

# Máquinas Virtuales

## Compilación a Bytecode

15 de octubre de 2020

## CEK... eficiente?

La máquina CEK era un evaluador “eficiente” de expresiones PCF, pero todavía bastante alejada de un procesador real.

## CEK... eficiente?

La máquina CEK era un evaluador “eficiente” de expresiones PCF, pero todavía bastante alejada de un procesador real.

- Analiza sintaxis abstracta (árboles): fácil desde Haskell... ¿pero en assembly? Hay que serializar el árbol
- Completamente ligada al lenguaje: no podemos reusarla.
- Dos etapas, matching en elementos de la stack

## CEK... eficiente?

La máquina CEK era un evaluador “eficiente” de expresiones PCF, pero todavía bastante alejada de un procesador real.

- Analiza sintaxis abstracta (árboles): fácil desde Haskell... ¿pero en assembly? Hay que serializar el árbol
- Completamente ligada al lenguaje: no podemos reusarla.
- Dos etapas, matching en elementos de la stack

Buscamos una forma de evaluación más **directa**,  
una secuencia de **instrucciones**.

# Máquinas de pila

Las máquinas de pila ejecutan una secuencia de instrucciones, donde cada una tiene algún efecto en una **pila de valores**.

# Máquinas de pila

Las máquinas de pila ejecutan una secuencia de instrucciones, donde cada una tiene algún efecto en una **pila de valores**. El “hola mundo” de máquinas de pila: expresiones aritméticas.

$$e ::= N \mid e + e \mid -e$$

# Máquinas de pila

Las máquinas de pila ejecutan una secuencia de instrucciones, donde cada una tiene algún efecto en una **pila de valores**. El “hola mundo” de máquinas de pila: expresiones aritméticas.

$$e ::= N \mid e + e \mid -e$$

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(N) &= \text{CONST}(N) \\ \mathcal{C}(e_1 + e_2) &= \mathcal{C}(e_1); \mathcal{C}(e_2); \text{ADD} \\ \mathcal{C}(-e) &= \mathcal{C}(e); \text{NEG}\end{aligned}$$

# Máquinas de pila

Las máquinas de pila ejecutan una secuencia de instrucciones, donde cada una tiene algún efecto en una **pila de valores**. El “hola mundo” de máquinas de pila: expresiones aritméticas.

$$e ::= N \mid e + e \mid -e$$

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(N) &= \text{CONST}(N) \\ \mathcal{C}(e_1 + e_2) &= \mathcal{C}(e_1); \mathcal{C}(e_2); \text{ADD} \\ \mathcal{C}(-e) &= \mathcal{C}(e); \text{NEG}\end{aligned}$$

$$\mathcal{C}(5 + ((-2) + 8)) = \text{CONST}(5); \text{CONST}(2); \text{NEG}; \text{CONST}(8); \text{ADD}; \text{ADD}$$



# Máquinas de pila

Las máquinas de pila ejecutan una secuencia de instrucciones, donde cada una tiene algún efecto en una **pila de valores**. El “hola mundo” de máquinas de pila: expresiones aritméticas.

$$e ::= N \mid e + e \mid -e$$

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(N) &= \text{CONST}(N) \\ \mathcal{C}(e_1 + e_2) &= \mathcal{C}(e_1); \mathcal{C}(e_2); \text{ADD} \\ \mathcal{C}(-e) &= \mathcal{C}(e); \text{NEG}\end{aligned}$$

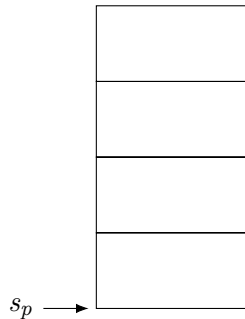
$$\mathcal{C}(5 + ((-2) + 8)) = \text{CONST}(5); \text{CONST}(2); \text{NEG}; \text{CONST}(8); \text{ADD}; \text{ADD}$$

Esencialmente, notación polaca inversa.

# Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

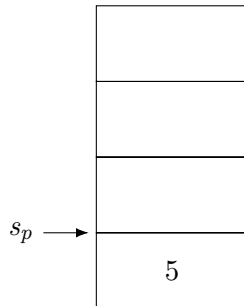
↑  
 $c_p$



# Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

↑  
 $c_p$

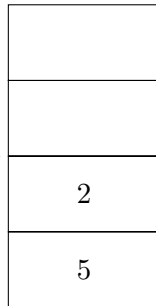


# Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

↑  
 $c_p$

$s_p \longrightarrow$

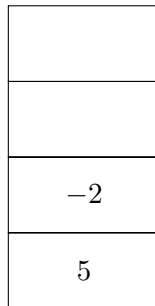


## Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

$\uparrow$   
 $c_p$

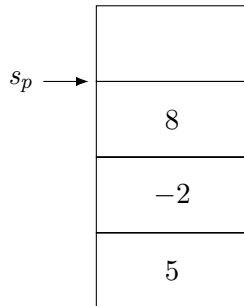
$s_p \longrightarrow$



## Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

↑  
 $c_p$

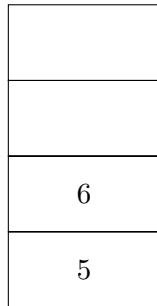


## Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

↑  
 $c_p$

$s_p \longrightarrow$

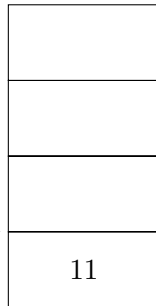


## Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

↑  
 $c_p$

$s_p$  →





## Máquinas de pila — ejecución

CONST(5); CONST(2); NEG; CONST(8); ADD; ADD; STOP

$\uparrow$   
 $c_p$

$s_p \longrightarrow$



Vamos a hacer **exactamente lo mismo** para el fragmento aritmético de PCF.

Nuestra máquina de pila va a llevar también un **entorno** para las variables libres, similarmente a la CEK. La forma de un estado es  $\langle c \mid e \mid s \rangle$ .

Nuestra máquina de pila va a llevar también un **entorno** para las variables libres, similarmente a la CEK. La forma de un estado es  $\langle c \mid e \mid s \rangle$ . Es importante que  $c$  **es un puntero a código read-only**.

Nuestra máquina de pila va a llevar también un **entorno** para las variables libres, similarmente a la CEK. La forma de un estado es  $\langle c \mid e \mid s \rangle$ . Es importante que  $c$  **es un puntero a código read-only**.

$$\mathcal{C}(v_i) = \text{ACCESS}(i)$$

$$\langle \text{ACCESS}(i); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid e!i : s \rangle$$

## Compilando el $\lambda$ -cálculo — funciones

Las funciones tienen *instrucciones de retorno*

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(\lambda t) &= \text{FUNCTION}(\mathcal{C}(t); \text{RETURN}) \\ \mathcal{C}(fe) &= \mathcal{C}(f); \mathcal{C}(e); \text{CALL}\end{aligned}$$

# Compilando el $\lambda$ -cálculo — funciones

Las funciones tienen *instrucciones de retorno*

$$\begin{aligned}\mathcal{C}(\lambda t) &= \text{FUNCTION}(\mathcal{C}(t); \text{RETURN}) \\ \mathcal{C}(fe) &= \mathcal{C}(f); \mathcal{C}(e); \text{CALL}\end{aligned}$$

las llamadas proveen las *direcciones de retorno*, usadas por RETURN.

$$\begin{aligned}\langle \text{FUNCTION}(c_f); c \mid e \mid s \rangle &\longrightarrow \langle c \mid e \mid (e, c_f) : s \rangle \\ \langle \text{CALL}; c \mid e \mid v : (e_f, c_f) : s \rangle &\longrightarrow \langle c_f \mid v : e_f \mid (e, c)_{RA} : s \rangle \\ \langle \text{RETURN}; \_ \mid \_ \mid v : (e, c)_{RA} : s \rangle &\longrightarrow \langle c \mid e \mid v : s \rangle\end{aligned}$$

## Ejemplo

$$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) =$$

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$



## Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k$ ...

$$\langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid e \mid s \rangle \longrightarrow$$

## Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k$ ...

