Modelizacion Ejercicios Unidad 3 (archivo PDF)

Cálculo Numérico (Universidad Abierta Interamericana)

Ejercicio Ø (se agrega al pdf de ejercicios)

Sea un sistema dependiente de estado, tal que

$\lambda_i = \frac{2}{3} \mu_{i+1}$, siendo $\pi_2 = 0,16$

Hallar π_5

$$\pi_2 = \pi_0 \frac{(\lambda_0 \cdot \lambda_1)}{\mu_1 \cdot \mu_2} = \pi_0 \cdot \frac{\frac{2}{3}\cancel{\mu_1} \cdot \frac{2}{3}\cancel{\mu_2}}{\cancel{\mu_1} \cdot \cancel{\mu_2}} = \pi_0 \cdot \frac{4}{9}$$

$$\Downarrow$$

$$\pi_0 = \frac{9}{4}\pi_2$$

$$\pi_5 = \pi_0 \frac{(\lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4)}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 \cdot \mu_4 \cdot \mu_5} =$$

$$= \pi_0 \frac{\frac{2}{3} \cdot \cancel{\mu_1} \cdot \frac{2}{3}\cancel{\mu_2} \cdot \frac{2}{3}\cancel{\mu_3} \cdot \frac{2}{3}\cancel{\mu_4} \cdot \frac{2}{3}\cancel{\mu_5}}{\cancel{\mu_1} \cdot \cancel{\mu_2} \cdot \cancel{\mu_3} \cdot \cancel{\mu_4} \cdot \cancel{\mu_5}} =$$

$$= \frac{9}{4} \cdot \pi_2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \pi_2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 0,16 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \boxed{0,0474}$$

Modelización Numérica – Problemas Unidad 3 – Prof. Angelillo (Año 2020)

1. Sea una M/M/2 tal que E(T) es 0,16seg/cli siendo $\mu = 11$ cli/seg para cada servidor. Hallar E(n).

2. Se tiene un sistema de cola única y un solo servidor tal que los arribos se distribuyen Poisson siendo los tiempos de servicio todos iguales entre sí. La tasa de arribos es 12 cli/seg y la tasa de servicio es de 20 cli/seg. Hallar E(n) y E(T).

3. Se tiene una M/M/1 cuya tasa de arribos es de 20 cli/seg y la tasa de servicio es de 25 cli/seg. Se ha verificado que el servidor resulta insuficiente y solo se dispone de otro servidor cuya tasa de servicio es de 4 cli/seg.

   a) Determinar si conviene agregarlo sin selección de servidor.

   b) Si a) resulta afirmativo, hallar π_0 y $\overline{N}$ para dicho caso.

   c) Verificar si es conveniente agregar el servidor lento con selección de servidor.

   d) Si c) es afirmativo, hallar π_0 y $\overline{N}$ para dicho caso.

4. Sea un sistema de colas con prioridades tal que en el servidor hay un cliente clase 1 al que le faltan 40 mseg para completar su atención. En cola hay 10 clientes clase 2 y 2 clientes clase 1. El tiempo de servicio de los clientes clase 1 es de 100 mseg/cli y el de los clientes clase 2 es de 180 mseg/cli. Llega un nuevo cliente clase 1. ¿Cuánto permanecerá en el sistema y cuanto deberá esperar en cola?

5. Sea un sistema de colas tándem formado por dos subsistemas, con tasa de arribos al primer subsistema de 12 cli/seg; salida del subsistema con tasa de 15 cli/seg y salida del segundo subsistema de 19 cli/seg. Las probabilidades son para el estado (1,1) de 0,009; para el (0,2) de 0,007; para (1,2) de 0,005; para (0,4) de 0,001 ,para (1,3) de 0,003; para (2,2) de 0,004 y para (3,1) de 0,005. Hallar la probabilidad que no haya ningún cliente en el primer subsistema y que en el 2do. subsistema haya 3 clientes.

6. Sea un sistema de cola única con un solo servidor tal que los arribos se distribuyen Poisson y los tiempos de servicio tienen distribución □. La tasa de arribos es de 14 cli/seg y la tasa de servicio es de 20 cli/seg, siendo el desvió estándar de los tiempos de servicio de 0,02 seg/cli. Hallar E(n) y E(T).

7. Sea un sistema de colas dependiente de estado, tal que la probabilidad que haya 3 clientes en el sistema es 0,06 siendo $\lambda_i = \frac{1}{2}\mu_i$. Hallar la probabilidad que en el sistema haya 6 clientes.

