Chapitre 24

Étude des machines thermiques

"Partout où il existe une différence de température, il peut y avoir production de force motrice." Sadi Carnot, *Réflexions sur la puissance motrice du feu*

1 Principes et contraintes de fonctionnement

1.1 Introduction historique

Machine à vapeur de James Watt autour de 1770 : première révolution industrielle.

Sadi Carnot publie en 1824 : "Réflexions sur la puissance motrice du feu". Il y énonce le second principe (sous une forme différente de la forme actuelle, *cf. infra*). Le but est d'expliquer les performances des machines thermiques, notamment en terme de rendement.

1.2 Intérêt

Intérêt des machines thermiques plutôt que mécanique : plus d'énergie dans les transferts thermiques que dans les variations d'énergie cinétique macroscopique. En particulier en présence de changements d'état !

En effet : une tonne d'eau tombant d'une hauteur de 100 m produit un transfert d'énergie cinétique $W = -\Delta E_p = mg\Delta h = 1$ MJ.

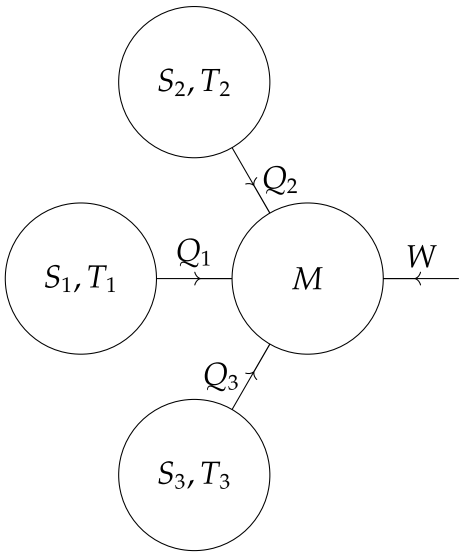
Mais en liquéfiant seulement 1 kg de vapeur, on récupère $m\ell_{vap} = 2,3$ MJ.

En revanche, la conversion énergie mécanique - énergie électrique peut être rendue quasi-parfaite. Qu'en est-il de la conversion énergie interne/travail mécanique ?

1.3 Définitions

Machine thermique

On appelle machine thermique un système thermodynamique dit fluide caloporteur, qui effectue des cycles de transformations thermodynamiques. Par métonymie, la machine thermique désigne souvent l'ensemble du dispositif contenant le système thermodynamique et les éléments responsables des transformations.
Au cours de ces transformations, ce système échange avec un ou plusieurs sources (thermostats de températures T_i) des transferts thermiques Q_i. Il échange également un travail algébrique W avec l'extérieur.



Rappel : Q_i, W sont algébriques. Le cycle est moteur si $W < 0$, récepteur si $W > 0$.

On s'intéressera en particulier au cas des machines dithermes, pour lesquelles la machine thermique est en contact avec deux sources, l'une dite froide, l'autre dite chaude.
Remarque sur la réversibilité des cycles : on aura toujours réversibilité mécanique, sinon le diagramme de Clapeyron n'a pas de sens ! En revanche, les autres sources d'irréversibilités peuvent être présentes.

1.4 Application des principes

Rappel : sur un cycle, les fonctions d'état ne varient pas.
Premier principe :

$$\Delta U = W + \sum Q_i = 0$$

Second principe :

$$\Delta S = S_e + S_c = \sum_i \frac{Q_i}{T_i} + S_c = 0 \Rightarrow \sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \quad \text{Clausius}$$

Ce dernier énoncé correspond à la formulation de Clausius du second principe.

Énoncé de Clausius du second principe

Pour un système en contact avec n thermostats à températures T_i :

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

1.5 Machine monotherme

Un énoncé historique du second principe du à William Thomson, ensuite anobli Lord Kelvin :

Énoncé de Kelvin du second principe

Le moteur (cyclique) monotherme n'existe pas. Autrement dit, un processus thermodynamique s'effectuant par contact avec une unique source de chaleur ne peut avoir comme seul effet de produire du travail.

Démonstration : On considère une machine thermique qui n'est reliée qu'à un unique thermostat à la température T.

Dans ce cas, le second principe impose :

$$\frac{Q}{T} \leq 0 \Rightarrow Q \leq 0 \Rightarrow W \geq 0$$

C'est dommage, car un tel moteur permettrait de faire avancer un bateau en rejettant de la glace derrière lui...

