

TRAVAUX PRATIQUES : série n°3

Implémenter les types abstraits **SET** et **BAG**

Objectif

L'objectif de ce TP est de fournir une implémentation **prouvée** (par application d'une **Vérification Formelle**) pour les types de structures ensemblistes très utilisées en ingénierie du logiciel à savoir, les **Set** et les **Bag**.

La méthode qui sera appliquée s'appuie sur les spécifications Casl proposées en cours.

La démarche doit **obligatoirement** dérouler en suivant les 5 dernières phases du cycle de développement initié lors du TP n°1 sur le type abstrait des polynômes, à savoir :

Phase 2 : **Spécification Casl du type abstrait (elle est fournie et doit être éditée sous emacs)**

Phase 3 : **Validation de la spécification sous Hets Casl.**

Phase 4 : **Spécification des opérations du type**

Phase 5 : **Implémentation des opérations du type**

Phase 6 : **Validation de l'implémentation**

Dans la plupart des applications, les objets abstraits de type Set ou Bag sont des objets dynamiques (très variables) Aussi, leur implémentation à l'aide d'objets concrets de type **listes chaînées** est plus efficace que celle plus classique qui utilise des tableaux.

I- Type abstrait SET

a) Commencer par implémenter la spécification **canonique** du type SET

```
%% signature
spec SET0 [sort Elem] =
    generated type Set[Elem] ::= setVide
                                | ajouter(Set[Elem]; Elem)

    pred
    appartient: Elem × Set[Elem]

%% sémantique
∀ x, y: Elem; M, N: Set[Elem]
    •  $\neg$  appartient(x, setVide)
    • appartient(x, ajouter(M,y))  $\Leftrightarrow$  x = y  $\vee$  appartient(x, M)
    • M = N  $\Leftrightarrow$   $\forall$  x: Elem • appartient(x ,M)  $\Leftrightarrow$  appartient(x,N)

end
```

b) implémenter, ensuite, la spécification plus complète obtenue par **extension** de la spécification canonique précédente.

```
spec SET [sort Elem] given NAT=  
  SET0 [sort Elem]  
  then  
    pred  
      estVide: Set[Elem];  
    op  
      enlever : Set[Elem] × Elem → Set[Elem]
```

```
∀ x, y: Elem; M: Set[Elem]  
  • estVide(M) ⇔ M = setVide  
%% le constructeur enlever est défini par induction à partir de setVide et ajouter  
  • enlever(setVide, y) = setVide  
  • enlever(ajouter(M,x), y)) = M when x = y  else ajouter(enlever(M,y),x)  
end
```

c) Spécification des opérations du type

setVide() **r**: Set[Elem]

pré: true

post: $\forall x: \text{Elem}$

- **estVide**(**r**)
- \neg **appartient**(**x**, **r**)
- **enlever**(**r**, **x**) = **r**

ajouter(**M**:Set[Elem], **x**: Elem) **r**: Set[Elem]

pré:

post: $\forall y: \text{Elem}$

- **appartient**(**y**, **r**) $\Leftrightarrow x = y \vee$ **appartient**(**y**, **M**)

enlever(M:Set[Elem] , x:Elem) **r**:Set[Elem]

pré: true

post: $\forall y$

- $M = \text{setVide}() \Rightarrow \mathbf{r} = \text{setVide}()$
- $x = y \Rightarrow \text{enlever}(M,y) = \mathbf{r}$

appartient(x:Elem, M: Set[Elem]) **r**: booléen

pré: true

post

$\forall y: \text{Elem}; M0, N: \text{Set}[\text{Elem}]$

- $\text{estVide}(M) \Rightarrow \neg \mathbf{r}$
- $M = \text{ajouter}(M0,y) \Rightarrow \mathbf{r} \Leftrightarrow x = y \vee \text{appartient}(x, M0)$
- $M = N \Rightarrow \text{appartient}(x,N) \Leftrightarrow \mathbf{r}$

estVide(M:Set[Elem]) **r**:Booléen

pré: true

post: **r** \Leftrightarrow M = **setVide**()

II- Type BAG

a) Commencer par implémenter la spécification **canonique** suivante.

```
spec BAG0 [sort Elem] given NAT =  
  generated type Bag[Elem] ::= bagVide |  
                                ajouter(Bag[Elem]; Elem)  
  
  op  
    frequence : Bag[Elem] × Elem → Nat  
  
  ∀ x,y: Elem; M, N:Bag[Elem]  
  • frequence(bagVide, y) = 0  
  • frequence(ajouter(M,x), y) = frequence(M,y)+1 when x = y else frequence(M, y)  
  • M = N ⇔ ∀ x: Elem • frequence(M,x) = frequence(N,x )  
  
end
```

b) Implémenter ensuite la spécification suivante obtenue par **extension** de la spécification canonique précédente.

```
spec BAG [sort Elem] given Nat =  
  BAG0 [sort Elem]  
then  
  pred  
  estVide: Bag[Elem]  
  op  
  enlever: Bag[Elem] × Elem → Bag[Elem]  
  
  ∀ x,y:Elem; M,N:Bag[Elem]  
  • estVide(M) ⇔ M = bagVide  
  • N = enlever(M,x) ⇔ ∀ y: Elem • (frequence(N,y) = frequence(M,x) - 1 when x = y  
                                     else frequence(M,y)  
end
```


c)Spécification des opérations du type

bagVide() **r**: Bag[Elem]

pré: true

post:

$\forall y: \text{Elem}$

- **frequence**(**r**, y) = 0
- **estVide**(**r**)

ajouter(M:Bag[Elem], x:Elem) **r**: Bag[Elem]

pré: true

post: $\forall y: \text{Elem}$

- \neg **estVide**(**r**)
- $x = y \Rightarrow \text{frequence}(\mathbf{r}, y) = \text{frequence}(M, y) + 1$
- $x \neq y \Rightarrow \text{frequence}(\mathbf{r}, y) = \text{frequence}(M, y)$

enlever(M:Bag[Elem], x: Elem) **r**: Bag[Elem]

pré: true

post: $\forall y:\text{Elem}$

- **frequence**(**r**, y) = 0 \Leftrightarrow **estVide**(**r**)
- $x = y \Rightarrow$ **frequence**(**r**, y) = **frequence**(M,y)-1
- $x \neq y \Rightarrow$ **frequence**(**r**, y) = **frequence**(M,y)

frequence(M: Bag[Elem], x: Elem) **r**:Nat

pré: true

post: $\forall y: \text{Elem}; N:\text{Bag}[\text{Elem}]$

- $M = \text{bagVide}() \Rightarrow \mathbf{r} = 0$
- $x = y \Rightarrow M = \text{ajouter}(N,y) \Rightarrow \mathbf{r} = \text{frequence}(N,y)+1$
- $x \neq y \Rightarrow M = \text{ajouter}(N,y) \Rightarrow \mathbf{r} = \text{frequence}(N,x)$
- $x = y \Rightarrow M = \text{enlever}(N,y) \Rightarrow \mathbf{r} = \text{frequence}(N,y)-1$
- $x \neq y \Rightarrow M = \text{enlever}(N,y) \Rightarrow \mathbf{r} = \text{frequence}(N,x)$
- $M = N \Leftrightarrow \mathbf{r} = \text{frequence}(N,x)$

estVide(M:Bag[Elem]) **r**:Booléen
pré: true
post: **r** \Leftrightarrow M = **bagVide**()