguientes.

TECNICA DE FLUORESCENCIA

de mareas.

Los acorazados y los cruceros
que tienen la función de blindar la flota
y de protegerla contra los ataques terrestres.
Los cruceros son los buques más
potentes y tienen una velocidad
máxima de 25 nudos. Los cruceros
tienen una velocidad media de 20
nudos y una velocidad máxima de 25
nudos. Los cruceros tienen una
velocidad media de 20 nudos y una
velocidad máxima de 25 nudos.

5) PROBAR EL HUECO

4) DESARROLLAR

3) (2) (3) (4) (5)
This document is available free of charge on **StuDocu.com**

Para ser procesados por computadoras los números deben obtenerse de fuentes electrónicas. Por ejemplo midiendo la frecuencia o la amplitud de una señal de ruidos.

SERIES DE NÚMEROS PSEUDO-ALEATORIOS

Estas no son verdaderamente aleatorias, son generadas por medio de un algoritmo. Es posible volver a repetir la serie y la longitud de la misma es finita.

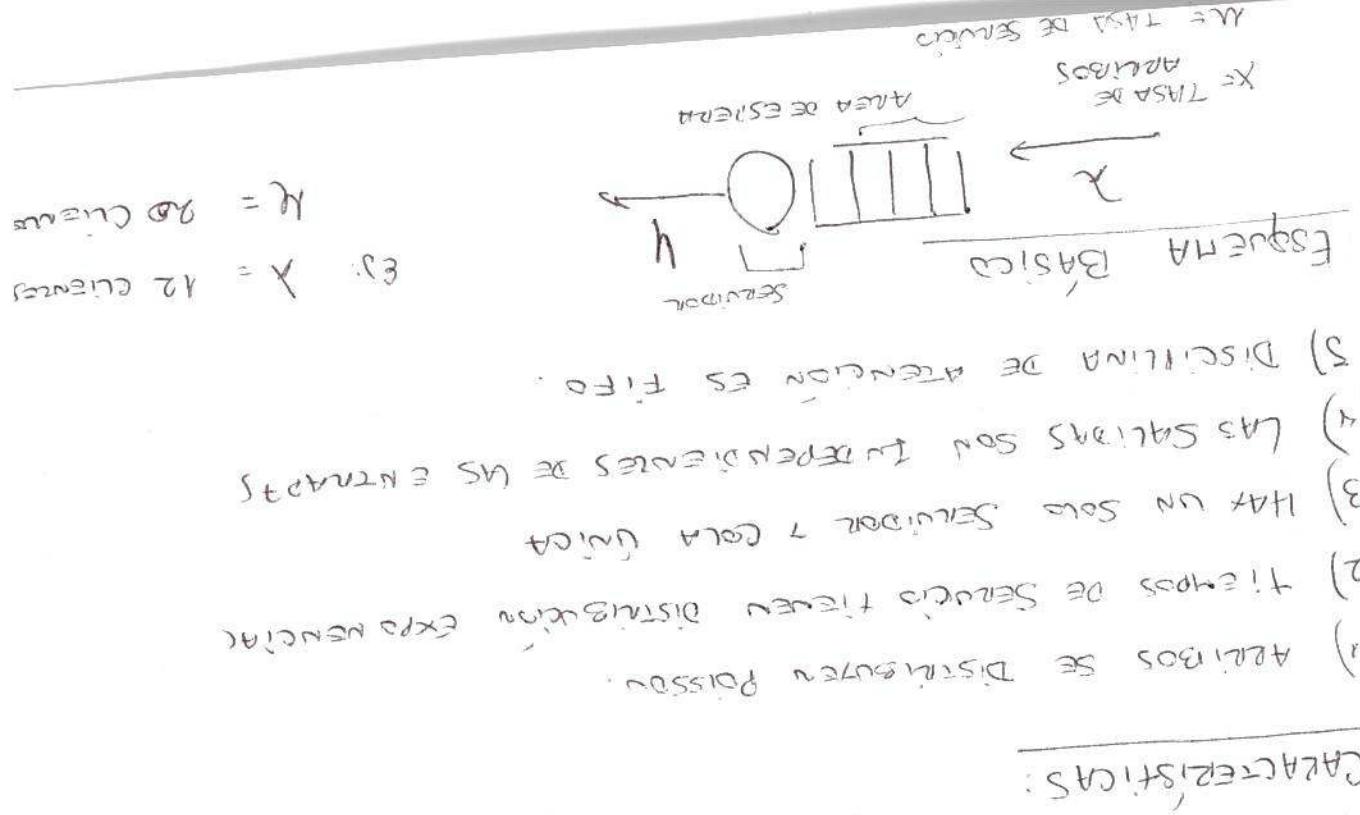
Para poder ser aceptadas como números aleatorios, la serie debe poseer un alto grado de desorden y tiene una longitud suficientemente grande. Tiene la ventaja que permite volver a probar el modelo con los mismos valores.