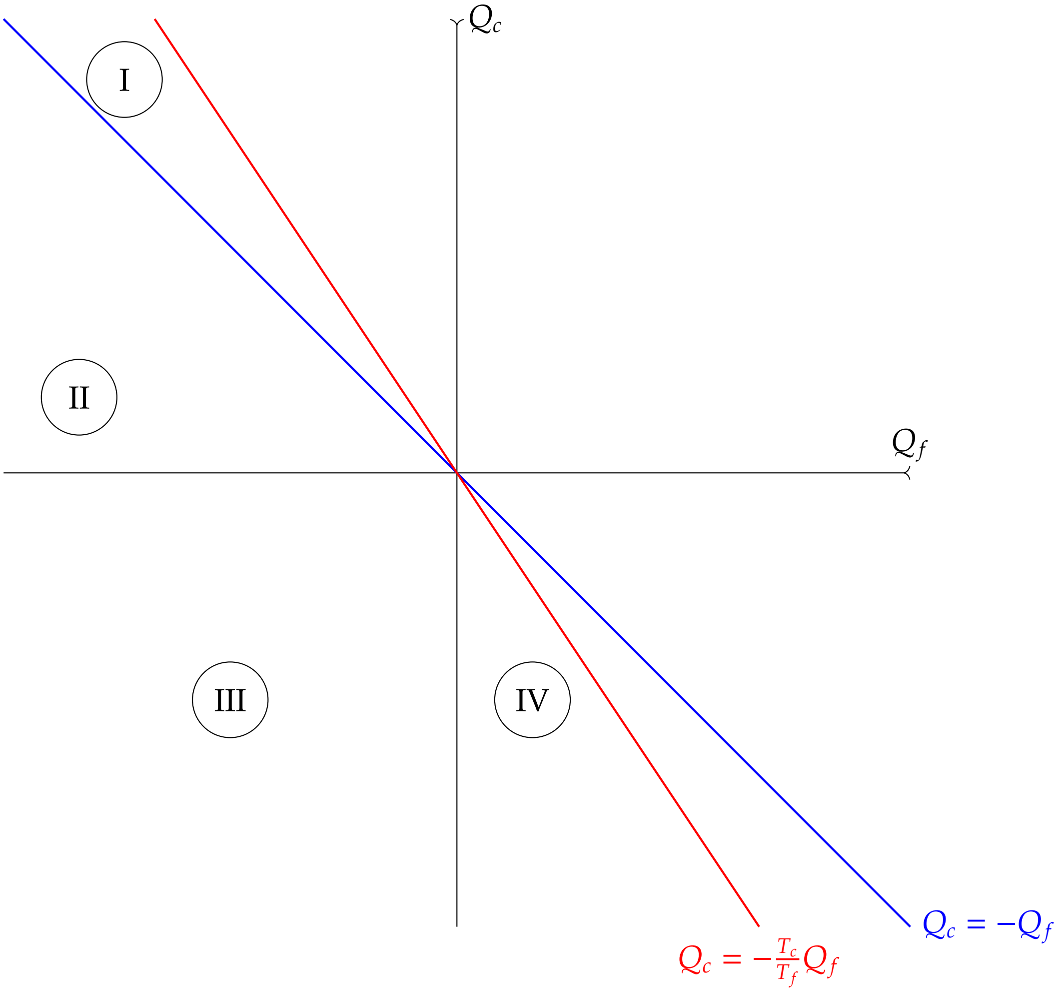
1.6 Classification des machines dithermes : diagramme de Raveau

On souhaite classifier les machines dithermes. Pour cela, on applique les deux principes à la machine thermique en contact avec une source chaude à la température T_c, et une source froide à la température T_f. On a alors :

$$Q_c = -Q_f - W$$

$$Q_c \leq -\frac{T_c}{T_f} Q_f$$

On représente dans un diagramme Q_c, Q_f.

