命题人： 组题人： 审题人： 命题时间： 教务处制

学院____专业、班____年级____学号____姓名____考试教室____

公平竞争、诚实守信、严肃考纪、拒绝作弊

密 封 线

# 重庆大学《高等数学2》（建筑类）课程试卷

## 2019—2020学年 第2学期

开课学院：数统 课程号: MATH10024 考试日期：202008

考试方式： 开卷 闭卷 其他 考试时间：120分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | |

### 考试提示

1.严禁随身携带通讯工具等电子设备参加考试；

2.

**考试作弊，留校察看，毕业当年不授学位；请人代考、替他人考试、两次及以上作弊等，属严重作弊，开除学籍。**

一、填空题（每小题3分，共18分）

1. 设 $\vec{a}$ 同时垂直于向量 $\{0,6,8\}$ 和 $x$ 轴，且 $|\vec{a}|$，则 $\vec{a}=$____

2. 设 $z=z(x,y)$ 是由 $f(\frac{y}{z},\frac{z}{x})=0$ 所确定，$f(u,v)$ ，则 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$____

3. 设区域 $D$ 由 $y=kx(k>0),y=0$ 和 $x=1$ 围成，$\iint_D xy^2dxdy=\frac{1}{15}$，则 $k=$____

4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n})$ 的和为____

5. 方程 $y'+P(x)y=Q(x)y^n(n\neq 0,1)$ 可通过代换____化为一阶线性微分方程。

6. 设 $L$ 为圆周 $x^2+y^2=9$ 的正向，则 $\oint_L(2xy-2y)dx+(x^2-4x)dy$ ____

二、单项选择题（每小题3分，共18分）

1.已知 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=3,|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$，则 $\vec{a},\vec{b}$ 夹角为（ ）

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{\pi}{3}$

2.若曲线 $\begin{cases}xy+yz+zx=1\\ x+y+z=2\end{cases}$ 在点 $(1,2,-1)$ 处的一个切向量与 $z$ 轴正方向成锐角，则此切向量与 $x$ 轴正方向所夹角的余弦为（ ）

(A) $-\frac{1}{\sqrt{14}}$ (B) $-\frac{3}{\sqrt{14}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{14}}$ (D) $\frac{3}{\sqrt{14}}$

3.设 $f(u)$ 连续，区域 $D$ 是由 $y=x^3$ 及直线 $y=1,x=-1$ 所围成，则积分 $\iint_D x[1+yf(x^2+y^2)]dxdy=$（ ）

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{2}{5}$ (D) $-\frac{2}{5}$

4. 设区域 $\Omega_1:x^2+y^2+z^2\le R^2,z\ge 0$；$\Omega_2:x^2+y^2+z^2\le R^2,x\ge 0,y\ge 0,z\ge 0$，则（ ）

(A) $\iiint_{\Omega_1}xdv=4\iiint_{\Omega_2}xdv$ (B) $\iiint_{\Omega_1}ydv=4\iiint_{\Omega_2}ydv$

(C) $\iiint_{\Omega_1}zdv=4\iiint_{\Omega_2}zdv$ (D) $\iiint_{\Omega_1}xyzdv=4\iiint_{\Omega_2}xyzdv$

5. 设线性无关的函数 $y_1,y_2,y_3$ 都是二阶非齐次线性方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的解，$C_1,C_2$ 是任意常数，则该非齐次方程的通解是（ ）

(A) $C_1y_1+C_2y_2+y_3$ (B) $C_1y_1+C_2y_2-(C_1+C_2)y_3$

(C) $C_1y_1+C_2y_2-(1-C_1-C_2)y_3$ (D) $C_1y_1+C_2y_2+(1-C_1-C_2)y_3$

6. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ （ ）

(A) 必同时收敛 (B) 必同时发散

(C) 可能不同时收敛 (D) 不可能同时收敛

三、计算题（每小题7分，共28分）

1. 设函数 $z=\arctan\frac{y}{x}$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算 $\iint_D|\cos(x+y)|dxdy$，其中 $D$ 是由直线 $y=x$，$y=0$ 及 $x=\frac{\pi}{2}$ 所围成的三角形区域。

3. 计算曲面积分 $I=\iint_S(8y+1)x\,dydz+2(1-y^2)dzdx-4yz\,dxdy$，其中 $S$ 是由曲线 $\begin{cases} z=\sqrt{y-1} \\ x=0 \end{cases}(1\le y\le 3)$ 绕 $y$ 轴旋转一周所形成的曲面，它的法向量与 $y$ 轴正向的夹角恒大于 $\frac{\pi}{2}$.

4. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(x+2)^n}{n2^n}$ 的收敛域及和函数。

4、 综合题（每小题8分，共16分）

1. 已知 $F(t)=\iiint_\Omega f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})dv$，其中 $f(x)$ 为连续函数，在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0$，$\Omega: x^2+y^2+z^2\le t^2$，求极限 $\lim_{t\to 0^+}\frac{F(t)}{\pi t^4}$.

2. 已知 $f(x), g(x)$ 满足 $f'(x)=g(x)$，$g'(x)=2e^x-f(x)$，且 $f(0)=0$，$g(0)=2$，

求 $\int_0^\pi\left[\frac{g(x)}{1+x}-\frac{f(x)}{(1+x)^2}\right]dx$.

