Propiedad. La multiplicación es distributiva respecto a la suma y la resta

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

$$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$$

Ejemplo 1:

$$6 \cdot (5+4) = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 4 = 30 + 24 = 54$$

Ejemplo 2:

$$8 \cdot (7-2) = 8 \cdot 7 - 8 \cdot 2 = 56 - 16 = 40$$

Ejemplo 3:

$$(6+2) \cdot 3 = 6 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 18 + 6 = 24$$

Ejemplo 4:

$$(10-4) \cdot 5 = 10 \cdot 5 - 4 \cdot 5 = 50 - 20 = 30$$

2. Propiedad distributiva de la división respecto de la suma y la resta.

Propiedad: La división es distributiva respecto a la suma y la resta solo si la suma y resta son el dividendo

$$(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$$

Ejemplo 1:

$$(12+6) \div 3 = 12 \div 3 + 6 \div 3 = 4 + 2 = 6$$

Ejemplo 2:

$$(12-6) \div 2 = 12 \div 2 - 6 \div 2 = 6 - 3 = 3$$

Importante: La propiedad no se cumple cuando la suma y la resta son el divisor.

$$a \div (b \pm c) \neq a \div b \pm a \div c$$

Ejemplo 1:

$$24 \div (4+2) \neq 24 \div 4 + 24 \div 2$$

$$24 \div (6) \neq 6 + 12$$

 $4 \neq 18$

¿Cómo utilizar la propiedad distributiva?

Ejemplo 1:

$$12 \cdot 13 = 12 \cdot (10 + 3) = 12 \cdot 10 + 12 \cdot 3 = 120 + 36 = 156.$$

Ejemplo 2:

$$12 \cdot 13 = (10 + 2) \cdot 13 = 10 \cdot 13 + 2 \cdot 13 = 130 + 26 = 156$$

Ejemplo 3:

$$13 \cdot 29 = 13 \cdot (30 - 1) = 13 \cdot (10 + 10 + 10 - 1) = 130 + 130 + 130 - 13 = 390 - 13 = 377$$

1

Potenciación:



$$2^{3} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$(-2)^{4} = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{5} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{243}$$

Propiedades de la Potenciación

1. Multiplicación de potencias de igual base

Propiedad: El resultado de multiplicar dos o más potencias de igual base es otra potencia con la misma base, en donde el exponente es la suma de los exponentes iniciales

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Ejemplo 1:

$$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

Ejemplo 2:

$$3^2 \cdot 3^1 \cdot 3^2 = 3^{2+1+2} = 3^5$$

Ejemplo 3:

$$5^{0} \cdot 5^{4} \cdot 5^{8} \cdot 5^{-10} = 5^{0+4+8+(-10)} = 5^{0+4+8-10} = 5^{2}$$

Ejemplo 4:

$$10^{-3} \cdot 10^{-5} \cdot 10^{12} = 10^{-3 + (-5) + 12} = 10^{-3 - 5 + 12} = 10^{-8 + 12} = 10^4$$

Ejemplo 5:

$$(-6)^4 \cdot (-6)^3 = (-6)^{4+3} = (-6)^7$$

Ejemplo 6:

$$3,25^{2} \cdot 3,25^{4} \cdot 3,25^{-3} = 3,25^{2+4-3} = 3,25^{3}$$

$$\left(\frac{3}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^5 = \left(\frac{3}{8}\right)^{4+5} = \left(\frac{3}{8}\right)^9$$

Ejemplo 8:
$$\sqrt{5}^3 \cdot \sqrt{5}^2 \cdot \sqrt{5}^6 = \sqrt{5}^{3+2+6} = \sqrt{5}^{11}$$

2. Cociente de potencias de igual base

Propiedad: El resultado de dividir dos potencias de igual base es otra potencia con la misma base, en donde el exponente es la resta de los exponentes iniciales.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplo 1:

$$4^{23} \div 4^{20} = 4^{23-20} = 4^3$$

Ejemplo 2:

$$\left(\frac{3}{8}\right)^{45} \div \left(\frac{3}{8}\right)^{40} = \left(\frac{3}{8}\right)^{45-40} = \left(\frac{3}{8}\right)^{5}$$

Ejemplo 3:

$$8^{-28} \div 8^{-30} = 8^{-28 - (-30)} = 8^{-28 + 30} = 8^2$$

Ejemplo 4:

$$(7,5^{26} \div 7,5^{20}) \div 7,5^3 = (7,5^{26-20}) \div 7,5^3 = 7,5^6 \div 7,5^3 = 7,5^{6-3} = 7,5^3$$

