Matemática Discreta - Recuperatorio Primer Parcial - 17-11-2021

APELLIDO Y NOMBRE: CARRERA:

1. Una empresa fabrica platos que tiene a lo largo de todo su borde diez letras del alfabeto (un alfabeto de 26 letras) intercaladas con los 10 dígitos del 0 al 9, todos los símbolos igualmente distanciados. ¿Cuál es la mínima cantidad de platos que debe fabricar para garantizar que al menos 3 platos sean iguales?

Nota: Las letras se pueden repetir y los dígitos no.

- 2. Sea S el conjunto formado por las secuencias de 10 dígitos que se obtienen de reordenar los dígitos del número 1023102450.
 - a) ¿Cuántos elementos de S representan números pares que no son múltiplos de 10?
 - b) ¿Cuántos elementos de S no representan números de 10 cifras?
- 3. En una panadería se venden medialunas, tortitas negras, vigilantes y bolas de fraile.
 - a) ¿De cuantas maneras distintas puedo pedir una docena de facturas?
 - b) ¿De cuantas maneras distintas puedo pedir una docena de facturas si quiero al menos dos tortitas negras, no más de tres vigilantes y no más de cuatro medialunas?
- 4. Probar, usando el principio de inducción, que la siguiente identidad es válida para todo número entero positivo n. Indique cuál es la hipótesis inductiva y en qué momento la utiliza en la demostración.

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 + i + 1 = \frac{n \cdot (n^2 + 3n + 5)}{3}$$

Justifique todas sus respuestas.