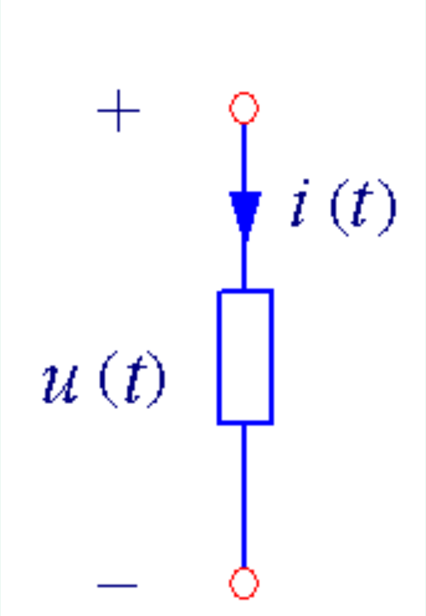
第一章 基尔霍夫定律和电阻元件

- 一致的参考方向



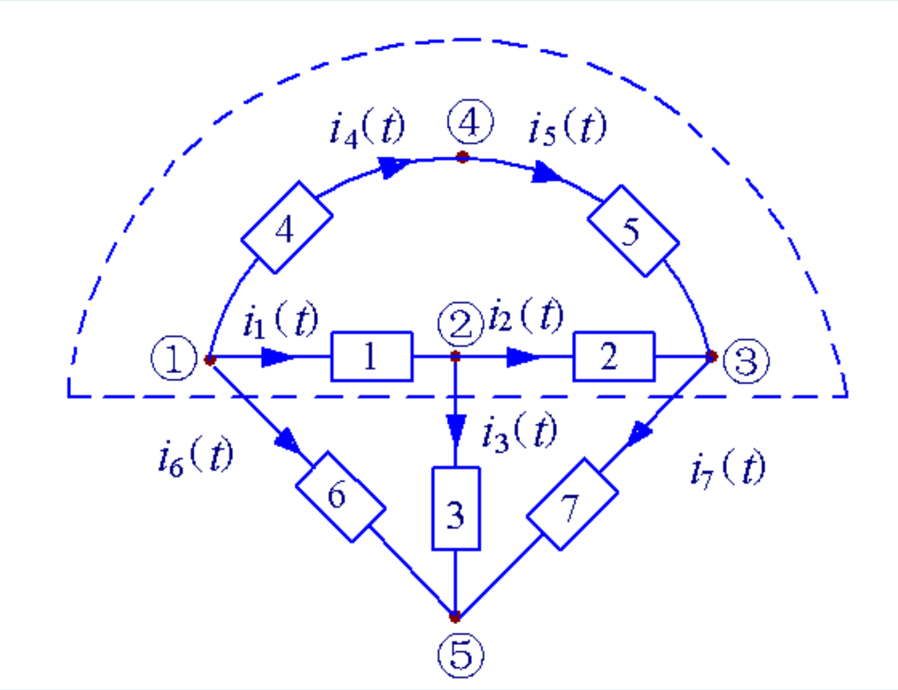
电流从高电位流向低电位，或者说顺电流方向电位是降低的。

$$p(t)=u(t)i(t)\begin{cases}>0 & \text{实际吸收功率}\\ <0 & \text{实际发出功率}\end{cases}$$

- 基尔霍夫电流定律(缩写为KCL)

对于集中参数电路中的任何一个节点而言，在任一瞬时，流出(或流入)此节点的电流的代数和恒等于零。

$$\sum i(t) = 0$$



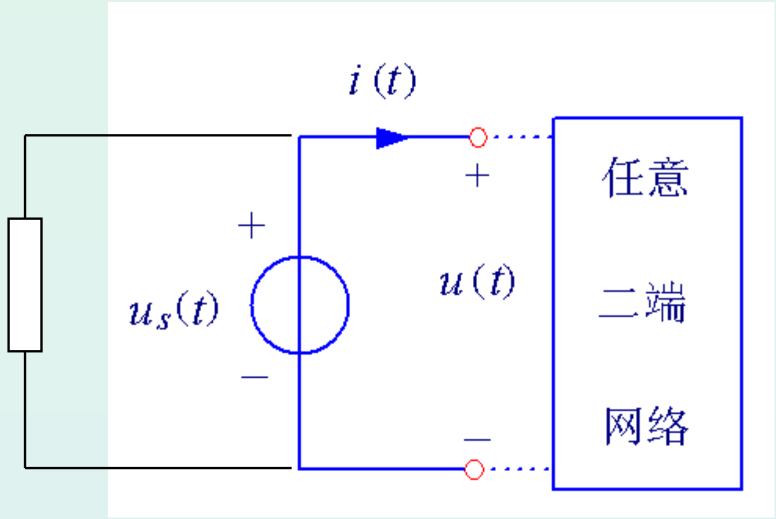
- 基尔霍夫电压定律 (缩写为KVL)