LENGUAJES DE SIMULACIÓN

Para hacer un simulador puede utilizarse un lenguaje de propósitos generales o un lenguaje de propósitos específicos.

Tres lenguajes de propósitos específicos SIMSCRIPT, SIMULA, GPSS, etc.

Para propósitos generales, la mayoría de los lenguajes sine. Los de propósitos específicos llevan menos horas de desarrollo y menor espacio, pero es menos flexible, es más caro el reabrirlos y cuesta reemplazar el programador.



CALCULISTICAS:

M = HAZICOV \Rightarrow ALGORÍTMO HAZICOVIANOS \Rightarrow POISSON

H = " " \Rightarrow TIEMPOS DE SERVICIO HAZICOVIANOS \Rightarrow EXPONENCIAL

SISTEMA M/M/1



NOTACIÖN DE KENDALL

Un sistema de colas tiene su propia complejidad que no se agota al número de usuarios, ya que se tienen que manejar las necesidades de los diferentes clientes.

λ : cantidad de clientes, en promedio, que llegan por unidad de tiempo.

μ : cantidad de clientes, en promedio, que el servidor atiende por unidad de tiempo mientras está ocupado.

λ y μ son las constantes que caracterizan a M/M/1

$$\text{Ej} \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cli/s}$$

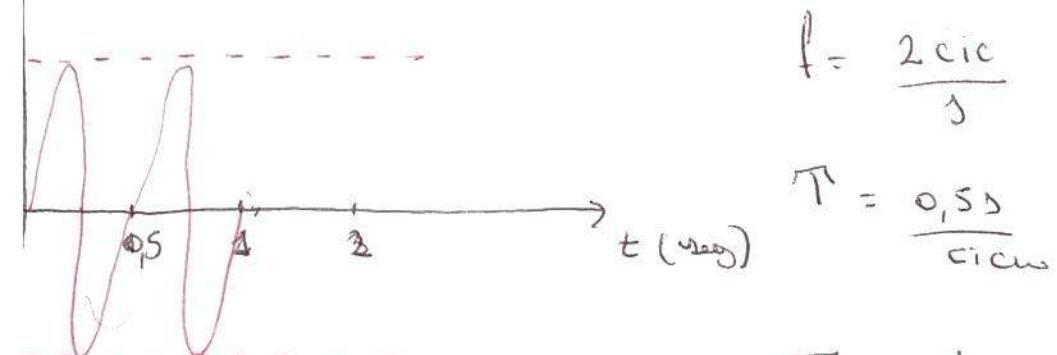
$$\mu = 20 \text{ cli/s}$$

TIEMPO MEDIO DE SERVICIO: Es el tiempo que en promedio tarda el servidor con cada cliente.

$$\mu = \frac{\text{Nº de cli}}{\text{n de t}}$$

$$T_s = \frac{\text{tiempo medio}}{1 \text{ cli}}$$

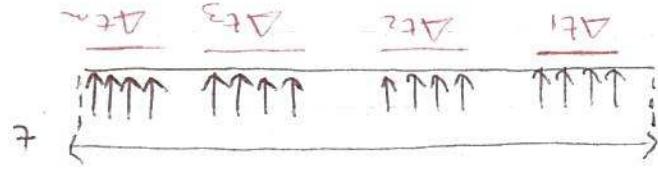
.V



$$T = \frac{1}{f}$$

$$\mu \Rightarrow f$$

$$T \Rightarrow T$$



discrete
continuous system $y(t)$ after convolution with function
impulse response $h(t)$ is given by $y(t) = \int h(\tau) x(t-\tau) d\tau$