3. Potencia de una potencia

Propiedad: El resultado de calcular la potencia de una potencia es una potencia con la misma base, y cuyo exponente es el producto de los exponentes

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Ejemplo 1:

$$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

Ejemplo 2:

$$[(0,25^2)^3]^4 = 0,25^{2\cdot 3\cdot 4} = 0,25^{24}$$

Ejemplo 3:

$$\{[(6^2)^1]^3\}^2 = 6^{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2} = 6^{12}$$

4. Propiedad distributiva de la potenciación respecto de la multiplicación y división.

Propiedad: La potenciación es distributiva respecto a la multiplicación y la división

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a \div b)^n = a^n \div b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplos 1:

$$(5 \cdot 2)^2 = 5^2 \cdot 2^2 = 25 \cdot 4 = 100$$

Ejemplos 2:

$$\left[\left(\frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \right]^2 = \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

$$[(-2)\cdot(-5)\cdot(-1)]^2 = (-2)^2\cdot(-5)^2\cdot(-1)^2 = 4\cdot25\cdot1 = 100$$

Ejemplos 4:

$$(6 \div 3)^2 = 6^2 \div 3^2 = 36 \div 9 = 4$$

Ejemplos 5:

$$(3.4 \div 1.7)^2 = 3.4^2 \div 1.7^2 = 11.56 \div 2.89 = 4$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{4}$$

Importante: La propiedad distributiva de la potenciación no se cumple para la suma y la resta.

$$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$$

Ejemplo 1:

$$(4+3)^2 \neq 4^2 + 3^2$$

 $7^2 \neq 16 + 9$
 $49 \neq 25$

Ejemplo 2:

$$(10-6)^2 \neq 10^2 - 6^2$$

 $4^2 \neq 100 - 36$
 $16 \neq 64$

5. Potencia de exponente cero

Propiedad: Todo número (distinto de cero) elevado a la cero da como resultado 1.

$$a^0 = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$$

Ejemplos 1:

$$4^0 = 1$$

Ejemplos 3:

Ejemplos 4:

 $(2^3)^0 = 1$

Ejemplos 5:

Ejemplos 7: $(-10)^0 = 1$

Ejemplos 2:
$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

 $15,8^0 = 1$

Ejemplos 6:

 $(2+\sqrt{9})^0=1$

Ejemplos 6: Ejemplos 8:
$$[(4^2)^6]^0 = 1$$
 $(-\frac{3}{2})^0 = 1$

6. Potencia de exponente Negativo

Propiedad: La potencia con exponente negativo -n es la potencia del inverso de la base con exponente n:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Ejemplos 1:

Ejemplos 9:

$$4^{-1} = \frac{1}{4}$$

Ejemplos 3: Ejemplos 5: Ejemplos 7:
$$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$
 $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{3}$ $(-3)^{-1} = -\frac{1}{3}$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{3}$$

$$(-3)^{-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-1} = -\frac{5}{3}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 10$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{22}{8}$$

$$(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -$$

Ejemplos 2: Ejemplos 4: Ejemplos 6: Ejemplos 8: Ejemplos 10:
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \qquad \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16 \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} \qquad (-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8} \qquad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

4

7. Potencia con base uno

Propiedad: Si la base de una potencia es 1, el resultado es 1

$$1^n = 1$$

Ejemplos 1: Ejemplos 3: Ejemplos 5:
$$1^0 = 1$$
 $1^{-0,25} = 1$ $1^{\frac{5}{4}} = 1$

Ejemplos 2: Ejemplos 4: Ejemplos 6:
$$1^{150} = 1$$
 $1^{\sqrt{2}} = 1$ $1^{1,3333...} = 1$

8. Potencia con exponente uno

Propiedad: Si el exponente de una potencia es 1, el resultado es la base.

$$a^1 = a$$

Ejemplos 1: Ejemplos 2:
$$3^1 = 3$$
 $1,75^1 = 1,75$

9. Potencia con base negativa

Propiedad: Si tenemos una potencia con base negativa:

- El resultado es positivo si el exponente es par.
- El resultado es negativo si el exponente es impar.