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & s \rangle \longrightarrow \\ \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & (e, B) : s \rangle \longrightarrow \end{array}$$

# Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k$ ...

$$\begin{array}{rcl} \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & s \rangle \longrightarrow \\ \quad \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & (e, B) : s \rangle \longrightarrow \\ \quad \quad \langle \text{CALL}; k \mid & e \mid & 10 : (e, B) : s \rangle \longrightarrow \end{array}$$

# Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k$ ...

$$\begin{array}{rcl}
 \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & s \rangle \longrightarrow \\
 \quad \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & (e, B) : s \rangle \longrightarrow \\
 \quad \quad \langle \text{CALL}; k \mid & e \mid & 10 : (e, B) : s \rangle \longrightarrow \\
 \quad \quad \quad \langle B \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle =
 \end{array}$$

# Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k$ ...

$$\begin{array}{llll} \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & (e, B) : s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \quad \langle \text{CALL}; k \mid & e \mid & 10 : (e, B) : s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \quad \quad \langle B \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle & = \\ \quad \quad \quad \langle \text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle & \longrightarrow \end{array}$$

# Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k...$

$$\begin{array}{llll} \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & (e, B) : s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \quad \langle \text{CALL}; k \mid & e \mid & 10 : (e, B) : s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \quad \quad \langle B \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle & = \\ \quad \quad \quad \langle \text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle & \longrightarrow \\ \quad \quad \quad \quad \langle \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid & 10 : e \mid & 10 : (e, k)_{RA} : s \rangle & \longrightarrow \end{array}$$

# Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k...$

$$\begin{aligned} \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid e \mid s \rangle &\longrightarrow \\ \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid e \mid (e, B) : s \rangle &\longrightarrow \\ \langle \text{CALL}; k \mid e \mid 10 : (e, B) : s \rangle &\longrightarrow \\ \langle B \mid 10 : e \mid (e, k)_{RA} : s \rangle &= \\ \langle \text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid 10 : e \mid (e, k)_{RA} : s \rangle &\longrightarrow \\ \langle \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid 10 : e \mid 10 : (e, k)_{RA} : s \rangle &\longrightarrow \\ \langle \text{RETURN} \mid 10 : e \mid 11 : (e, k)_{RA} : s \rangle &\longrightarrow \end{aligned}$$

# Ejemplo

$\mathcal{C}((\lambda x.\text{succ } x) 10) = \text{FUNCTION}(\text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN}); \text{CONST } 10; \text{CALL}$

Suponemos una continuación  $k...$

$$\begin{array}{llll}
 \langle \text{FUNCTION}(B); \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & s \rangle & \longrightarrow \\
 \quad \langle \text{CONST } 10; \text{CALL}; k \mid & e \mid & (e, B) : s \rangle & \longrightarrow \\
 \quad \quad \langle \text{CALL}; k \mid & e \mid & 10 : (e, B) : s \rangle & \longrightarrow \\
 \quad \quad \quad \langle B \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle & = \\
 \quad \langle \text{ACCESS } 0; \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid & 10 : e \mid & (e, k)_{RA} : s \rangle & \longrightarrow \\
 \quad \quad \langle \text{SUCC}; \text{RETURN} \mid & 10 : e \mid & 10 : (e, k)_{RA} : s \rangle & \longrightarrow \\
 \quad \quad \quad \langle \text{RETURN} \mid & 10 : e \mid & 11 : (e, k)_{RA} : s \rangle & \longrightarrow \\
 \quad \quad \quad \quad \langle k \mid & e \mid & 11 : s \rangle & 
 \end{array}$$



## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$

Para algún  $e_{\text{fix}} \dots$

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$

Para algún  $e_{\text{fix}} \dots$

$$e_{\text{fix}} = (?, \quad \quad \quad f) : e$$

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$

Para algún  $e_{\text{fix}} \dots$

$$\begin{aligned} e_{\text{fix}} &= (?, \quad \quad \quad f) : e \\ &= ((?, \quad \quad \quad f) : e, f) : e \end{aligned}$$