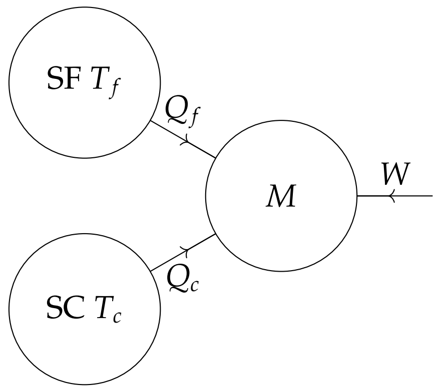


On a quatre zones :

1. $W < 0, Q_c > 0, Q_f < 0$: moteurs dithermes.
2. $W > 0, Q_c > 0, Q_f < 0$: inutile, on dépense de l'énergie pour un transfert naturel.
3. $W > 0, Q_c < 0, Q_f < 0$: inutile, on dépense de l'énergie pour tout perdre.
4. $W > 0, Q_c < 0, Q_f > 0$: récepteurs dithermes.

2 Moteurs cycliques dithermes

2.1 Schéma de principe



$$W < 0, Q_c > 0, Q_f < 0$$

2.2 Sens des échanges thermiques

Montrons que $W < 0 \Rightarrow Q_c > 0$ et $Q_f < 0$.
On a en effet $W = -Q_c - Q_f < 0 \Rightarrow -Q_c \leq Q_f$ et $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$. Donc :

$$\frac{T_c}{T_f}Q_f \leq -Q_c \leq Q_f \Rightarrow \left(\frac{T_c}{T_f} - 1\right)Q_f \leq 0 \Rightarrow Q_f \leq 0$$

Et si $Q_f < 0$, d'après le premier principe $-Q_c$ est également négatif, donc $Q_c > 0$.

Moteur ditherme

Un moteur ditherme reçoit effectivement un transfert thermique de la part de la source chaude, et fournit effectivement un transfert thermique à la source froide.

2.3 Théorème de Carnot

La notion de rendement passe toujours par l'évaluation du rapport entre ce qu'on récupère sur ce qu'on a investi.

Rendement d'un moteur

Pour un moteur, le rendement vaut :

$$\eta = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur couteuse}} = \frac{-W}{Q_c}$$

Le grand résultat de la thermodynamique des moteurs thermiques suit :

Théorème de Carnot

Le rendement d'un moteur cyclique ditherme est inférieur au rendement de Carnot :

$$\eta \leq \eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

η_c ne dépend pas de la géométrie et de la composition de la machine, mais seulement des températures des sources.
L'égalité est obtenue pour un fonctionnement réversible du moteur.

Démonstation : on a d'après les principes $-W = Q_c + Q_f$ et $\frac{Q_f}{Q_c} \leq -\frac{T_f}{T_c}$:

$$\eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

En pratique, ce sont les causes de création d'entropie qui vont faire diminuer le rendement, et en particulier :

— les frottements entre les différentes parties de la machine

— les gradients de grandeurs intensives : notamment de température, ce qui empêche d'augmenter à loisir T_f/T_c pour améliorer le rendement.

2.4 Cycle de Carnot

"La condition nécessaire du maximum est donc qu'il ne se fasse dans les corps employés à réaliser la puissance motrice de la chaleur aucun changement de température qui ne soit dû à un changement de volume."

Cette phrase issue des *Réflexions sur la puissance motrice du feu* enseigne quelque chose d'essentiel : si on veut atteindre le rendement maximal, il faut éviter la création d'entropie, et donc les gradients. Les différences de pression sont rarement contraignantes, mais les différences de température le sont : on sait en effet que $S_c > 0$ dès lors qu'il y a contact thermique entre deux corps à des températures différentes. La solution proposée par Carnot contourne ce problème :

