

**TD 9****International lending and Endogenous punishment**

---

**References**

Acemoglu, Daron (2002) "Directed technical change." *The Review of Economic Studies* 69(4), pp. 781–809

**Points techniques du TD :**

- Croissance endogène,
- Progrès technique biaisé.

**A. Set-up du modèle**

L'économie est peuplée d'un agent représentatif qui consomme un bien final. Ce bien final est un agrégat de deux biens intermédiaires qui sont produits en utilisant à la fois des machines et du travail. Les deux biens se distinguent par la caractéristique des inputs : ils sont supposés qualifiés pour l'un et peu qualifiés pour l'autre.

*Préférences*

Les préférences d'un agent représentatif sont définies de la manière suivante :

$$\int_0^\infty \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} dt$$

où  $C_t$  est la consommation de bien final.

*Bien final*

Le bien de consommation final est un agrégat des deux biens intermédiaires selon une fonction CES standard :

$$C = \left[ \gamma (C_L)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + (1-\gamma) (C_H)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$\varepsilon$  est l'élasticité de substitution entre les deux biens  $H$  et  $L$ .

Le prix du bien final est normalisé à 1 :

$$\left[ \gamma^\varepsilon (p_L)^{1-\varepsilon} + (1-\gamma)^\varepsilon (p_H)^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = 1$$

## B. Résolution

1. Écrire la demande relative de chacun des biens  $H$  et  $L$ .

### *Biens intermédiaires*

Il existe deux biens intermédiaires dont la production utilise des inputs différents : le secteur  $L$  et le secteur  $H$ .

Le secteur  $L$  produit à partir de travailleurs non-qualifiés ( $L$ ) et d'un continuum de machines ( $x_L(j)$ ) selon la fonction de production suivante :

$$Y_L = \frac{1}{1-\beta} \left( \int_0^{N_L} x_L(j)^{1-\beta} dj \right) L^\beta$$

où  $L$  désigne la quantité de travailleurs non-qualifiés employés et  $N_L$  le nombre de machines à disposition dans le secteur  $L$ .

Symétriquement, la fonction de production dans le secteur  $H$  est :

$$Y_H = \frac{1}{1-\beta} \left( \int_0^{N_H} x_H(j)^{1-\beta} dj \right) H^\beta$$

où  $H$  désigne la quantité de travailleurs qualifiés employés et  $N_H$  le nombre de machines à disposition dans le secteur  $H$ .

On note  $w_L$  le salaire d'un travailleur de type  $L$  (resp.  $w_H$  le salaire d'un travailleur de type  $H$ ). Une machine ( $j$ ) de type  $L$  est loué au prix  $\chi_L(j)$  (resp. une machine ( $j$ ) de type  $H$  est loué au prix  $\chi_H(j)$ ). Les secteurs  $H$  et  $L$  sont parfaitement concurrentiels.

2. Écrire les fonctions de demande en machines ( $j$ ) de type ( $i$ ) pour chacun des secteurs.

### *Producteurs de machines*

3. On suppose que les producteurs de machines sont des monopoles et que le coût marginal de production d'une machine est constant égale à  $(1-\beta)$  unités du bien final. Calculer le prix de location fixé par chacun des producteurs de machines. En déduire le profit ( $\pi_i$ ) réalisé à chaque période par un producteur de machine de type ( $i$ ).

4. Calculer la valeur actualisée  $V_i$  des profits des monopoles producteurs de machines de type ( $i$ ) à l'état stationnaire. On notera  $r$  le taux d'actualisation. En déduire le rapport  $\frac{V_H}{V_L}$ . Sous quelles conditions est-il plus incitatif d'innover dans le secteur  $H$  plutôt que dans le secteur  $L$  ?

### *Equilibre sur le marché des biens*

5. En utilisant l'équilibre sur le marché des biens intermédiaires, exprimer  $\frac{V_H}{V_L}$  en fonction de  $\frac{H}{L}$  et  $\frac{N_H}{N_L}$  et des paramètres du modèle. On introduira le paramètre  $\sigma = \varepsilon\beta + (1-\beta)$

6. Dans quelles circonstances une hausse de la dotation en travailleurs qualifiés relativement aux travailleurs non-qualifiés augmentent le ratio  $\frac{V_H}{V_L}$  ?

