

006-CLASE 6 - PARTE 0 - MÓDULO O VALOR ABSOLUTO Y ECUACIONES CON MÓDULO

Prof. Javier Pereyra

¿Qué es el módulo de un número real?

El módulo de un número real x , también llamado **valor absoluto**, se representa como $|x|$ y se define como:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Interpretación: El módulo mide la distancia entre un número y el cero en la recta numérica. Siempre da como resultado un número positivo o cero.

¿Cómo se resuelve una ecuación con módulo?

Cuando tenemos una ecuación del tipo $|x| = a$, donde $a \geq 0$, debemos considerar dos casos:

$$|x| = a \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$$

De esta forma se eliminan las barras del módulo y se generan dos ecuaciones sin módulo.

Ejemplos resueltos (de menor a mayor dificultad)

Ejemplo 1: $|x| = 3$

Resolución:

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ejemplo 2: $|x + 2| = 5$

Resolución:

$$\begin{cases} x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3 \\ x + 2 = -5 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$$

Ejemplo 3: $3|x + 1| = 12$

Resolución:

$$|x + 1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3 \\ x + 1 = -4 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

Ejemplo 4: $\frac{1}{4}|2x - 6| - 5 = 16$

Resolución:

$$|2x - 6| = 84 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 = 84 \Rightarrow x = 45 \\ 2x - 6 = -84 \Rightarrow x = -39 \end{cases}$$

Ejercicios con solución

1. $|x + 2| = 5 \Rightarrow x = -7 \text{ o } x = 3$
2. $|2x - 4| = 20 \Rightarrow x = -8 \text{ o } x = 12$
3. $3|x + 2| - 15 = 27 \Rightarrow x = -16 \text{ o } x = 12$
4. $\frac{1}{4}|2x - 6| - 5 = 16 \Rightarrow x = -39 \text{ o } x = 45$
5. $4|2x - 5| - 3 = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ o } x = 3$
6. $\frac{8}{3} - 4\left|\frac{1}{3}x - 5\right| = 0 \Rightarrow x = 13 \text{ o } x = 17$
7. $\left|\frac{3-x}{4}\right| - 2 = 0 \Rightarrow x = -5 \text{ o } x = 11$
8. $\left|\frac{3x-1}{2} - \frac{4x+2}{4}\right| = 5 \Rightarrow x = -8 \text{ o } x = 12$
9. $3\left|\frac{x-2}{5} - \frac{3x+4}{10}\right| - 4 = 5 \Rightarrow x = -38 \text{ o } x = 22$
10. $\frac{1}{8}\left|\frac{4x-2}{8} - \frac{1}{4}\right| - \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow x = -27 \text{ o } x = 29$
11. $\frac{5}{2}\left|\frac{x-2}{2} - \frac{x-4}{4}\right| - \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x = -2 \text{ o } x = 2$
12. $x^2 - 5 = 4 \Rightarrow x = -3 \text{ o } x = 3$
13. $(x - 2)^2 = 36 \Rightarrow x = -4 \text{ o } x = 8$
14. $(x + 4)^2 = 49 \Rightarrow x = -11 \text{ o } x = 3$
15. $(2x - 3)^2 - 5 = 20 \Rightarrow x = -1 \text{ o } x = 4$

¡A practicar!