作业. 2.23. 周二 P. 18. 24. 27. 30.

1.18 一质点绕半径 $R=16$ m 的圆周运动，路程 $s=4t+t^2$，求任意时刻 t 质点的速率、切向加速度和法向加速度.

$$v = \frac{ds}{dt} = (4+2t)\ m/s$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 2\ m/s^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \left(\frac{2+t}{2}\right)^2 m/s^2$$

1.24 一圆运动质点的轨迹半径 $R=0.25$ m，质点的角加速度 $\alpha=3t^2$，若 $t=0$ 时质点角速度为零，求 $t=2$ s 时刻质点的切向加速度、法向加速度及 $t=0$ 到 $t=2$ s 过程走过的路程.

$\because \alpha = 3t^2$

$\therefore a_t = \alpha R = 0.75t^2$

$t=2s$ 时 $a_t = 3\ m/s^2$

$\because a_t = \frac{dv}{dt}$

$\therefore \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^2 0.75t^2 dt$

$\Rightarrow v = 0.75\times\frac{1}{3}t^3\Big|_0^2 = 2\ m/s$

$a_n = \frac{v^2}{R} = 16\ m/s^2$

$\because v = 0.25t^3 = \frac{ds}{dt}$

$\therefore \int_0^s ds = \int_0^2 \frac{1}{4}t^3 dt$

$\Rightarrow s = \frac{2^4}{16} = 1\ m.$

1.27 一质点作圆周运动的角速度与角位置的关系为 $\omega=-k\theta$，其中 k 为一正常量，求任意 t 时刻质点的角加速度、角速度和角位置.

$\because \omega = \frac{d\theta}{dt} = -k\theta$

$\therefore \frac{d\theta}{\theta} = -k dt$

$\int_{\theta_0}^{\theta}\frac{d\theta}{\theta} = \int_0^t -k dt \Rightarrow \ln\frac{\theta}{\theta_0} = -kt$

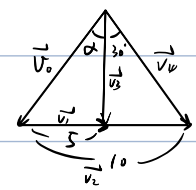
$\theta = \theta_0 e^{-kt}$

$\therefore \omega = -k\theta_0 e^{-kt}$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = k^2\theta_0 e^{-kt}$

1.30 一列火车在雨中向东行驶，司机发现，当车速为 5 m·s^{-1} 时雨垂直下落，当车速为 10 m·s^{-1} 时雨与竖直方向成 30°角，求雨对地速度的大小和方向.

如图. 设雨对地速度为 $\vec{v}_0$



东

$$\begin{cases} \vec{v}_0 + \vec{v}_1 = \vec{v}_3 \\ \vec{v}_0 + \vec{v}_2 = \vec{v}_4 \end{cases}$$

由几何关系. $|\vec{v}_0| = 10$ m/s 且与竖直夹 30°

作业. 周四. 2.24. P86. 7. 9.

2.6 宇宙飞船由地球飞向月球的过程中会同时受到地球的引力和月球的引力.已知地球中心到月球中心的距离为 3.84×10^5 km，地球质量与月球质量之比为 81 : 1，当宇航员测得地球和月球引力合力为零的时候，飞船到地心的距离为多少？

$F_{地} = F_{月} \Rightarrow G\cdot\frac{mM_{地}}{d^2} = G\frac{mM_{月}}{(L-d)^2}$

其中 $M_{地} = 81M_{月}$

故 $\frac{L-d}{d} = \sqrt{\frac{M_{月}}{M_{地}}} = \frac{1}{9}$ $d = \frac{9}{10}L = 3.456\times10^5 km$

7. **2.7** 将质量 $m=10$ kg 的小球挂在倾角 $\alpha=30°$ 的光滑斜面上，如图 2-16 所示.

（1）当斜面体以加速度 $a=g/3$ 沿图示方向运动时，求绳中的张力及小球对斜面的正压力；

（2）欲使小球离开斜面，加速度 a 至少应该多大？

2.8 两根弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2.

（1）试证明它们串联起来时[图 2-17(a)]，总的劲度系数 k 为

$$k=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$$

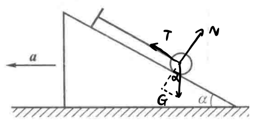


图 2-16 习题 2.7 图

(1). 对小球受力分析: $T_{绳}$ 与 N 合力在水平方向的分力提供 a.

$$\begin{cases} T\sin\alpha + N\cos\alpha = G = mg \\ T\cos\alpha - N\sin\alpha = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = (5+\frac{5\sqrt{3}}{3})g \\ N = (5\sqrt{3}-\frac{5}{3})g \end{cases}$$

由牛三律: $F_{拉} = T = (5+\frac{5\sqrt{3}}{3})g$ $F_{压} = N = (5\sqrt{3}-\frac{5}{3})g$

(2) $N=0$, $ma = \frac{G}{\tan\alpha}$ $\therefore a = \sqrt{3}g$.

2.9 质量为 m_1 倾角为 θ 的斜块可以在光滑水平面上运动.斜块上放一小木块，质量为 m_2.斜块与小木块之间有摩擦，摩擦因数为 μ.现有水平力 F 作用在斜块上，如图 2-18 所示.欲使小木块 m_2 与斜块 m_1 以相同的加速度一起运动，水平力 F 的大小应该满足什么条件？

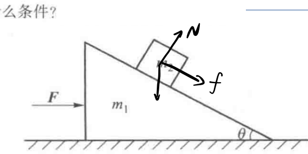


图 2-18 习题 2.9 图

F最小时，f 向左上

对 m_2: $\begin{cases} N\cos\theta + \mu N\sin\theta = m_2 g. \\ N\sin\theta - \mu N\cos\theta = m_2 a \end{cases}$

消去N得: $a = \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}g$

$F = (m_1+m_2)a = \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}\cdot(m_1+m_2)g$

F最大时，f向右下.

对m_2：$\begin{cases} N\cos\theta - \mu N\sin\theta = m_2 g \\ N\sin\theta + \mu N\cos\theta = m_2 a \end{cases}$

消去N得：$a = \frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta} g$

$$F = (m_1+m_2)a = \frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}\cdot(m_1+m_2)g$$

故 $\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}\cdot(m_1+m_2)g \le F \le \frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}\cdot(m_1+m_2)g$