Chalmers Tekniska
Högskolas Bibliotek

V258

Chalmerska Slöjd Skolan
Exemplar 1821

ELEMENTERNA

AF

ARITHMETIKEN OCH PLANIMETRIEN,

UTGIFNE AF

P. E. Cronhjelm,

MAJOR VID KONGL. WESTGÖTA DALS REG:TE,

L. K. K. W. A.

Andra Upplagan,
öfversedd och tillökt.

CHRISTIANSTAD.
Tryckt på *L. Littorins* förlag hos *Schmidt & Comp.*

1834.

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLAS BIBLIOTEK

CHALMERSKA SLÖJDE-SKOLAN

ANMÄLAN.

Behofvet att bringa i samband de mathematiska kurser, som följas vid Artilleriets undervisningsverk, har gifvit anledning till utgifvande af detta arbete. Man har derföre i afseende på ordningen, så vidt mindre fordringar och inskränktare lärotid medgifvit, följt Professor Harfvefeldts för undervisningen vid det högre Artilleri-Läroverket antagna arbete. För öfrigt har man, i afseende på ämnenas behandling, vid utarbetandet af den Arithmetiska afdelningen, hufvudsakligen haft till ledning sistnämde verk samt Lacroix's och Bezout's. Planimetrien åter är, med några ändringar förorsakade af proportions-lärans olika behandling, en del utlemningar och några tillägg, helt och hållet Professor Harfvefeldts.

Man vågar för öfrigt tro att arbetet, ehuru egentligen ämnadt för en viss klass af lärande, icke skall sakna användbarhet vid undervisningen i allmänhet. Det framställer på ett kort och, som man vill hoppas, lättfattligt sätt, Arithmetikens teori, åt hvilken man vid vid våra undervisningsverk hittills icke alltid torde lemnat tillräcklig uppmärksamhet, men som likväl är af största nytta, icke allenast för den, som vill vinna en grundligare insigt i den egentliga Arithmetiken, utan äfven såsom en tjenlig förberedelse till Algebrans studerande. Pla-

nimetrien är utarbetad efter de nyaste och mest berömde författares åsigter, och innehåller dessutom några exempel af det praktiska användandet.

Det undfaller troligen icke uppmärksamheten, att så väl proportions-läran som dess användande på Planimetrien, i detta arbete endast förutsätter sådana proportioner, som kunna uttryckas med numror. Ehuru detta behandlingssätt ej är generelt, torde det likväl vara det enda tjenliga för dem, som i vetenskapen äro rent af nybörjare, och då det äfven användes i Lacroix's verk, kan det med skäl anses alldeles tillräckligt i ett arbete af så ringa omfång som detta.

Slutligen tror man sig böra nämna, att man, utan att bestrida öfnings-exempels nytta och nödvändighet för att bibringa nybegynnare färdighet i räkning, likväl i detta afseende varit så sparsam som möjligt; dels för att ej göra boken för dyr, dels emedan man anser hvarje lärare, med billiga anspråk på skicklighet, sjelf bäst böra kunna uppgifva sådane, afpassade till de lärandes fattningsförmåga och blifvande eller varande ställning i det allmänna. Den, som vill spara sig detta besvär, kan ifrån början ända till och med Regula de tri begagna Junkers Arithmetiska Exempel-tabeller, omarbetade af Stabeck.

Närvarande 2:dra upplaga är öfversedd och tillökt med några geometriska satser.

FÖRRA DELEN

ARITHMETIK.

INLEDNING.

§ 1.

Mathematik är vetenskapen om Qvantiteter.

§ 2.

Qvantiteter kallar man allt, hvad som genom likartade delars tilläggande eller borttagande kan ökas eller minskas.

§ 3.

De äro af två väsendtligt åtskilda slag, nemligen: *Sammanhängande* (continuerliga) *Qvantiteter* eller *Storheter*, hvaribland hufvudsakligast förekomma qvantiteter, som äro utsträckta i rummet, och *Skilda* (discreta) *qvantiteter*, *myckenheter* eller *antal*.

Exempel på sammanhängande qvantiteter äro: en linia, en rymd; exempel på skilda: en sandhög, en kulstapel. Det är naturligt att hvarje enskilt del af en discret qvantitet, för sig sjelf betraktad, t. ex. hvar kula i en kulstapel, utgör en sammanhängande qvantitet.

§ 4.

I anledning af denna qvantiteternas indelning, delas Mathematiken i två hufvuddelar, af hvilka den ena, som handlar om skilda qvantiteter eller antal, kan kallas *Arithmetik*, då man tager detta ord i sin vid-

sträcktaste betydelse; den andra, eller vetenskapen om storheter, som äro utsträckta i rummet, kallas *Geometrie.*

§ 5.

Då man föreställer sig flera föremål utaf samma slag såsom förenade, eller på en gång, så får man begrepp om *Antal* eller *Tal.*

Hvarje särskilt af dessa föremål kallas då *Ett* eller *Enhet.*

Ett *antal* eller *tal* är således ej annat, än en förening eller sammansättning af enheter.

§ 6.

