Épreuve de $\LaTeX$

Yannis Foucher

29/06/2023

Le candidat devra restituer, à l'aide de son éditeur informatique de document $\LaTeX$ de son choix, les équations ci-dessous. Il devra respecter impérativement la typographie et la mise en forme des équations.

Le candidat devra indiquer le numéro de chaque équation sur son document ; il n'est pas nécessaire de recopier le nom de l'équation. La durée de l'épreuve est dix minutes. À l'issue de l'épreuve, les candidats devront envoyer leur composition au format PDF sur le salon Discord prévu à cet effet. L'usage de documents ou de logiciels externes est interdit. L'accès à l'Internet n'est pas autorisé. L'ordre de la rédaction des équations est laissé au choix du candidat.

Avant l'épreuve, les candidats sont priés de télécharger les modules suivants afin d'avoir tous les outils nécessaires à la rédaction :

```
\usepackage{amsthm}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{amsfonts}
\usepackage{mathtools}
\usepackage{amssymb}
```

Équation 1 (Développement de π en fractions continues)**.**

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cfrac{1}{1 + \cdots}}}}}$$

Équation 2 (Équation de Schrödinger)**.**

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} |\mathbf{\Psi}(t)\rangle = \hat{H} |\mathbf{\Psi}(t)\rangle$$

Équation 3 (Formule de CARDAN).

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}$$

Équation 4 (Définition de exp).

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \exp(x) \underset{\text{def}}{:=} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Équation 5 (Distributivité généralisée).

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\sum_{i\in I_k} a_{k,i}\right) = \sum_{(i_1,\dots,i_n)\in I_1\times\cdots\times I_n}\left(\prod_{k=1}^{n} a_{k,i_k}\right)$$

Équation 6 (Merci qui ?).

$$\int \mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$$

Équation 7 (Formule de l'accélération en coordonnées sphériques).

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} &= \tfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t^2} \\
&= \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)\overrightarrow{e_r} \\
&\quad + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta\right)\overrightarrow{e_\theta} \\
&\quad + \left(r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi}\sin\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta\right)\overrightarrow{e_\varphi}
\end{aligned}$$

Équation 8 (Définition quantifiée de la continuité uniforme).

$$\forall\varepsilon>0, \quad \exists\eta>0, \quad \forall(x,y)\in A^2, \quad |y-x|\leqslant\eta \implies |f(y)-f(x)|\leqslant\varepsilon$$

Équation 9 (Formule du crible).

$$\operatorname{Card}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\sum_{1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n}\operatorname{Card}\left(\bigcap_{j=1}^{k} A_{i_j}\right)$$

Équation 10 (Formule de RAMANUJAN).

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(4n)!}{(n!)^4}\frac{1103+26390n}{(4\times 99)^{4n}}$$

Équation 11 (Identité d'EULER ou la plus belle équation mathématique).

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}+1=0$$

Équation 12 (Équations de Navier-Stokes).

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V}/2) = -\nabla p' + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$$

Équation 13 (Définition de la norme dans un espace de Banach de dimension finie).

$$\left\{ \frac{\|T(x)\|'}{\|x\|} : x \neq 0 \wedge x \in X \right\} \equiv \left\{ \|T(x)\|' : \|x\| = 1 \wedge x \in X \right\}$$

Équation 14 (Fonction ζ de Riemann).

$$\zeta(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{+\infty} \frac{x^{s-1}}{\mathrm{e}^x - 1} \mathrm{d}x$$

Équation 15 (Une formule un peu compliquée...).

$$42 = \lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1}{x} \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{27}{28} \right)^k + \left(\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^{15x} - 1}{x} - (\cos^2 x + \sin^2 x) \right)$$

Équation 16 (Formule de Taylor).

$$f(b) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (b-a)^k + \int_a^b \frac{(b-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t) \mathrm{d}t$$

Équation 17 (Changement de variable intégrale).

$$\int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x) \mathrm{d}x = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t)) \varphi'(t) \mathrm{d}t$$

Équation 18 (Transformée de Fourier).

$$\widehat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} x \xi} \mathrm{d}x$$

Équation 19 (Complexité de Rademacher).

$$\mathcal{R}_S(\mathcal{H}) = \frac{2}{m} \mathbb{E} \left(\sup_{h \in \mathcal{H}} \left| \sum_{i=1}^{n} \sigma_i h(z_i) \right| \right)$$

Équation 20 (Intégrale de Gauss, le retour).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2} \mathrm{d}x = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2 - y^2} \mathrm{d}x \mathrm{d}y} = \sqrt{\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-r^2} r \mathrm{d}r \mathrm{d}\theta} = \sqrt{\pi}$$

Équation 21 (Une bête de somme)**.**

$$\sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant k\leqslant \ell\leqslant n} \frac{i}{jk\ell}$$

Équation 22 (Matrice de transposition)**.**

$$\begin{pmatrix}
1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & \cdots & 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\
0 & \cdots & \cdots & 0 & \vdots & \ddots & 0 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\
0 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & \ddots & \vdots & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & 1 & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\
0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\
0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & \ddots & 0 \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
\end{pmatrix}$$

Fin du sujet