2nd case

$y(t)$ at discrete time t is convolution.

consider first here $y(t)$ to be same convolution
at different time so we can give of convolution as follows
 $y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)x(t-n)$

1st case

$y(t)$ at discrete time t is convolution \Leftrightarrow $y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)x(t-n)$

case convolution, so $x(n)$, $h(n)$ finite or infinite

GENERALIZATION

of result solution of convolution at the discrete

$\frac{y}{x} = \int h(\tau)x(t-\tau)d\tau$ is called discrete convolution of x & y

IMPLEMENTATION

This document is available free of charge on

$$\lambda = \frac{\text{Nº CLIENTES ARRIVADOS}}{T_{\text{TOTAL}}}$$

$$y +_{\text{TOTAL}} > \sum_{i=1}^n \Delta t_i \Rightarrow \text{Nº CLI ARR} > \text{Nº CLI ATEND.}$$

$$\mu = \frac{\text{Nº CLIENTES ATENDIDOS}}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots + \Delta t_n}$$

\Rightarrow COLA CRECE INDEFINIDAMENTE \equiv EL SISTEMA SE CONGESTIONA

$$\boxed{\mu > \text{TASA DE SALIDA}}$$

μ no es la verdadera tasa de salida del sistema. La verdadera tasa de salida tiene en cuenta el tiempo total del sistema, igual que λ . $\Rightarrow \lambda = \mu$) TASA SALIDA.

y eso ocurre porque el principio del \mathbb{R} servidor tiene tiempos excesivos que nunca se recuperan.

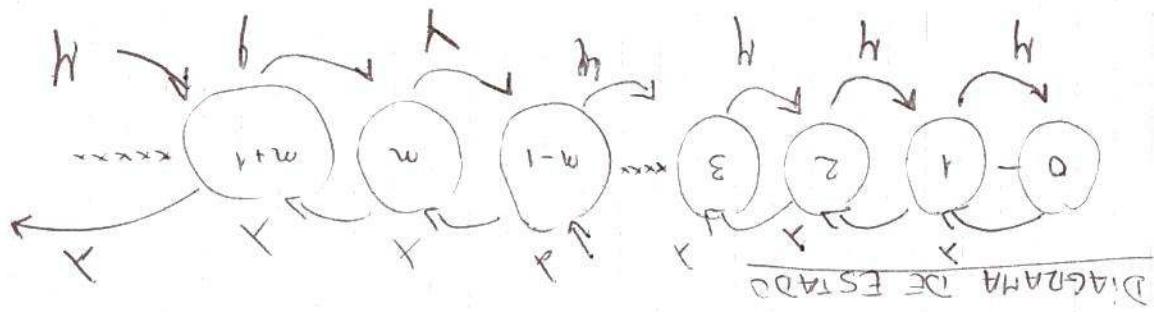
ESTUDIAR CONGESTIONAMIENTO

EQUILIBRIO

Estado de un sistema: Conjunto de valores de todas sus variables en un instante dado.

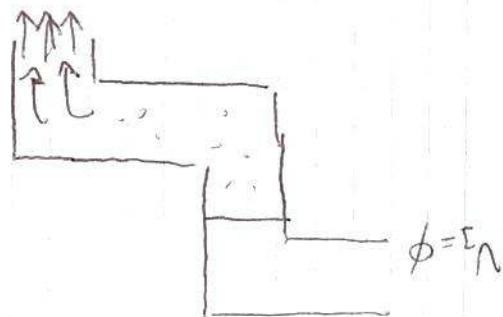
En un sistema de colas, el estado es el número de clientes que hay en un momento dado.

Se dice que un sistema se encuentra en equilibrio cuando el valor de sus variables no varía o sea...



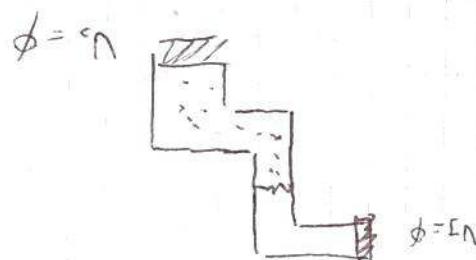
$$V_I = V_o \neq \phi$$

$$V_o = \phi$$



As they consider conflicts, you can only consider conflicts.