Då man vet huru många enheter äro förenade i ett tal, så säges detta tal vara *bestämdt.* Då man deremot icke vet, eller lemnar derhän, huru många enheter deruti innefattas, kallas det *obestämdt.*

§ 7.

Arithmetiken, i den vidsträckta betydelse den här är tagen, eller vetenskapen om tal, indelas derföre i två delar; af hvilka den ena, som handlar om bestämda tal, egentligen kallas *Arithmetik*, och den andra, som handlar om obestämda tal, kallas vanligen *Algebra.*

§ 8.

Enheten betecknas som man vet med 1 och kallas *ett.*

Det tal, som uppkommer då en enhet förenas med en annan, betecknas med 2 och kallas *två.* Då till denna förening åter lägges en enhet, så betecknas det tal som deraf uppkommer, med 3 och kallas tre.

Om man på detta sätt fortfar att lägga ett till hvarje näst föregående förening, så uppkomma efter hand de tal, som kallas *fyra*, *fem*, *sex*, *sju*, *åtta*, *nio*, och som betecknas med 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Men man kan fortfara i oändlighet att på detta sätt lägga ett till hvarje närmast förutgående tal och man får derigenom en oändlig mängd af tal, som blifva allt större och större.

Skulle man då utmärka hvart och ett med alldeles nya namn och nya tecken (ziffror), så finge man en oändlig mängd namn och tecken, hvilka det vore omöjligt att minnas och igenkänna. För att undvika denna svårighet, har man sammanfattat ett visst antal enheter till en ny högre enhet, ett lika antal af dessa högre till en ännu högre enhet, och åter ett lika antal af dessa sista, till en ännu högre o. s. v. På detta sätt har man fått allt högre enheter, af hvilka hvar och en är ett visst antal gånger större än den närmast lägre.

Talet *tio*, eller det tal som uppkommer då ett lägges till nio, är det första som sammanfattas till en sådan högre enhet; det betecknas derföre med 10; då tecknet 0, som kallas *noll* och i sig sjelf betyder ingenting, här lägges till 1, för att skilja denna högre enhet från den egentliga enheten.

Det tal, som uppkommer då en sådan högre enhet förenas med en annan af samma slag (då tio förenas med tio), kallas *tjugu* (två-tio) och betecknas med 20; lägges dertill ännu ett *tio*, så uppkommer det tal som kallas *trettio* (tre-tio) och betecknas med 30, o. s. v. ända till det tal, som uppkommer då tio sådana enheter (tio-tior) förenas, hvilket åter

sammanfattas till en enhet, som kallas *ett hundra* och betecknas med 100.

Af denna sista enhet (ett hundra) uppkomma nu likaledes successivt de tal, som kallas *två hundra, tre hundra* o. s. v. och betecknas med 200, 300, o. s. v. ända till 10 *hundra*, som åter sammanfattas till en enhet, hvilken kallas *ett tusen* och betecknas med 1000.

På samma sätt uppkomma vidare de ännu högre enheterna, som kallas *tio tusen*, *ett hundra tusen*, *en million*, o. s. v. och betecknas med 10000, 100000, 1000000, o. s. v. af hvilka hvar och en högre är sammanfattad af tio utaf de närmast lägre.

§ 9.

De tal, som uppkomma då högre och lägre enheter förenas med hvarandra, betecknas derigenom, att man sätter de tecken, som utmärka antalet af dem, jemte hvarandra i den ordning, att det tecken, som utmärker antalet af de högsta enheterna sättes främst (längst till venster); det tecken som utmärker antalet af de närmast lägre enheterna, dernäst, o. s. v. så att alltid de lägsta eller egentliga enheterna, komma i sista rummet.

De nollor som skilja de olika slags enheterna, kunna derigenom uteslutas, emedan det rum, som hvart och ett tecken har, tillkännagifver hvilket slag af enheter det betecknar.

Så betecknar man t. ex. det tal som uppkommer då 3000, 700, 90 och 5 förenas med hvarandra, med 3795.

§ 10.

Skulle några slag af de lägre enheterna fattas, så uppfyller man med nollor de platser, som de skulle intaga.

Således betecknar man t. ex. det tal, som uppkommer då 600000, 5000 och 60 förenas med hvarandra, med 605060; och nollorna utmärka att i detta tal icke finnas några tiotusen, hundraden och egentliga enheter.

§ 11.

Vi hafva nu visat huru man på ett papper eller en tafla kan beteckna hvilket tal som helst. Man kan på samma grund äfven göra sig ett bestämdt begrepp om ett tals storlek, när man ser det betecknadt. Om man t. ex. på papperet har talet 8035, så ser man, då man efter hvarandra genomgår ziffrorne från höger till venster, att talet består af 5 egentliga enheter, 3 tior, inga hundra och 8 tusen, och att det således bör utnämnas med åtta tusen trettiofem. Men för mycket stora tal såsom t. ex. för talet 543207009546873 skulle detta sätt blifva för långsamt och besvärligt. Man använder derföre alltid följande praktiska regel, som gifver alldeles samma resultat. Man afskiljer nemligen först med ett comma ziffrorne i klasser från höger till venster, tre ziffror i hvarje klass. Öfver tredje klassens yttersta ziffra åt höger kan man sedan sätta en punkt, öfver 5:te klassens två punkter, öfver 7:de klassens tre punkter o. s. v. öfver hvaranman klass. Slutligen öfverstrykes hvart annat comma från och med det andra. Den ziffra som har en punkt öfver sig, utnämnes med Millioner, den som har två punkter med Billioner, den som har tre, med Trillioner o. s.

