



UNLP. Facultad de Informática.

Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

Práctica 4 Tiempos de Ejecución

Ejercicio 1

Debido a un error en la actualización de sus sistemas, el banco AyED perdió la información del estado de todas sus cuentas. Afortunadamente logran recuperar un backup del día anterior y utilizando las transacciones registradas en las últimas 24hrs podrán reconstruir los saldos. Hay poco tiempo que perder, el sistema bancario debe volver a operar lo antes posible.

Las transacciones se encuentran agrupadas en consultas, una consulta cuenta con un valor y un rango de cuentas consecutivas a las que hay que aplicar este cambio, por ejemplo la consulta (333..688 = 120) implica sumar \$120 a todas las cuentas entre la número 333 y la número 688 (inclusive). Entonces, la recuperación de los datos consiste en aplicar todas las consultas sobre el estado de las cuentas recuperadas en el backup del día anterior.

El equipo de desarrollo se pone manos a la obra y llega a una solución rápidamente (Algoritmo **procesarMovimientos**). Toman cada consulta y recorren el rango de cuentas aplicando el valor correspondiente, como muestra el siguiente algoritmo.

```
Consultas.comenzar()
While(!consultas.fin()){
    Consulta = consultas.proximo();
    for(i = consulta.desde; i < consulta.hasta; i++){
        cuenta[i] = cuenta[i] + consulta.valor;
    }
}
```

Escriben la solución en pocos minutos y ponen en marcha el proceso de recuperación. Enseguida se dan cuenta que el proceso va a tardar muchas horas en finalizar, son muchas cuentas y muchos movimientos, la solución aunque simple es ineficiente. Luego de discutir varias ideas llegan a una solución (Algoritmo **procesarMovimientosOptimizado**) que logra procesar toda la información en pocos segundos. Ambos algoritmos se encuentran en el archivo Ejercicio 1 - rsq_tn_ayed.zip del material adicional.

a.- Para que usted pueda experimentar el tiempo que demora cada uno de los dos algoritmos en forma empírica, usted debe ejecutar cada uno de ellos, con distintas cantidades de elementos y completar la tabla. Luego haga la gráfica para comparar los tiempos de ambos algoritmos. Tenga en cuenta que el algoritmo posee dos constantes CANTIDAD_CUENTAS y CANTIDAD_CONSULTAS, sin embargo, por simplicidad, ambas toman el mismo valor. Sólo necesita modificar CANTIDAD_CUENTAS .

Nº Cuentas (y consultas)	procesarMovimientos	procesarMovimientosOptimizado
1.000	0.017	0.001
10.000	0.296	0.005
25.000	2.424	0.011
50.000	12.313	0.019
100.000	48.836	0.025



UNLP. Facultad de Informática.

Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

b.- ¿Por qué **procesarMovimientos** es tan ineficiente? Tenga en cuenta que pueden existir millones de movimientos diarios que abarquen gran parte de las cuentas bancarias.

c.- ¿En qué se diferencia **procesarMovimientosOptimizado**? Observe las operaciones que se realizan para cada consulta.

Aunque los dos algoritmos se encuentran explicados en los comentarios, no es necesario entender su funcionamiento para contestar las preguntas.

Ejercicio 2

La clase `BuscadorEnArrayOrdenado` del material adicional (Ejercicio 2 - Tiempo.zip) resuelve el problema de buscar un elemento dentro de un array ordenado. El mismo problema, lo resuelve de dos maneras diferentes: búsqueda **lineal** y búsqueda **dicotómica**.

Se define la variable `cantidadElementos`, la cual debe ir modificando para determinar una escala (por ejemplo de a 100.000 o 1.000.000, dependiendo de la capacidad de cada equipo) y realice una tabla del tiempo que tardan en ejecutar ambos algoritmos. Por ejemplo:

N	Lineal	Dicotómica
100.000	1	0
200.000	1	0
300.000	2	0
400.000	2	0
500.000	2	0
600.000	3	0

Ejercicio 3

En la documentación de la clase `ArrayList` que se encuentra en el siguiente link <https://docs.oracle.com/javase/8/docs/api/java/util/ArrayList.html>

Se encuentran las siguientes afirmaciones

- "The size, isEmpty, get, set, iterator, and listIterator operations run in constant time."
- "All of the other operations run in linear time (roughly speaking)"

Explique con sus palabras por qué cree que algunas operaciones se ejecutan en tiempo constante y otras en tiempo lineal.

Algunas operaciones se ejecutan en tiempo constante debido a que se refieren a variables de instancia, de acceso directo o creación de objetos (iterador), mientras que las demás operaciones calculan o operan sobre el vector.



UNLP. Facultad de Informática.

Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

Ejercicio 4

Determinar si las siguientes sentencias son verdaderas o falsas, justificando la respuesta utilizando notación Big-Oh.