EQUILÍBRIO DINÂMICO

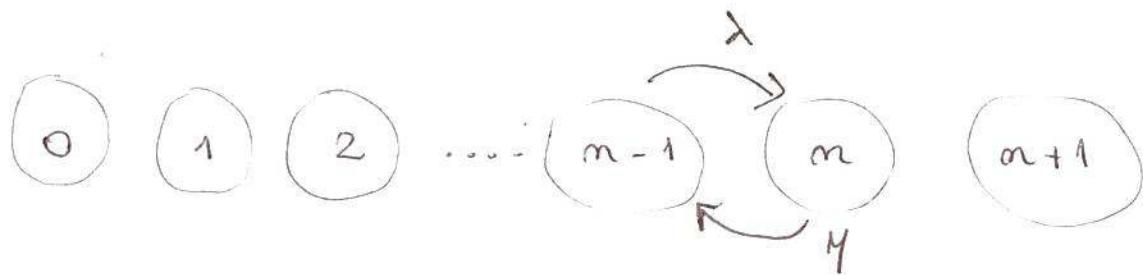


$$V_I = V_o = \phi$$

both

In all situations are they consider no conflicts, no conflict.

ECUACIÓN STEADY-STATE (ESTADO ESTABLE)



≈ Lo consideramos en equilibrio dinámico.
ENTRADAS = SALIDAS.

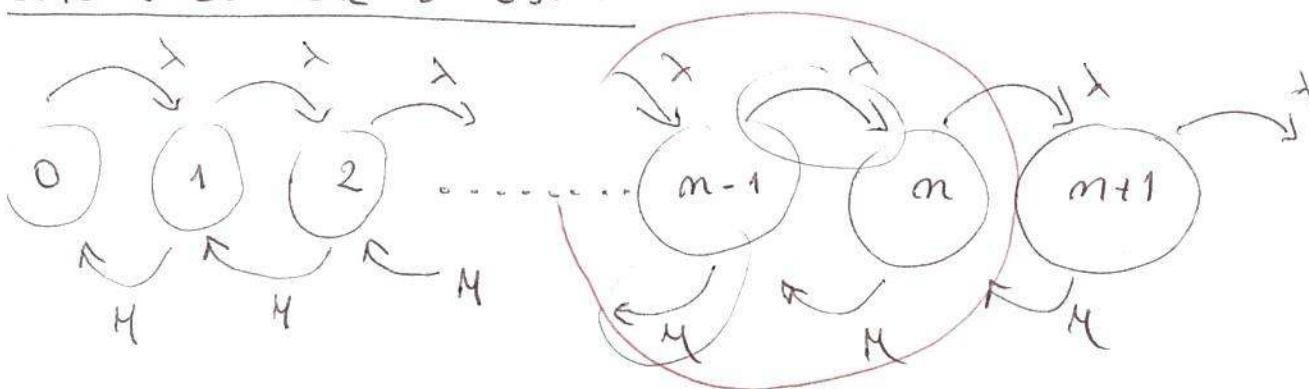
~~DEMOSTRACIÓN~~

$$\lambda \pi_{m-1} + \mu \pi_{m+1} = \lambda \pi_m + \mu \pi_m$$

$$\lambda \pi_{m-1} + \mu \pi_{m+1} = \pi_m (\lambda + \mu)$$

$$\left| \frac{\lambda \pi_{m-1} + \mu \pi_{m+1}}{\pi_m (\lambda + \mu)} = \pi_m \right|$$

ECUACIÓN GENERAL DE ESTADO



$$\lambda \pi_{m-1} = \mu \pi_m$$

$$\begin{aligned} \pi_3 &= p_3(1-p) \\ \pi_2 &= p_2(1-p) \\ \pi_1 &= p(1-p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_3 &= 0,0864 \\ \pi_2 &= 0,144 \\ \pi_1 &= 0,24 \\ m &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