v., af de öfriga ziffrorne utnämnes den som har ett comma efter sig, med tusen, den som följer efter comma, med hundra, den dernäst med tior och den derefter med enheter. På detta sätt indeladt får talet 543207009546873 följande utseende 543207,009546,873 och utnämnes med femhundra fyratiotre billioner tvåhundra sjutusen nio millioner, femhundra fyratiosex tusen, åttahundra sjuttiotre.

§ 12.

Obestämda tal betecknas med bokstäfver. Man nyttjar då vanligen de första bokstäfverna i alphabetet (a, b, c, d, o. s. v.) för att beteckna de tal, som supponeras bekanta, ehuru man lemnar derhän huru stora de äro; och de sista bokstäfverna (t, u, v, x, y och z) för att utmärka obekanta tal.

§ 13.

När man således betecknar obestämda tal, kan man icke af tecknen (bokstäfverna) skilja de större talen från de mindre. Om man derföre behöfver angifva hvilketdera som är större af två sålunda betecknade tal, fordras dertill äfven ett tecken, och detta tecken är $>$, hvilket sättes emellan dem, så att spetsen vändes mot det mindre talet.

På detta sätt utmärker $a>b$ att a är större än b, och $a<b$ att a är mindre än b.

Vill man åter utmärka att två på olika sätt betecknade tal äro lika stora, så sätter man tecknet $=$ emellan dem. Således betecknar $a=b$ att a är lika med b.

Detta sista tecken ($=$) kallas derföre likhetstecken.

FÖRSTA CAPITLET.

Quatuor Species i hela Tal.

§ 14.

Det är förut nämdt, (2) att allt hvad som kan få namn af qvantitet, måste kunna, genom likartade delars tilläggande eller borttagande, ökas eller minskas. En tal kan ökas derigenom, att man tillsätter ett eller flera andra tal. Denna operation, hvarigenom två eller flera tal förenas till ett enda, kallas *Addition*.

Att addera är således: att sammanlägga två eller flera tal till ett enda, eller att söka ett tal, som är lika med två eller flera tal tillhopa.

Detta tal kallas då *Summa* af de sammanlagda talen.

§ 15.

För att beteckna en summa, eller ett tal, som uppkommer då några tal adderas, sätter man tecknet $+$ mellan dessa sednare, och detta tecken kallas *plus*. Om t. ex. 4 skall adderas till 7, så betecknas detta med $4+7$. Om till 7 skall först adderas 4 och sedan till summan skall adderas 9, så betecknas det med $4+7+9$. Och i allmänhet om b skall adderas till a, betecknas detta med $a+b$, och om till denna summa vidare skall adderas c, så betecknas sådant med $a+b+c$.

§ 16.

Då bestämda tal (ziffer-tal), som bestå af enkla ziffror, skola adderas, så är det naturligt att man i

tankarne sammanräknar enheterna till en summa; så blir t. ex. $7+4=11$; $5+8+9=22$; o. s. v.

§ 17.

Då tal, som bestå af flera ziffror, skola adderas, så är det tydligt att inga andra enheter kunna sammanläggas än de som äro af samma slag. Talen uppskrifvas derföre så, att de enheter som äro af samma slag komma att stå under hvarandra: det vill säga: egentliga enheter under egentliga enheter, tior under tior, hundra under hundra o. s. v. Om t. ex. 3654 och 235 skola adderas, så sättas de under hvarandra på följande sätt: $\left\{\begin{array}{r}3654\\235\\\hline 3889\end{array}\right\}$. Sedan sammanläggas först de egentliga enheterna, som här äro 4 och 5, och deras summa 9 antecknas under de egentliga enheternas column: derpå sammanläggas tiorna, som här äro 5 och 3, och deras summa 8 antecknas under tiornas column; dernäst sammanläggas hundratalen 2 och 6, hvilkas summa 8 antecknas under hundratalens column; derefter sammanläggas tusentalen, som här äro 3, hvilka antecknas under tusentalens column; hvaraf hela summan här blir 3889.

Likaledes om 3847, 7758, och 5689 skola adderas, sättas de under hvarandra på detta sätt: $\left\{\begin{array}{r}3847\\7758\\5689\\\hline 17294\end{array}\right\}$ och additionen verkställes i samma ordning som förut är nämdt, först med de egentliga enheterna, sedan med tiorna o. s. v. Men summan af de egentliga enheterna blir här $9+8+7=24$ eller två tior

och fyra enheter, af hvilka blott de fyra enheterna uppteckna under enheternas column; de två tiorna föras med summan af tiorna i andra columnen, som derigenom blir 2+8+5+4 eller 19 tior, hvilka äro ugifva 1 hundra och 9 tior, hvaraf blott de 9 tiorna uppteckna under tiornas column, och hundratalet föras med summan af hundratalen i tredje columnen, hvaraf man således får 1+6+7+8 eller 22 hundra och således 2 tusen och 2 hundra; häraf uppteckna nu de 2 hundra under tredje columnen, och de 2 tusen förenas med tusentalen i den fjerde columnen o. s. v.