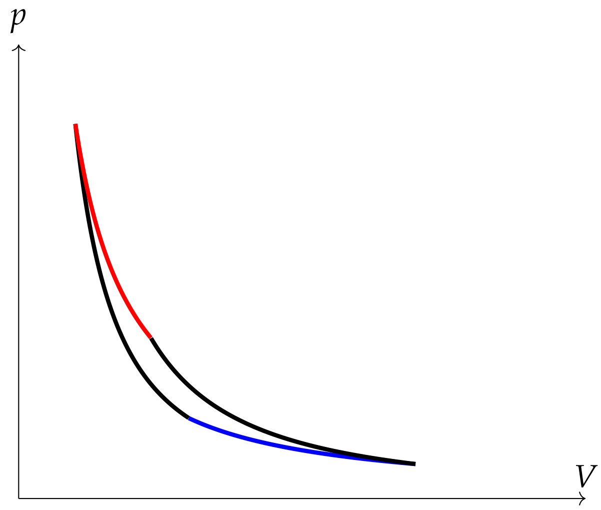
Cycle de Carnot

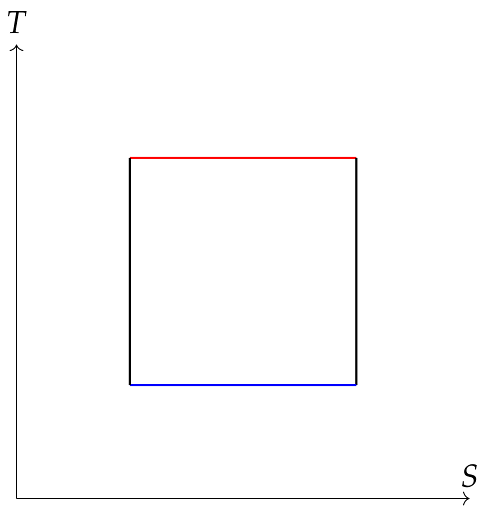
Le cycle (moteur) de Carnot consiste en deux adiabatiques (réversibles) et deux isothermes.

Corollaire : tout cycle moteur ditherme différent du cycle de Carnot possède nécessairement un rendement inférieur au rendement de Carnot.

Le contact avec les sources thermiques se fait pendant les phases isothermes : il peut y avoir des transferts thermiques (changement de phase), mais l'entropie créée sera nulle. L'absence de différence de température limite les causes d'irréversibilité.

Représentation du cycle de Carnot dans les diagrammes (p, V) et (T, S) :





En pratique, ce cycle est contraignant : pour que l'entropie créée soit rigoureusement nulle, il faut agir de manière quasi-statique, ce qui génère des cycles très longs ! Par ailleurs, on voit sur le schéma de gauche que le cycle de Carnot est en pratique très plat dans le diagramme de Watt, d'où un travail fourni peu intéressant...

2.5 Rendement des moteurs réels

Centrale nucléaire : $T_f = 300$ K et $T_c = 600$ K. $\eta_c = 0,5$, en pratique autour de 30, 40%.

Moteur de voiture : $T_f = 300$ K, $T_C = 3000$ K, $\eta_c = 0,9$. En pratique au mieux autour de 40% pour un moteur réel, et beaucoup plus bas en ville.

Remarque : Une fois le calcul du travail effectué sur un cycle fait, on préfère généralement donner la puissance du moteur, en multipliant par le nombre de cycles effectué par second.

Exemple : estimation de Fermi de la puissance d'une voiture.

Typiquement $|W_{\text{tot}}| \sim p_{\text{max}}(V_{\text{max}} - V_{\text{min}}) \sim 10^6 \times 10^{-}3 \sim 1$ kJ. À 2000 tours/min, on effectue 33 cycles/s, d'où une puissance de 33 kW, qu'on peut convertir en chevaux(-vapeur) : 45 cv. La puissance "moyenne" d'une voiture est de 113 cv, l'ordre de grandeur est le bon.

2.6 Cogénération

La cogénération est la production simultanée de deux formes d'énergie différentes dans la même centrale. Le cas le plus fréquent est la production simultanée d'électricité et de chaleur utile par des moteurs thermiques ou des turbines à gaz1.

La cogénération est une technique efficace d'utilisation des énergies fossiles et renouvelables, qui valorise une énergie généralement rejetée dans l'environnement, comme la chaleur. .

3 Récepteurs cycliques dithermes

3.1 Originalité

On fournit du travail à la machine pour qu'elle puisse réaliser une action "contre nature" : extraire du transfert thermique de la source froide, et fournir un transfert thermique à la source chaude. Il faut donc être "plus froid que le froid, plus chaud que le chaud". Ici, on n'explique pas comment on fait (cf partie suivante).

Schéma de principe.

3.2 Réfrigérateur/air conditionné

La grandeur utile est le transfert thermique froid $Q_f > 0$, la grandeur coûteuse le travail $W > 0$. On ne parle plus de rendement mais d'efficacité (rapport de deux grandeurs cédées).

