Chapitre 15

Filtrage linéaire

1 Intérêt et applications du filtrage

1.1 Principe

On s'est intéressé dans le chapitre précédent à la réponse d'un circuit linéaire au RSF. On a mis en avant l'intérêt d'étudier la réponse harmonique : le signal d'entrée pouvant être quelconque, il se décompose toujours en série (continue ou non) de Fourier.

La question du filtrage est la suivante : étant donné les différentes composantes (monochromatiques) d'un signal, quelles sont leurs intensités relatives les unes par rapport aux autres après "passage" dans un circuit donné ?

Cette question, pour l'instant mal formulée, se reformule de la façon suivante : est-il possible de sélectionner seulement certaines composantes d'un signal ? Les basses, hautes fréquences ? Une plage donnée ? Si on le fait, avec quelle précision a-t-on éliminé les autres composantes ? Peut-on amplifier le signal ?

Les applications sont nombreuses, pas seulement en électricité : on pourra également parler de filtre mécanique, optique, ...

1.2 Rappel : Série de Fourier

Tout signal périodique (physique donc réel) $s(t)$ de période T, de fréquence $f = \frac{1}{T}$, de pulsation $\omega = 2\pi f$, peut se décomposer de la façon suivante :

$$s(t) = \sum_{0}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n \cos(n\omega t + \phi_n)$$

On ne demandera jamais le calcul de coefficient de Fourier.

.

2 Étude des FLIT

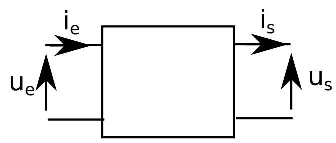
Nous nous limiterons à l'étude des filtres linéaires et indépendants du temps (FLIT).

2.1 Définitions

Le filtrage d'une tension d'entrée pour donner une tension de sortie nécessite deux paires de pôles.

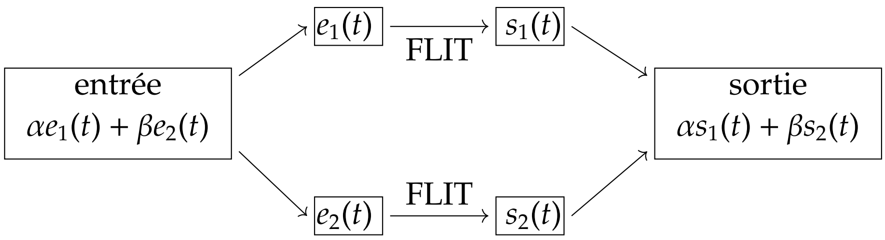
Quadripôle

Un quadripôle transforme une tension d'entrée $u_e(t)$ en une tension de sortie $u_s(t)$. En amont de la tension d'entrée se trouve la source, en aval de la tension de sortie se trouve la charge.



2.2 Linéarité

Si à e_1 (resp. e_2) le filtre associe s_1 (resp. e_2), le filtre associera à l'entrée $\alpha e_1 + \beta e_2$ la sortie $\alpha s_1 + \beta s_2$.



Ceci permet l'utilisation de la décomposition de Fourier, en étudiant la réponse individuelle à chaque composante monochromatique, qu'on somme ensuite après passage par le FLIT.

2.3 Invariance par translation dans le temps

Il est nécessaire que si $s(t)$ et la réponse à $e(t)$, alors $s(t-\tau)$ est la réponse à $e(t-\tau)$ quel que soit τ. Ceci est assuré par le fait d'avoir des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

2.4 Stabilité

On a enfin une propriété de stabilité de ces systèmes : si l'entrée est bornée, la sortie doit également l'être. Le régime transitoire doit donc s'achever sans diverger.

Pour les circuits d'ordre 1 et 2 régis par des équations différentielles linéaires à coefficients constants, ceci est équivalent à demander que les coefficients soient de même signes.

2.5 Fonction de transfert

Soit un FLIT établi entre une entrée $e(t)$ et une sortie $s(t)$. La linéarité et l'invariance temporelle donnent une EDL à coefficients constants :

$$a_N \frac{\mathrm{d}^N s}{\mathrm{d}t^N} + \cdots + a_1 \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + a_0 s = b_M \frac{\mathrm{d}^M e}{\mathrm{d}t^M} + \cdots + b_1 \frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t} + b_0 s$$

Pour des raisons de causalité, on aura toujours $N > M$. En notation complexe :

$$\sum_n a_n (j\omega)^n \underline{s} = \sum_k b_k (j\omega)^k \underline{e}$$

Ceci mène à la définition :

$\underline{H}(j\omega)$

On définit, en notation complexe, la fonction de transfert

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}}$$

Il s'agit d'une fraction rationnelle en $j\omega$, elle contient toute l'information sur la réponse harmonique du système. Elle est indépendante des grandeurs électriques du filtre, et ne dépend que des paramètres des composants du filtre.

Comment représenter $\underline{H}$? Il s'agit d'une fonction à valeurs complexes, on pourrait la représenter en 3D, ce qui n'est pas commode...on utilise plutôt la séparation module/argument.

Gain

On appelle gain du filtre la quantité $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$.

2.6 Diagramme de Bode

On extrait de cette grandeur complexe deux informations : son module et sa phase. Traditionnellement, on représente alors en fonction de ω :

Diagramme de Bode

Le *diagramme de Bode* d'un filtre est composé de la représentation en fonction de $\log\omega$ de :

— son gain logarithmique $G_{dB}(\omega) = 20\log(|H(j\omega)|)$ en décibels (en échelle logarithmique).

— sa phase $\phi(\omega) = \arg(H(j\omega))$ (échelle linéaire).

La représentation de ces deux informations constitue alors le diagramme de Bode du filtre. Il contient toute l'information sur la réponse harmonique du filtre.

2.7 Types de filtres

On distingue les filtres selon leurs propriétés de coupure, c'est à dire quelle partie des fréquences ils laissent passer. Pour décider arbitrairement de la notion de "coupure", on choisit la définition suivante :

Fréquence de coupure

On appelle pulsation de coupure une pulsation pour laquelle :

$$|H(j\omega_c)| = \frac{H_{\max}}{\sqrt{2}}$$

On l'appelle "pulsation de coupure à -3 dB" car $20\log(H_{\max}/\sqrt{2}) = G_{dB,max} - 3$: le gain logarithmique perd 3 dB par rapport à sa valeur maximale.

On peut alors classifier les principaux types de filtres :

Types de filtres

— Un filtre passe-bas laisse passer les fréquences $[0, f_c]$.

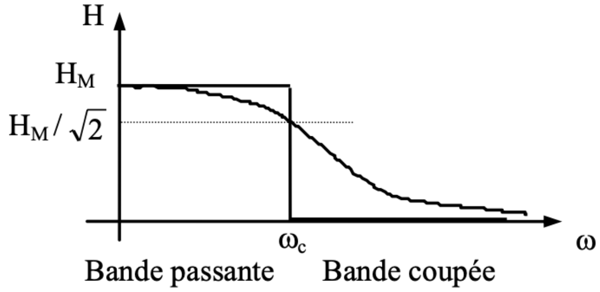
— Un filtre passe-haut laisse passer les fréquences $[f_c, +\infty[$.

— Un filtre passe-bande laisse passer les fréquences $[f_{c,1}, f_{c,2}]$.

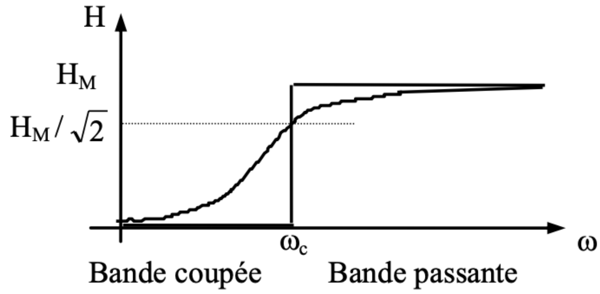
— Un filtre coupe-bande (réjecteur de bande) laisse passer les fréquences $[0, f_{c,1}] \cup [f_{c,2}, +\infty[$.

Remarque : la notion de "laisser passer" ou "rejeter" est bien sûr subjective et dépend de la convention de la coupure à -3dB. Si on veut correctement couper des fréquences données, il est nécessaire qu'elles se situent loin de la fréquence de coupure, côté non-passant.

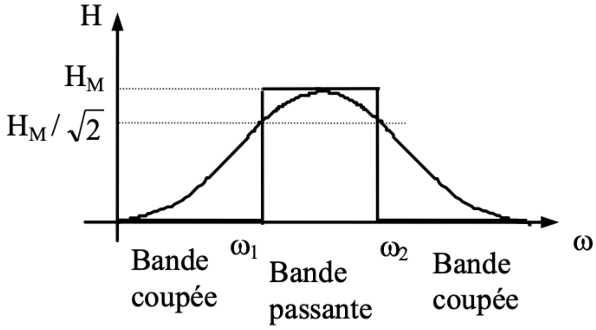
1. Passe-bas



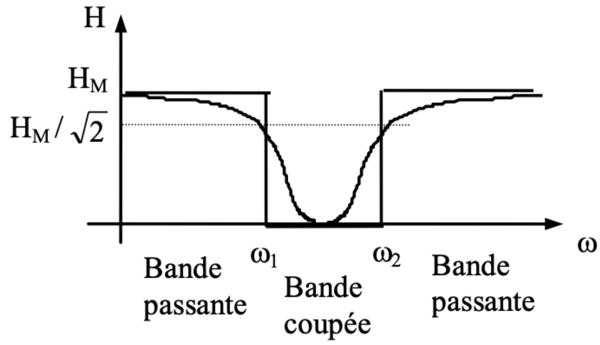
2. Passe-haut



3. Passe-bande



4. Coupe-bande (réjecteur)



2.8 Études asymptotiques

Lors de l'étude des filtres, on distingue deux types d'analyses asymptotiques :
• Qualitative :
On cherchera toujours, avant de calculer la fonction de transfert d'un filtre, à étudier qualitativement le comportement du filtre en haute et basse fréquence.

Ceci consiste principalement à remplacer les bobines et condensateur par leur comportement en BF/HF, et à étudier le comportement de la tension de sortie.

Ceci permet d'identifier (presque systématiquement) la nature du filtre en jeu, ce qui permet d'aiguiller le calcul de sa fonction de transfert.

• Quantitative : une fois calculée la fonction de transfert, on peut bien sûr la faire tracer directement, mais il est bon de savoir utiliser les limites asymptotiques pour avoir une idée de l'allure du graphe.

Pour ce faire, on cherche des "équivalents" du gain et de la phase aux basses/hautes fréquences. On complète par quelques valeurs intermédiaires.

2.9 Méthode générale

Étude d'un filtre

— Analyser qualitativement le comportement BF/HF du filtre. En déduire sa nature.

— Calculer la fonction de transfert par la méthode qui semble la plus adaptée.

— Déterminer l'ordre du filtre, qui sera cette année systématiquement le degré du polynôme en $j\omega$ présent au dénominateur.

— Mettre la fonction de transfert sous la forme canonique appropriée.

— Identifier les paramètres (fréquence de coupure, facteur de qualité, ...).

— Calculer les équivalents asymptotiques BF/HF.

— Tracer. Commenter les zones remarquables (résonance, comportement dérivateur/intégrateur).

3 Filtrage du premier ordre

3.1 Filtre passe-bas du premier ordre

Exemple de réalisation pratique

On étudie le cas du circuit RC série. La sortie du filtre est prise comme la tension aux bornes du condensateur.

Analyse BF/HF :

• En BF, le condensateur bloque le courant, la tension aux bornes de la résistance est quasiment nulle, d'où par loi des mailles $s \approx e$: les BF passent.

• En HF, le condensateur est un fil, d'où $s \approx 0$: les HF ne passent pas.

c'est bien un passe-bas.

Calcul de la fonction de transfert :

On applique un pont diviseur de tension pour obtenir :

$$\underline{H} = \frac{1/jC\omega}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

Fonction de transfert canonique

PB 1

La fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre peut être mise sous la forme canonique

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jx}}$$

avec H_0 le gain statique, $x = \frac{\omega}{\omega_c}$ la pulsation réduite et ω_c la pulsation de coupure.

Gain

On a

$$G_{dB}(x) = 20\log\left(\frac{H_0}{\sqrt{1+x^2}}\right) = G_0 - 10\log(1 + x^2)$$

• BF : $x \to 0$ donc $G_dB(x) \sim G_0$.

• HF : $x \to +\infty$, donc $G_{dB}(x) \sim G_0 - 20\log x$. Il s'agit d'une droite de pente -20 dB/décade.

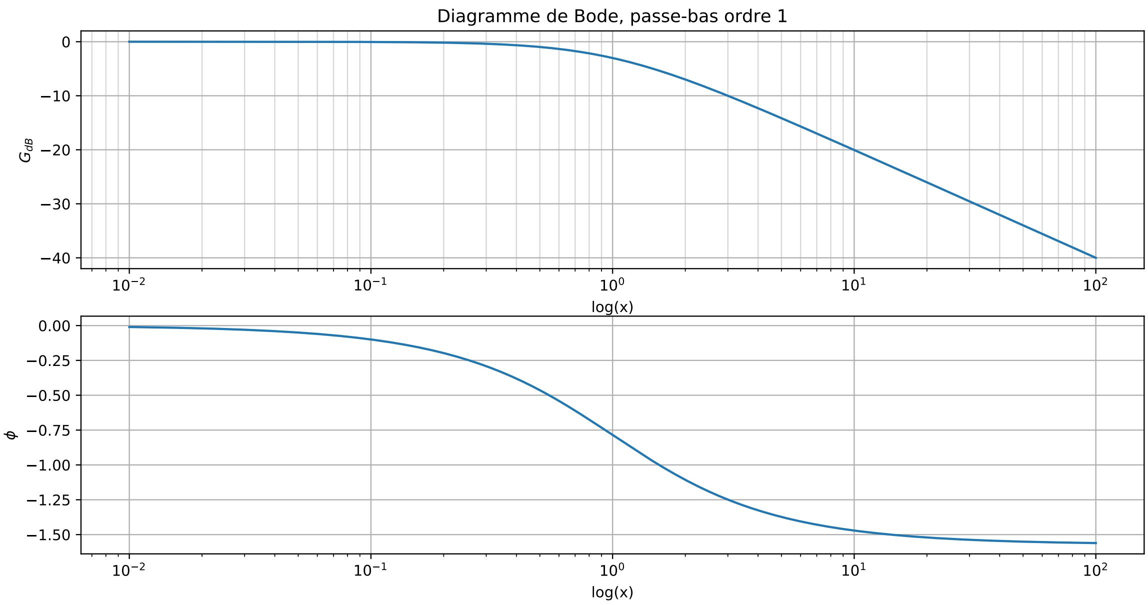
• $x = 1$, $G(x = 1) = G_0 - 3$ par définition de la coupure à -3 dB.

Phase

La phase est donnée par :

$$\phi = \arg(\underline{H}(jx)) = -\arctan(x)$$

Diagramme de Bode



Comportement intégrateur

Aux hautes fréquences, la fonction de transfert est équivalente à $\frac{H_0}{jx}$. On a donc la relation

$$\underline{s} = H_0 \omega_c \frac{\underline{e}}{j\omega}$$

Dans le domaine réel, le signal de sortie est donc proportionnel à la primitive du signal d'entrée.

On peut proposer l'équivalence suivante :

Caractère intégrateur

Un filtre présente un caractère intégrateur dans un domaine de fréquences si la pente du diagramme de Bode dans ce domaine est de -20 dB/décade

3.2 Filtre passe-haut du premier ordre

Exemple de réalisation pratique

On étudie le cas du circuit RC série. La sortie du filtre est prise comme la tension aux bornes de la résistance.

Analyse BF/HF :

• En BF, le condensateur bloque le courant, la tension aux bornes de la résistance est quasiment nulle, d'où $s \approx 0$: les BF ne passent pas.

• En HF, le condensateur est un fil, d'où par LDM $s \approx e$: les HF passent.

c'est bien un passe-haut.

Calcul de la fonction de transfert :

On applique un pont diviseur de tension pour obtenir :

$$\underline{H} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

Fonction de transfert canonique

PH 1

La fonction de transfert d'un filtre passe-haut du premier ordre peut être mise sous la forme canonique

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{H_0 jx}{1 + jx}}$$

avec H_0 le gain statique, $x = \frac{\omega}{\omega_c}$ la pulsation réduite et ω_c la pulsation de coupure.

Gain

On a

$$G_{dB}(x) = 20\log\left(\frac{H_0 x}{\sqrt{1+x^2}}\right) = G_0 + 20\log x - 10\log(1+x^2)$$

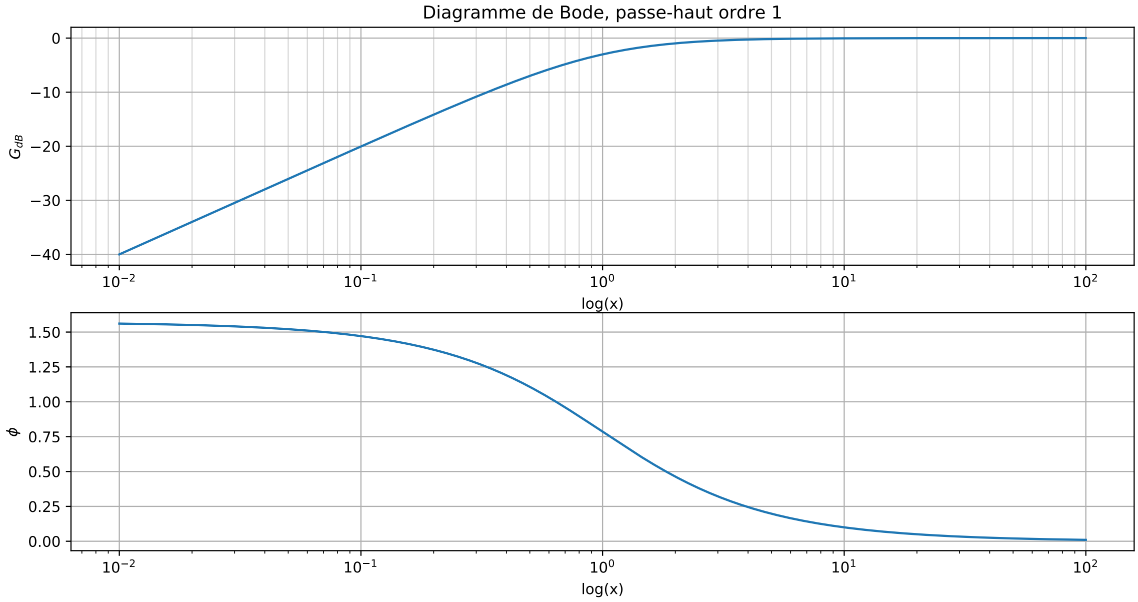
• BF : $x \to 0$ donc $G_dB(x) \sim G_0 + 20\log x$. Il s'agit d'une droite de pente +20 dB/décade.
• HF : $x \to +\infty$, donc $G_{dB}(x) \sim G_0$..
• $x = 1$, $G(x = 1) = G_0 - 3$ par définition de la coupure à -3 dB.

Phase

On a

$$\phi = \arg\left(\frac{H_0 jx}{1+jx}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan(x)$$

Diagramme de Bode



Autre Exemple de réalisation

Reprenons l'exemple du circuit RL. On a montré dans le chapitre 13 que la tension aux bornes de la bobine pouvait s'écrire :

$$\underline{u}_L = \frac{jL\omega}{R + jL\omega}\underline{e}$$

Le filtre ainsi réalisé prend en entrée la tension source $\underline{e}$, et sort la tension $\underline{u}_L$. La fonction de transfert d'un tel filtre est

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$$

qui est bien un passe-bas du premier ordre, de gain statique 1 et de pulsation de coupure $\frac{R}{L}$.

Comportement dérivateur

Aux basses fréquences, la fonction de transfert est équivalente à $H_0 jx$. On a donc la relation

$$\underline{s} = \frac{H_0}{\omega_c}(j\omega)\underline{e}$$

Dans le domaine réel, le signal de sortie est donc proportionnel à la dérivée du signal d'entrée.

On peut proposer l'équivalence suivante :

Caractère dérivateur

Un filtre présente un caractère dérivateur dans un domaine de fréquences si la pente du diagramme de Bode dans ce domaine est de +20 dB/décade

4 Filtrage du second ordre

Exemple de réalisation

Plaçons-nous aux bornes de la capacité. La fonction de transfert s'écrit alors :

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Posant $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}, x = \frac{\omega}{\omega_c}, Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$, on obtient bien la forme canonique

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

4.1 Passe-bas du second ordre

Passe-bas 2

La fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 2 s'écrit canoniquement :

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}}$$

Gain

Le gain vaut :

$$G_{dB}(\omega) = 20\log(H_0) - 20\log(\sqrt{(1-x^2)^2 + x^2/Q^2}) = G_0 - 10\log((1-x^2)^2 + x^2/Q^2)$$

• En basses fréquences l'argument du logarithme est équivalent à 1, on a donc :

$$G_{dB}(\omega)\underset{\sim}{\mathrm{BF}}G_0$$

• En hautes fréquences l'argument du logarithme est équivalent à x^4, on a donc :

$$G_{dB}(\omega) \underset{\mathrm{BF}}{\sim} G_0 - 40\log x$$

Ainsi, le diagramme de Bode en gain présentera une pente de -40 dB/décade en HF.

Remarque : cette fonction de transfert est déjà connue, il s'agit de la même forme canonique que celle de la résonance en tension du condensateur dans le RLC série. On sait alors que selon les valeurs de Q, la fonction de transfert présentera un maximum.

