

Matemática Discreta - Primer Parcial - 31-10-2020

APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA:

1. Una aplicación de videoconferencias identifica cada reunión con 4 letras, elegidas de un abecedario de 26 letras, seguidas de 3 dígitos entre el 0 y el 9 inclusive. Suponiendo que:
 - * Las letras se pueden repetir.
 - * Las letras pueden ponerse en mayúscula o minúscula.
 - * Los dígitos se pueden repetir.
 - a) ¿Cuántos códigos de identificación distintos se pueden generar?
 - b) ¿Cuántos códigos de identificación distintos que tengan como máximo un lugar con una letra minúscula se pueden generar?
 - c) ¿Cuántos códigos de identificación distintos que tengan al menos un dígito repetido?
2. En una fábrica se producen tiras de led. Cada tira tiene 10 leds, tres rojos, cuatro azules, dos verdes y uno blanco.
 - a) ¿Cuántas tiras de led distintas puede producir la fábrica?
 - b) ¿Cuál es la mínima cantidad de tiras que deben producir para garantizar que al menos 5 sean iguales?
 - c) Suponiendo que con cada tira se hace un anillo. ¿Cuál es la mínima cantidad de anillos que deben hacer para garantizar que al menos 7 sean iguales?
3. Se tiran cuatro dados de cuatro colores distintos con las siguientes configuraciones:
 - * Dos de seis caras numeradas del 2 al 7.
 - * Dos de diez caras numeradas del 3 al 12.Suponiendo que después de tirar los dados se suman los cuatro valores obtenidos. ¿Cuántas combinaciones hay cuya suma es 15?
4. Probar, usando el principio de inducción, que la siguiente identidad es válida para todo número entero no negativo n . Indique cuál es la hipótesis inductiva y en qué momento la utiliza en la demostración:

$$\sum_{i=0}^n \frac{1 - i \cdot 2^i}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^n} - \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}.$$

<i>Justifique todas sus respuestas.</i>