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, sines par \\ -(a^n), sines impar \end{cases}$$

Ejemplos 1: Ejemplos 3:
$$(-1)^{2248} = 1$$
 $(-2)^3 = -8$ $(-2)^3 = -\frac{8}{27}$ Ejemplos 2: Ejemplos 4: Ejemplos 6:

$$(-1)^{10113} = -1$$
 $(-2)^4 = 16$ $\left(-\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{256}{625}$

10. Potencia con exponente fraccionario

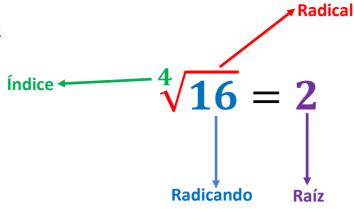
Llamamos potencias de exponente fraccionario a aquellas potencias en las que el exponente es un número fraccionario.

$$4^{\frac{1}{2}}$$
; $81^{\frac{1}{4}}$; $(-1)^{\frac{2}{3}}$

Propiedad: Este tipo de potencias se pueden expresar igualmente como una raíz (o radical) de la siguiente forma:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Ejemplos 1: Ejemplos 2: Ejemplos 3:
$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$$
 $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81}$ $(-1)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-1)^2}$



$$\sqrt[4]{16} = 2 \qquad \Leftrightarrow \qquad 2^4 = 16$$

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \qquad \Leftrightarrow \qquad (-3)^3 = -27$$

$$\sqrt{81} = 9 \qquad \Leftrightarrow \qquad 9^2 = 81$$

Importante: Cuando el índice es 2, no se coloca nada

1. Propiedad distributiva de la radicación respecto de la multiplicación y división.

Propiedad: La radicación es distributiva respecto a la multiplicación y la división

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a \div b} = \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplo 1:

$$\sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$$

Ejemplo 2:

$$\sqrt{16 \cdot 9 \cdot 100 \cdot 36} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{36} = 4 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 6 = 720$$

Ejemplo 3:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$$

Ejemplo 4:

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

Importante: La propiedad distributiva de la radicación no se cumple para la suma y la resta.

$$\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$$

Ejemplo 1:

$$\sqrt{36 + 64} \neq \sqrt{36} + \sqrt{64}$$

 $\sqrt{100} \neq 6 + 8$
 $10 \neq 14$

Ejemplo 2:

$$\sqrt{25 - 16} \neq \sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$\sqrt{9} \neq 5 - 4$$

$$3 \neq 1$$

6

2. Raíz de una raíz

Propiedad: Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva el radicando.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Ejemplo 1:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3\cdot2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

Ejemplo 2:

$$\sqrt{\sqrt{6561}} = \sqrt[2-2]{6561} = \sqrt[8]{6561} = 3$$

Ejemplo 3:

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{-1}}}} = \sqrt[3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} \sqrt{-1} = \sqrt[243]{-1} = -1$$

3. Raíz de índice par y radicando negativo

Propiedad: Las raíces de índice par y radicando negativo, no tienen solución en el conjunto de los números reales:

Ejemplo 1:
$$\sqrt{-4} = \nexists en \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} (-2)^2 = 4 \\ 2^2 = 4 \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{-81} = \not\exists en \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} (-3)^4 = 81 \\ 3^4 = 81 \end{cases}$$

$$\sqrt[6]{-1} = \not\exists \ \boldsymbol{en} \ \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} (-1)^6 = 1 \\ 1^6 = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt[8]{-256} = \nexists \ en \ \mathbb{R}$$

$$\{ (-2)^8 = 256 \\ 2^8 = 256$$

Ejemplo 5:
$$\sqrt{-1} = \nexists en \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} (-1)^2 = 1 \\ 1^2 = 1 \end{cases}$$

Ejercitación:

- 1. Marquen con una X los cálculos en donde se puede aplicar la propiedad distributiva y luego resuelve.
 - A. $5 \cdot (3 + 5 8)$
 - B. $\sqrt{64 + 36}$
 - c. $\sqrt[3]{729 \div 27}$
 - D. $(24 \div 4)^2$
 - E. $(5 \cdot 3)^2$
 - F. $(3+5)^2$
 - G. $\sqrt{100-64}$
 - H. $(20-5-4)\cdot 4$
 - I. $(10-4)^2$
 - J. $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$
 - K. $(20 + 30 10) \div 5$
 - L. $12 \div (3 + 4 12)$
- 2. Expresa como una sola potencia utilizando las propiedades de la potenciación.
 - a. $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^0 =$
 - b. $5^{15} \div 5^{13} =$
 - c. $[(3)^5]^3 \div [(3)^6]^2 =$
 - d. $\{[(3)^5]^2\}^5 \div \{[(3)^4]^3\}^4 =$
 - e. $(7^8 \cdot 7^{10} \cdot 7^1)^2 \div (7^9)^4 =$
 - f. $[(-2)^{-2}]^3 \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^2 =$
 - g. $20^{-3} \cdot 20^{-10} \cdot (20^2)^8 =$
 - h. $(16^{-3} \div 16^{-23}) \div (16^{15} \cdot 16^{3}) =$
 - i. $[(-5)^6 \div (-5)^3]^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^{-4} =$
 - j. $\{[(-2)^2]^4\}^6 \cdot \{[(-2)^{-1}]^{-5}\}^{-8} =$
 - k. $\frac{6^{-5} \cdot 6^{18}}{6^{12}} =$
 - I. $\frac{(12^{-20} \div 12^{18}) \cdot (12^{5})^{9}}{12^{5}} =$
 - m. $\{[(-5)^4 \div (-5)^{-8} \div (-5)^9]^2\}^3 \div [(-5)^3]^5 =$
 - $\mathsf{n.} \ \left\{ \left[\left(\frac{1}{4}\right)^4 \right]^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \right\}^2 \div \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{11} \right]^5 =$
 - o. $\left[\left(\frac{5}{2} \right)^{10} \div \left(\frac{2}{5} \right)^{-8} \right] \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{-14} \div \left(\frac{5}{2} \right)^2 =$

b.
$$\sqrt{144 \cdot 121 \cdot 100} =$$

c.
$$\sqrt[3]{1000 \cdot 343 \cdot 216 \cdot 125 \cdot 64} =$$

d.
$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} =$$

e.
$$\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{50} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} =$$

f.
$$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{\sqrt{256}} =$$

g.
$$\sqrt{27} \div \sqrt{3} + \sqrt{200} \div \sqrt{2} =$$

h.
$$\sqrt[3]{81} \div \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} =$$

i.
$$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}} =$$

j.
$$\sqrt[10005]{-1} + \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{1-1}}} + \sqrt[3]{81} \div \sqrt[3]{3} =$$

k.
$$\sqrt{125} \cdot \sqrt{80} + \sqrt[4]{4802} \div \sqrt[4]{2} - \frac{\sqrt[3]{648}}{\sqrt[3]{3}} =$$

4. Aplica la definición de exponente fraccionario junto con las propiedades de la radicación y luego resuelve.

A.
$$4^{\frac{1}{2}} + 25^{\frac{1}{2}} + 100^{\frac{1}{2}} =$$

B.
$$1000^{\frac{1}{3}} - 216^{\frac{1}{3}} + \sqrt{\sqrt{625}} =$$

C.
$$18^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 25^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} =$$

D.
$$\sqrt{125} \cdot \sqrt{80} + 8^{\frac{1}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{\sqrt{64}} + \frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}} =$$

E.
$$\frac{\sqrt[4]{625}}{\frac{1}{1253}} + \frac{64^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{5123}} - 1024^{\frac{1}{10}} =$$

F.
$$4096^{\frac{1}{12}} \cdot 400^{\frac{1}{2}} \cdot 1000^{\frac{1}{3}} + \frac{\sqrt[4]{81}}{27^{\frac{1}{3}}} =$$

G.
$$6^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} \cdot 32^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} =$$

H.
$$\frac{32^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} - \frac{81^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} + \frac{6^{\frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 12^{\frac{1}{2}}}}{216^{\frac{1}{3}}} - \frac{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} =$$

I.
$$\frac{\sqrt{144 \cdot 100}}{\sqrt[3]{125 \cdot \sqrt[3]{8}}} - 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 12^{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt[4]{625}}{125^{\frac{1}{3}}} =$$

J.
$$\sqrt{\sqrt{125} \cdot \sqrt{80}} + \sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} - \sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{8} =$$

$$\mathsf{K.} \ \ \frac{\sqrt{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}}{\frac{1}{243^{\frac{1}{5}}}} + \frac{64^{\frac{1}{2}}}{512^{\frac{1}{3}}} - 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{3}} + \frac{6^{\frac{1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot 12^{\frac{1}{2}}}}{216^{\frac{1}{3}}} =$$