		0,0384	3
		0,096	2
		0,24	1
		0,4	0
m	π_m		

$$P_1 = 0,6$$

		0,0864	3
		0,144	2
		0,24	1
		0,4	0
m	π_m		

GEAFICAS EN UN UNICO PAÍS DE ESTADOS $\pi_m = f(m)$ para los sistemas H/M/A / $f_1 = 0,6$ y $f_2 = 0,4$

$$\pi_m = \underline{f_m(1-f)}$$

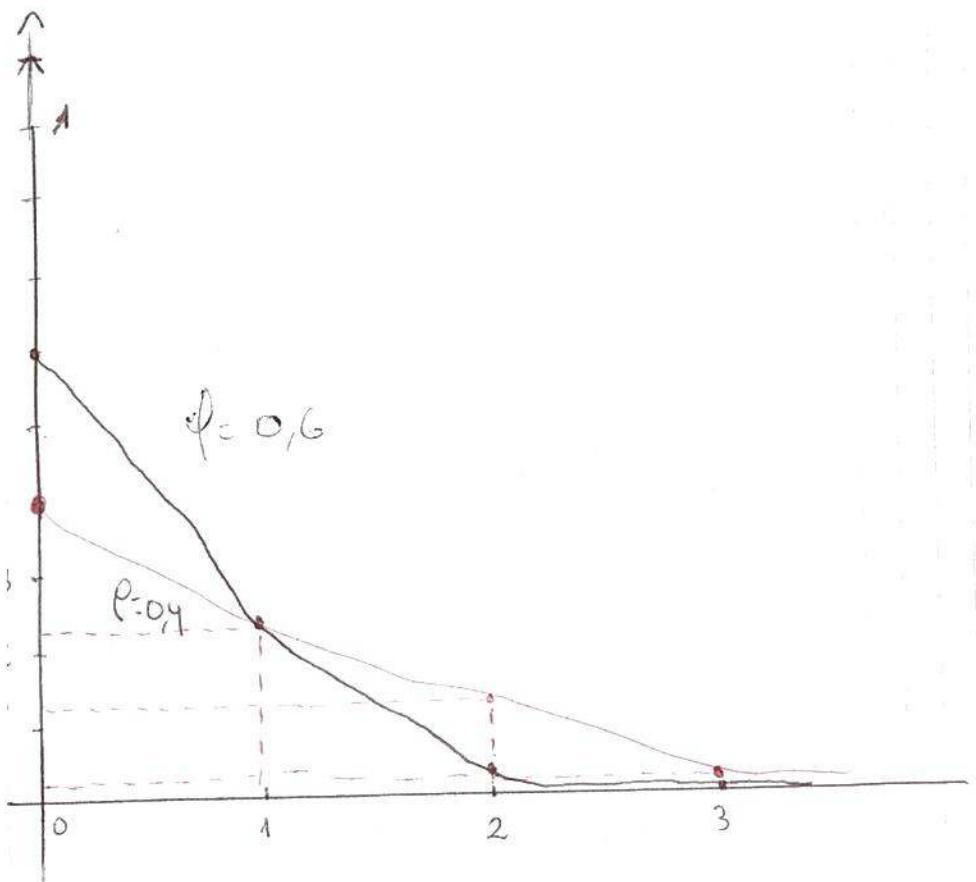
$$\pi_2 = p\pi_1 = p \cdot f \cdot f = f^2 = \pi$$

$$\pi_1 = p\pi_0 = p(1-f)$$

$$\pi_0 = 1 - f$$

$$\pi_m = p \cdot \pi_{m-1}$$

$$\text{TABLA } \pi_m = \underline{\pi_m}$$



TEOREMA DE LITTLE

El número medio de clientes en una M/M/1 es directamente proporcional al tiempo medio de permanencia de los clientes en el sistema, siendo el factor de proporcionalidad, la tasa de arribos.

