

## Matemática Discreta - Primer Parcial - 23-09-2021

APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA:

1. Se quiere armar un cuestionario multiple choice de 10 preguntas elegidas de un listado de 20, donde 17 tienen tres opciones de respuesta y las otras 3 tienen dos opciones de respuesta.
  - a) ¿Cuántos cuestionarios se pueden armar sin importar el orden de las preguntas?
  - b) ¿Cuántos cuestionarios se pueden armar si consideramos el orden de las preguntas y el orden de las posibles respuestas en cada pregunta?
2. Diez personas se hospedan en un hotel que tiene dos pisos con 10 habitaciones numeradas del 1 al 10 en cada uno. Suponiendo que:
  - las personas no comparten habitación,
  - al menos dos personas deben tener el mismo número de habitación (en pisos distintos),
  - las personas A y B no deben estar en el mismo piso.¿De cuántas formas distintas se pueden distribuir las personas en las habitaciones?
3. En una ciudad se realiza una carrera donde cada competidor debe recorrer, antes de llegar a la meta, 10 puntos de control en el orden que quieran.
  - a) ¿Cuál es la mínima cantidad de competidores que deben participar para garantizar que al menos 3 realicen el mismo recorrido?
  - b) Suponiendo que en cada punto de control se le entrega al competidor una ficha elegida al azar entre 5 fichas distintas. ¿Cuántas combinaciones distintas de fichas puede tener un corredor al terminar la carrera, sin importar el orden en que se reciben las fichas?
4. Probar, usando el principio de inducción, que la siguiente identidad es válida para todo número entero positivo  $n$ . Indique cuál es la hipótesis inductiva y en qué momento la utiliza en la demostración:

$$2^{n+2} + \sum_{k=0}^n 2^k = 3 \cdot 2^{n+1} - 1.$$

<i>Justifique todas sus respuestas.</i>
---