

95.13 METODOS MATEMATICOS Y NUMERICOSFACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**PRIMER INTEGRADOR**2do cuatrimestre 2023
19 de Diciembre de 2023**Problema 1 (4 puntos)**

Dado el siguiente problema de valores de contorno

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \quad y_{(0)} = 1 \quad y_{(\pi/2)} = 0$$

Se pide:

- Construir una aproximación numérica por diferencias finitas centradas de orden 2. Dejar expresado el sistema resultante en forma matricial asumiendo que el dominio se discretiza en $N+1$ partes iguales.
- Resolver el caso de $N=3$. Utilizar métodos vistos en el curso para resolver el sistema lineal.
- Explicar que cambiaría en a) si la segunda condición de borde fuera $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\left(\frac{\pi}{2}\right)} = 0$

Problema 2 (4 puntos)

Dado el siguiente problema de valores iniciales,

$$\frac{dy}{dt} = 1 - y \quad \text{con} \quad y(t=0) = 0$$

- Determine el valor aproximado de y en $t=1$ utilizando el método de Euler explícito. Utilizar un paso de tiempo tal que haya que aplicar el método 2 veces.
- Repetir todo el cálculo utilizando el método de Euler Implícito.
- Analizar la estabilidad numérica para ambos métodos y calcular el paso de tiempo crítico en caso de que sea necesario.

Pregunta 1 (1 punto)

Explique qué ventaja proporciona el uso de bases ortogonales en el método de ajuste por cuadrados mínimos.

Pregunta 2 (1 punto)

Bajo qué condiciones el método de Newton-Raphson presenta convergencia cuadrática. Justifique su respuesta.

Criterio de aprobación: reunir 4 puntos entre los puntos a) y b) de cada ejercicio.

95.13 METODOS MATEMATICOS Y NUMERICOSFACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**PRIMER INTEGRADOR**

2do cuatrimestre 2023

12 de Diciembre de 2023

Problema 1 (4 puntos)

Dado el siguiente problema de valores de contorno

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3x = 2 \quad y(0) = 1 \quad y(1) = 0$$

Se pide:

- Construir una aproximación numérica por diferencias finitas centradas de orden 2. Dejar expresado el sistema resultante en forma matricial asumiendo que el dominio se divide en $N+1$ partes iguales
- Resolver para el caso de $N=2$.
- Utilizando los resultados de b) y los datos del problema obtener un polinomio que interpole la solución aproximada utilizando alguno de los metodos vistos en el curso.

Problema 2 (4 puntos)

Dado el siguiente problema de valores iniciales

$$\frac{dy}{dt} = \cos(y) + \frac{1}{2}t \quad \text{con } y(0) = -1$$

Plantear el problema numérico correspondiente utilizando el método de Euler Explicito y calcular la solución aproximada para $t=1,0$ utilizando 4 pasos de tiempo.**Pregunta 1 (1 punto)**

Se desea aproximar numéricamente con la mayor precisión posible la siguiente integral definida

$$I = \int_1^2 f(x) dx$$

y se dispone para ello de los resultados de aplicar el método de Trapecios compuesto con dos valores de h distintos, a saber $T(h=1,0)$ y $T(h=0,5)$. Que sugiere hacer? Justifique su respuesta indicando el orden del error que tendría su propuesta.**Pregunta 2 (1 punto)**

Indicar bajo que condición tiene solución única el sistema de ecuaciones lineales resultante de la discretización por diferencias finitas centradas del siguiente problema de valores de contorno

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x) \quad \text{con } y(0)=\alpha ; y(L)=\beta$$

Criterio de aprobación: reunir 4 puntos entre los puntos a) y b) de cada ejercicio.