Determination of the Atomic Weight of Magnesium CHEM 101

John Smith

September 20, 2021

Date Performed: January 1, 2012 Partners: James Smith

Mary Smith

Instructor: Professor Smith

1 Objective

To determine the atomic weight of magnesium via its reaction with oxygen and to study the stoichiometry of the reaction (as defined in 1.1):

$$2\mathrm{Mg} + \mathrm{O}_2 \longrightarrow 2\mathrm{MgO}$$

1.1 Definitions

Stoichiometry The relationship between the relative quantities of substances taking part in a reaction or forming a compound, typically a ratio of whole integers.

Atomic mass The mass of an atom of a chemical element expressed in atomic mass units. It is approximately equivalent to the number of protons and neutrons in the atom (the mass number) or to the average number allowing for the relative abundances of different isotopes.

2 Metodología

Muchos problemas de búsqueda y optimización en ciencia e ingeniería implican una serie de restricciones que debe satisfacer la solución óptima. Un problema de optimización restringida generalmente se escribe como un problema de programación no lineal (NLP) del siguiente tipo:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(\vec{\mathbf{x}}) \\ \text{Sujeto a} & g_j(\vec{\mathbf{x}}) \geqslant 0, j=1,...,J, \\ & h_k(\vec{\mathbf{x}}) = 0, k=1,...,K, \\ & x_i^l \leqslant x_i \leqslant x_i^u, \text{ i=1,...,n,} \end{array} \tag{1}$$

En el problema de NLP anterior, hay n variables (es decir, $(\vec{\mathbf{x}})$ es un vector de tamaño n), J restricciones de desigualdad de tipo mayor igual a y K restricciones de igualdad. La función $f(\vec{\mathbf{x}})$ es la función objetivo, $g_j(\vec{\mathbf{x}})$ es la j-ésima restricción de desigualdad y $h_k(\vec{\mathbf{x}})$ es la k-ésima restricción de igualdad. La i-ésima variable varía en el rango $[x_i^l, x_i^u]$.

En la mayoría de las aplicaciones de AG a problemas de optimización restringida, se ha utilizado el método de función de penalización. En el método de función de penalización para manejar restricciones de desigualdad en problemas de minimización, la función de adecuación $F(\vec{\mathbf{x}})$ se define como la suma de la función objetivo $f(\vec{\mathbf{x}})$ y un término de penalización que depende de la violación de la restricción $\langle g(\vec{\mathbf{x}}) \rangle$.

$$F(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}) + \sum_{j=1}^{J} R_j \langle g_j(\vec{\mathbf{x}}) \rangle^2$$
 (2)

donde $\langle \ \rangle$ denota el valor absoluto del operando, si el operando es negativo y devuelve un valor cero, en caso contrario. El parámetro R_j es el parámetro de penalización de la j-ésima restricción de desigualdad. El propósito de un parámetro de penalización R_j es hacer que la violación de la restricción $g_j(\vec{\mathbf{x}})$ sea del mismo orden de magnitud que el valor de la función objetivo $f(\vec{\mathbf{x}})$. Las restricciones de igualdad generalmente se manejan convirtiéndolas en restricciones de desigualdad de la siguiente manera:

$$g_{k+J}(\vec{\mathbf{x}}) \equiv \delta - |h_k(\vec{\mathbf{x}})| \geqslant 0 \tag{3}$$

Con el fin de investigar el efecto del parámetro de penalización R_j (o R) en el rendimiento de los AG, consideramos un problema de diseño de vigas soldadas bien estudiado. El problema de optimización resultante tiene cuatro variables de diseño $\vec{\mathbf{x}} = (h, \ell, t, b)$ y cinco restricciones de desigualdad:

Minimizar
$$f_w(\vec{\mathbf{x}}) = 1.10471h^2\ell + 0.04811tb(14.0 + \ell)$$

Sujeto a $g_1(\vec{\mathbf{x}}) = 13,600 - \tau(\vec{\mathbf{x}}) \geqslant 0$
 $g_2(\vec{\mathbf{x}}) = 30,000 - \sigma(\vec{\mathbf{x}}) \geqslant 0$ (4)
 $g_3(\vec{\mathbf{x}}) = b - h \geqslant 0$
 $g_4(\vec{\mathbf{x}}) = P_c(\vec{\mathbf{x}}) - 6,000 \geqslant 0$
 $g_5(\vec{\mathbf{x}}) = 0.25 - \delta(\vec{\mathbf{x}}) \geqslant 0$
 $0.125 \leqslant h \leqslant 10,0.1 \leqslant \ell,t,b \leqslant 10$

Los términos $\tau(\vec{\mathbf{x}})$, $\sigma(\vec{\mathbf{x}})$, $P_c(\vec{\mathbf{x}})$ y $\delta(\vec{\mathbf{x}})$ se dan a continuación:

$$\begin{split} \tau(\vec{\mathbf{x}}) &= \sqrt{(\tau'(\vec{\mathbf{x}})^2) + (\tau''(\vec{\mathbf{x}})^2) + \ell\tau'(\vec{\mathbf{x}})\tau''(\vec{\mathbf{x}})/\sqrt{0.25(\ell^2 + (h+t)^2)}} \\ \sigma(\vec{\mathbf{x}}) &= \frac{504000}{t^2b} \\ P_c(\vec{\mathbf{x}}) &= 64746.022(1-0.0282346t)tb^3 \\ \delta(\vec{\mathbf{x}}) &= \frac{2.1952}{t^3b} \end{split}$$

donde

$$\tau'(\vec{\mathbf{x}}) = \frac{6000}{\sqrt{2}h\ell}$$

$$\tau''(\vec{\mathbf{x}}) = \frac{6000(14+0.5\ell)\sqrt{0.25(\ell^2 + (h+t)^2)}}{2\{0.707h\ell(\ell^2/12+0.25(h+t)^2)\}}$$

La solución optimizada informada en la literatura es $h^*=0.2444$, $\ell^*=6.2187$, $t^*=8.2915$ y $b^*=0.2444$ con un valor de función igual $f^*=2.38116$.

3 Results

 $\begin{array}{lll} \text{Mass of magnesium metal} &= 8.59\,\mathrm{g} - 7.28\,\mathrm{g} \\ &= 1.31\,\mathrm{g} \\ \\ \text{Mass of magnesium oxide} &= 9.46\,\mathrm{g} - 7.28\,\mathrm{g} \\ &= 2.18\,\mathrm{g} \\ \\ \text{Mass of oxygen} &= 2.18\,\mathrm{g} - 1.31\,\mathrm{g} \\ &= 0.87\,\mathrm{g} \end{array}$

Because of this reaction, the required ratio is the atomic weight of magnesium: $16.00\,\mathrm{g}$ of oxygen as experimental mass of Mg: experimental mass of oxygen or $\frac{x}{1.31} = \frac{16}{0.87}$ from which, $M_{\mathrm{Mg}} = 16.00 \times \frac{1.31}{0.87} = 24.1 = 24\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ (to two significant figures).

The atomic weight of magnesium is concluded to be $24\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$, as determined by the stoichiometry of its chemical combination with oxygen. This result is in agreement with the accepted value.

4 Conclusions

The accepted value (periodic table) is $24.3\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ Smith and Jones (2012). The percentage discrepancy between the accepted value and the result obtained here is 1.3%. Because only a single measurement was made, it is not possible to calculate an estimated standard deviation.

References

Smith, J. M. and Jones, A. B. (2012). Chemistry. Publisher, 7th edition.

Placeholder Image

Figure 1: Figure caption.