第二章 一维随机变量及其分布

随机变量的引入

引例 （从交通路线到交通费）

§2.1 随机变量的概念

随机变量的定义

定义 设E是一随机试验， □ 是它的样本空间，

若

$$\forall \omega \in \Omega \xrightarrow{\text{按一定法则}} \exists \text{ 实数 } X(\omega)$$

则称 □ 上的单值实值函数 X(□)为随机变量

随机变量一般用 X, Y, Z ,□或小写希腊字母

□, □, □ 表示

随机变量是 $\Omega \to R$ 上的映射，特别注意

- 引入随机变量后，用随机变量的等式或不等式表达随机事件
- 在同一个样本空间可以同时定义多个随机变量
- 随机变量的函数一般也是随机变量

随机变量举例

例1，若用X表示电话总机在9:00~10:00接到的电话次数，$\{X > 100\}$ 或 $(X > 100)$

—— 表示“某天9:00 ~ 10:00接到的电话次数超过100次”这一事件

例2，要研究某地区儿童的发育情况，往往需要多个指标，例如，身高、体重、头围等

□ = {儿童的发育情况 □}

X(□) — 身高

(□) — 体重

(□) — 头围

随机变量的分布函数

定义 设 X 为随机变量，对每个实数 x，随机事件 $(X \le x)$ 的概率 $P(X \le x)$ 是 x 的实值函数，记

$$F(x) = P(X \le x), \quad -\infty < x < +\infty$$

称为随机变量 X 的分布函数

分布函数的性质

- $F(x)$ 单调不减，即

$$\forall\, x_1 < x_2,\ F(x_1) \le F(x_2)$$

- $0 \le F(x) \le 1$ 且

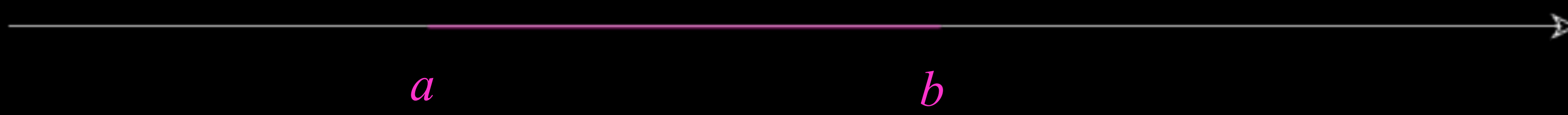
$$\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1, \quad \lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$$

- $F(x)$ 右连续，即

$$F(x+0) = \lim_{t \to x+0} F(t) = F(x)$$

利用分布函数计算（表示）事件概率

$$P(a < X \le b) = P(X \le b) - P(X \le a)$$
$$= F(b) - F(a)$$



$$P(X > a) = 1 - P(X \le a) = 1 - F(a)$$
$$P(X = a) = F(a) - F(a-0)$$

请填空

$$P(a \le X \le b) = \underline{\quad F(b) - F(a-0) \quad}$$
$$P(a < X < b) = \underline{\quad F(b-0) - F(a) \quad}$$
$$P(a \le X < b) = \underline{F(b-0) - F(a-0)}$$

典型例1

典型例2