$$N = \lambda \cdot W_{\text{TIEMPO MEDIO}}$$

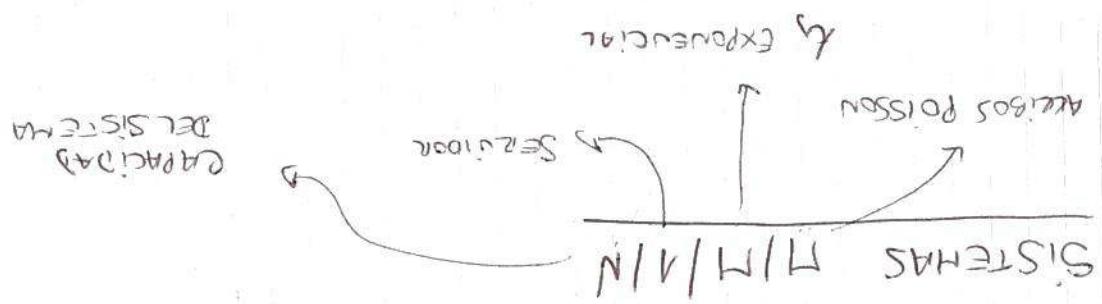
(Nº DE MEDIO
CLIENTES)

Ej: Se abreva una M/M/1 durante 20 segundos obteniendo la siguiente tabla

i	t _{ai}	t _{si}	IN	OUT	W _i
1	2	3	2	5	3
2	4	4	5	9	5
3	9	3	9	12	3

- 3) A solo servizio e colta una
- 2) tipo de servicio extraescolar
- 1) Alumnos Posiso

CARACTERÍSTICAS



$$\left(\frac{t'0}{t'0} \right) = \frac{4 \text{ CL}}{20 \text{ CL}} \cdot \frac{20 \text{ CL}}{4 \text{ CL}} = n \cdot m = N$$

$$n = \frac{4 \text{ CL}}{4 \text{ CL}} = 1$$

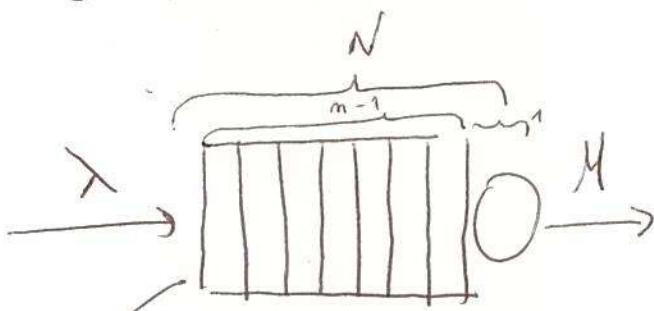
$$\frac{m}{m} = 1 = 1$$

$$x = \frac{20 \text{ CL}}{4 \text{ CL}} = 5$$

$$N = x \cdot n$$

Beneficio de mayor cobertura

- 4) LAS SALIDAS SON INDEPEND. DE LAS ENTRADAS
- 5) FIFO
- 6) EL SIST. TIENE CAPACIDAD N . Cuando se colma la capacidad, el sistema se bloquea impidiendo el envío de nuevos clientes, hasta que salgan y el sistema se desbloquee y permita nuevos envíos.



$$Z = \lambda \cdot P_B$$

→ TASA DE RECHAZO

$$\Pi_N = \frac{\rho^n \cdot (1 - \rho)}{1 - \rho^{N+1}}$$

CANT. DE ESTADOS E $m+1$

$$\Pi_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}}$$

$$P_B = \Pi_N = \rho^N (1 - \rho)$$

$$\gamma = H \cdot (1 - \frac{1}{H})$$

$$\gamma = H - H_{\text{eff}}$$

La dinamica di una particella è determinata dalla legge della conservazione dell'energia cinetica e potenziale.

La legge della conservazione dell'energia cinetica e potenziale è:

Legge della conservazione dell'energia cinetica e potenziale: $E = \frac{1}{2} m v^2 + V(x)$

$$E = \gamma \cdot (1 - P_3)$$

$$\gamma = E - V$$

$$I = \gamma \cdot P_3$$

La legge della conservazione dell'energia cinetica e potenziale è:

Legge della conservazione dell'energia cinetica e potenziale: $E = \frac{1}{2} m v^2 + V(x)$

$$E = \gamma \cdot S_{\text{tot}} \cdot \left(1 - \frac{V(x)}{E}\right)$$

$$E = \gamma \cdot S_{\text{tot}} \cdot \left(1 - \frac{V(x)}{E}\right)$$

16-5-17

metodo è di solito.

per calcolare la quantità di energia.

$$Y_I = Y_0 = Y$$

REND ENT = REND SALIN = REND.

