

006-CLASE 6 - PARTE 3 -INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Prof. Javier Pereyra

1. Inecuaciones de segundo grado

Una inecuación cuadrática tiene la forma general:

$$ax^2 + bx + c < 0, \quad > 0, \quad \leq 0, \quad \geq 0$$

Según la forma en la que se presente, hay varios tipos que veremos con un ejemplo representativo de cada uno.

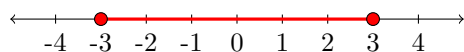
2. Tipo 1: $x^2 \leq a$

Ejemplo: $x^2 \leq 9$

$$x^2 \leq 9 \iff -3 \leq x \leq 3$$

La solución es:

$$S = [-3, 3]$$



3. Tipo 2: $x^2 - a \geq b$

Ejemplo: $x^2 - 16 \geq 9$

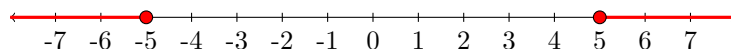
$$x^2 - 16 \geq 9$$

$$x^2 \geq 25$$

$$\Rightarrow x \leq -5 \quad \text{o} \quad x \geq 5$$

La solución es:

$$S = (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$$



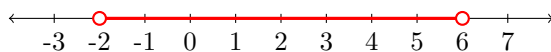
4. Tipo 3: $(x - a)^2 < b$

Ejemplo: $(x - 2)^2 < 16$

$$\begin{aligned}(x - 2)^2 &< 16 \\ -4 &< x - 2 < 4 \\ -2 &< x < 6\end{aligned}$$

La solución es:

$$S = (-2, 6)$$



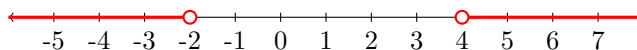
5. Tipo 4: $(x - a)^2 + b > c$

Ejemplo: $(x - 1)^2 + 4 > 13$

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 + 4 &> 13 \\ (x - 1)^2 &> 9 \\ \Rightarrow x - 1 &< -3 \quad \text{o} \quad x - 1 > 3 \\ \Rightarrow x &< -2 \quad \text{o} \quad x > 4\end{aligned}$$

La solución es:

$$S = (-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$$



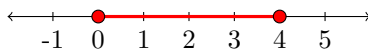
6. Tipo 5: Expresiones factorizadas $x(x - a) \leq 0$

Ejemplo: $x(x - 4) \leq 0$

Raíces: $x = 0$ y $x = 4$

- El producto es menor o igual que cero entre las raíces (signos opuestos o cero).

$$S = [0, 4]$$

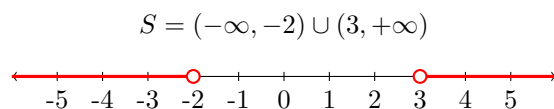


7. Tipo 6: Expresiones factorizadas $a(x - r_1)(x - r_2) > 0$

Ejemplo: $(x + 2)(x - 3) > 0$

Raíces: $x = -2$ y $x = 3$

- El producto es positivo cuando los factores tienen el mismo signo: $x < -2$ o $x > 3$



8. Ejercicios

Resuelve y representa gráficamente las siguientes inecuaciones:

- | | |
|----------------------------|---------------------------------------|
| 1. $x^2 \leq 144$ | $S = [-12, 12]$ |
| 2. $x^2 + 36 \geq 100$ | $S = (-\infty, -8] \cup [8, +\infty)$ |
| 3. $(x - 3)^2 < 25$ | $S = (-2, 8)$ |
| 4. $(x - 1)^2 + 3 > 52$ | $S = (-\infty, -6) \cup (8, +\infty)$ |
| 5. $x(x - 5) \leq 0$ | $S = [0, 5]$ |
| 6. $2x(x + 6) > 0$ | $S = (-\infty, -6) \cup (0, +\infty)$ |
| 7. $(x - 2)(x + 5) \geq 0$ | $S = (-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$ |
| 8. $(x + 10)(x - 6) < 0$ | $S = (-10, 6)$ |
| 9. $x^2 - 2x - 24 > 0$ | $S = (-\infty, -4) \cup (6, +\infty)$ |
| 10. $x^2 - 8x + 7 \leq 0$ | $S = [1, 7]$ |