在集中参数电路的任何一个回路中，任一瞬时，沿着任意选定的回路参考方向计算，各支路电压的代数和恒等于零。

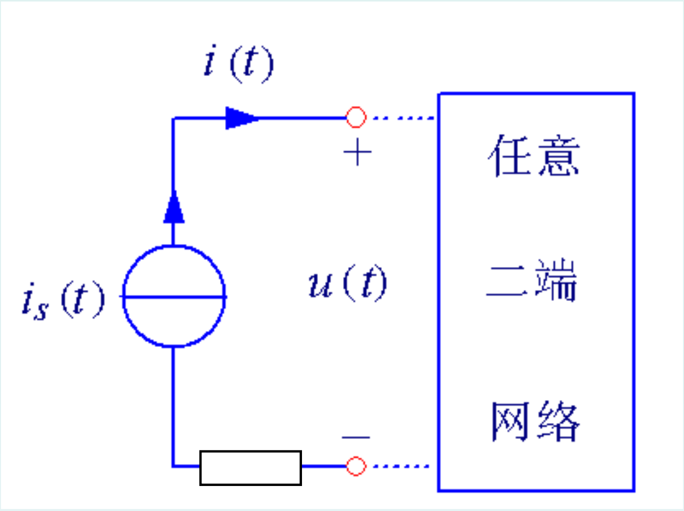
$$\sum u(t) = 0$$

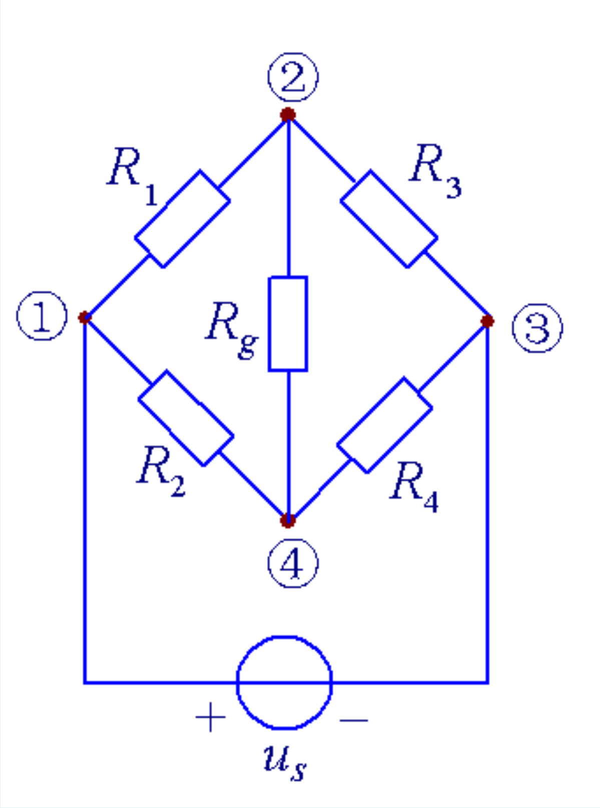
基尔霍夫电压定律不仅适用于具体回路，也适用于假想回路。

- **电压源**



- **电流源**





平衡条件

$$R_1R_4 = R_2R_3$$

§2–1 线性电路的性质·叠加定理

1. 齐次性

- 齐次性：将电路中所有激励均乘以常数k，则所有响应也应乘以同一常数k。

2. 可加性

激励$\{e_1'(t), e_2'(t)\}$ 产生 响应为$\{r_1'(t), r_2'(t)\}$

激励$\{e_1''(t), e_2''(t)\}$ 产生 响应为$\{r_1''(\mathrm{t}), r_2''(\mathrm{t})\}$

则组合$\{e_1'(t)+e_1''(t), e_2'(t)+e_2''(t)\}$ 产生

响应 $\{r_1'(t)+r_1''(t), r_2'(t)+r_2''(t)\}$

- 叠加定理：

在若干激励源共同作用的线性电路中,若将激励(**独立源**)一个一个地作用(**受控源保留**)，则各激励分别在任一元件上产生的响应的代数和，即等于所有激励共同作用时在该元件上产生的响应。这就是**叠加定理**。

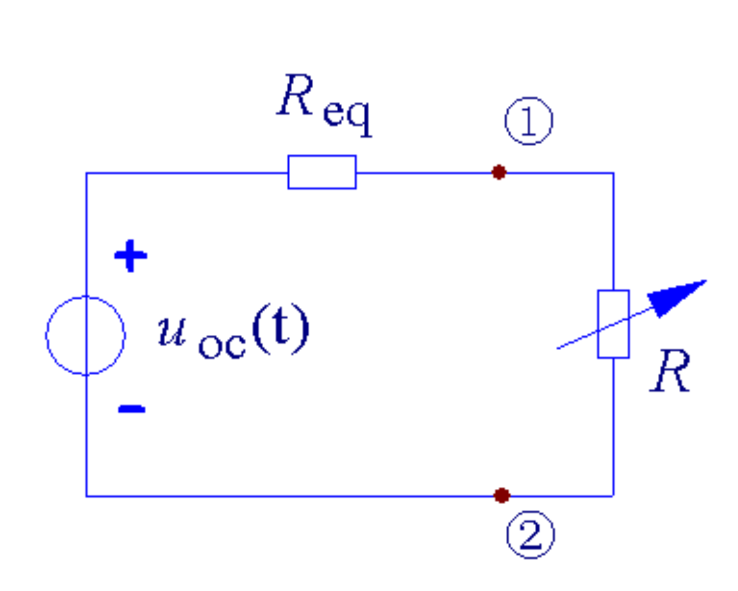
电压源不作用代之以短路，电流源不作用代之以开路，电路的结构和参数均保持不变。

适用于电流和电压，而**不适用于功率**。

叠加的结果为代数和，因此应**注意电压与电流的参考方向**；

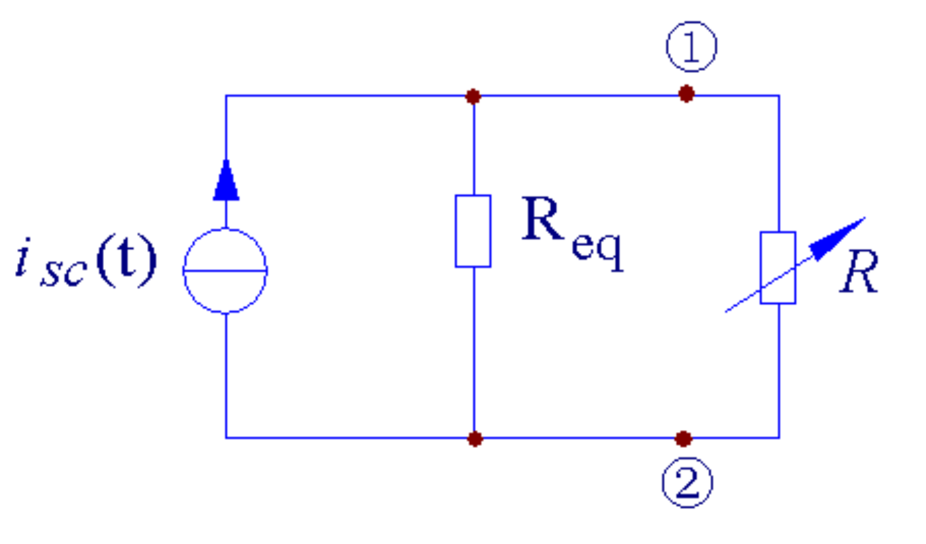
戴维宁等效电路

电压源的电压等于原线性电阻性有源二端网络的开路电压$u_{oc}(t)$，R_{eq}等于将原线性电阻性有源二端网络N中所有独立源的激励化为零时该网络的端口等效电阻。



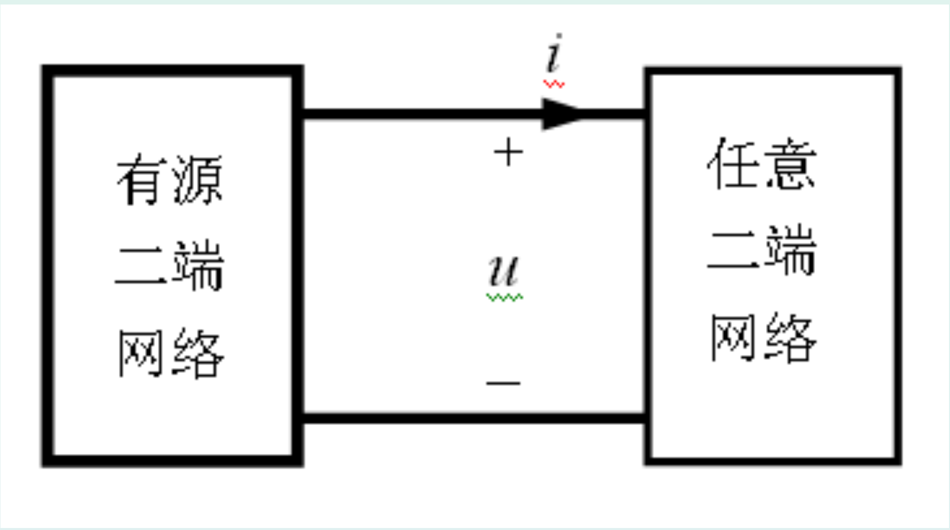
诺顿等效电路

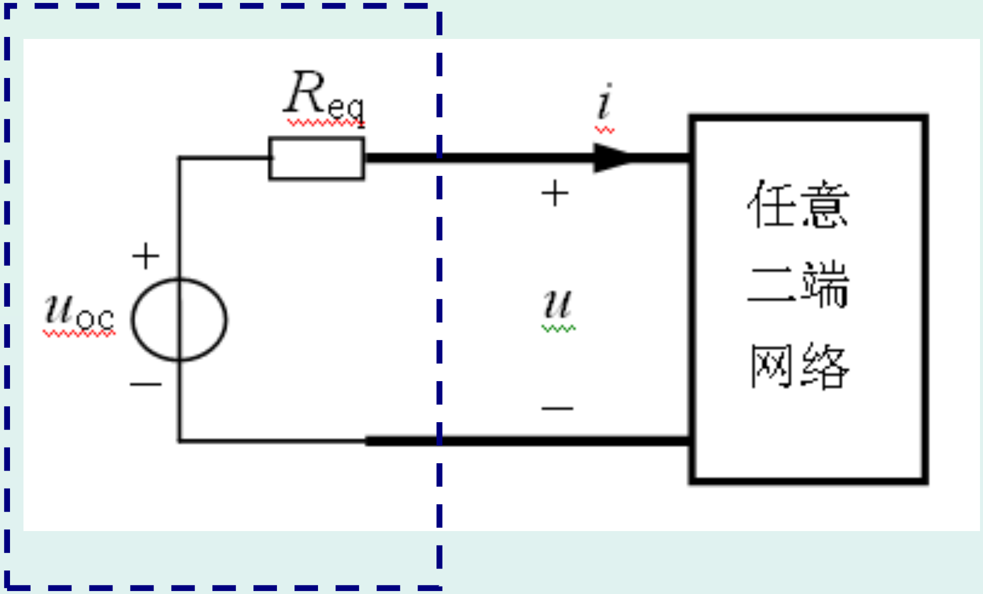
$i_{sc}(t)$等于原线性电阻性有源二端网络的短路电流。

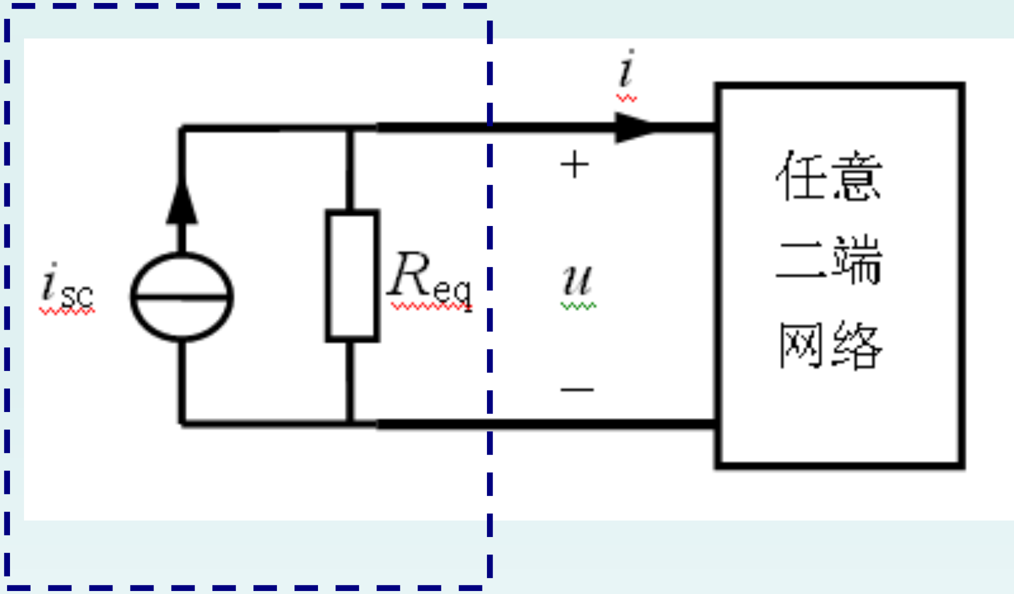


R_{eq}等于将原线性电阻性有源二端网络N中所有独立源的激励化为零时该网络的端口等效电阻。

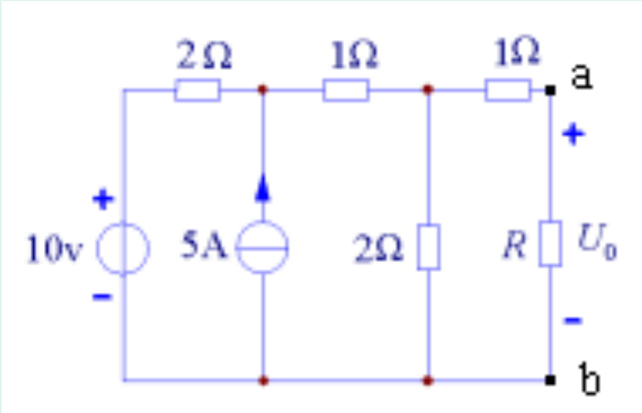
戴维宁模型和诺顿模型间的关系：

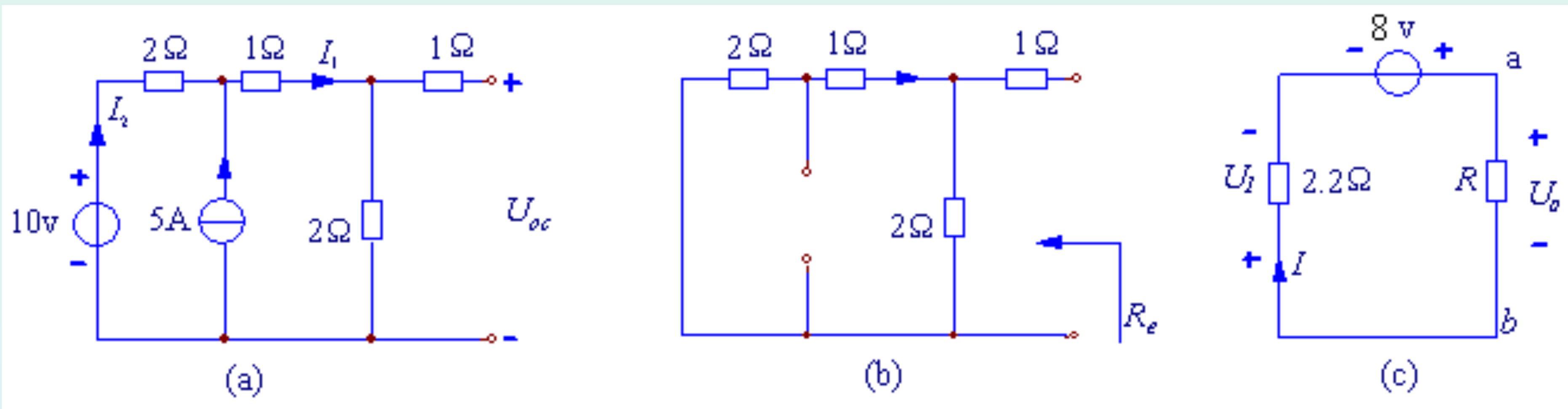


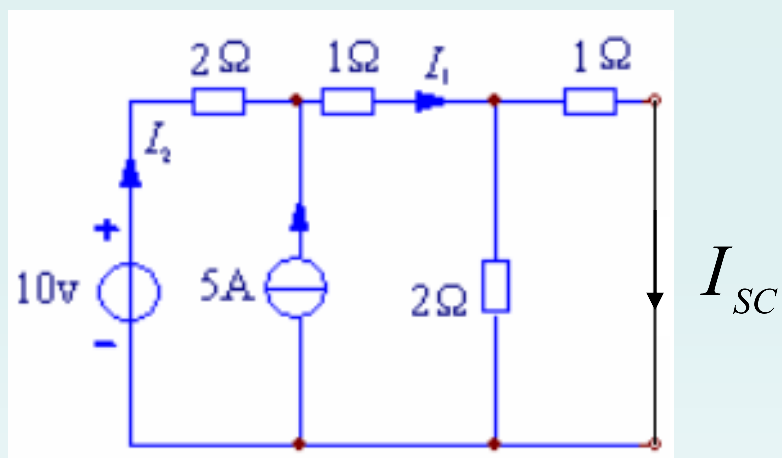




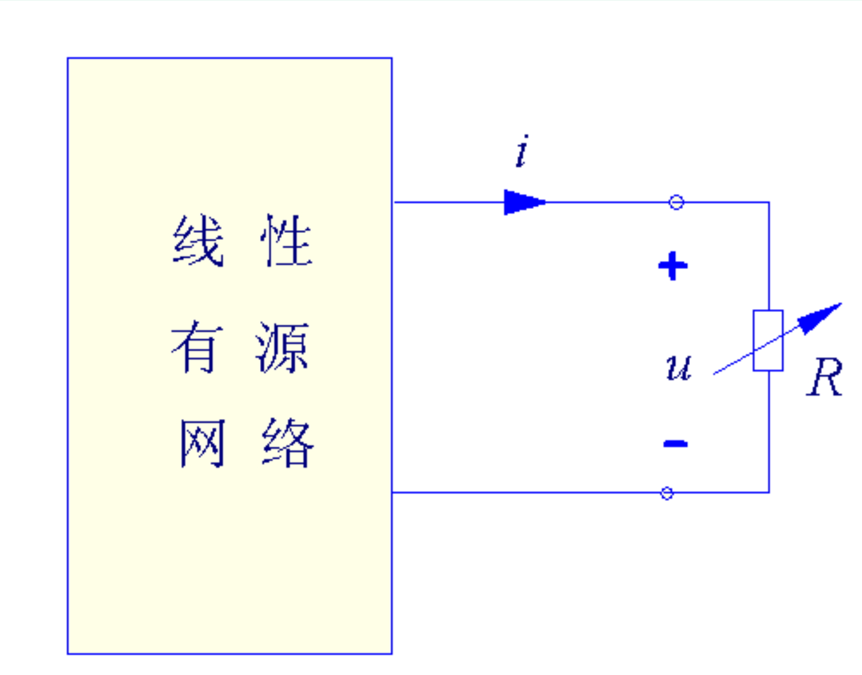
$$R_{eq} = \frac{u_{oc}(t)}{i_{sc}(t)}$$


2Ω
1Ω
1Ω
a