五、证明题（本题共10分）

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(x)>0$，证明：$\int_a^b f(x)dx\int_a^b\frac{1}{f(x)}dx\ge(b-a)^2$

六、应用题（本题共10分） 设 $x_1$ 和 $x_2$ 分别为生产某产品必须投入两种要素的投入量，$Q$ 为产出量，生产函数为 $Q=2x_1^\alpha x_2^\beta$，其中 $\alpha,\beta$ 为正的常数，$\alpha+\beta=1$。假设两种要素的投入价格分别为 $P_1, P_2$，试问：当产出量为12，两种要素各投入多少可以使得投入总费用最小。

封

1.下列方程中属于旋转曲面的方程为（C

A. $y^2 = x+1$　　B. $x^2+y^2=x+1$

C. $x^2+y^2+z^2=2x$　　D. $x^2-y^2=2x$

2.设函数 $F(u,v)$ 具有一阶连续偏导数，且 $F_u(0,1)=2, F_v(0,1)=-3$，则曲面 $F(x-y+z, xy-yz+zx)=0$ 在点 $(2,1,-1)$ 年的切平面方程为（D

4 -11 + 1 + 8 6

$Fu + Fv(y+z) = 2-3\times 0 = 2$

$-Fu + Fv(x-z) = -2-3\times 3 = -11$

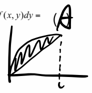
$Fu + Fv(-y+x) = 2-3\times 1 = -1$

A. $2x+y-z+6=0$　　B. $2x-11y-z+8=0$

C. $2x+y-z+8=0$　　D. $2x-11y-z+6=0$

线

3.设 $f(x,y)$ 是连续函数，则累次积分 $\int_0^4 dx\int_x^{2\sqrt{x}} f(x,y)dy =$ （A



A. $\int_0^4 dy\int_{\frac{1}{4}y^2}^{y} f(x,y)dx$　　B. $\int_0^4 dy\int_{-y}^{\frac{1}{4}y^2} f(x,y)dx$

C. $\int_0^4 dy\int_{\frac{1}{4}}^{y} f(x,y)dx$　　D. $\int_0^4 dy\int_{\frac{1}{2}y^2}^{y} f(x,y)dx$

4.设 $L$ 为圆周 $x^2+y^2=1$，则 $\oint_L (x^2+y^2)ds =$ （D

r=1

A. $\pi$　　B. $-\frac{\pi}{2}$　　C. 0　　D. $2\pi$

5.下列级数是发散的为（　）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n^2}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n^2}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{\pi}{n^2}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\tan\frac{\pi}{n^2}$

6.微分方程 $y''-8y'+16y=(1-x)e^{4x}$ 用待定系数法确定的特解形式是（ ）

A. $y=x(Ax^2+Bx+C)e^{4x}$　　B. $y=x(Ax+B)e^{4x}$

C. $y=x(Ax^2+B)e^{4x}$　　D. $y=x^2(Ax+B)e^{4x}$

二、填空题（共小题3分共18分）

1.曲线 $\begin{cases} y^2+z^2-2x=0 \\ z=3 \end{cases}$ 在 $xOy$ 面上的投影曲线方程是 $y^2-2x+9=0$

2.设函数 $f(x,y,z)=2x+yz+z^2$，则 $grad f(1,0,-1) = (2, -1, -2)$

2, z, y+2z,

3.均匀半球体 $\Omega: x^2+y^2+z^2 \le a^2, z\ge 0$ 的重心坐标为 $(0, 0, \frac{3\pi a}{16})$

4.设 $L$ 为取正向的圆周 $x^2+y^2=9$，则曲线积分 $\oint_L xdy-ydx =$ ____

5.设周期函数在一个周期内的表达式为 $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi<x\le 0 \\ x, & 0<x\le\pi \end{cases}$，则它的傅里叶级数在 $x=\pi$ 处收敛于____

6.微分方程 $y''+4y'+4y=0$ 的通解为____

$\iiint z\,dv$

$\frac{2}{3}\pi a^3$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a r^3 \sin\varphi\cos\varphi dr$

三、计算题（每小题6分，共24分）

1.求过点 $(1,-2,1)$ 且垂直于直线 $\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ x+y-z+=0 \end{cases}$ 的平面方程。

$\frac{2\pi\cdot\frac{1}{4}a^4}{\frac{2\pi}{3}a^3}$

$\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cancel{\frac{1-\cos 2\varphi}{2}d\varphi}$　$\frac{1}{2}\sin 2\varphi d2\varphi$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\varphi d2\varphi$

$\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$.

$-\frac{1}{4}\cos 2\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$-\frac{1}{4}(-1-1)$

$\frac{1}{2}$.

直线的向量 = (1, -2, 1) × (1, 1, -1)

$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

= (1, 2, 3)

平面为：$(x-1)+2(y+2)+3(z-1)=0$

即 $x+2y+3z=0$



2.求函数 $z=2x^2+3y^2+4x-8$ 在闭区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4\}$ 上的最大值和最小值。

3.计算二重积分 $\iint_D e^{x^2+y^2}dxdy$，其中 $D$ 是由圆周 $x^2+y^2=4$ 所围成的闭区域。

4.求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 的收敛域，并求其和函数。

四、综合题（每小题8分，共16分）

1.设 $f(u)$ 具有连续导数，$\Sigma$ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与球面 $x^2+y^2+z^2=1, x^2+y^2+z^2=4$ 所围立体 $\Omega$ 表的外侧，计算曲面积分

$I = \oiint_\Sigma x^3dydz + \left[\frac{1}{z}f\left(\frac{z}{y}\right)+y^3\right]dzdx + \left[\frac{1}{y}f\left(\frac{y}{z}\right)+z^3\right]dxdy.$