Af dessa exempel kan man lätt inse, att addition af bestämda tal är blott en reduction, hvarigenom de tal, som utmärka lika slags enheter, sammanläggas, och de särskilta summor, som derigenom uppkomma, betecknas såsom sammanlagde derigenom att man sätter dem jemte hvarandra i den ordning som vi i § 8 redan förklarat.

§ 18.

Ett tal minskas derigenom att ett mindre tal tages derifrån.

Den operation, hvarigenom man tager ett tal från ett annat, och undersöker huru stort det öfverblefna talet är, kallas *Subtraction*.

Att subtrahera är således: att söka det tal, som blir öfver när ett mindre tal tages från ett större. Och detta öfverblefna tal, eller skillnaden emellan det större och mindre talet, kallas *Rest*.

§ 19.

För att beteckna en sådan rest sätter man tecknet —, som kallas *minus*, emellan de två talen; och det så, att det talet, som skall subtraheras eller tagas från det andra, sättes efteråt. Det förra kallas *minuend*, det sednare *subtrahend*.

På detta sätt betecknar 9—3 skillnaden emellan 9 och 3, eller den rest man får då 3 tages från 9. På samma sätt betecknar 9—3—4 den rest man får, då man från 9 subtraherar 3 och sedan från resten subtraherar 4 o. s. v. Och i allmänhet betecknar $a-b$ den rest man får, då b tages från a; $a-b-c$ den rest man får, då man från a först subtraherar b och sedan från resten subtraherar c, o. s. v.

§ 3.

Då ett tal, som består af en enkel ziffra, skall subtraheras från ett annat, som också består af blott en ziffra, så drager man naturligtvis i tankan antalet af den mindre ziffrans enheter från antalet af den större; så finner man t. ex. $9-5=4$; $6-5=1$; o. s. v.

§ 21.

Då deremot tal, som bestå af flera ziffror, skola subtraheras från hvarandra, så är det klart, att man från ett gifvet slags enheter egentligen blott kan subtrahera sådana som utmärka enheter af samma slag; nemligen: egentliga enheter från hvarandra, tior från tior, hundra från hundra, o. s. v. Man skrifver derföre subtrahenden på sådant sätt under minuenden, att egentliga enheter komma att stå under egentliga enheter, tior under tior, hundraden un-

der hundraden o. s. v. Således om man t. ex. från 789 skall subtrahera . . . . .
 . . . . .
 . . . . .

man nu taga ett af de 7 tusen-talen och upplösa det i sina tio hundratal, hvaraf blir inalles 15 hundra, och då nu 7 hundra subtraheras derifrån, blir resten 8 hundra; ifrån de 6 tusen-talen kunna nu 4 tusen subtraheras och resten blir 2 tusen; och således blir hela resten 2858.

§ 22.

För att addera ett och samma tal, taget flera gånger, till en summa, eller söka det tal som uttrycker denna summas storlek, har man en särskilt operation, som kallas *Multiplication.*

Att multiplicera ett tal 4 med ett annat tal 5 är det samma som att addera, eller söka summan af 5 tal, som hvardera äro lika med 4, eller att söka ett tal, som är 5 gånger större än ett annat tal 4. Den sökta summan, eller det tal som är 5 gånger större än 4, kallas *product* utaf dessa talen.

Det tal som multipliceras, eller adderas flera gånger taget, kallas *multiplicand;* och det tal, som utmärker huru många gånger det är taget, eller huru många gånger producten är större än multiplicanden, kallas *multiplicator.*

Multiplicatorn och multiplicanden kallas eljest med ett gemensamt namn *Factorer.*

§ 23.

Då man vill beteckna att ett tal skall multipliceras med ett annat, sätter man antingen tecknet × eller blott en punkt mellan dem; eller ock, om talen äro obestämda, sätter man dem vanligen jemte hvarandra utan något tecken.

Således betecknar t. ex. 3×4 eller 3.4 detsamma som 4 gånger 3, eller den product man får, då 3 multipliceras med 4. Likaledes betecknar $3.4.5$ den product man får, då 3 multipliceras med 4 och producten, som deraf uppkommer, åter multipliceras med 5. Och om ett obestämdt tal a skall multipliceras med ett annat obestämdt tal b, så betecknas producten med ab; skall denna product åter multipliceras med ett tal c, så betecknas den product som deraf uppkommer, med abc, o. s. v. Likaledes betecknar $(a+b)\ (c-d)$ producten, som fås då $a+b$ multipliceras med $c-d$ o. s. v. Om ett och samma tal skall multipliceras med sig sjelf, om a skall multipliceras med a, så betecknar man icke producten med aa, om man skriver för kortheters skull a^2; skall åter denna product multipliceras med a, så betecknas den deraf uppkommande producten med a^3; o. s. v. så att a^4, a^5, a^6, o. s. v. beteckna detsamma som $aaaa$, $aaaaa$, $aaaaaa$ o. s. v. Likaledes betecknar $(a+b)^2$; $(a+b)^3$ detsamma som $(a+b)\ (a+b)$; $(a+b)\ (a+b)\ (a+b)$ o. s. v. De numrorna, som här sättas till höger öfver den qvantitet man multiplicerar med sig sjelf, och som utmärka huru många gånger samma qvantitet ingår som factor i den betecknade producten, kallas *exponenter*.

2

§ 24.

Om två eller flera factorer skola multipliceras med hvarandra, så är det likgiltigt i hvilken ordning multiplicationen sker, så är t. ex. $4.5 = 5.4$; ty 4 är $= 1+1+1+1$; sätter man nu 5 sådane rader under hvarandra på följande sätt:

$$\left.\begin{array}{l} 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \\ 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \\ 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \\ 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \\ 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \\ \hline 4.5 = 5 + 5 + 5 + 5 \end{array}\right\}$$ och adderar alla fyror,

som äro på venstra sidan om likhets-tecknen, så är klart att summan blir fem gånger fyra eller 4.5; men denna summa måste vara lika med summan af alla enheterna, som äro på andra sidan, och dessa enheter äro lika många, man må addera dem i hvilken ordning som helst; man kan derföre särskilt sammanlägga dem, som stå i samma column, då man tydligen får 5 i hvar column; nu är columnernas antal 4; således blir enheternas antal 4 gånger 5, eller 5.4, och följaktligen 4.5 = 5.4.

På samma sätt bevises äfven: att om 4.5 multipliceras med 7, så blir producten densamma som om 4.7 multipliceras med 5.

Ty 4.5 är = 4+4+4+4+4; sätter man nu 7 sådana expressioner under hvarandra på följande sätt:

$$\left.\begin{array}{l} 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ 4.5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ \hline 4.5.7 = 4.7 + 4.7 + 4.7 + 4.7 + 4.7 = 4.7.5 \end{array}\right\}$$

och adderar alla 4.5 på venstra sidan om likhetstecknet, så blir summan 7 gånger 4.5 eller 4.5.7; och då man sammanlägger alla fyror, som äro i samma column på andra sidan, så får man tydligen

24 eller 47 utaf hvar column; och efter columnernas antal äro fem, så blifva alla dessa 4.7 tillsammantagne lika med 5 gånger 4.7 eller 4.7.5, följaktligen är 4.7.5=4.5.7.

§ 25.

Att multiplicera 2ne enkla ziffror med hvarandra:

Härtill fordras att säkert minnas alla de producter, som uppkomma då en ziffra multipliceras med en annan. Detta läres af följande tabell, som är funnen derigenom att hvarje enkel ziffra adderats till sig sjelf från en, ända till nio gånger.

Multiplications-Tabell.

1.	2	3	4	5	6	7	8	9
2.	4	6	8	10	12	14	16	18
3.	6	9	12	15	18	21	24	27
4.	8	12	16	20	24	28	32	36
5.	10	15	20	25	30	35	40	45
6.	12	18	24	30	36	42	48	54
7.	14	21	28	35	42	49	56	63
8.	16	24	32	40	48	56	64	72
9.	18	27	36	45	54	63	72	81

Om man nu af denna tabell vill finna producten af tvenne enkla ziffror, t. ex. 8 gånger 6, så uppsöker man 8 i den öfversta raden och följer dess column rätt ned till dess den afskäres af den column som från ziffran 6 i yttersta columnen till venster går rätt ut till höger; i afskärningen finnes den sökta producten 48.

§ 26.

Om summan af två eller flera tal multipliceras med ett annat, så blir producten lika med summan af de producter man får då hvardera af de förstnämnde talen multipliceras med det sednare; så är t. ex. $456.3 = (400+50+6).\ 3 = 400.3+50.3+6.3$; ty emedan multiplication ej är annat än en fortsatt addition af ett och samma tal till sig sjelf ett visst antal gånger, så är $(400+50+6).\ 3$ detsamma som $400+50+6+400+50+6+400+50+6$.

Och emedan det är likgiltigt i hvilken ordning man adderar talen till hvarandra, så är detta detsamma som $400+400+400+50+50+50+6+6+6$ hvilket åter är detsamma som $400.3+50.3+6.3$.

Anmärkning. Om således a, b, c utmärka trenne tal, så är $(a+b)\ c = ac+bc$. På samma sätt kan äfven bevisas att $(a-b)\ c = ac-bc$.

§ 27.

Ett tal blir multipliceradt med tio, då man till höger tillägger ett noll; med hundra, då man till höger tillägger två noller; med tusen, då man tillägger tre noller o. s. v.

Om t. ex. 426 skall multipliceras med 10, så blir producten $= 4260$; ty derigenom att 0 tillägges till höger, blifva enheterna af hvarje slag förvandlade till enheter af närmast högre slag (§§ 8, 9, 10) och således tio gånger större än förut.

Men då delarne 400, 20 och 6 göras tio gånger större, så blir också hela talet 426 tio gånger större (föregående §).

§ 28.

Då ett tal, som består af flera ziffror, skall multipliceras med en enkel ziffra, uppskrifves multiplicanden under multiplicanden; sedan börjar man från höger till venster att multiplicera hvarje ziffra i multiplicanden med multiplicatorn; af de särskilta producterna uppskrifvas endast enheterna midt under sina motsvarande ziffror i öfra raden, och tiorna anal behållas i minnet för att läggas till nästa följande product, och på detta sätt fortfares till slut, då hela producten är färdig; t. ex.

$$\begin{array}{r} 2863 \\ 6 \\ \hline 17178 \end{array}$$

Detta är tillämpning af §§ 26 och 27.

§ 29.

Om ett tal, som består af flera ziffror, skall multipliceras med ett annat, som blott består af en gällande ziffra med en eller flera noller efter sig, så multiplicerar man, såsom i föregående §, blott med den gällande ziffran; men efter slutad multiplication flyttas nollerna ned till höger om producten. Så är t. ex.

$$\begin{array}{r} 765 \\ 300 \\ \hline 229500 \end{array}$$; ty

765.300=765.3.100 (§ 27); detta är=2295.100 (§§ 24, 26), och detta åter är=229500 (§ 27).

§ 30.

Då ett tal som består af flera ziffror, skall multipliceras med ett annat, som äfven består af flera

ziffror, så skrifvas factorerna under hvarandra; sedan multipliceras hela det öfra talet med hvarje ziffra i det nedra från höger till venster, då man erhåller så många producter som ziffrór finnas i detta senare; dessa producter uppskrifvas i särskilta rader under hvarandra på sådant sätt, att andra radens yttersta ziffra till höger skrifves under första radens andra ziffra från höger; tredje radens yttersta ziffra till höger under andra radens andra ziffra från höger o. s. v.; slutligen adderas alla raderne till en summa, som då blir den sökta producten; t. ex.

$$\begin{array}{r} 576 \\ 345 \\ \hline 2880 \\ 2304 \\ 1728 \\ \hline 198720 \end{array}$$

; ty

576.345=345.576=576.300+576.40+576.5 (§ 26) och detta åter är=172800+23030+2880 (§ 29), och då dessa särskilta producter uppskrifvas till addition under hvarandra på vanligt sätt:

$$\begin{array}{r} 2880 \\ 23040 \\ 172800 \\ \hline 198720 \end{array}$$

så fås samma summa som efter regeln, emedan nollerna icke verka någon förändring i addition, och regeln utgör således en genväg för att slippa onödigtvis uppskrifva flera noller.

§ 31.

Om multiplicanden slutas med noller, så multipliceras endast de gällande ziffrorna med multiplicatorn och nollerna nedflyttas till höger om producten; t. ex.

520
35
260
156
18200; ty

$\frac{18200}{100}$ = 52.10.35 (§ 27) och detta åter är = 52.35.10 (§ 24) eller = 1820.10 = 18200 (§ 27).

§ 32.

På samma sätt om begge factorerna slutas med noller, så multiplceras på samma sätt som om dessa noller icke funnes, och sedan nedflyttas de alla till höger om produkten; t. ex.

780
560
468
390
436800;

$\frac{436800}{10}$ = 780.560 är = 780.56.10 = 43680.10 (föregående §) = 43680.

§ 33.

Division är en operation, hvarigenom man söker ett tal, som är ett visst antal gånger mindre än ett annat. Att således t. ex. dividera ett tal 8 med 2, är att söka ett tal som är 2 gånger mindre än 8; eller hvad som är detsamma: att undersöka huru stor hvar del blir, när talet 8 delas i två lika stora delar.

Talet 8, som delas eller som är ett visst antal gånger större än det sökta, kallas *dividend;* talet 2, som utmärker i huru många delar dividenden skall delas, eller huru många gånger den är större än

det sökta talet, kallas *divisor*, och det sökta talet sjelf, som är 2 gånger mindre än 8, eller som utmärker storleken af hvar del man får då ett tal 8 delas i 2 lika stora delar, kallas *qvot*.

Häraf är klart: att dividenden är lika med producten som fås då divisorn multipliceras med qvoten. Och om man tager qvoten såsom divisor och dividerar samma dividend, så får man den förra divisorn till qvot.

Man kan äfven säga: att division är en operation, hvarigenom man undersöker huru många gånger ett tal är större än ett annat gifvet; ty qvoten utmärker huru många gånger dividenden är större än divisorn.

§ 34.

När man vill beteckna qvoten, som uppkommer då ett tal divideras med ett annat, sätter man antingen dividenden framföre divisorn och sätter två punkter mellan dem, eller ock sätter man divisorn under dividenden med ett streck emellan dem.

Så betecknar t. ex. 8:2 eller $\frac{8}{2}$ den qvot, som uppkommer när 8 divideras med 2. Och i allmänhet betecknar $a:b$ eller $\frac{a}{b}$ den qvot, som uppkommer då a divideras med b, samt $(a+b):(c-d)$ eller $\frac{a+b}{c-d}$ den qvot man får då $a+b$ divideras med $c-d$.

§ 35.

Af § 33 ses att division är en operation, som är rakt motsatt multiplication; och på samma sätt som multiplication kan föreställas genom en uppre-

jed addition, så kan äfven division föreställas genom en upprepad subtraction. Om man t. ex. vill veta hurn många gånger 16 innehålles uti 64, så behöfver man blott subtrahera 16 ifrån 64 så många gånger som detta låter sig göra; och som efter fyra subtractioner ingenting återstår, kan man deraf sluta att 16 innehålles 4 gånger uti 64.

Men då dividenden är betydligt stor i jemförelse med divisorn, skulle denna operation vara för besvärlig; man har derföre påfunnit en genväg svarande mot den method, som multiplication lärer för att i dessamma undvika de upprepade additionerna. Så om dividenden är mindre än 10 gånger så stor som divisorn, hvilket strax ses af sjelfva talen, och divisorn derjemte består blott af en siffra, så finnes genom ej multiplications-tabellen.

Om man t. ex. vill veta huru många gånger 8 innehålles uti 56, så följer man den 8:de columnen ned, ända till den tvärlinia der man finner talet 56; siffran 7, som står ytterst till venster på denna linia, utgör den andra factorn till 56, och utvisar således att 8 innehålles 7 gånger uti 56.

Af tabellen ses äfven att det finnes tal, som icke jemt kunna divideras med andra. Om man t. ex. vill dividera 7 uti något tal som ligger mellan 35 och 42 såsom 40, så ser man att 40 icke jemt kan delas i 7 lika stora delar, utan att hvar del måste bli större än 5, men mindre än 6, emedan 5 gånger 7 är = 35, och att således en rest 5 uppstär, som ytterligare borde delas uti 7 lika stora delar. I denna händelse återfår man icke dividenden, genom att endast multiplicera qvoten med divisorn såsom vi visat i § 33, utan måste ännu till denna product

addera resten; så blir uti det uppgifna exemplet $40 = 5.7 + 5$.

§ 36.

Om summan af flera tal skall divideras med ett annat, så blir qvoten lika med summan af de qvoter, som fås då hvardera af de förstnämnde talen särskilt divideras med det senare; t. ex. $\frac{396}{3}$ som är $= \frac{300+90+6}{3}$ blir $= \frac{300}{3} + \frac{90}{3} + \frac{6}{3}$; ty om division är rätt verkställd, så skall producten af divisorn 3 och qvoten $\frac{300}{3} + \frac{90}{3} + \frac{6}{3}$ eller $100+30+2$ vara lika med dividenden 396, hvilket den äfven här är; ty $3.(100+30+2)$ är $= 3.100 + 3.30 + 3.2$ (§ 26) och detta är tydligen lika med $300+90+6 = 396$, eller lika med den ursprungliga dividenden.

§ 37.

Sättet att dividera sammansatta tal med hvarandra grundar sig på föregående §, emedan hvarje tal, som består af flera ziffror, kan, såsom förut är nämdt, betraktas såsom en summa af flera slags enheter, och man således kan utföra divisionen särskilt uti hvarje slag af enheter.

Om t. ex. 6852 skall divideras med 3, så dividerar man först de 6 tusen med 3, då qvoten blir 2 tusen; sedan dividerar man andra slaget enheter eller 8 hundra med 3, då man får till qvot 2 hundra, och en rest af 2 hundra, hvilken rest såsom hundratal betraktad icke kan divideras med 3; man upplöser den derföre i 20 tior, hvilka förenade

med de 5 sorna, som förut finnas i talet, utgöra 25 tior; och då dessa divideras med 3, får man till qvot 8 tior, samt till rest 1 tio, hvilket såsom tiotal icke kan divideras med 3; man upplöser det derföre i tio enheter, hvilka förenade med de två enheterna, som det förut innehåller, utgöra 12 enheter; och då dessa divideras med 3, får man till qvot 4 enheter. Hela den sökta qvoten blir då lika med summan af alla dessa qvoter, nemligen 2 tusen, 2 hundra, 8 tior och 4 enheter eller 2284.

Likaledes om t. ex. 45888 skall divideras med 12, så kan man icke dividera 4 tio-tusen såsom tiotusental betraktade, utan måste förena dem med nästa slag af enheter till 45 tusen; och när dessa 45 tusen divideras med 12, får man till qvot 3 tusen, och en rest af 9 tusen, hvilken förenas med nästa slag af enheter till 98 hundra; när nu dessa divideras med 12, blir qvoten 8 hundra, och man får en rest af 2 hundra, som förenas med nästa slag af enheter till 28 tior, hvilka, då de divideras med 12, gifva 2 tior till qvot, och 4 tior till rest; denna rest förenas åter med nästa slag af enheter till 48 enheter, hvilka nu divideras med 12, då qvoten blir 4 enheter. Således blir hela qvoten lika med 3 tusen, 8 hundra, 2 tior och 4 enheter eller 3823.