+
10v
5A
2Ω
R
U0
-
b


2Ω
1Ω
I1
1Ω
I2
10v
5A
2Ω
Uoc
(a)
2Ω
1Ω
1Ω
2Ω
Re
(b)
8 v
a
U1
2.2Ω
R
U0
I
b
(c)


2Ω
1Ω
I1
1Ω
I2
10v
5A
2Ω
ISC

▲ 最大功率传输问题



满足最大功率条件

$$R = R_{eq}$$

$$P_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}}$$

节点分析法

节点方程的物理意义：

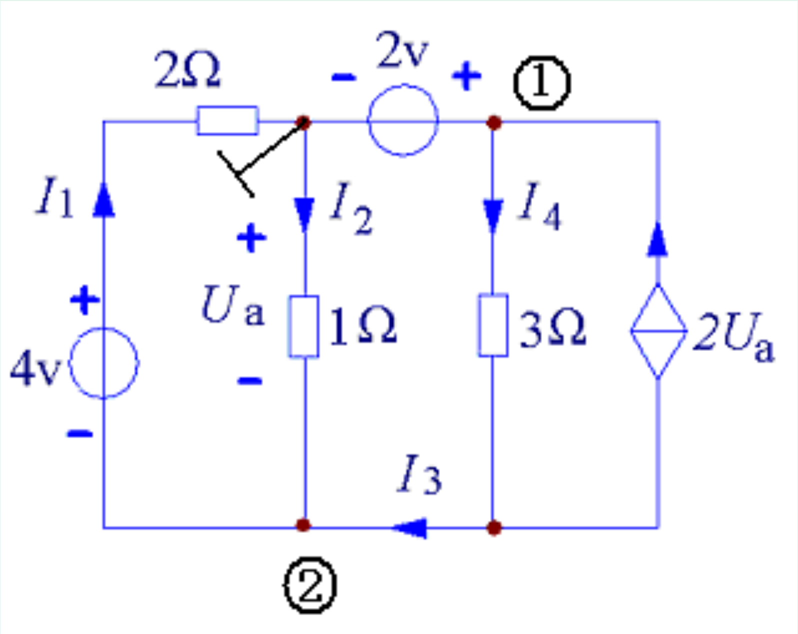
在各节点电压共同作用下，由一个节点流出的电流的代数和，等于流入该节点的电流源电流的代数和。

对于含有一个无伴电压源支路的电路

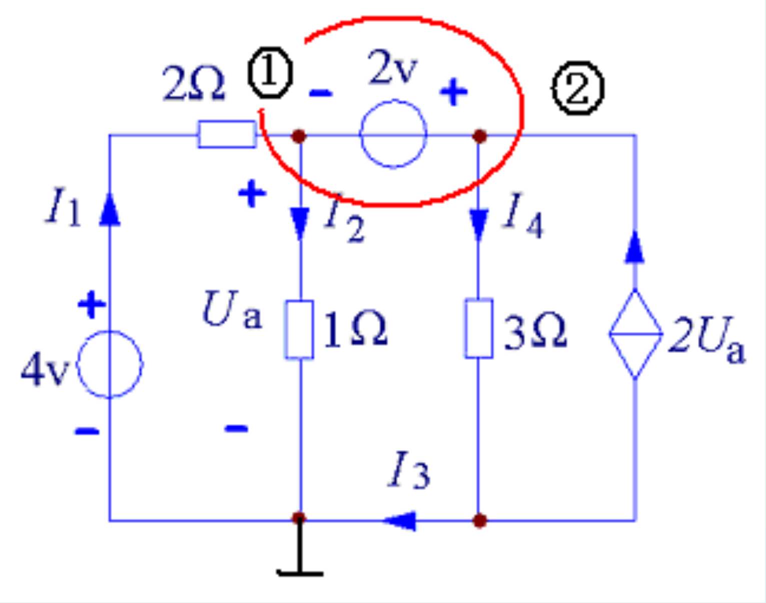
- **以无伴电压源的一端节点作为参考节点。**
- **将连接此电压源的两个节点作为一个广义节点；**

