学院______ 专业、班______ 年级______ 学号______ 姓名______

公平竞争、诚实守信、严肃考纪、拒绝作弊

密 封 线

重庆大学 概率论与数理统计 I（理工）课程试卷

☑A卷 ☐B卷

2010 ~2011 学年 第 一 学期

开课学院：数统学院 课程号：10029830 考试日期：__________

考试方式：☐开卷 ☑闭卷 ☐其他 考试时间：________分

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								

分位数：$u_{0.8413}=1$, $u_{0.95}=1.65$, ，$u_{0.975}=1.96$。

一、填空题（每题 3 分，共 42 分）

1．设 A,B 独立，P(A)=0.5, P(B)=0.6，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B}|A\cup B)=$______________ 。

2.设甲、乙两人各自射击一次，击中目标的概率分别为 0.6 和 0.7。则甲、乙两人各自独立地射击一次，恰有 1 人击中目标的概率是_______，在已知目标被击中的情况下，目标是甲击中的概率是_________。

3.假设某种产品的寿命 X（单位：小时）$\sim\Gamma(1,\frac{1}{200})$(指数分布)，从中有放回地抽取 5 件，用 Y 表示抽到的寿命不超过 180 小时的产品件数，则 $P(X\le 180)=$________，随机变量 Y 的分布律为______________________。

4.已知连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} a(1-\frac{1}{x^2}), & 1\le x\le 2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，

则常数 a=_______， X 的分布函数 $F(x)=$________________________，

随机变量 $Y=2X-1$ 的密度函数为____________________________。

5. 设随机变量 $X\sim P(\lambda)(\lambda>0)$，则 $P\{|X-\lambda|<3\sqrt{\lambda}\}\ge$__________。

6. 设随机变量 $(X,Y)\sim N(1,4,;0,16;0.5)$，令 $U=2X-Y, V=X+Y$，则 $E(2X-Y+4)^2=$____________，$\rho(U,V)=$________________________。

7. 设 $\overline{X}$ 和 S^2 为总体 $B(m,p)$ 的样本均值和样本方差，若 $\overline{X}-kS^2$ 为 mp^2 的无偏估计，则常数 $k=$______________。

8. 设 $X_1,\ldots,X_n$ 为来自总体 $N(\mu,4)$ 的样本，$n\ge$________时，才能使得 $E|\overline{X}-\mu|^2\le 0.1$。

9. 设总体 $X\sim U[0,2], X_1,\ldots,X_n$ 为来自总体 X 的样本，则 $E\overline{X}^2=$__________。

命题人： 组题人： 审题人： 命题时间： 教务处制

二、（15 分）设随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} ae^{-(x+y)}, & 0\le x\le 1,\ y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求（1）常数 a；

（2）(X,Y)的边缘密度函数 $f_X(x)$，$f_Y(y)$，问 X与Y 是否独立，为什么？

（3）$Z=X+Y$ 的密度函数 $f_{X+Y}(z)$。

三、（15 分）设随机变量(X,Y)的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1	
-1	1/8	1/12	c	
0	a	b	1/6	
1	1/6	1/8	1/12	

且$F(x,y)$为(X,Y)的分布函数，若已知$\operatorname{cov}(X,Y)=-\frac{49}{576}$，$F(\frac{1}{2},\frac{1}{2})=\frac{1}{3}$，求

1）常数 a,b,c.

2）$P\{X\ge 0\,|\,Y=1\}$；

2）　求数学期望$E(X^2+Y^2)$.

(1) $F(\frac{1}{2},\frac{1}{2}) = P\{X\le\frac{1}{2}, Y\le\frac{1}{2}\} = 3$

$\therefore P\{X>\frac{1}{2}$或$Y>\frac{1}{2}\} = P\{X=1\}+P\{Y=1\}-P\{X=1,Y=1\}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}=\frac{3}{8}+(\frac{1}{4}+c)-\frac{1}{12} \Rightarrow c=\frac{1}{8}$

XY	-1	0	1
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{24-5-7}{24}$	$\frac{5}{24}$

$EXY = -\frac{7}{24}+\frac{5}{24} = -\frac{1}{12}$

$EX = -\frac{1}{3}+\frac{3}{8} = -\frac{1}{24}$

$EY = \frac{3}{8}-(\frac{7}{24}+a) = \frac{1}{12}+a$

$\operatorname{Cov}(X,Y) = EXY - EXEY$

$= -\frac{1}{12}+\frac{1}{24}(\frac{1}{12}+a) = -\frac{49}{576} \Rightarrow a=$

四、（10 分）假设一批产品的不合格品数与合格品数之比为 R（未知常数）。现在按还原抽样方式随意抽取的 n 件产品中，发现有 k 件不合格品，试求参数 R 的极大似然估计。

五、（10 分）过去资料显示，产品 A 的购买者年龄服从正态分布 $N(35,25)$ 。最近对这种产品的购买者进行了调查，发现抽查的 16 人，其平均年龄为 30 岁。试分析：

（1）目前这种产品 95%是被哪个年龄段的买主买去？

（2）由抽样结果，能否认为目前这种产品购买者的年龄有明显下降？（取显著水平 $\alpha = 0.05$ ）

六、（8 分）设某自动生产线上产品的不合格率为 0.02，试求随意抽样检验 30 件产品中

（1） 不合格品不少于两件的概率 α ；

（2） 为使抽到不合格品的件数为 0 的概率不大于 0.1，至少需要抽验多少件产品？