

## Matemática Discreta - Primer Parcial - 24-04-2021

APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA:

1. Se tienen 15 cajas numeradas para ubicar en un estante de 100cm de alto. Las dimensiones de las cajas son:
  - 12 miden 50 cm. de alto, 50 cm. de ancho y 50 cm. de profundidad,
  - 3 miden 100 cm. de alto, 50 cm. de ancho y 50 cm. de profundidad
  - a) ¿De cuántas formas se pueden ubicar las cajas paradas en el estante una al lado de la otra con la condición de que cada caja grande tenga una caja chica de cada lado?
  - b) Para optimizar el espacio se decide juntar las cajas pequeñas en parejas y ponerlas una arriba de la otra. ¿De cuántas formas se pueden ubicar las cajas en el estante de esta manera?
2. En una empresa todas las impresiones se envían a una misma División de la empresa donde están todas las máquinas impresoras. Suponiendo que se envían 872 archivos para imprimir.
  - a) ¿Cuál es la máxima cantidad de impresoras que se deberían habilitar para que, sin importar como se asignan los archivos a las impresoras, siempre haya al menos una de ellas que imprima por lo menos 27 archivos?
  - b) Para la cantidad de impresoras del ítem anterior, ¿cuántas formas de distribuir los 872 archivos hay?
3. Siete personas hacen una ronda. Suponiendo que:
  - \* Las personas 2 y 3 no pueden estar una al lado de la otra.
  - \* Las personas 5 y 6 no pueden estar una al lado de la otra.
  - \* Las persona 1 no puede tener a sus lados a las personas 4 y 7.¿Cuántas rondas distintas se pueden formar?
4. Probar, usando el principio de inducción, que la siguiente identidad es válida para todo número entero positivo  $n$ . Indique cuál es la hipótesis inductiva y en qué momento la utiliza en la demostración:

$$\sum_{k=1}^n k^2 \cdot (-1)^{k-1} = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}.$$

*Justifique todas sus respuestas.*