

006-CLASE 6 - PARTE 4 - INECUACIONES RACIONALES

Prof. Javier Pereyra

1. ¿Qué es una inecuación racional?

Una inecuación racional es una desigualdad donde aparece una fracción algebraica, es decir, una expresión de la forma:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} <, >, \leq, \geq R(x)$$

Donde $P(x), Q(x), R(x)$ son expresiones algebraicas. El objetivo es encontrar los valores de x que satisfacen la desigualdad, teniendo en cuenta que $Q(x) \neq 0$.

2. Tipos de inecuaciones racionales y su resolución

Ejemplo 1: Con segundo miembro igual a cero

$$\frac{x-3}{x+1} < 0$$

Paso 1: Encontrar las raíces del numerador y denominador

- $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$
- $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

Paso 2: Armar el cuadro de signos

x	$(-\infty, -1)$	$(-1, 3)$	$(3, \infty)$
$x - 3$	-	-	+
$x + 1$	-	+	+
$\frac{x-3}{x+1}$	+	-	+

Paso 3: Resolver la inecuación

Buscamos donde la fracción es menor que 0:

$$S = (-1, 3)$$

Ejemplo 2: Con segundo miembro distinto de cero

$$\frac{2x+1}{x-2} \geq 3$$

Paso 1: Pasar todo al mismo miembro

$$\frac{2x+1}{x-2} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{2x+1-3(x-2)}{x-2} \geq 0$$

$$\frac{2x+1-3x+6}{x-2} = \frac{-x+7}{x-2} \geq 0$$

Paso 2: Raíces del numerador y denominador

- $-x + 7 = 0 \Rightarrow x = 7$
- $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

Paso 3: Cuadro de signos

x	$(-\infty, 2)$	$(2, 7)$	$(7, \infty)$
$-x + 7$	+	+	-
$x - 2$	-	+	+
$\frac{-x+7}{x-2}$	-	+	-

Paso 4: Resolver la inecuación

Buscamos donde la fracción es mayor o igual que cero:

$$S = (2, 7]$$

3. Ejercicios

Resuelve y expresa la solución en forma de intervalo:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. $\frac{x-2}{x-8} < 0$ | $S = (2, 8)$ |
| 2. $\frac{x+5}{x-2} \geq 0$ | $S = [-\infty, -5] \cup (2, +\infty)$ |
| 3. $\frac{2x-16}{x-5} \leq 0$ | $S = (5, 8]$ |
| 4. $\frac{3x+18}{5x-60} > 0$ | $S = (-\infty, -6) \cup (12, +\infty)$ |
| 5. $\frac{2x-3}{x+1} \geq 1$ | $S = (-\infty, -1) \cup [4, +\infty)$ |
| 6. $\frac{5x-8}{x-3} \leq 4$ | $S = [-4, 3)$ |
| 7. $\frac{x+6}{x-2} > 2$ | $S = (2, 10)$ |
| 8. $\frac{x+3}{x-7} \leq \frac{1}{2}$ | $S = [-13, 7)$ |
| 9. $\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$ | $S = (-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$ |
| 10. $\frac{x+3}{2x-2} > -\frac{1}{2}$ | $S = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ |