Pregunta 2

Considerando la estructura lógica relacional como $A = (\mathbb{N}; +; \times)$, se tiene como dominio los naturales y como relaciones ternarias la adición y la multiplicación, se formalizarán los siguientes predicados:

1. El conjunto de todos los triples (m, n, p) tal que $n \neq 0$ y $p = \lfloor \frac{m}{n} \rfloor$ Se define:

$$Cero(x) := \forall y, \times(x, y, x) \land +(x, y, y)$$

$$a < b := \exists k, +(a, k, b) \land \neg Cero(k)$$

Luego:

$$triples(m, n, p) := \neg Cero(n) \land (\exists k, \exists r, r < n, \times(n, p, k) \land +(k, r, m))$$

2. El conjunto de los triples (m, n, p) tal que m $\geq$ n y $m \equiv n \mod p$, es decir, $m - n$ es divisible por p. Se define:

$$a \geq b := \exists k, +(b, k, a)$$

$$a|b := \exists x, (\times(a, x, b) \land \neg Cero(a))$$

Luego:

$$triples(m, n, p) := \exists k, m \geq n \land +(k, n, m) \land p|k$$

3. El conjunto de todos los n que son de la forma 2^p, para algún $p \geq 0$

$$Uno(x) := \forall y, \times(x, y, y)$$

$$Dos(x) := \exists y, Uno(y) \land +(y, y, x)$$

$$2^p(n) = \exists x, Dos(x) \land [Uno(n) \lor (\exists k, \neg Cero(k) \land \times(k, x, n) \land 2^p(k))]$$

4. El conjunto de todos los pares (p, q) de números primos gemelos. Donde los números primos (p, q) son números primos gemelos si, siendo $q > p$, se cumple $q - p = 2$: Se define:

$$x \neq y := x < y \lor y < x$$

$$Primo(x) := \forall z, (Uno(z) \Rightarrow z|x) \land \forall z, (\neg Uno(z) \land z \neq x \Rightarrow \neg z|x) \land (x|x \land \neg Uno(x))$$

Luego:

$$primosGemelos(p, q) := \exists k, Dos(k) \land [Primo(p) \land Primo(q)] \land [p < q \land +(k, p, q)]$$

5. El conjunto de los números racionales. Un número racional significa que p y q no deben tener factores en común distintos de 1 y -1: Se define:

$$MenosUno(x) = \exists k, \exists c, Uno(k) \land Cero(c) \land +(k, x, c)$$

Luego:

$$Racionales(p, q) := \neg Cero(q) \land \forall x([\ x|p \land x|q\ ] \Rightarrow [Uno(x) \lor MenosUno(x)])$$