

Cartographie d'un réseau

Vous travaillez au département recherche et optimisation de l'entreprise OutSmart qui fabrique des micro-processeurs. Votre travail consiste à trouver la meilleure manière de graver un réseau de composants sur un support physique. Le réseau, composé d'un certain nombre de composants atomiques, est représenté par un graphe, chaque composant étant alors un noeud du graphe et les liens entre les composants, les arêtes du graphe. Le support sur lequel vous devez graver est représenté par une grille à coordonnées entières.

Certaines opérations sont plus couteuses que d'autres, on cherche donc à optimiser le placement des composants :

- Si plusieurs composants se retrouvent au même endroit, cela complique considérablement la fabrication du produit final
- Les liens entre composants doivent être le plus court possible, mais en aucun cas deux composants liés ne peuvent être superposés ! (solution invalide si c'est le cas)
- On cherche aussi à minimiser la taille total du support final

Entrée

L'entrée du problème est représentée sous la forme suivante :

- Sur la première ligne deux entiers V et E représentant le nombre de sommets numérotés de 0 à $V - 1$ et le nombre E d'arêtes du graphe.
- Sur les E lignes suivantes, deux entiers $A_i B_i$ indiquant une arête entre ces deux sommets

$$0 \leq V \leq 1000000$$

$$0 \leq E \leq 4000000$$

Sortie

La solution du problème doit être représentée sous la forme suivante :

- V lignes avec deux entiers positifs représentant les coordonnées des sommets de 0 à $V - 1$

Score

Le but est d'obtenir le moins de points possibles. Les scores de chaque solution sont calculés ainsi :

1. $3 \times (n - 1)^2$ points pour chaque coordonnées utilisées par n sommets du graphe
2. $2 \times (d - 1)^2$ points pour chaque arête de distance d entre deux sommets. La distance entre deux points de coordonnées (x_1, y_1) et (x_2, y_2) est donnée par la formule suivante :

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

3. On note W la largeur de la solution finale (différence entre l'abscisse la plus petite et la plus grande) et H la hauteur (différence maximale sur les ordonnées). On marque alors $\max(W, H)^2$ points.
4. Si une solution n'a pas le bon nombre de coordonnées, ou si deux sommets liés par une arête partagent les mêmes coordonnées, la solution est invalide (pénalité infinie)

Exemple

Entrée :

```
9 8
0 1
2 0
3 4
5 3
0 3
6 8
7 6
0 6
```

Sortie :

```
1 1
1 2
1 0
0 1
0 0
0 2
2 1
2 2
2 0
```

Points : Tous les sommets ont des coordonnées différentes et toutes les arêtes sont de taille 1. On utilise un support de taille 3×3 , on marque donc 9 points (solution optimale)

Objectifs du TD

Pendant le projet : chaque binôme pourra construire et partager publiquement des instances du problèmes qu'il considère intéressantes. Les deux meilleurs contributions de chaque binôme seront retenues dans l'ensemble des exemples finaux.

Proposer trois solutions de complexité différentes :

- Une solution de complexité pseudo linéaire
- Une solution de complexité quadratique
- Une solution plus complexe

Pour chaque solution, on évaluera la complexité de manière empirique (avec représentation log-log).

On comparera les performances de chaque solution en terme de scores Normalement, une solution de complexité supérieure devra obtenir des pénalités plus faibles !