Efficacité d'un récepteur "refroidissant"

L'efficacité s'exprime comme :

$$e = \frac{Q_f}{W}$$

On montre alors :

Efficacité maximale

L'efficacité d'un récepteur refroidissant est bornée supérieurement :

$$e \leq e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

L'efficacité maximale ne dépend que des températures des sources.

Démonstration :

$$e = \frac{Q_f}{W} = \frac{Q_f}{-Q_c - Q_f} = \frac{1}{-\frac{Q_c}{Q_f} - 1} = \frac{-1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$$

Or $\frac{Q_c}{Q_f} \leq -\frac{T_c}{T_f}$, et $x \mapsto \frac{-1}{1+x}$ est croissante donc préserve l'ordre. Ainsi :

$$e \leq \frac{-1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

□

A.N. : pour un congélateur à -18°C et une pièce à 20°C, $e_c \approx \frac{255}{293-255} \approx 6,7$. En pratique, plutôt de l'ordre de 3 à cause de l'irréversibilité.

Remarque : pourquoi $\eta \leq 1$ mais e peut dépasser 1 ? Parce que η est un rapport d'une grandeur fournie sur une reçue (effectivement), alors que e divise deux grandeurs reçues.

Remarque : il ne sert à rien de refroidir une pièce avec un frigo, car on montre que $|Q_c| > Q_f$.

Remarque : le climatiseur, c'est pareil, seulement la source chaude n'est plus la pièce où se trouve le frigo, mais l'extérieur.

3.3 Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur fonctionne selon le même principe qu'un frigo : on veut refroidir le froid, et réchauffer le chaud. Mais la grandeur utile est maintenant Q_c, qui est négative car perdue par la machine thermique.

On aura donc :

Efficacité d'une PAC

$$e = \frac{-Q_c}{W}$$

Efficacité maximale

L'efficacité d'une pompe à chaleur est bornée supérieurement :

$$e \leq e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

Démonstration :

$$e = \frac{-Q_c}{W} = \frac{-Q_c}{-Q_c - Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$$

Or $\frac{Q_f}{Q_c} \geq -\frac{T_f}{T_c}$, et $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ est décroissante donc inverse l'ordre. Ainsi :

$$e \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

$\square$

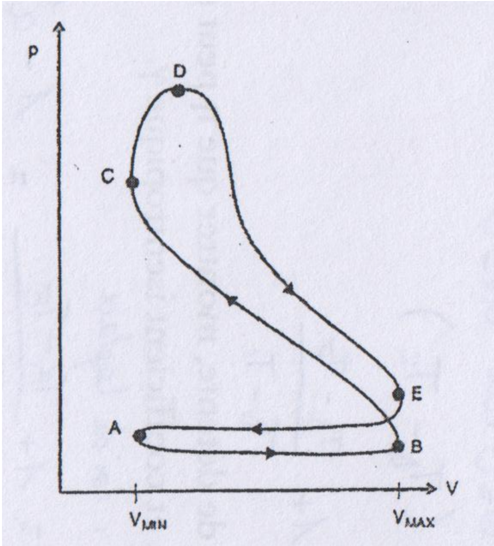
A.N. : $e_c \approx \frac{290}{290-277} \approx 22,3$.

Remarque : avec un watt de courant, on a 22,3 watts de chaleur ! En pratique, c'est très rentable, car même si $e \leq e_c$, on a toujours $e > 1$, et il est donc plus rentable de se chauffer comme ça qu'avec un radiateur ($\approx$ résistance). Mais en vrai, les coûts d'entretien et d'installation ne sont pas si intéressants.

4 Moteur thermique : cycle de Beau de Rochas

4.1 Principe

Le moteur à explosion est constitué d'un piston mobile dans un cylindre muni de soupapes d'admission et d'échappement. L'évolution des gaz contenus dans le cylindre peut être représentée dans un diagramme de Watt où les points remarquables A, B, C, D et E correspondent aux extrema de la pression ou du volume.



On peut décomposer un cycle de fonctionnement en quatre phases successives correspondant chacune à un aller simple du piston : on parle couramment des quatre temps du moteur.

- 1er temps : admission AB.

  Le cylindre ayant son volume minimal, la soupape d'admission s'ouvre et le mélange gazeux {air + carburant} entre dans le cylindre à pression atmosphérique constante. Le piston se déplace jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal.