电流源与电阻元件串联的支路，在列写节点方程时，不计此电阻元件参数。

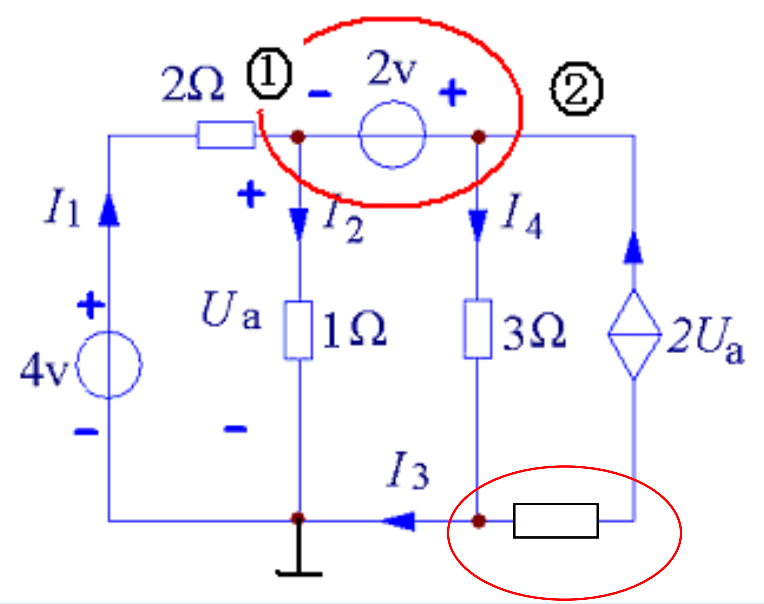
在用节点法解电路时，如果电路中含有受控源，可将受控源当作独立源一样列写电路方程，增加将受控源的控制变量用节点电压表示的补充方程。