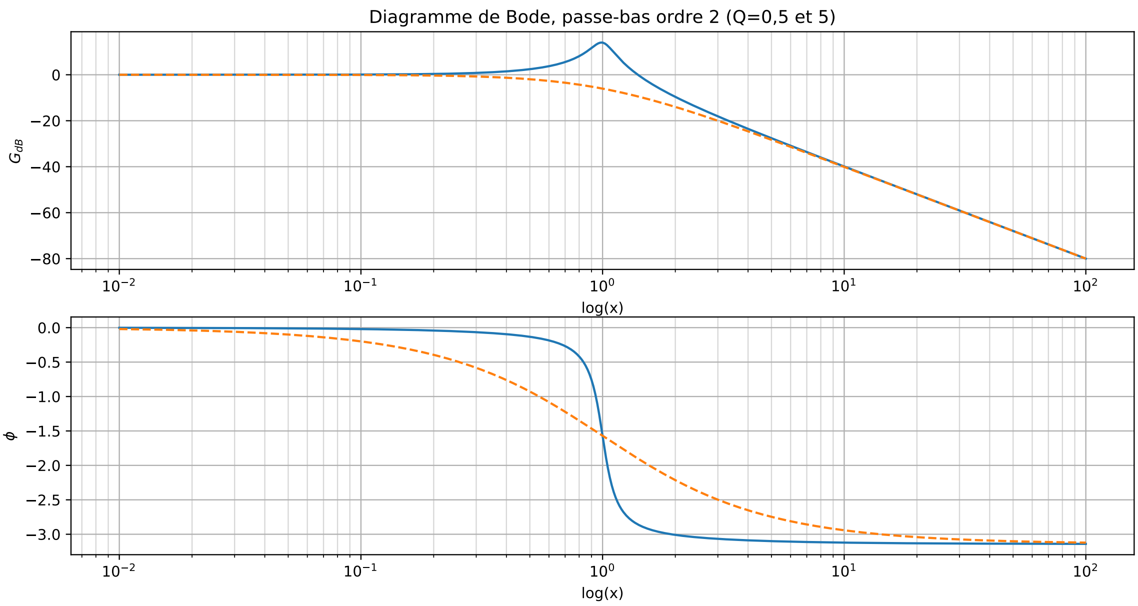
Phase

On utilise l'astuce de multiplier haut et bas par $-j$ afin d'éviter la disjonction de cas. On a alors :

$$\phi = \arg(-H_0 j) - \arg(x/Q + j(x^2-1)) = -\pi/2 - \arctan\left(Q\frac{x^2-1}{x}\right)$$

• BF : $\frac{x^2-1}{x} \sim -1/x$ donc l'arctangente tend vers $-\pi/2$ d'où un déphasage nul.
• HF : $\phi \to -\pi$ car $\frac{x^2-1}{x} \sim x$.
• $x = 1 : \phi \to -\pi/2$.

Diagramme de Bode



Remarque : le saut autour de $\phi = -\pi/2$ est d'autant plus brusque que Q est grand. Il y a ici une sorte d'analogie avec la bande passante.

Remarque : la présence d'une résonance peut occasionner un *dépassement*, néfaste ou non.

4.2 Passe-bande

Exemple de réalisation

Plaçons-nous aux bornes de la résistance. La fonction de transfert s'écrit alors :

$$H(j\omega) = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega + \frac{1}{jRC\omega}}$$

Posant $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}, x = \frac{\omega}{\omega_c}, Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$, on obtient bien la forme canonique

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

Passe-bande 2

La fonction de transfert d'un filtre passe-bande d'ordre 2 s'écrit canoniquement :

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} = \frac{H_0 \frac{jx}{Q}}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}}$$

Gain

Le gain s'écrit

$$G_{dB}(x) = 20\log\left(\left|\frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}\right|\right) = 20\log\left(\frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}\right)$$

• BF : c'est $1/x$ qui domine, d'où $G_{dB}(x) \sim 20\log\left(\frac{H_0 x}{Q}\right) \sim 20\log(H_0/Q) + 20\log x$. Il s'agit d'une droite de pente +20 dB/décade (comportement dérivateur en BF), translatée vers le bas d'autant que Q est grand.

• HF : c'est x qui domine, d'où $G_{dB}(x) \sim 20\log\left(\frac{H_0}{Qx}\right) \sim 20\log(H_0/Q) - 20\log x$. Il s'agit d'une droite de pente -20 dB/décade (comportement intégrateur en HF, translatée vers le bas d'autant que Q est grand.

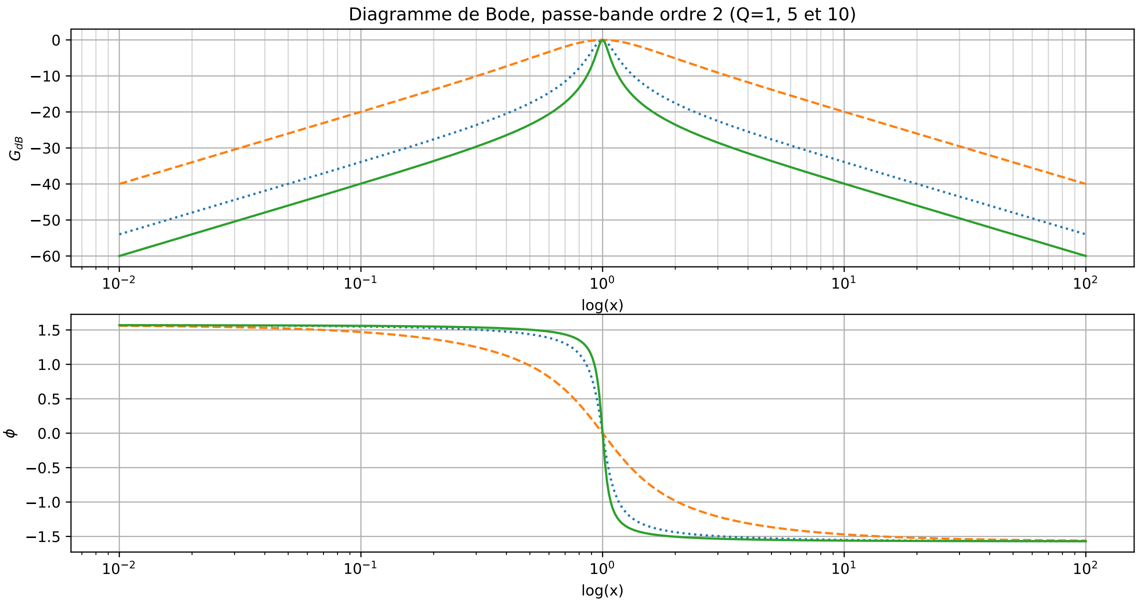
• $x = 1$: $G_{dB} = 20\log(H_0)$.

Phase

En supposant $H_0 > 0$:

$$\phi(x) = -\arctan(Q(x - 1/x))$$

Diagramme de Bode

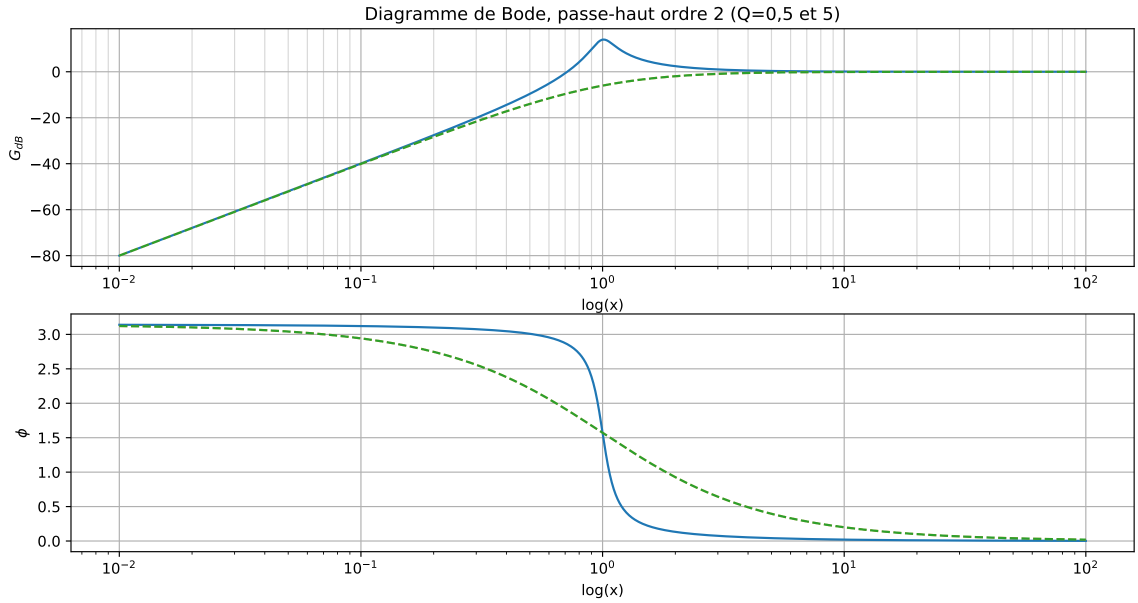


4.3 Passe-haut du second ordre (HP)

Passe-haut 2

La fonction de transfert d'un filtre passe-haut d'ordre 2 s'écrit canoniquement :

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{-H_0 x^2}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}}$$

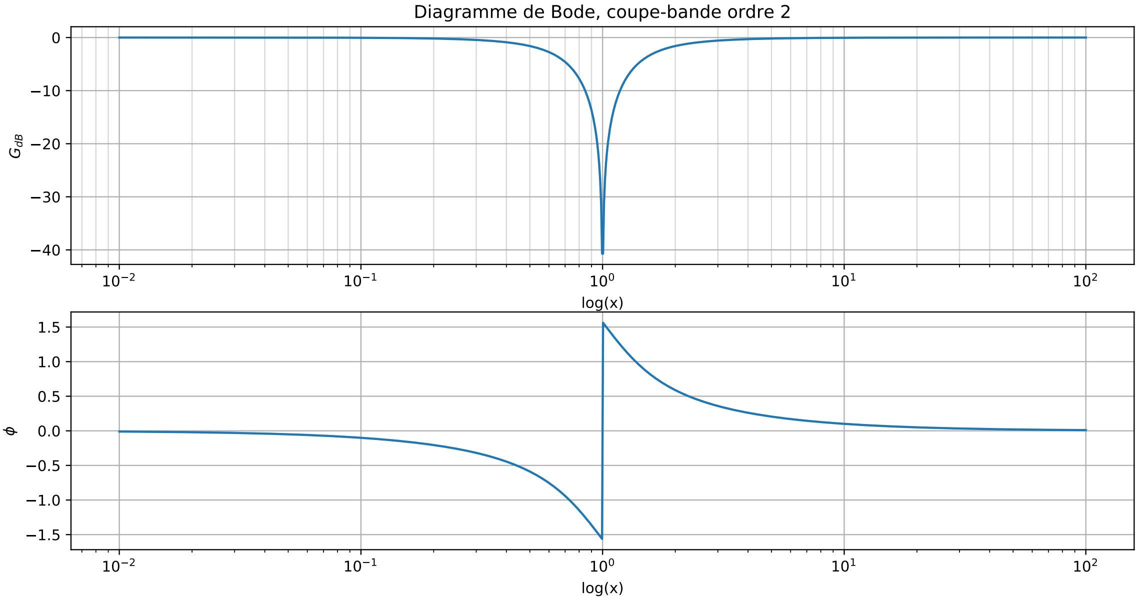


4.4 Coupe-bande (HP)

Coupe-bande 2

La fonction de transfert d'un filtre passe-haut d'ordre 2 s'écrit canoniquement :

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{H_0(1-x^2)}{1-x^2+\frac{jx}{Q}}}$$



5 Effet du filtrage sur un signal non-sinusoïdal

L'intérêt de la linéarité était de pouvoir étudier séparément la réponse aux composantes harmoniques. Voyons à présent ce qui se produit lorsqu'on fait la synthèse des différentes composantes de la sortie.

5.1 Généralités

Soit un signal d'entrée périodique, dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$e(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \psi_n)$$

de représentation complexe

$$\underline{e} = \sum_{n=0}^{+\infty} A_n \exp(j(n\omega_0 t + \psi_n))$$

Par définition de la fonction de transfert harmonique, chaque composante $e^{jn\omega_0 t}$ est transformée en $\underline{H}(jn\omega_0)e^{jn\omega_0 t}$. En sommant ensuite ces diverses réponses harmoniques, on obtient la sortie totale en notation complexe :

$$\underline{s} = \sum_{n=0}^{+\infty} \underline{H}(jn\omega_0) A_n \exp(j(n\omega_0 t + \psi_n)) = \sum_{n=0}^{+\infty} 10^{\frac{G_{dB}(n\omega)}{20}} A_n \exp(j(n\omega_0 t + \psi_n + \phi(n\omega)))$$

Soit finalement en notation réelle :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} 10^{\frac{G_{dB}(n\omega)}{20}} A_n \cos(n\omega_0 t + \psi_n + \phi(n\omega))$$

Remarque : conventionnellement, $\psi_0 = 0$ et alors $\phi(0) = 0$ (même si ce n'est pas vrai sur le diagramme de Bode, il n'y aurait pas de sens à parler du déphasage de la composante continue).

Conclusion : À moins de cas spécifiquement simples (une, deux, trois harmoniques dans le signal), si on ne dispose pas d'un moyen numérique de tracé, il faut recourir à une analyse qualitative fréquentielle du filtre pour esquisser l'allure du signal de sortie.

5.2 Rôles des BF/HF dans un signal

BF/HF

Les basses fréquences d'un signal contiennent la forme générale du signal.
Les hautes fréquences construisent les détails fins, les discontinuités (de la fonction ou de ses dérivées).

Conséquence : toute opération de moyenne (glissante ou non) sur un signal a pour effet de lisser les irrégularités, et donc de diminuer l'effet des hautes fréquences.

Moyennage, lissage

Le filtrage d'un signal par moyennage ou lissage a un comportement passe-bas.

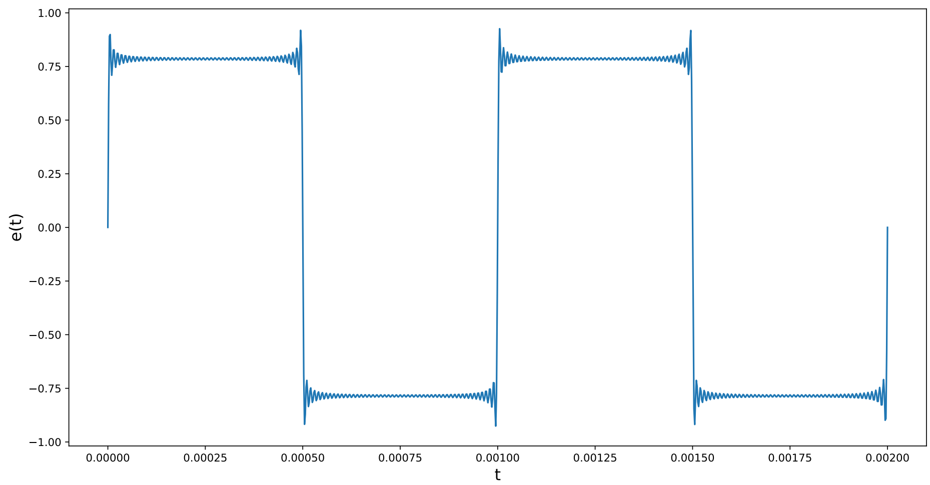
Un théorème important (et massivement hors-programme) stipule que si une fonction est C^k par morceaux, alors les coefficients de Fourier A_n vérifient : $A_n = O\left(\frac{1}{n^{k+1}}\right)$ au voisinage de l'infini. Ceci permet de comprendre pourquoi les signaux discontinus (C^0 par morceaux) contiennent d'avantage d'harmoniques que les signaux triangle (C^1 par morceaux), eux même en contenant d'avantage que les signaux plus lisses, etc.

5.3 Filtrage passe-bas d'un créneau

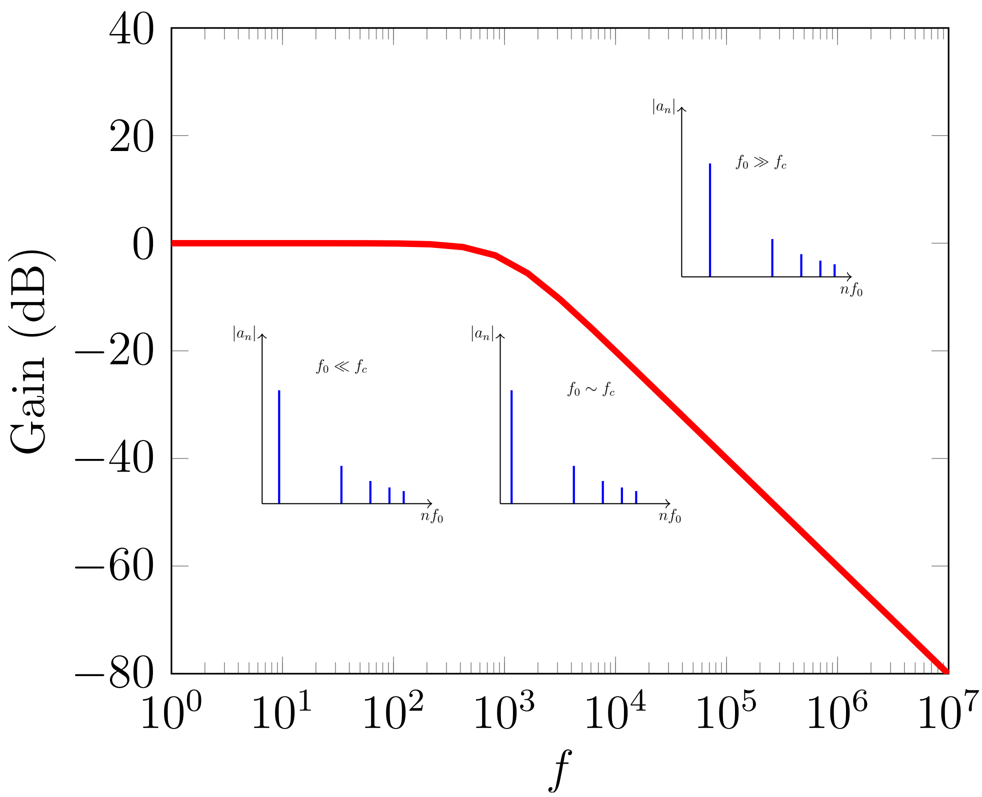
La décomposition de Fourier d'un créneau symétrique (impair) est donnée par :

$$e(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin((2k+1)2\pi f_0 t)}{2k+1}$$

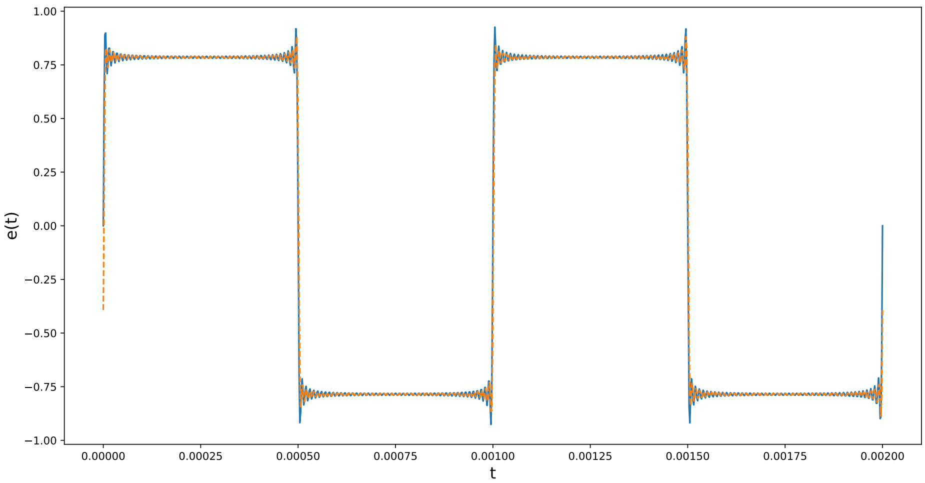
Avec $n = 100$ harmoniques, on obtient :



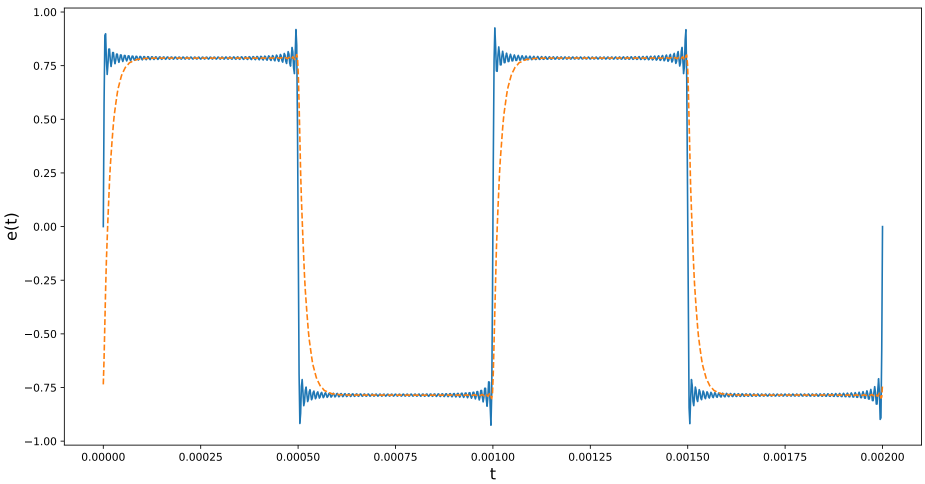
On s'intéresse au filtrage passe-bas (d'ordre 1) d'un créneau dans trois régimes différents, selon que sa fréquence est faible devant f_c, du même ordre, ou grande devant f_c. Afin d'interpréter la forme du signal de sortie, on reproduit le spectre du signal d'entrée au niveau du diagramme de Bode.



- Si $f \ll f_c$, une bonne partie du signal passe : la plupart des harmoniques sont transmises sans déphasage. On efface les détails de la discontinuité du créneau, car ceux-ci sont générés par les composantes à très haute fréquence.

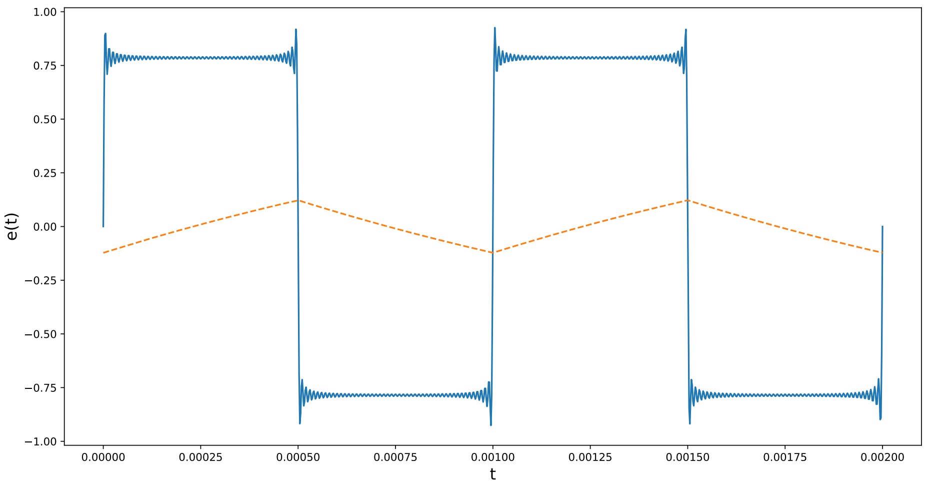


Noter qu'à cause de la décroissance lente, il est nécessaire d'être loin de la fréquence de coupure, sans quoi on perd rapidement les harmoniques élevées responsables de la discontinuité.



La réalisation passe-bas par un RC permet de comprendre la forme du signal : il s'agit du cas où la période du créneau est très grande devant le temps caractéristique du circuit.

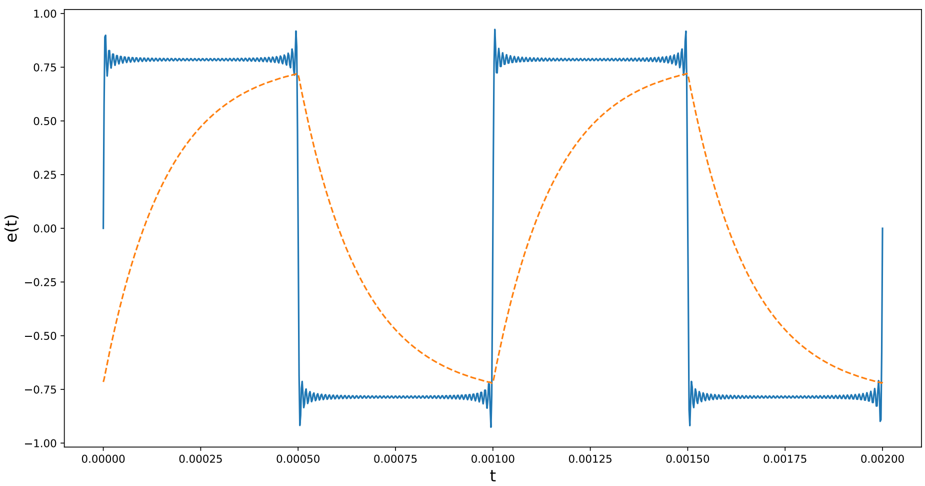
- Si $f \gg f_c$, une bonne partie du signal est coupée : la plupart des harmoniques sont coupées. Le signal est essentiellement représenté par sa première composante, qui est fortement atténuée.



Le caractère intégrateur du filtre apparaît.

La réalisation passe-bas par un RC permet de comprendre la forme du signal : il s'agit du cas où la période du créneau est très faible devant le temps caractéristique du circuit.

- Si $f \sim f_c$, on est dans un cas intermédiaire : le signal est déformé, moyenné car seules passent les harmoniques de basses fréquences.

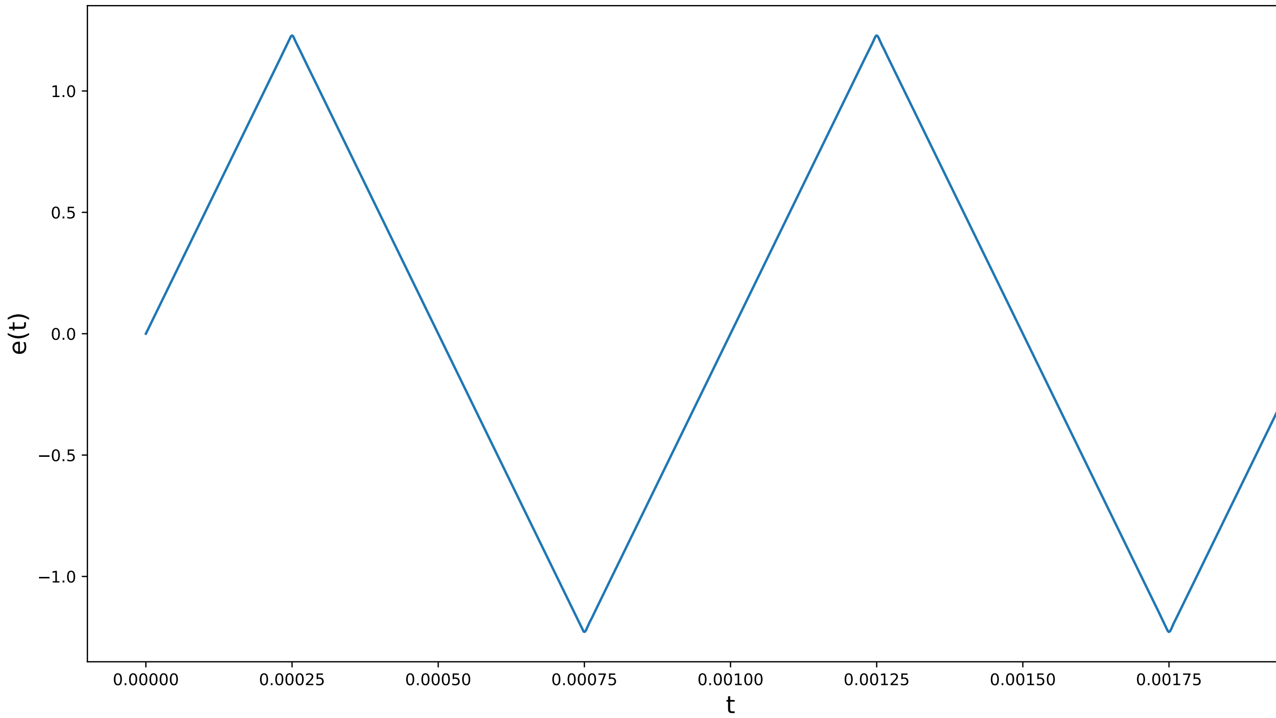


5.4 Filtrage passe-haut d'un triangle

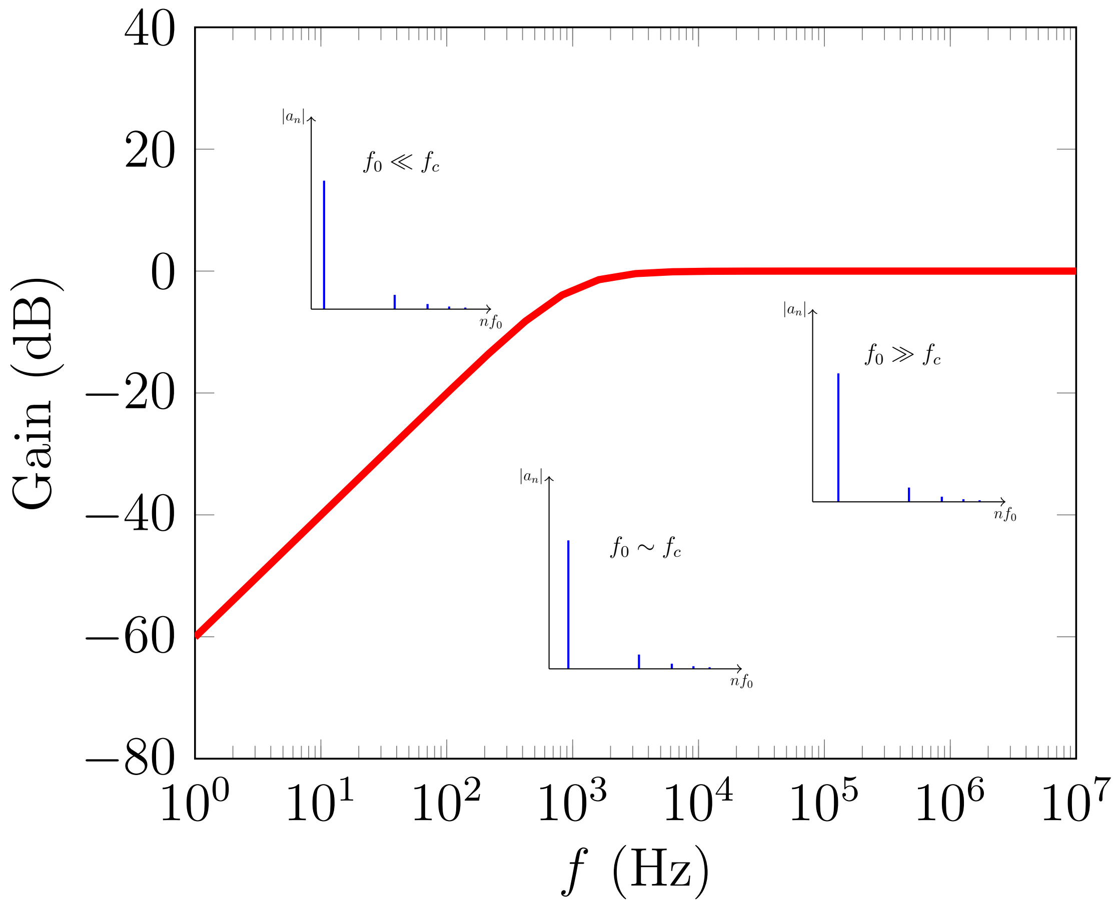
La décomposition de Fourier d'un triangle symétrique est donnée par :

$$e(t) = \frac{8E}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\sin((2k+1)2\pi f t)}{(2k+1)^2}$$