- 2ème temps : compression BC.

  La soupape d'admission se ferme et le mélange est comprimé jusqu'à ce que le volume soit minimal.

- 3ème temps : explosion CDE.

  Au point C, une étincelle électrique produite par la bougie provoque la combustion exothermique du mélange : ceci a pour effet de faire augmenter fortement la pression jusqu'à atteindre la pression maximale en D. Les gaz d'échappement (produits de la combustion) se détendent ensuite, le piston se déplaçant jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal (point E).

- 4ème temps : détente EA.

  Au point E, la soupape d'échappement s'ouvre sur l'atmosphère : l'expulsion des gaz d'échappement s'accompagne d'une baisse de la pression et du volume. On est ramené au point A, début du premier temps suivant.

4.2 Modélisation

Afin d'exprimer le rendement thermodynamique du moteur à explosion et de discuter de son optimisation, on adopte le modèle suivant :

• Le mélange initial air +carburant et les gaz d'échappement sont assimilés à un seul et même gaz parfait (G) de coefficient isentropique $\gamma = 1,4$. Une telle approximation est raisonnable : l'air est en large excès dans les mélanges et est constitué principalement de gaz diatomiques.

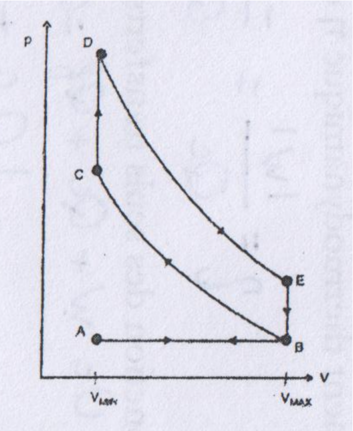
• (G) ne subit aucune évolution chimique. La chaleur dégagée par la combustion du carburant est supposée être fournie par une source chaude fictive. Le diagramme de Watt réel du moteur est remplacé par le diagramme modèle suivant :

— L'admission AB et l'échappement BA sont supposés isothermes et isobares.

— La compression BC et la détente DE sont supposées adiabatiques (transferts thermiques à travers les parois du cylindre très lents par rapport à la durée de ces évolutions) et réversibles (frottements négligés). D'après le second principe, ces deux évolutions sont donc supposées isentropiques.

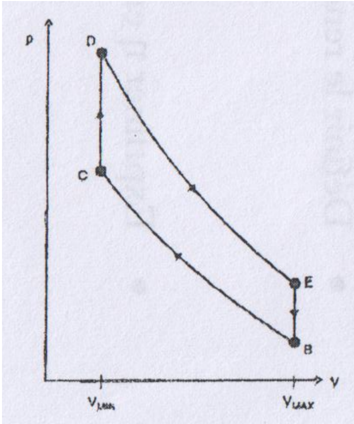
— La combustion CD est supposée être suffisamment rapide pour que le piston n'ait alors pas le temps de se déplacer : échauffement isochore.

— L'ouverture de la soupape d'échappement en E ramène très rapidement les gaz à la pression atmosphérique. Le piston n'a par conséquent pas le temps de bouger et les gaz n'ont pas le temps de s'échapper du cylindre au cours de l'évolution EB. On a donc un refroidissement EB isochore d'un système fermé au contact de l'atmosphère qui joue ici le rôle de source froide.



On remarque que les travaux reçus par les gaz au cours des phases AB et BA se compensent : on peut omettre ces étapes au cours desquelles le système.

(S) = gaz contenu dans le cylindre est un système ouvert. Pour l'évolution BCDEB, en revanche, (S) est un système fermé évoluant de manière cyclique au contact de deux sources de chaleur :lal source chaude fictive et l'atmosphère. Dans le modèle adopté, le transfert thermique reçu par le gaz n'étant plus issu d'une combustion interne mais provenant d'une source chaude fictive, il n'est plus nécessaire de renouveler le gaz. Tout se passe donc comme si une certaine quantité de gaz (G) décrivait indéfiniment le cycle de Beau de Rochas en recevant algébriquement le travail W, le transfert thermique Q_c de la part de al source chaude fictive et el transfert thermique Q_f de la part de l'atmosphère.