2Ω
2v
1
I1
I2
I4
Ua
1Ω
3Ω
2Ua
4v
I3
2

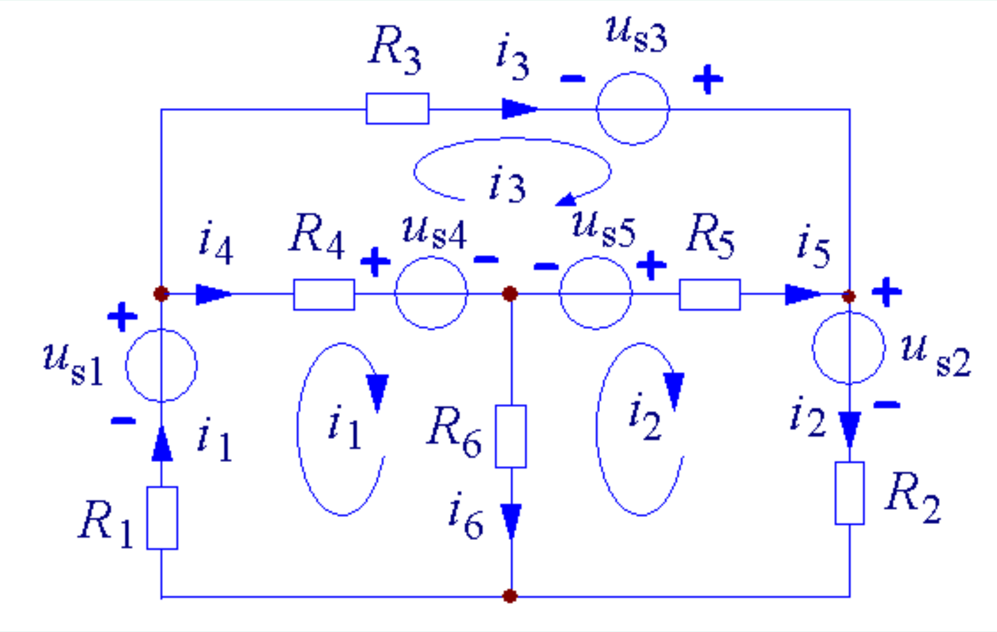


2Ω
1
2v
2
I1
I2
I4
Ua
1Ω
3Ω
2Ua
4v
I3



2Ω
1
2v
2
I1
I2
I4
Ua
1Ω
3Ω
2Ua
4v
I3

回路分析法

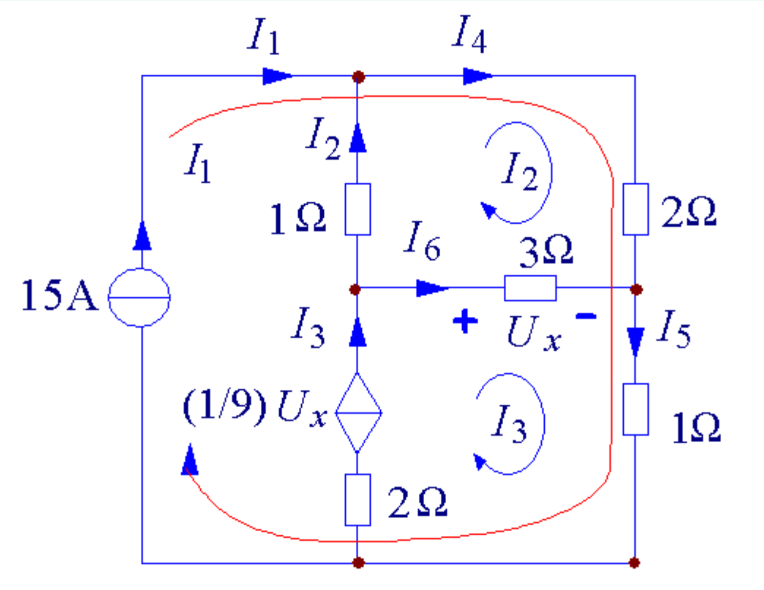


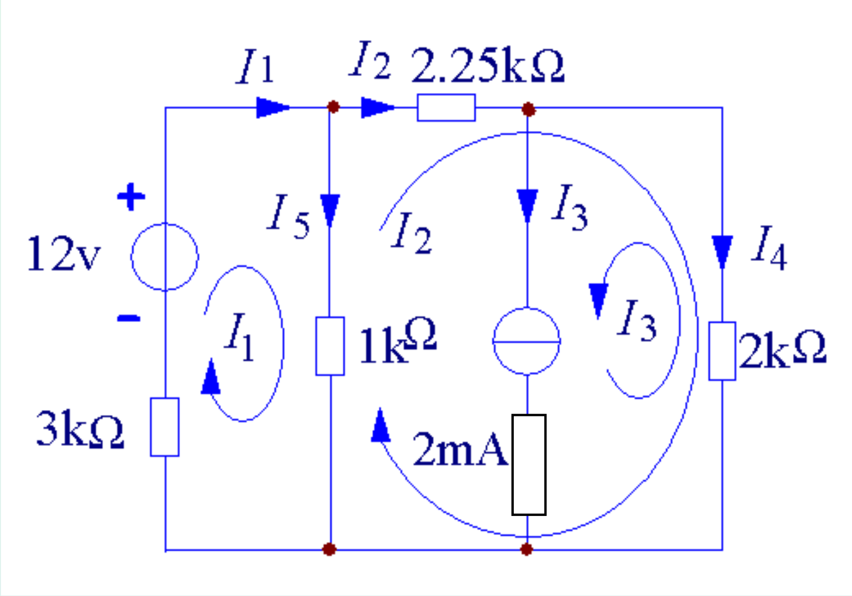
回路方程的物理意义

$$(R_1 + R_4 + R_6)i_1 - R_6 i_2 - R_4 i_3$$

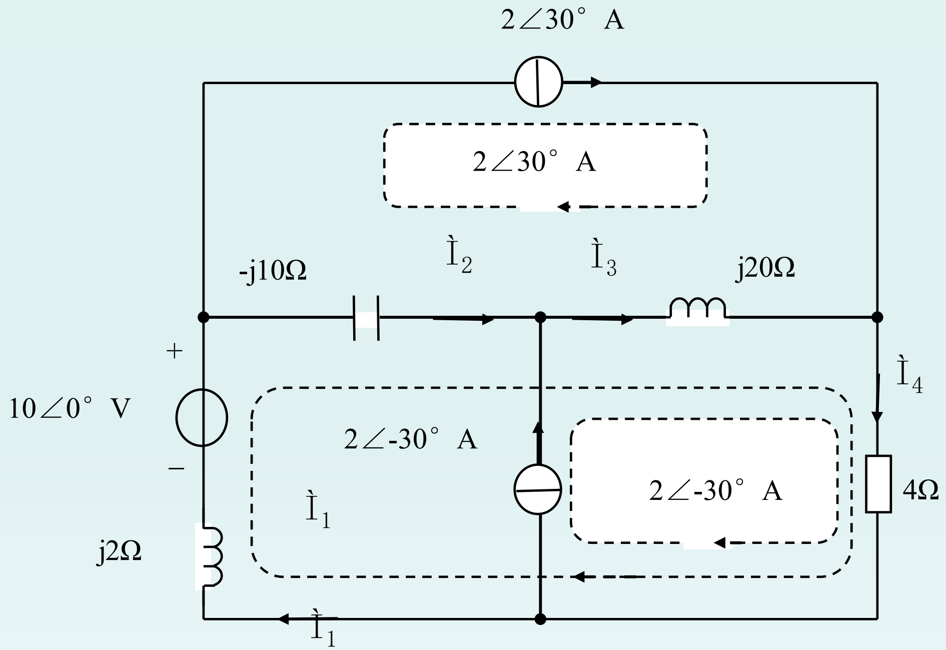
$$= u_{s1} - u_{s4}$$

用回路分析法解电路时，如果电路中含有受控源，可将受控源当作独立源一样列写电路方程，增加将受控源的控制变量用回路电流表示的补充方程。





如果电路中含有无伴电流源（含无伴受控电流源）支路，选适当的回路，使该电流源支路只属于某一个回路，则此回路的回路电流为已知量，只须对其它回路列写方程。



解题6-7图

第三章 动态元件和动态电路导论

电容元件

$$i(t) = C\frac{du}{dt} \qquad u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t')dt'$$

- 注意：u、i取一致参考方向

电容电压的连续性:电容电流为有限值，电容电压不跳变。

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) \qquad u'_C(0_+) = \frac{i_C(0_+)}{C}$$

电感元件

$$u = L\frac{di}{dt} \qquad i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u(t')dt'$$

电感电流的连续性:电感电压为有限值，则电感电流不跳变。

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \qquad i'(0_+) = \frac{u_L(0_+)}{L}$$

求初始值

◆在**电容电压**$u_c(0_+)$、与**电感电流**$i_L(0_+)$不跳变的情况下，电路的初始状态可根据电路的原始状态求得；

◆电路中其它电压、电流的初始值,如$i_c(0_+)$、$u_L(0_+)$、$i_R(0_+)$、$u_R(0_+)$，这些值在换路瞬间是可以跳变的，可根据换路后的电路和电容电压、电感电流的初始值，以及独立源在t=0_+时的激励值，应用电路的基尔霍夫定律和元件的电压电流关系求出。

求初始值的具体步骤：

1）由换路前t=0₋时刻的电路（一般为稳定状态）求$u_C(0_-)$或$i_L(0_-)$；

2）由换路定律得$u_C(0_+)$和$i_L(0_+)$；

3）画t=0_+时刻的等效电路：电容用电压为$u_C(0_+)$电压源替代，电感用电流为$i_L(0_+)$电流源替代，方向与原假定的电容电压、电感电流方向相同；