7. Dériver des conditions de premier ordre des firmes de biens intermédiaires, la courbe de salaires relatifs des deux facteurs  $(\frac{w_H}{w_L})$  en fonction de  $(\frac{N_H}{N_L})$  et  $(\frac{H}{L})$ . Commenter.

#### *Innovations technologiques*

On suppose que l'innovation technologique (invention de nouvelles machines) suit dans chacun des secteurs ( $i$ ) la loi d'évolution suivante :

$$\dot{N}_i = \eta_i X_i$$

où  $X_i$  désigne les ressources allouées à l'invention de nouvelles machines de type ( $i$ ) (en unité de bien final, "Lab-Equipment Model"). On suppose qu'il y a libre-entrée dans le secteur des innovations.

8. Écrire la condition d'équilibre sur le marché des innovations technologiques. En déduire la relation qui lie  $V_H$  et  $V_L$  à l'état stationnaire, puis le nombre relatif de machines  $(\frac{N_H}{N_L})$  en fonction de la dotation factorielle  $(\frac{H}{L})$ .

9. En déduire le ratio  $\frac{w_H}{w_L}$  en fonction des dotations relatives  $(\frac{H}{L})$ . Commenter.

#### *Programme du consommateur*

10. Écrire l'Equation d'Euler du programme du consommateur. En déduire que le taux de croissance de l'économie sur le sentier de croissance équilibré est égal à :

$$g = \frac{1}{\theta} \left( \beta \left[ \gamma^\varepsilon (\eta_L L)^{\sigma-1} + (1-\gamma)^\varepsilon (\eta_H H)^{\sigma-1} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} - \rho \right)$$

Commenter. Pourquoi parle-t-on "d'effet taille" lorsque  $\sigma > 1$  ? On supposera qu'il y a libre-entrée sur le marché de l'innovation. Expliquer pourquoi cela implique  $\eta_L V_L = 1 = \eta_H V_H$ .

#### *Application : "Skill Premium"*

La figure (FIG. 1) représente l'évolution du salaire relatif des travailleurs qualifiés par rapport aux travailleurs non-qualifiés en fonction de l'offre relative de qualifiés et de non-qualifiés aux US.

11. Pourquoi l'évolution du salaire relatif des qualifiés par rapport aux non-qualifiés peut apparaître paradoxale ? Comment le modèle étudié permet-il de répondre à ce paradoxe ? Quelles autres explications pouvez-vous avancer ?

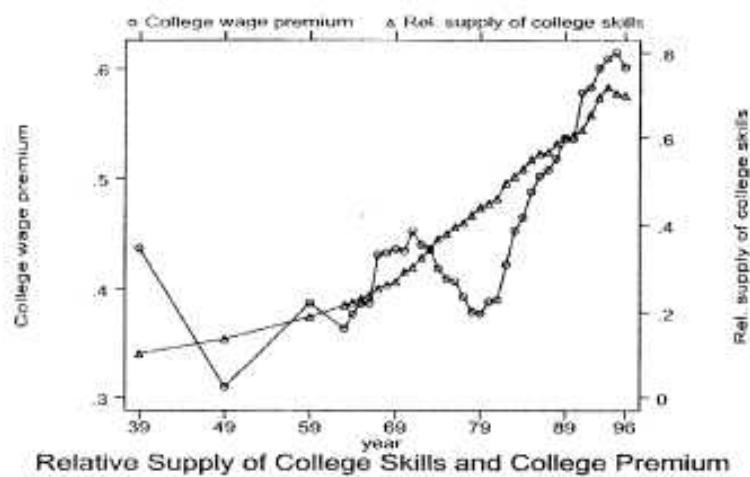


Figure 1: The behavior of the (log) college premium and relative supply of college skills (weeks worked by college equivalents divided by weeks worked of noncollege equivalents) between 1939 and 1996. Data from March CPSs and 1940, 1950 and 1960 censuses.

Figure 1: Evolution de la “skill-premium” en fonction de l’offre relative des qualifiés et non-qualifiés.