4.3 Calcul du rendement

• On détermine le travail du cycle :
Deux isochores CD et EB sur lesquelles le travail est nul (isochores).
Pour la compression adiabatique BC : $W_{BC} = \Delta U_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_B)$.
Pour la détente adiabatique DE : $W_{DE} = \Delta U_{DE} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_E - T_D)$.
D'où : $W_{\text{tot}} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_B + T_E - T_D)$, nécessairement négatif car le cycle est parcouru en sens horaire (moteur).
• L'étape de contact avec la source chaude est CD, d'où :

$$Q_c \equiv Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_D - T_C)$$

• Le rendement vaut alors :

$$\eta = \frac{-W}{Q_c} = \frac{-T_C + T_B - T_E + T_D}{T_D - T_C} = 1 - \frac{T_E - T_B}{T_D - T_C}$$

Or, les transformations BC et DE étant adiabatiques réversibles (avec toutes les hypothèses nécessaires par ailleurs) :

$$T_B V_{\text{max}}^{\gamma-1} = T_C V_{\text{min}}^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$$T_E V_{\text{max}}^{\gamma-1} = T_D V_{\text{min}}^{\gamma-1} \Rightarrow$$

Et on en déduit, en posant $a = \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}$, rapport volumétrique du moteur, le rendement :

$$\boxed{\eta = 1 - a^{1-\gamma}}$$

Il semble donc préférable de maximiser le rapport volumétrique afin de maximiser le rendement. En pratique, ceci n'est pas toujours souhaitable, notamment en terme de compromis vis-à-vis de la réaction de combustion.

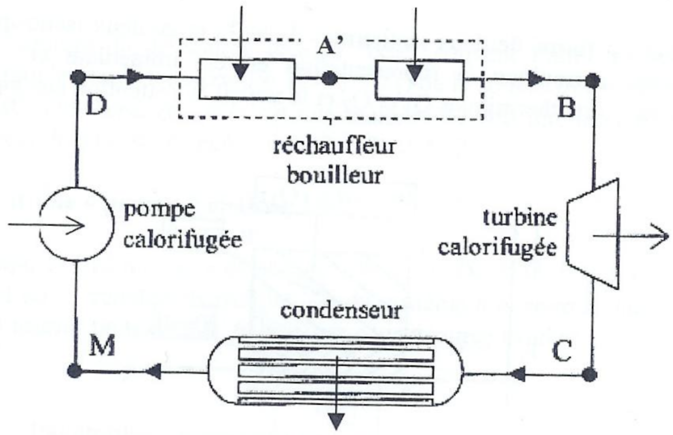
5 Machine à vapeur : cycle de Rankine

5.1 Présentation

Dans une machine à vapeur, l'eau subit des transformations consistant à réaliser des échanges thermiques avec une source chaude (le bouilleur-réchauffeur) et avec une source froide (le condenseur).

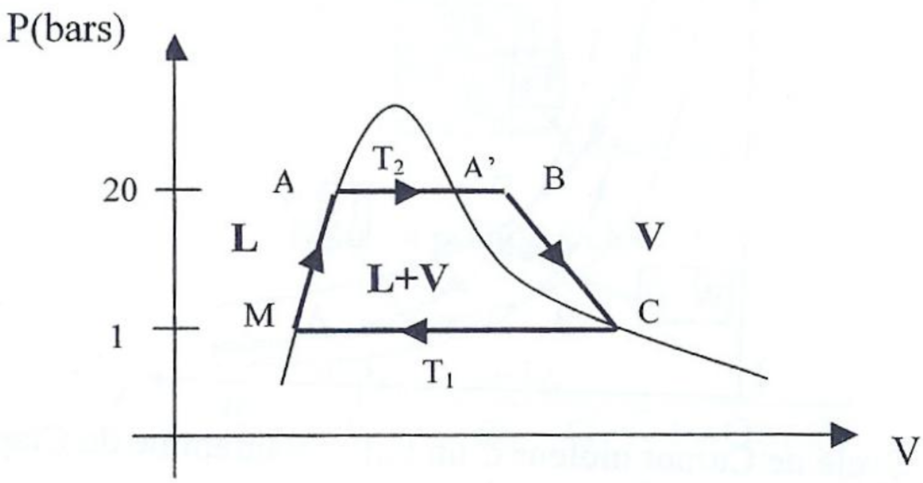
Ces échanges provoquent des transitions de phase liquide – vapeur.