   $\hookrightarrow \lambda_i = \frac{1}{2}\mu_{i+1}$

Ejercicios Problemas Unidad 3 (2020)

1- M/M/2 $\quad E(T) = 0{,}16 \frac{seg}{cli} \quad \mu = 11 \frac{cli}{seg} \quad E(n)?$

$$E(t) = \frac{1}{\mu(1-\rho^2)} \Rightarrow (1-\rho^2) = \frac{1}{\mu \cdot E(T)}$$

$$\Downarrow$$

$$\rho^2 = 1 - \frac{1}{\mu\, E(T)} =$$

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{1}{\mu \cdot E(T)}} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{11 \cdot 0{,}16}} =$$

$$= 0{,}657$$

$$E(n) = \frac{2 \cdot \rho}{(1-\rho^2)} = \frac{2 \cdot 0{,}657}{(1-0{,}657^2)} = \boxed{2{,}312}$$

2 — $\lambda = 12 \frac{cli}{seg}$ $\mu = 20 \frac{cli}{seg}$ $E(T)$?

Tiempos de servicio todos iguales entre si $\Rightarrow$ M/D/1

$$E(n) = \frac{\rho}{(1-\rho)} \left[1 - \frac{\rho}{2}\right] = \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{12}{20} = 0{,}6$$

$$= \frac{0{,}6}{(1-0{,}6)} \cdot \left[1 - \frac{0{,}6}{2}\right] = \boxed{1{,}05}$$

$$E(T) = \frac{E(n)}{\lambda} = \frac{1{,}05}{12} = \boxed{0{,}0875}$$

$$E(T) = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \cdot \left[1 - \frac{\rho}{2}\right] =$$

$$= \frac{1}{20(1-0{,}6)} \cdot \left[1 - \frac{0{,}6}{2}\right] = \boxed{0{,}0875}$$

3) M/M/1 $\lambda = 20 \frac{cli}{seg}$ $\mu_1 = 25 \frac{cli}{seg}$ $\mu_2 = 4 \frac{cli}{seg}$

$$r = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{4}{25} = \boxed{0{,}16}$$

$$\rho_{M/M/1} = \frac{\lambda}{\mu_1} = \frac{20}{25} = \boxed{0{,}8}$$

$$\rho_{M/M/2} = \frac{\lambda}{(\mu_1 + \mu_2)} = \frac{20}{(25+4)} = \boxed{0{,}6896}$$

a) $$\rho_c = 1 - \sqrt{\frac{r.(1+r)}{(1+r^2)}} = 1 - \sqrt{\frac{0{,}16.(1+0{,}16)}{1+0{,}16^2}} =$$

$$= \boxed{0{,}5746}$$

$\rho_{M/M/1} > \rho_c$

$0{,}8 > 0{,}5746 \Rightarrow$ Conviene Configurar una M/M/2

b) $$\pi_0 = \frac{(1-\rho)}{\left(1 - \rho + \frac{\lambda}{a}\right)}$$

$$a = \frac{(2\mu_1 . \mu_2)}{(\mu_1 + \mu_2)} = \frac{2.25.4}{25+4} =$$

$$= \frac{200}{29} = \boxed{6{,}8965}$$

$$\rho_{M/M/2} = \boxed{0{,}6896}$$

$$\pi_0 = \frac{(1 - 0{,}6896)}{\left(1 - 0{,}6896 + \frac{20}{6{,}8965}\right)} =$$

$$= \boxed{0{,}09668}$$

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{(1-\rho).(\lambda + (1-\rho).\partial)} =$$

$$= \frac{20}{(1-0,6896).(20 + (1-0,6896).6,8965)} \doteq$$

$$= \boxed{2,91}$$

c) Como en a) el caso <u>SIN</u> selección de servidor es conveniente, el caso <u>CON</u> selección ~~te~~ <u>conviene</u>

d) ~~$\rho^2 (1+\rho^2) \leq \rho$~~

$$\partial' = \frac{(2\lambda + \mu).\mu_1.\mu_2}{\mu(\lambda + \mu_2)} =$$

$$= \frac{(2.20 + 29).25.4}{29(20+4)} = \frac{69.100}{29.(24)} =$$

$$= \boxed{9,9138}$$

$$\pi_0 = \frac{(1-\rho)}{\left(1-\rho+\frac{\lambda}{\partial'}\right)} = \frac{(1-0,6896)}{\left(1-0,6896+\frac{20}{9,9138}\right)} = \boxed{0,1333}$$

$$\bar{N} = \frac{\lambda}{(1-\rho).(\lambda+(1-\rho).\partial')} = \frac{20}{(1-0,6896).(20+(1-0,6896).9,9138)}$$

