

## Matemática Discreta - Recuperatorio Primer Parcial - 18-11-2021

APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA:

1. Una computadora ejecuta un programa que reordena al azar las letras de la palabra HOMOMORFISMO.
  - a) ¿Cuál es la mínima cantidad de veces que se debe ejecutar el programa para garantizar que se obtenga el mismo resultado al menos 10 veces?
  - b) Suponiendo que se ejecutó el programa la cantidad de veces obtenida en el ítem anterior y se listaron alfabéticamente las palabras obtenidas, si alguna palabra está repetida, en la lista aparecen todas sus copias. ¿Cuántos listados distintos se pueden obtener?
2. Se tienen treinta muñecos idénticos y se pinta a cada uno de un color elegido entre 5 disponibles. Suponiendo que de cada color no puede haber menos de tres muñecos y no mas de ocho, ¿de cuántas formas distintas se pueden asignar los colores a los treinta muñecos?
3. Sea  $S$  el conjunto formado por los números de 7 cifras que se obtiene de elegir y permutar dígitos del número 432211000. Por ejemplo, 4110220 pertenece a  $S$ , 2134301 no pertenece a  $S$ , 0213421 no pertenece a  $S$ .
  - a) ¿Cuántos elementos tiene  $S$ ?
  - b) ¿Cuántos elementos de  $S$  son capicúas?  
Nota: Un número capicúa es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, el número 12321 es capicúa, el número 13221 no es capicúa.
4. Probar, usando el principio de inducción, que la siguiente identidad es válida para todo número entero positivo  $n$ . Indique cuál es la hipótesis inductiva y en qué momento la utiliza en la demostración.

$$\sum_{j=1}^n \frac{2 \cdot j \cdot (j+1)}{5} = \frac{2 \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{15}.$$

<i>Justifique todas sus respuestas.</i>
---