- 3^n es de $O(2^n)$ F
- $n + \log_2(n)$ es de $O(n)$ V
- $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$ V
- $\begin{cases} 3n+17, n < 100 \\ 317, n \geq 100 \end{cases}$ tiene orden lineal
- Mostrar que $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$ es $O(n^5)$
- Si $p(n)$ es un polinomio de grado k , entonces $p(n)$ es $O(n^k)$.

Ejercicio 5

Se necesita generar una permutación random de los n primeros números enteros. Por ejemplo $[4,3,1,0,2]$ es una permutación legal, pero $[0,4,1,2,4]$ no lo es, porque un número está duplicado (el 4) y otro no está (el 3). Presentamos tres algoritmos para solucionar este problema. Asumimos la existencia de un generador de números random, $\text{ran_int}(i,j)$ el cual genera en tiempo constante, enteros entre i y j inclusive con igual probabilidad (esto significa que puede retornar el mismo valor más de una vez). También suponemos el mensaje $\text{swap}()$ que intercambia dos datos entre sí.

```
public class EjercicioPermutaciones {
    private static Random rand = new Random();

    public static int[] randomUno(int n) {
        int i, x = 0, k;
        int[] a = new int[n];
        for (i = 0; i < n; i++) {
            boolean seguirBuscando = true;
            while (seguirBuscando) {
                x = ran_int(0, n - 1);
                seguirBuscando = false;
                for (k = 0; k < i && !seguirBuscando; k++)
                    if (x == a[k])
                        seguirBuscando = true;
            }
            a[i] = x;
        }
        return a;
    }

    public static int[] randomDos(int n) {
        int i, x;
        int[] a = new int[n];
        boolean[] used = new boolean[n];
        for (i = 0; i < n; i++) used[i] = false;
        for (i = 0; i < n; i++) {
            x = ran_int(0, n - 1);
            while (used[x]) x = ran_int(0, n - 1);
            a[i] = x;
            used[x] = true;
        }
        return a;
    }
}
```



UNLP. Facultad de Informática.

Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

```
public static int[] randomTres(int n) {
    int i;
    int[] a = new int[n];
    for (i = 0; i < n; i++) a[i] = i;
    for (i = 1; i < n; i++) swap(a, i, ran_int(0, i - 1));
    return a;
}

private static void swap(int[] a, int i, int j) {
    int aux;
    aux = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = aux;
}

/** Genera en tiempo constante, enteros entre i y j con igual probabilidad.
 */
private static int ran_int(int a, int b) {
    if (b < a || a < 0 || b < 0) throw new IllegalArgumentException("Parametros
invalidos");
    return a + (rand.nextInt(b - a + 1));
}

public static void main(String[] args) {
    System.out.println(Arrays.toString(randomUno(1000)));
    System.out.println(Arrays.toString(randomDos(1000)));
    System.out.println(Arrays.toString(randomTres(1000)));
}
}
```

- Analizar si todos los algoritmos terminan o alguno puede quedar en loop infinito.
- Describa con palabras la cantidad de operaciones que realizan.

Ejercicio 6

a.- Supongamos que tenemos un algoritmo de $O(\log^2 n)$ y disponemos de 1 hora de uso de CPU. En esa hora, la CPU puede ejecutar el algoritmo con una entrada de tamaño $n = 1024$ como máximo. ¿Cuál sería el mayor tamaño de entrada que podría ejecutar nuestro algoritmo si disponemos de 4 horas de CPU?

b.- Considerando que un algoritmo requiere $T(n)$ operaciones para resolver un problema y la computadora procesa 10.000 operaciones por segundo. Si $T(n) = n^2$, determine el tiempo en segundos requerido por el algoritmo para resolver un problema de tamaño $n = 2.000$.



UNLP. Facultad de Informática.

Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

Ejercicio 7

Para cada uno de los siguientes fragmentos de código, calcule, intuitivamente, el orden del tiempo de ejecución.

<pre>for(int i = 0; i < n; i++) sum++;</pre> <p>$O(n)$</p>	<pre>for(int i = 0; i < n; i+=2) sum++;</pre> <p>$O(n/2)$</p>
<pre>for(int i = 0; i < n; i++) for(int j = 0; j < n; j++) sum++;</pre> <p>$O(n^2)$</p>	<pre>for(int i = 0; i < n + 100; ++i) { for(int j = 0; j < i * n; ++j) { sum = sum + j; } for(int k = 0; k < n + n + n; ++k) { c[k] = c[k] + sum; } }</pre> <p>$O(n^3)$</p>
<pre>for(int i = 0; i < n; i++) for(int j = 0; j < n; j++) sum++; for(int i = 0; i < n; i++) sum++;</pre> <p>$O(n^2)$ $O(n^2 + n)$</p>	<pre>int i, j; int x = 1; for (i = 0; i <= n^2; i=i+2) for (j = n; j >= 1; j-= n/4) x++;</pre> <p>$O(n^2)$</p>

Ejercicio 8

Para cada uno de los algoritmos presentados calcule el $T(n)$.