$$= \boxed{2,792}$$

4) sistema de cola con prioridades

1 cliente clase 1 en servidor, le falta 40 mseg para completar su atención

En cola: 10 cliente clase 2

2 cliente clase 1

$T_{s_1} = 100 \frac{ms}{cli} \quad T_{s_2} = 180 \frac{mseg}{cli}$

Llega clase 1

$$W_1 = W_0 + Q_1 T_{s1} = 40 \text{ mseg} + (2+1)\, 100 \text{ mseg} =$$

$$= \boxed{340 \text{ mseg}}$$

$$T_{espera} = 2 \cdot 100 \text{ mseg} = 200 + 40 \text{ mseg} =$$

$$= \boxed{240 \text{ mseg}}$$

5) Sistema de colas en tandem

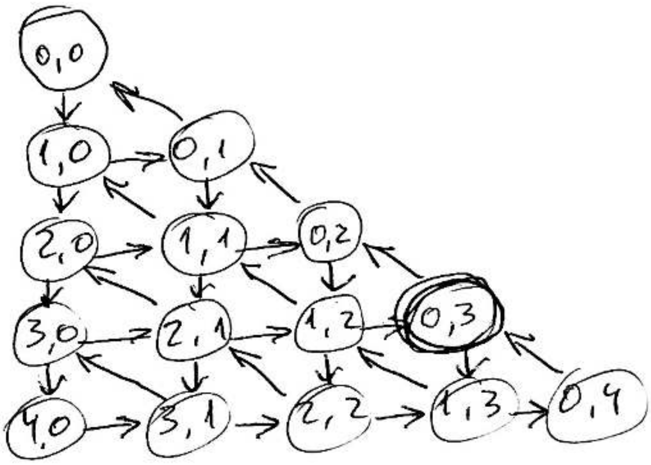
$\lambda = 12 \frac{cli}{seg}$ $\mu_1 = 15 \frac{cli}{seg}$ $\mu_2 = 19 \frac{cli}{seg}$

$\pi_{(1,1)} = 0,009$ $\pi_{(0,2)} = 0,007$ $\pi_{(1,2)} = 0,005$

$\pi_{(0,4)} = 0,001$ $\pi_{(1,3)} = 0,003$ $\pi_{(2,2)} = 0,004$

$\pi_{(3,1)} = 0,005$

$\pi_{(0,3)}$?



$$\mu_1 \cdot \pi_{1,2} + \mu_2 \cdot \pi_{0,4} = \lambda \, \pi_{0,3} + \mu_2 \cdot \pi_{0,3}$$

$$\mu_1 \cdot \pi_{1,2} + \mu_2 \cdot \pi_{0,4} = \pi_{0,3} \left(\lambda + \mu_2 \right)$$

$$\pi_{0,3} = \frac{\mu_1 \, \pi_{1,2} + \mu_2 \cdot \pi_{0,4}}{(\lambda + \mu_2)} =$$

$$= \frac{15 \cdot 0,005 + 19 \cdot 0,001}{12 + 19} = \boxed{0,003}$$

6) M/G/1

$\lambda = 14 \ \mathrm{cli/seg}$ $\quad \mu = 20 \ \frac{\mathrm{cli}}{\mathrm{seg}}$ $\quad \sigma = 0{,}02 \ \frac{\mathrm{seg}}{\mathrm{cli}}$

Hallar $E(n)$ y $E(T)$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{14}{20} = \boxed{0{,}7}$$

$$E(n) = \left(\frac{\rho}{1-\rho}\right) \cdot \left[1 - \frac{\rho}{2} \cdot \left(1 - \mu^2 \cdot \sigma^2\right)\right]$$

$$= \frac{0{,}7}{(1-0{,}7)} \cdot \left[1 - \frac{0{,}7}{2} \cdot \left(1 - 20^2 \cdot 0{,}02^2\right)\right] =$$

$$= \boxed{1{,}6473}$$

$$E(T) = \frac{E(n)}{\lambda} = \frac{1{,}6473}{14} = \boxed{0{,}1177}$$

$$E(T) = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \cdot \left[1 - \frac{\rho}{2} \cdot \left(1 - \mu^2 \cdot \sigma^2\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{20 \cdot (1-0{,}7)} \cdot \left[1 - \frac{0{,}7}{2} \cdot \left(1 - 20^2 \cdot 0{,}02^2\right)\right] =$$

$$= \cancel{\boxed{1{,}0834}} = \boxed{0{,}1177}$$

7) Sistema de colas dependiente de estado

$\pi_3 = 0,06 \qquad \lambda_i = \frac{1}{2} \mu_{i+1}$

π_6?

$\pi_3 = \pi_0' = 0,06$

$$\pi_6 = \pi_3' = \pi_0' \cdot \frac{\lambda_0 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3} =$$

$$= \pi_0' \cdot \frac{\frac{1}{2} \cancel{\mu_1} \cdot \frac{1}{2} \cancel{\mu_2} \cdot \frac{1}{2} \cancel{\mu_3}}{\cancel{\mu_1} \cdot \cancel{\mu_2} \cdot \cancel{\mu_3}} =$$

$$= \pi_0' \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0,06 \cdot \frac{1}{8} = \boxed{0,0075}$$