

006-CLASE 6 - PARTE 2 -INECUACIONES CON MODULO

Prof. Javier Pereyra

1. Inecuaciones con Módulo

Las inecuaciones con módulo involucran la expresión $|x|$, que representa el valor absoluto de x . El valor absoluto de un número es siempre positivo o cero, y se define como:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

A continuación se explican dos tipos principales de inecuaciones con módulo:

2. Inecuaciones del tipo $|x| \leq a$

Una inecuación del tipo $|x| \leq a$ se resuelve considerando que el valor absoluto de x es menor o igual que a . Esto implica que x está dentro del intervalo definido por $-a$ y a . Matemáticamente, se puede expresar como:

$$|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$$

$$|x| \leq a \iff x \leq a \wedge x \geq -a$$

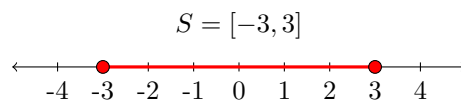
Ejemplo

Resolvamos la inecuación $|x| \leq 3$:

$$|x| \leq 3 \iff -3 \leq x \leq 3$$

$$|x| \leq a \iff x \leq 3 \wedge x \geq -3$$

La solución es el intervalo:



3. Inecuaciones del tipo $|x| \geq a$

Una inecuación del tipo $|x| \geq a$ se resuelve considerando que el valor absoluto de x es mayor o igual que a . Esto implica que x está fuera del intervalo definido por $-a$ y a . Matemáticamente, se puede expresar como:

$$|x| \geq a \iff x \geq a \vee x \leq -a$$

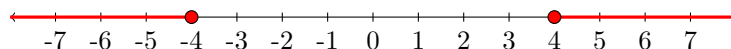
Ejemplo

Resolvamos la inecuación $|x| \geq 4$:

$$|x| \geq 4 \iff x \geq 4 \vee x \leq -4$$

La solución es la unión de dos intervalos:

$$S = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$$



4. Ejercicios de Inecuaciones con Módulo

Resuelve las siguientes inecuaciones con módulo. Luego, proporciona la solución en forma de intervalo y la representación gráfica.

4.1 Ejercicios con Coeficientes Enteros

1. $|2x - 3| \leq 5$

$$S = [-1, 4]$$

2. $|x + 4| \geq 2$

$$S = (-\infty, -6] \cup [-2, +\infty)$$

3. $|3x - 7| \leq 4$

$$S = [1, \frac{11}{3}]$$

4. $|x - 2| \geq 6$

$$S = (-\infty, -4] \cup [8, +\infty)$$

5. $|5 - x| \leq 8$

$$S = [-3, 13]$$

6. $2|x + 1| + 3 \leq 11$

$$S = [-5, 3]$$

7. $3|x - 2| - 1 \geq 5$

$$S = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$$

8. $4|x - 5| + 2 \leq 10$

$$S = [3, 7]$$

$$9. \ 5|2x + 3| - 4 \geq 11$$

$$S = (-\infty, -3] \cup [0, +\infty)$$

$$10. \ 3|4x - 12| + 1 \leq 13$$

$$S = [2, 4]$$

4.2 Ejercicios con Coeficientes Racionales, Decimales y Fracciones

$$1. \ \left| \frac{2x+3}{4} \right| \geq 1.5$$

$$S = (-\infty, -\frac{9}{2}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$$

$$2. \ \left| \frac{5-3x}{2} \right| \leq 2.5$$

$$S = [0, \frac{10}{3}]$$

$$3. \ \left| \frac{x-1}{3} - \frac{2}{5} \right| \leq 0.6$$

$$S = [\frac{2}{5}, 4]$$

$$4. \ \left| \frac{4x}{5} - \frac{3}{4} \right| \geq \frac{1}{20}$$

$$S = (-\infty, \frac{7}{8}] \cup [1, +\infty)$$

$$5. \ \left| \frac{2x-7}{4} \right| \geq \frac{3}{2}$$

$$S = (-\infty, \frac{1}{2}] \cup [\frac{13}{2}, +\infty)$$

$$6. \ \left| \frac{4x-2}{5} \right| \leq 2.8$$

$$S = [-3, 4]$$

$$7. \ \left| \frac{2-x}{5} \right| \geq 1.4$$

$$S = (-\infty, -5] \cup [9, +\infty)$$

$$8. \ \left| \frac{-11x-22}{6} \right| \leq \frac{11}{2}$$

$$S = [-5, 1]$$

$$9. \ \left| \frac{0.1x-2.5}{4} \right| \geq 1.75$$

$$S = (-\infty, -45] \cup [95, +\infty)$$

$$10. \ \left| \frac{5-0.2x}{7} \right| \leq 1.2$$

$$S = [-17, 67]$$

$$11. \ \left| \frac{2x+5}{3} - \frac{7}{2} \right| \leq 1.5$$

$$S = [\frac{1}{2}, 5]$$

$$12. \ 0.\bar{6} \cdot \left| \frac{0.\bar{3}x-4}{2} + \frac{5}{3} \right| \geq 0.\bar{2}$$

$$S = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$$

$$13. \ \frac{1}{13} \cdot \left| \frac{5x+1}{4} - \frac{3x-2}{5} \right| \leq 0.5$$

$$S = [-11, 9]$$

$$14. \ 0.2 \left| \frac{4-x}{2} - \frac{x+6}{3} \right| + \frac{7}{6} \geq 2$$

$$S = (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$$

$$15. \ \left| \frac{3x-2}{5} - \frac{2x+7}{6} \right| - \frac{1}{30} \leq 1.6$$

$$S = [-\frac{1}{4}, 12]$$