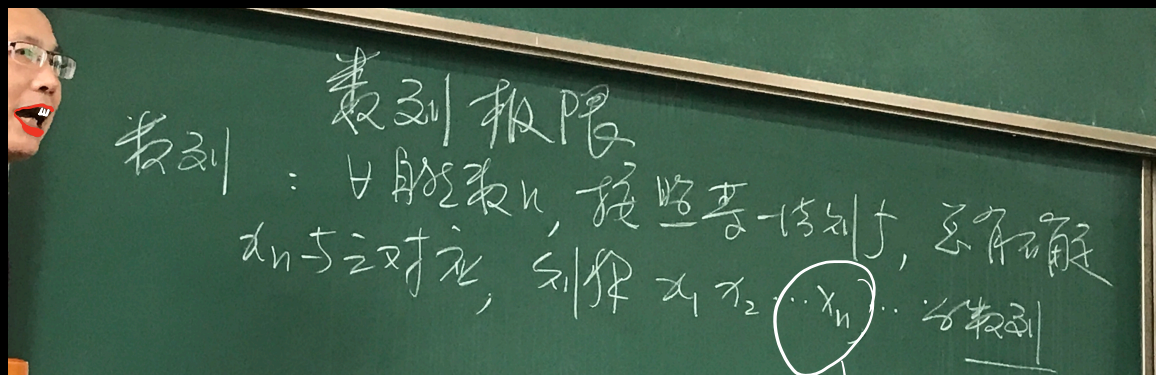


初等函数的合解：合解为基本初等函数(的四则运算)
合解彻底。



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x = e$$

- 一般项/通项

" $\varepsilon - N$ " 定义: (只用于验证 $\{a_n\}$ 的极限为某值)

对于 $\{a_n\}$, $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N$, $n > N$ 时, $|x_n - A| < \varepsilon$. $\begin{cases} A \text{ 为 } \{x_n\} \text{ 的极限} \\ \{x_n\} \text{ 收敛于 } A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A \\ x_n \rightarrow A (n \rightarrow \infty) \end{cases}$

(∞ 是否包含 $2, \text{ 任意}, +\infty, -\infty$)

加的 ε 邻域: $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$

加的 空心 ε 邻域: $(x_0 - \varepsilon, x_0) \cup (x_0, x_0 + \varepsilon)$.

数列极限是微积分的一个基本概念, 值得一字一句地加以分析.

注: (1) ε 是任意给定的正数, 这意味着 ε 具有两重性:

a. 任意性. 意即 ε 可以任意选取, 因为只有这样, 不等式 $|x_n - A| < \varepsilon$ 才能刻画 x_n 无限接近 A .

b. 相对固定性. ε 一经选取就相对固定下来, 这样我们才可以根据 ε 去寻找 N , 否则无法进行.

(2) 一般说来 N 与 ε 有关, 记为 $N = N(\varepsilon)$.

(3) 对给定的 ε , 对应的 N 不是唯一的.

一般地, 当 $n > N$ 时, 能使 $|x_n - A| < \varepsilon$ 成立, 则当 $n > N_1 (N_1 > N)$ 时, $|x_n - A| < \varepsilon$ 也成立.

∴ 不需找最小 N ∴ $|x_n - A|$ 可 适当 放缩 (放大) 处理

$$|x_n - A| < f(n) < \varepsilon$$

$$n \rightarrow \infty, f(n) \rightarrow 0$$

14). $\forall \varepsilon > 0$. 落在 $(A - \varepsilon, A + \varepsilon)$ 之外只有有限项.

15). 去/增/改变有限项, 不影响数列的极限.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A \quad \forall \varepsilon > 0, \text{ 要使 } |a_n - A| < \varepsilon$$

, 只需 $n > f(\varepsilon)$, $N = \max\{[f(\varepsilon)], 1\}$.

$$\sqrt[n]{n!} \geq \sqrt{n}. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$(1+h)^n = 1 + nh + C_n^1 h^2 + C_n^2 h^3 + \dots + C_n^n h^n.$$