Par ailleurs l'eau échange de l'énergie sous la forme de travail mécanique au niveau d'une turbine (ou d'un piston) ainsi qu'au niveau d'une pompe.



5.2 Modélisation du cycle

Le fonctionnement d'une machine à vapeur peut être modélisée par le cycle de Rankine représenté sur le diagramme de Clapeyron. Le cycle est supposé (mécaniquement) réversible :



- La transformation BC est une détente adiabatique ;
- la transformation CM est isotherme à $T_1 = 373$ K ;
- la transformation MDA sera considérée comme pratiquement isochore et $T_2 = 485$ K ;
- les transformations AB et CM sont isobares aux pressions $p_2 = 20$ bar et $p_1 = 1$ bar.

5.3 Étude

Dans tout ce qui suit on raisonnera sur une mole d'eau.

On donne l'enthalpie molaire de vaporisation de l'eau : $L_{\text{vap},m}(T_1) = 46,8$ kJ/mol et la capacité thermique molaire de l'eau liquide supposée constante $C_{m,\ell} = 75,3$ J/K/mol.

1. Indiquer sous quelle phase se trouve l'eau dans chacun des états A, B, C, M. Montrer que le cycle est bien moteur. *A et M : liquide seul à la limite de saturation ; B : vapeur sèche ; C : vapeur sèche saturante.*
   Le cycle est parcouru en sens horaire, il s'agit donc bien d'un cycle moteur.
2. Au cours de la détente adiabatique réversible BC la vapeur est assimilé à un gaz parfait dont on donne la capacité thermique molaire à volume constant $C_{m,v} = 41,4$ J/K/mol. Déterminer le coefficient γ, la température T_B et le travail W_{BC}.
   $C_{m,v} = \frac{R}{\gamma-1} \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{R}{C_{m,v}} = 1,2$
   La détente étant adiabatique réversible, et le système restant à l'état de gaz, on a donc :
   $p^{1-\gamma}T^{\gamma} =$ cste d'où :
   $$T_B = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2 = 615 \text{ K}$$
   Le travail reçu vaut alors $W_{BC} = C_{m,v}(T_C - T_B) = -10,0$ kJ.
3. Déterminer en précisant les approximations effectuées :
   (a) Le travail W_{CM} et le transfert thermique Q_{CM} reçus par l'eau dans la transformation CM .
   En supposant que le volume de gaz est très grand devant le volume de liquide, et en supposant le gaz parfait, il vient :
   $$W_{CM} = p_1(V_C - V_M) \approx p1V_C = nRT_1 = 3,1 \text{ kJ}$$
   Et par ailleurs, le transfert thermique reçu correspond d'après le premier principe monobare à :
   $$Q_{CM} = \Delta H_{CM} = H_\ell(T_1) - H_v(T_1) = -nL_{rmvap,m}(T_1) = -46,8 \text{ kJ}$$
   (b) Le travail W_{MA} et le transfert thermique Q_{MA}.
   La transformation MA étant modélisée comme isochore, $W_{MA} \approx 0$.
   Le premier principe donne alors :
   $$Q_{MA} = \Delta U_{MA} = C_{m,\ell}(T_2 - T_1) = 8,4 \text{ kJ}$$

(c) Le travail W_{AB}.
En supposant que le volume de gaz est très grand devant le volume de liquide, et en supposant le gaz parfait, il vient :

$$W_{AB} = p_2(V_A - V_B) \approx -p_2V_B = -nRT_B = -5,1 \text{ kJ}$$

4. Définir et calculer le rendement du moteur, le comparer au rendement de Carnot.

$$\eta = \frac{-W_{\text{tot}}}{Q_{AB}}$$

Avec

$$W_{\text{tot}} = -12 \text{ kJ} \quad Q_{AB} = -W_{\text{tot}} - Q_{CM} - Q_{MA} = 50,4 \text{ kJ}$$

$$\eta = 0,23 \qquad \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_B} = 0,39$$

La température de la source chaude est en effet celle obtenue en T_B, quand l'équilibre thermique est atteint. On obtient bien un rendement inférieur à celui de Carnot, car le cycle comporte des étapes d'irréversibilité (thermique), sur la portion MAB (mise en contact de corps à des températures différentes).