Härpå stödjer sig följande regel för division. Man skrifver divisorn till venster om dividenden; afräknar från venster till höger i dividenden lika många ziffror som finnas uti divisorn (eller en mera om divisorn är större än dividendens afräknade ziffror) och undersöker derefter huru många gånger divisorns första ziffra innehålles i dividendens första ziffra (eller i de tvenne första). Det tal man då får,

utgör första ziffran i qvoten och kan skrifvas till höger om dividenden; med denna ziffra multipliceras hela divisorn och producten subtraheras från de i dividenden afräknade ziffrorna. Till resten, som alltid bör vara mindre än divisorn, nedflyttas följande ziffra i dividenden och divideras å nyo. På detta sätt fortfares tills alla ziffrorna i dividenden blifvit nedflyttade, och iakttages att för hvarje ziffra som nedflyttas, bör en komma i qvoten; men skulle efter skedd nedflyttning dividenden ändock vara mindre än divisorn, så skrifves noll i qvoten och nästa ziffra nedflyttas.

```
1 Ex.  3) 6852 (2284
          6
          ---
          8
          6
          ---
          25
          24
          ---
           12
           12
           --
            0

2 Ex.  12) 45888 (3824
           36
           ---
            98
            96
            ---
             28
             24
             ---
              48
              48
              --

3 Ex.  247) 223288 (904
            2223
            ----
             988
             988
             ---
```

§ 38.

Om dividenden men icke divisorn slutas med en eller flere noller och divisorn jemt innehålles uti dividendens gällande ziffror, så behöfver man icke gifva afseende på nollerna, utan blott verkställa divisionen uti de gällande ziffrorna och sedan vid slutet af qvoten tillägga så många noller som funnos i slutet af dividenden.

Om t. ex. 6300 skall divideras med 3, så sker räkningen på följande sätt:

3) 6300 (2100
6
|
3
3
|

Ty då 3 innehålles 21 gånger uti 63, så måste 3 uti 630, som är hundra gånger större än 63, också innehållas hundra gånger mer; det vill säga: 2100 gånger.

§ 39.

Om både divisorn och dividenden slutas med noller, så kan man bortstryka lika många vid slutet af hvardera och qvoten blir likväl oförändrad; t. ex. om 84000 skall divideras med 400, så är detta detsamma som att dividera 840 med 4; ty man har endast derigenom förändrat enheternas namn, och 4 enheter af första slaget måste innehållas uti 840 enheter af första slaget lika många gånger som 4 enheter af tredje slaget eller 400 innehållas uti 840 enheter af tredje slaget eller 84000, emedan qvoten måste bli densamma, blott enheterna i divisorn och i dividenden äro af samma slag, hvilket detta slag än må vara; t. ex.

```
12500 )8100000( 648
      750
      ---
       600
       500
       ---
       1000
       1000
       ----
```

§ 40.

Då talen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 o. s. v. äro uppställde i den ordning de uppkomma genom det man successift lägger 1 till hvarje förutgående tal, så är klart att blott hvartannat tal, eller blott de så kallade *jemna talen* kunna divideras med 2, hvart 3:dje med 3; hvart 4:de med 4, o. s. v.

Det gifves således flera tal, som icke kunna divideras med något annat tal (utom det att de kunna divideras med sig sjelfva då qvoten blir 1). Sådane äro 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 o. s. v. Dessa tal kallas *primtal.*

De andra talen 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, o. s. v. hvika alla kunna divideras med en eller flera mindre divisorer, och således kunna anses såsom producter af två eller flera smärre tal, eller af ett och samma tal multipliceradt med sig sjelf, kallas *sammansatta.* Dessutom sägas två sådana tal, som icke äga några gemensamma divisorer, vara sins emellan primtal. Så äro t. ex. talen 12 och 35 samt talen 7 och 15 *sins emellan primtal.*

§ 41.

De smärre talen, af hvilka ett sammansatt tal anses såsom product, kunna antingen vara primtal eller sammansatta. I senare fallet måste de åter

kunna anses såsom producter, och upplösas i de factorer, af hvilka de äro sammansatta; och om några af dessa sista factorer äfven äro sammansatta, måste de likaledes kunna upplösas o. s. v., ända till dess alla factorer blifva primtal. T. ex. 24=2.12; om 12 är=2.6 således är 24=2.2.6; nu är 6=2.3 och således blir 24=2.2.2.3.

4. – X.

ANDRA CAPITLET.

Om Bråk.

§ 2.

Vi hafva redan (§ 35) sett att icke hvarje tal kan jämt dividera med hvart och ett annat.

Om man t. ex. vill dela talet 239 uti 8 lika stora delar, så får man till qvot 29 och till rest 7, och denna rest borde således delas uti 8 lika stora delar. För att verkställa denna delning kan man föreställa sig hvar och en af de 7 enheterna delad i 8 lika stora delar, och sedan taga en del af hvarje enhet. Resultatet betecknas med $\frac{7}{8}$ och kallas *bråk*. Det öfra talet 7 kallas *täljare*, och det nedra talet 8 kallas *nämnare*.

Vi hafva, som man ser, för bråken nyttjat samma betecknings-sätt som för division (§ 34), emedan, såsom vi nyss visat, hvarje bråk kan anses hafva uppkommit af en division, der sista resten utgör den återstående dividenden.

Man kan öfver betydelsen af täljaren och nämnaren i ett bråk gifva tvenne förklaringar, som i