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$

Para algún  $e_{\text{fix}} \dots$

$$\begin{aligned} e_{\text{fix}} &= (?, \quad \quad \quad f) : e \\ &= ((?, \quad \quad \quad f) : e, f) : e \\ &= (((?, f) : e, f) : e, f) : e \end{aligned}$$

## Muy lindo pero... ¿Y los puntos fijos?

**NO** queremos llevar otro tipo de clausura como valor, pero tampoco podemos saber a priori si una  $f$  es recursiva.

¿Podemos convertir una clausura de fixpoint en una clausura normal?

$$\mathcal{C}(\text{fix}.e) = \text{FIXPOINT}(e; \text{RETURN})$$

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$

Para algún  $e_{\text{fix}} \dots$

$$\begin{aligned} e_{\text{fix}} &= (? , f) : e \\ &= ((? , f) : e, f) : e \\ &= (((? , f) : e, f) : e, f) : e \end{aligned}$$

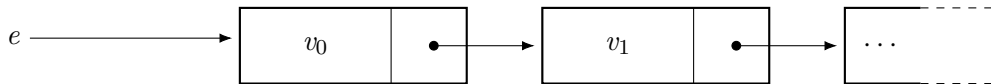
¿Y si...?

$$e_{\text{fix}} = (e_{\text{fix}}, f) : e$$



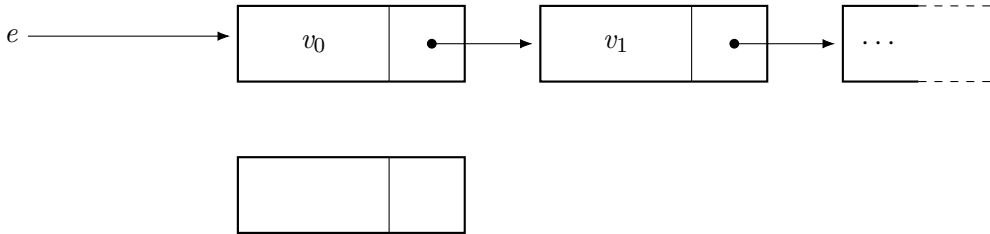
# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



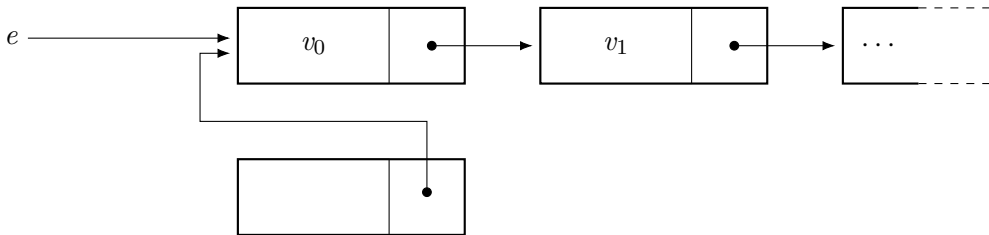
# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



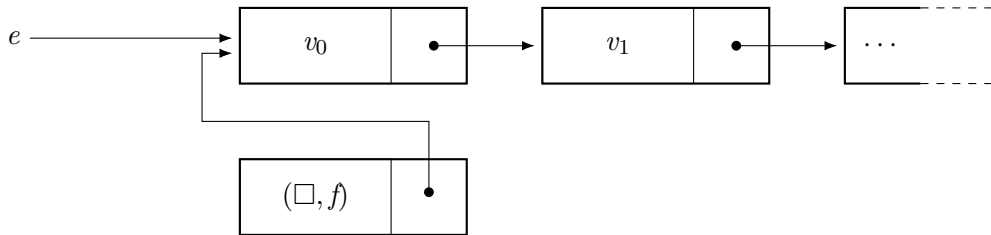
# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



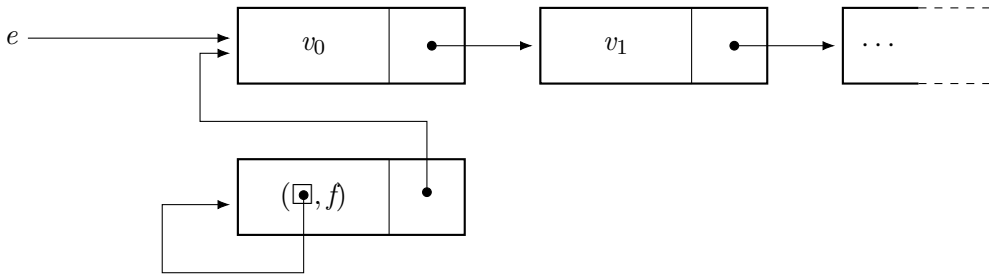
# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



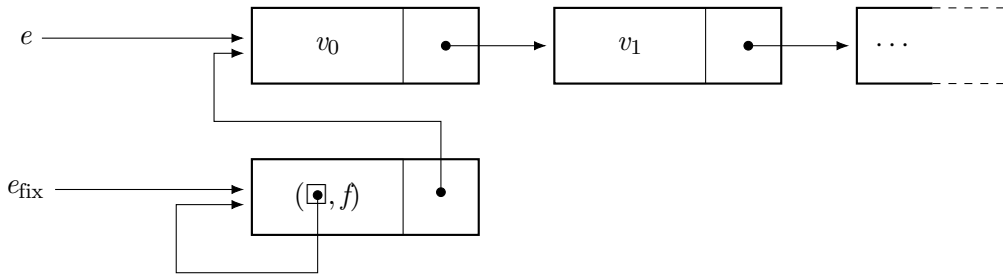
# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



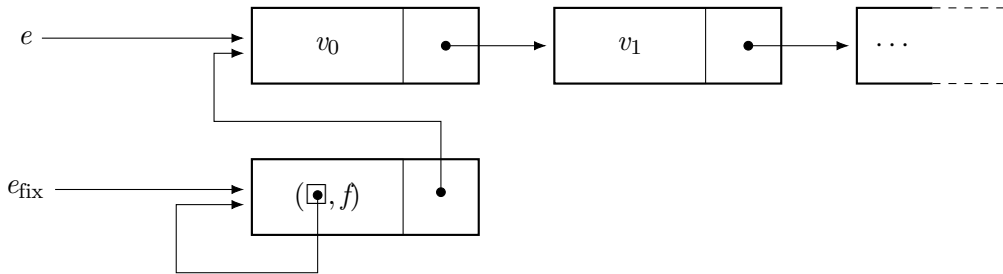
# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



# La verdad del punto fijo

$$\langle \text{FIXPOINT}(f); c \mid e \mid s \rangle \longrightarrow \langle c \mid e \mid (e_{\text{fix}}, f) : s \rangle$$



Es una *estructura recursiva* (como `let ones = 1:ones` en anabólicos).

El bytecode tiene que ser una cadena de enteros, nada más. Para compilar los nodos FUNCTION, debemos dejar información para **saltar** el cuerpo.



El bytecode tiene que ser una cadena de enteros, nada más. Para compilar los nodos FUNCTION, debemos dejar información para **saltar** el cuerpo.

$$\begin{array}{lcl} e & \rightsquigarrow & [10, 20, 30, 40] \\ \text{FUNCTION}(e) & \rightsquigarrow & [0x42, 4, 10, 20, 30, 40] \end{array}$$

El bytecode tiene que ser una cadena de enteros, nada más. Para compilar los nodos `FUNCTION`, debemos dejar información para **saltar** el cuerpo.

$$\begin{aligned} e &\rightsquigarrow [10, 20, 30, 40] \\ \text{FUNCTION}(e) &\rightsquigarrow [0x42, 4, 10, 20, 30, 40] \end{aligned}$$

La máquina consume el “opcode”, luego la longitud, y salta lo necesario hacia adelante.

Esencialmente traducir:

$$\begin{array}{lcl} \text{let } v_1 = e_1 & & \text{let } v_1 = e_1 \text{ in} \\ \text{let } v_2 = e_2 & \longrightarrow & \text{let } v_2 = e_2 \text{ in} \\ \dots & & \dots \\ \text{let } v_n = e_n & & \text{let } v_n = e_n \text{ in} \\ & & v_n \end{array}$$

compilar ese término, correr e imprimir el resultado.