- Expresar en función de n el tiempo de ejecución.
- Establecer el orden de dicha función usando notación Big-Oh.

```
1. int c = 1;
   while ( c < n ) {
       algo_de_O(1);
       c = 2 * c;
   }

3. public static void calcular(int n) {
    int i, j, r = 0;
    for ( i = 1; i < n; i = i+2)
        for ( j = 1; j <= i; j++ )
            r = r + 1;
    return r;
}
```

```
2. int c = n;
   while ( c > 1 ) {
       algo_de_O(1);
       c = c / 2;
   }
```



Ejercicio 9

- Expresar la función del tiempo de ejecución de cada uno de los siguientes algoritmos, resuélvala y calcule el orden.
- Compare el tiempo de ejecución del método 'rec2' con el del método 'rec1'.
- Implemente un algoritmo más eficiente que el del método 'rec3'. (es decir, que el $T(n)$ sea menor).

```
static public int rec2(int n){
    if (n <= 1)
        return 1;
    else
        return (2 * rec2(n-1));
}

static public int rec1(int n){
    if (n <= 1)
        return 1;
    else
        return (rec1(n-1) + rec1(n-1));
}

static public int rec3(int n){
    if ( n == 0 )
        return 0;
    else {
        if ( n == 1 )
            return 1;
        else
            return (rec3(n-2) * rec3(n-2));
    }
}

static public int potencia_iter(int x, int n){
    int potencia;
    if (n == 0)
        potencia = 1;
    else {
        if (n == 1)
            potencia = x;
        else{
            potencia = x;
            for (int i = 2 ; i <= n ; i++) {
                potencia *= x ;
            }
        }
    }
    return potencia;
}
```



```
static public int potencia_rec( int x, int n){
    if( n == 0 )
        return 1;
    else{
        if( n == 1)
            return x;
        else{
            if ( (n % 2 ) == 0)
                return potencia_rec (x * x, n / 2 );
            else
                return potencia_rec (x * x, n / 2) * x;
        }
    }
}
```

Ejercicio 10

- a.- Resolver las siguientes recurrencias
- b.- Calcular el $O(n)$ justificar usando la definición de Big-Oh

1.

$$T(n) = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ T(n-1) + n, & n \geq 2 \end{cases}$$

2.

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}, & n \geq 2 \end{cases}$$

2.

$$T(n) = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ T(n-1) + \frac{n}{2}, & n \geq 2 \end{cases}$$

3.

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2, & n \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 11

Calcule el tiempo de ejecución de los métodos `buscarLineal` y `buscarDicotomica` de la clase `BuscadorEnArrayOrdenado`. Compare el tiempo con los valores obtenidos empíricamente en el ejercicio 2

Ejercicio 12

Calcule el tiempo de ejecución de `procesarMovimientos` y `procesarMovimientosOptimizado` del ejercicio 1. Compare el tiempo con los valores obtenidos empíricamente.



UNLP. Facultad de Informática.

Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

Ejercicio 13

Resuelva las recurrencias y calcule el orden. Para cada recurrencia se muestra a modo de ejemplo el código correspondiente.

<pre>int recursivo(int n){ if (n <= 1) return 1; else return (recursivo (n-1)); }</pre> $T(n) = \begin{cases} 1, n \leq 1 \\ T(n-1) + c, n \geq 2 \end{cases}$	<pre>int recursivo(int n){ if (n == 1) return 1; else return (recursivo (n/2)); }</pre> $T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ T(n/2) + c, n \geq 2 \end{cases}$
<pre>int recur (int n){ if (n == 1) return 1; else return (recur(n/2)+recur(n/2)); }</pre> $T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 2T(n/2) + c, n \geq 2 \end{cases}$	<pre>int recursivo(int n){ if (n <= 5) return 1; else return (recursivo (n-5)); }</pre> $T(n) = \begin{cases} 1, n \leq 5 \\ T(n-5) + c, n \geq 6 \end{cases}$
<pre>int recur (int n){ if (n == 1) return 1; else return (recur(n-1)+recur(n-1)); }</pre> $T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 2T(n-1) + c, n \geq 2 \end{cases}$	<pre>int recursivo(int n){ if (n <= 7) return 1; else return (recursivo (n/8)); }</pre> $T(n) = \begin{cases} 1, n \leq 7 \\ T(n/8) + c, n \geq 8 \end{cases}$

Ejercicio 14

Considere el siguiente fragmento de código:

```
int count = 0; int n = a.length;
for (int i = 1; i <= n; i = i*2) {
    for (int j = 0; j < n; j+=n/2) {
        a[j]++;
    }
}
```

Este algoritmo se ejecuta en una computadora que procesa 1.000 operaciones por segundo. Determine el tiempo aproximado que requerirá el algoritmo para resolver un problema de tamaño $n=4096$.