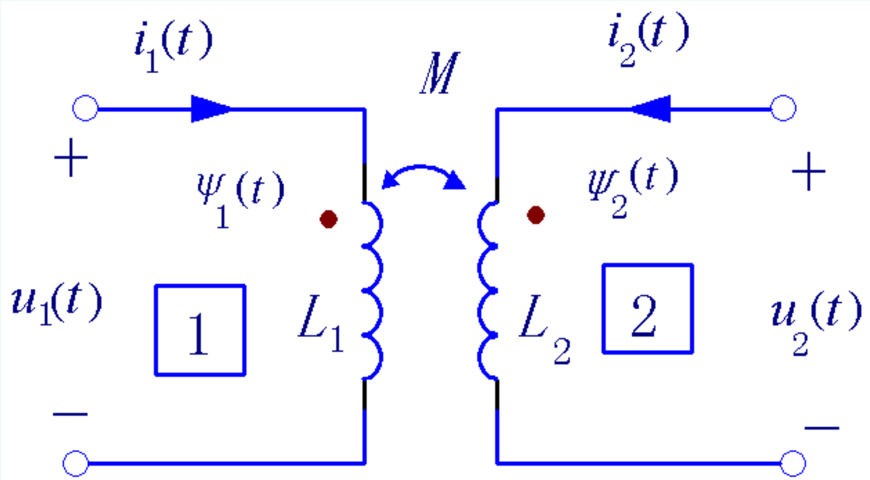
4）由t=0_+电路求所需各变量在0_+时刻的值。

耦合电感

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

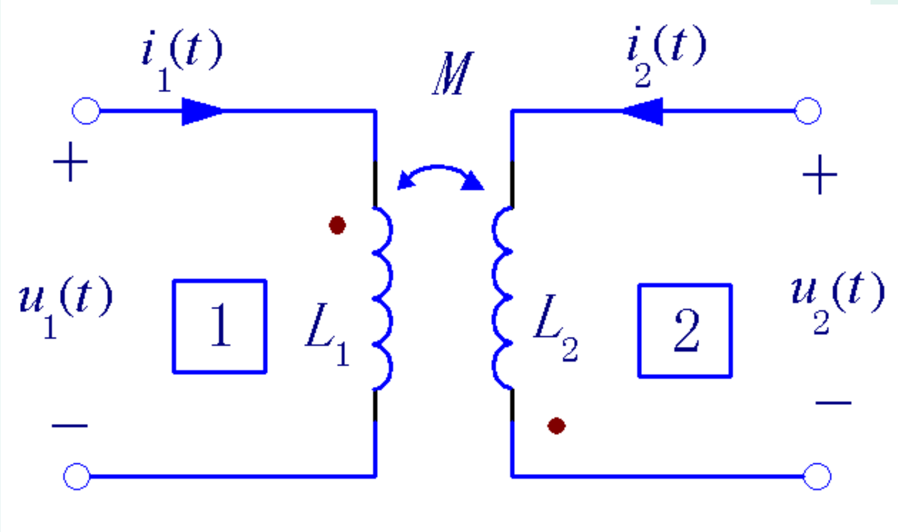
$M > 0$



$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

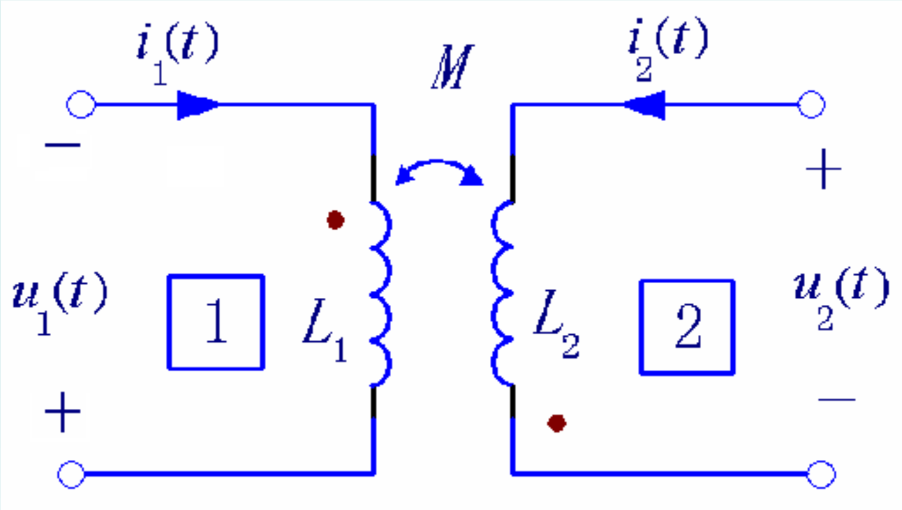
$M < 0$



$$u_1(t) = -(L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt})$$

$$u_2(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$M < 0$



•一阶电路零输入响应的一般形式

$$r(t)=r(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t\geq 0_+$$

•求出响应的初始值和τ，就可写出电路的零输入响应。

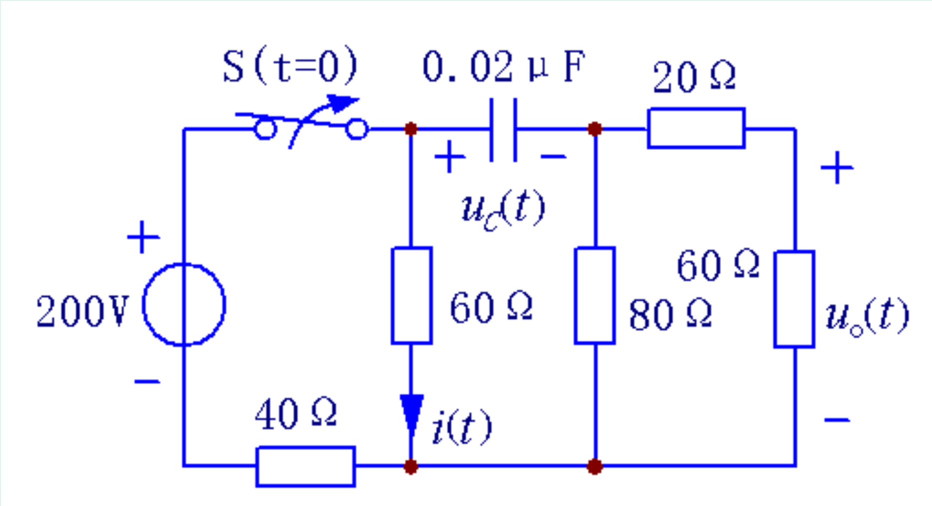
•一阶电路阶跃响应的一般形式 $r(t)=r_f(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t\geq 0_+$

•求出响应的稳态值和τ，就可写出电路的阶跃响应。

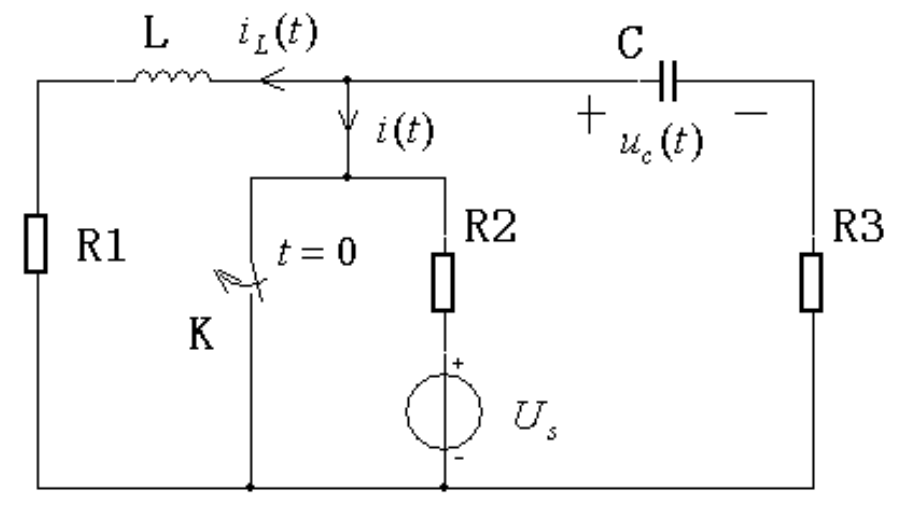
•只有一阶电路才有时间常数的概念。

•同一电路中的不同变量（电压、电流）具有相同的时间常数

•R_{eq}为独立源停止作用时，从储能元件看出去的电路等效电阻。



S(t=0)
0.02μF
20Ω
+
−
$u_C(t)$
+
200V
−
60Ω
80Ω
60Ω
$u_o(t)$
40Ω
$i(t)$



L
$i_L(t)$
C
$i(t)$
+
$u_c(t)$
−
R1
$t=0$
R2
R3
K
+
U_s
-

· 一阶电路对阶跃激励的全响应的一般表达式

$$r(t)=r_f(t)+\left[r(0_+)-r_f(0_+)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