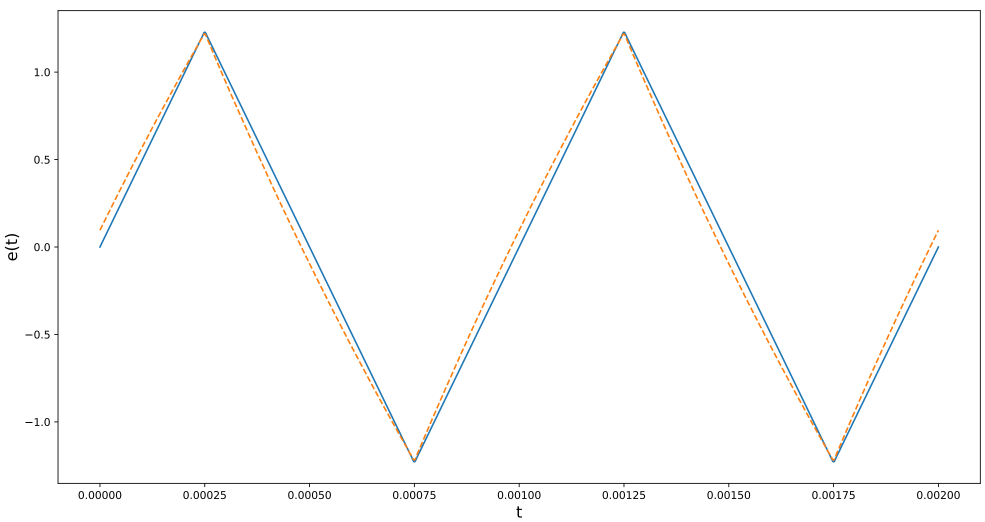
Avec $n = 100$ harmoniques, on obtient :



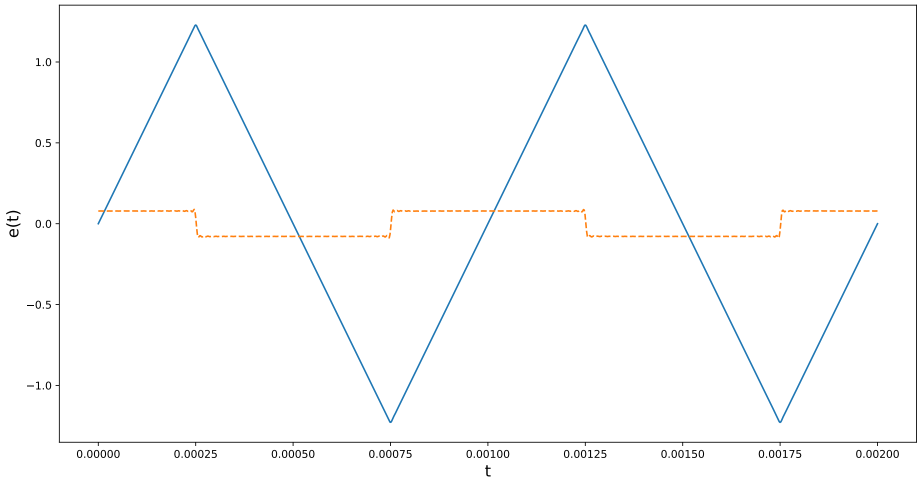
On s'intéresse au filtrage passe-haut d'un triangle dans trois régimes différents, selon que sa fréquence est faible devant f_c, du même ordre, ou grande devant f_c.



- Si $f \gg f_c$, le signal passe : en raison du caractère passe-haut, si le fondamental est retransmis fidèlement, alors les harmoniques également.

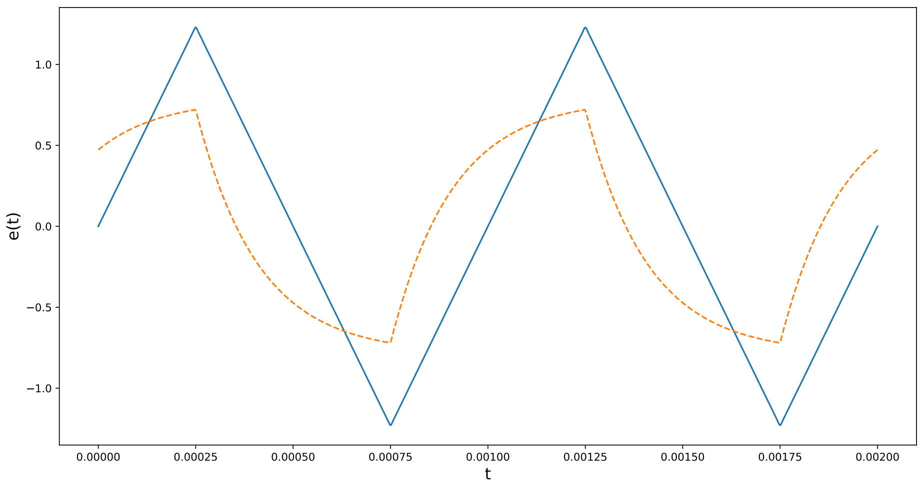


- Si $f \ll f_c$, une bonne partie du signal est coupée : la plupart des harmoniques sont coupées. Le signal est essentiellement représenté par sa première composante, qui est fortement atténuée.



  Le caractère dérivateur du filtre apparaît. Il n'est net que si une majorité des composantes est dans le domaine dérivateur.

- Si $f \sim f_c$, on est dans un cas intermédiaire : le signal est déformé, car les basses fréquences sont atténuées, mais les hautes fréquences fidèlement restituées.



5.5 Inconvénients des filtres passifs

Mise en cascade

Cf. exo TD

Influence de la charge de sortie

(à venir)

Conclusion

Le filtrage permet de sélectionner des bandes très étroites dans le domaine des fréquences. Que ce soit les applications à la détection radio (cf. télécoms), à la mesure sismique (utilisation de passe haut pour s'affranchir du bruit des tremblements de terre) ou de l'électronique de précision, les filtres sont omniprésents.

Les filtres présentés dans ce chapitre étaient :

- analogique, c'est à dire qu'ils agissaient sur un signal directement mesuré, à valeurs réelles. L'avènement du numérique a permis la numérisation des données, qui a généré l'émergence de filtres numériques.
- passif, c'est à dire qu'il n'y a pas d'amplification due à une source d'énergie extérieure (on a au mieux $G_{dB} = 0$)). L'ajout de composants actifs permet l'amplification de certains signaux (ceux qui passent !) et est essentiel dans la réalisation d'oscillateurs commandés (GBF).

À noter que les filtres n'interviennent pas qu'en électronique : filtres mécaniques, filtres optiques, filtres thermiques...