PROBLEMA QUE VA AL PARCIAL !!

Sea M/M/1/S tel que $\lambda = \frac{10c}{\delta}$, $\mu = \frac{20c}{\delta}$

- A) Tiempo Tl
- B) Probabilidad de bloqueo
- C) REND. ENT
- D) REND. SALIN
- E) % Clientes que logran ingresar al sistema.

$$A) Tl = \frac{1 - S}{1 - S^{N+1}}$$

$$\pi_0 = \frac{1 - (0,5)}{1 - (0,5)^6}$$

$$B) \boxed{\pi_0 = 0,50794}$$

$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$S = \frac{\frac{10c}{\delta}}{\frac{20c}{\delta}}$$

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{10c \cdot \delta}{20c \cdot \delta}$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}}$$

$$B) P_3 = \pi_m =$$

$$= \frac{S^5 (1 - S^3)}{1 - S^6}$$

4) lavoro con
3) lavoro de con
2) lavoro de con
1) lavoro de con

$$186 \leftarrow 0,98413 \leftarrow \boxed{1 - 13} \quad (2)$$

$$\boxed{\% = 9,8414}$$

$$\% = \frac{1}{100} (0,98413 - 1)$$

$$(0,1 - 1) \% = \% \quad (1)$$

$$\boxed{\% = \frac{1}{100} (0,98413 - 1)}$$

$$\% = \frac{1}{100} (0,98413 - 1) = \%$$

$$\% = \alpha (1 - \beta \rho_0)$$

- ~~caso~~ ~~caso~~

Idee im sustene $M/M/A$ / $\pi_1 = 0,22$. Habba π_3 .

$$\pi_1 = \varphi(1 - \varphi)$$

$$0,22 = \varphi - \varphi^2 \Rightarrow \boxed{\varphi = x}$$

$$\Rightarrow -x^2 + x - 0,22 = 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(-1)(-0,22)}}{2(\text{re})}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 - 0,88}}{2(\text{re})}$$

$$\frac{-1 \pm -0,346410}{-0,442}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 0,346410}{-0,442}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 0,346410}{-0,442}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 1,414 + 0,3268} \\ \Rightarrow \boxed{x_2 = 3,06002 + 0,673205}$$

$$f = \left(\frac{z^k}{z^k - 0.008} \right) - 1 = \frac{z^k f - f}{z^k - 1} = 0.008$$

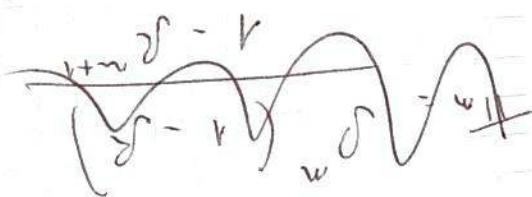
$$(z - 1) z^k f = 0.008$$

$$z^{00,0} = (f - 1)_{z+1} z^k = z^{k+1} \Pi$$

$$z^{00,0} = (f - 1) z^k = \Pi \quad \text{C=}$$

$$(f - 1)_w z^k = w\Pi$$

$\boxed{k=3}$



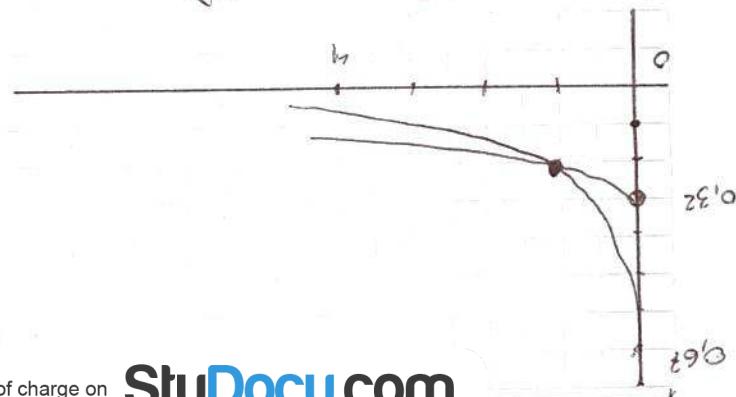
rigollette $\Pi_{k=3}$

$$z^{00,0} = z^{k+2} = 0.003$$

$$z^{00,0} = \Pi \quad / \quad \text{H/H} \quad \text{messo H}$$

$$\Pi_{32} = f_3 (z^2 - 1) = 0.003$$

$$\Pi_{31} = f_3 (z^2 - 1) = 0.008$$



$$\left\{ \begin{array}{l} 0,009 = \sqrt[k]{(1-\gamma)} \text{ (A)} \\ 0,003 = \sqrt[k+2]{(1-\gamma)} \text{ (B)} \end{array} \right.$$

$$(A) \frac{0,009}{\sqrt[k]{}} = (1-\gamma)$$

$$(B) \frac{0,003}{\sqrt[k+2]{}} = (1-\gamma)$$

OTRA FORMA

$$\pi_{k+2} = \rho \pi_{k+1}$$

$$\pi_{k+1} = \rho \pi_k$$

$$\pi_{k+2} = \rho \cdot \rho \pi_k$$

$$\pi_{k+2} = \rho^2 \pi_k$$

$$\sqrt{\frac{\pi_{k+2}}{\pi_k}} = \rho^2$$

$$\sqrt{\frac{0,003}{0,009}} = \rho$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \rho$$

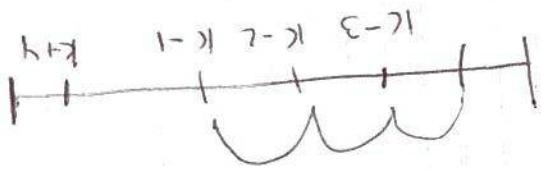
$$\ln \sqrt[3]{3} = \rho$$

$$\pi_k = \rho \pi_{k-1}$$

$$\pi_{k-1} = \rho \pi_{k-2} \quad \pi_{k-1} = \rho^2 \pi_{k-3}$$

$$\pi_{k-2} = \rho \pi_{k-3} \quad \pi_{k-2} = \rho^3 \pi_{k-3}$$

$$\frac{\pi_k}{\rho^3} = \pi_{k-3}$$



$$\frac{g_3}{\pi k} = \frac{\pi k - 3}{\pi k}$$

$$\pi k = g_3 \pi k - 3$$

$$| \frac{s = 3.775 \cdot 10^{-3}}{0.009} | \Leftrightarrow \frac{0.003}{0.009}$$

$$\frac{0.003}{0.009} = g_2$$

$$\frac{(g-1) \cancel{s}}{(g-1) \cancel{s}^{k+2}} = \frac{\pi k}{\pi k + 2} \quad \zeta =$$

$$(g-1) \cancel{s} = \pi k$$

$$(g-1) \cancel{s}^{k+2} = \pi k$$

OTRA FORMA

SEA UN SISTEMA M/M/1 $\lambda = \frac{10c}{\delta}$ $\mu = \frac{16c}{\delta}$
Teller:

- Utilización del sistema ρ
- El tiempo medio de servicio T_s
- Probabilidad Sist. ocioso
- Probabilidad que en el sistema entra al menos un cliente
- Probabilidad que en el sistema " " a lo sumo 3 clientes
- " " " " " al menos 3 clientes

$$A) \rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \frac{\frac{10c}{\delta}}{\frac{16c}{\delta}} \Rightarrow \boxed{\rho = 0,625}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{16c} \cdot \frac{\Delta c}{\delta}$$

$$B) T_s = \frac{1}{\mu} \Rightarrow \frac{1/\mu}{16c/\delta} \Rightarrow \boxed{0,0625 \frac{\delta}{\delta}}$$

$$C) \pi_0 = 1 - \rho \Rightarrow 1 - 0,625$$

$$\boxed{\pi_0 = 0,375}$$

$$D) P(1 - \pi_0)$$

$$\Rightarrow P(\text{al menos uno}) = 1 - 0,375$$

$$\boxed{P() = 0,625}$$

$$E) \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \Rightarrow \sum_{i=1}^{m=3} \pi_i \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} P(x \leq 3)$$

$$\pi_1 = \rho^1 (1 - \rho) : 0,625 (1 - 0,625) = 0,375$$

$$\pi_2 = \rho \pi_1$$

$$\pi_3 = \rho \pi_2$$