全响应的初始值、稳态解和电路的时间常数，称为一阶线性电路全响应的三要素。这种方法就叫做三要素法。

第五章 正弦电流电路导论

$$u_1(t)=U_{1m}\sin(\omega t+\psi_1) \quad u_2(t)=U_{2m}\sin(\omega t+\psi_2)$$

$$0\le|\psi|\le 180^0$$

$$\varphi=\psi_1-\psi_2$$

$\psi_1-\psi_2>0$，$u_1(t)$在相角上超前于$u_2(t)$；

$\psi_1-\psi_2<0$，$u_1(t)$在相角上落后于$u_2(t)$；

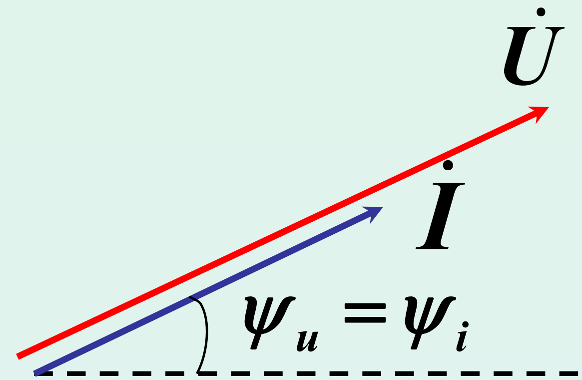
$$0\le|\varphi|\le 180^0$$

$\psi_1-\psi_2=0$，$u_1(t)$ 与$u_2(t)$ 同相（in phase）；

$\psi_1-\psi_2=180°$，则称$u_1(t)$ 与$u_2(t)$ 反相（opposite phase）。

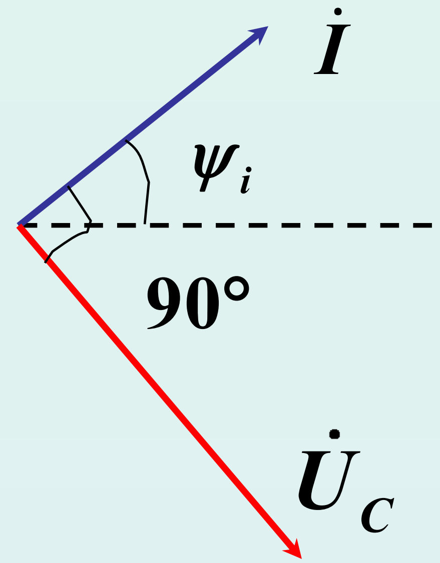
- 电阻元件

$$\dot{U}_R = R\dot{I}$$



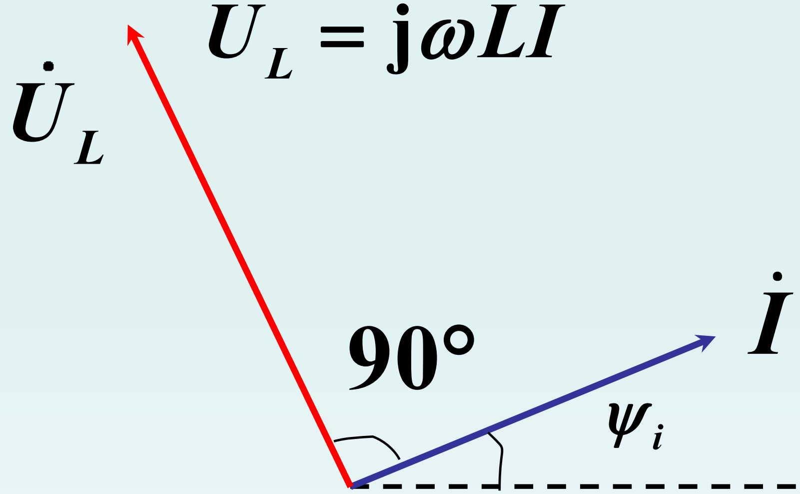
- 电容元件

$$\dot{U}_C = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}$$



- 电感元件

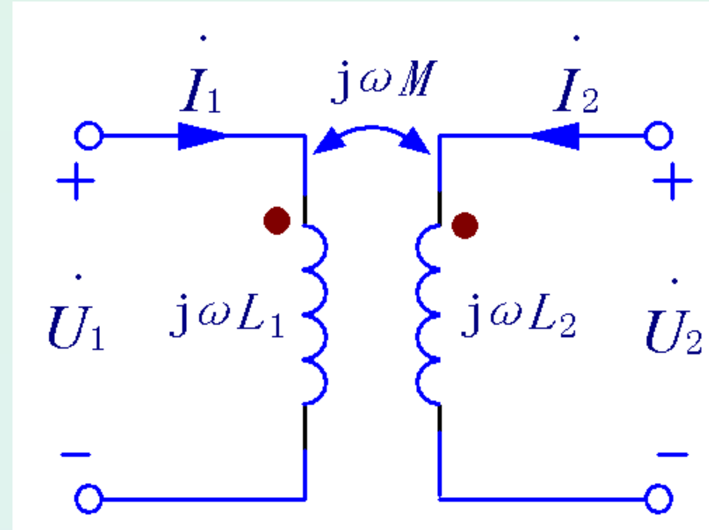
$$\dot{U}_L = \mathrm{j}\omega L\dot{I}$$



- **耦合电感元件**

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$$

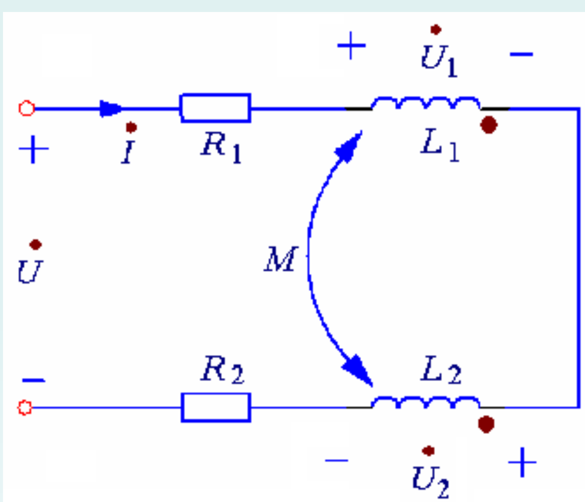
$$\dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2$$



$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U}_2 = j\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I}$$

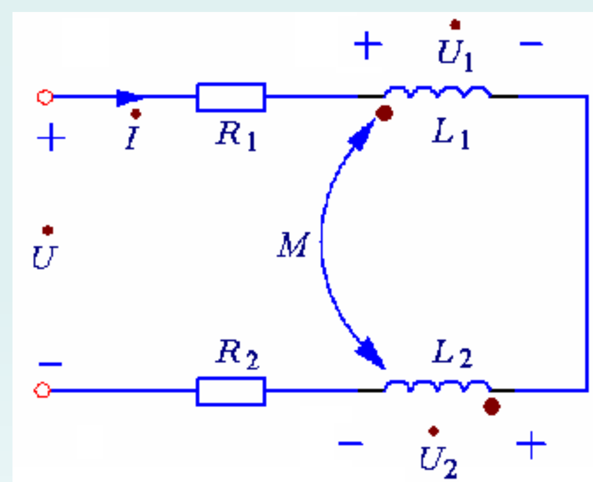
$M < 0$



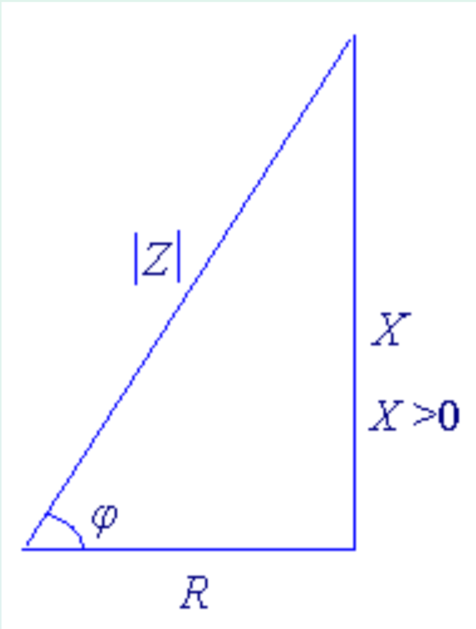
$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U}_2 = j\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I}$$

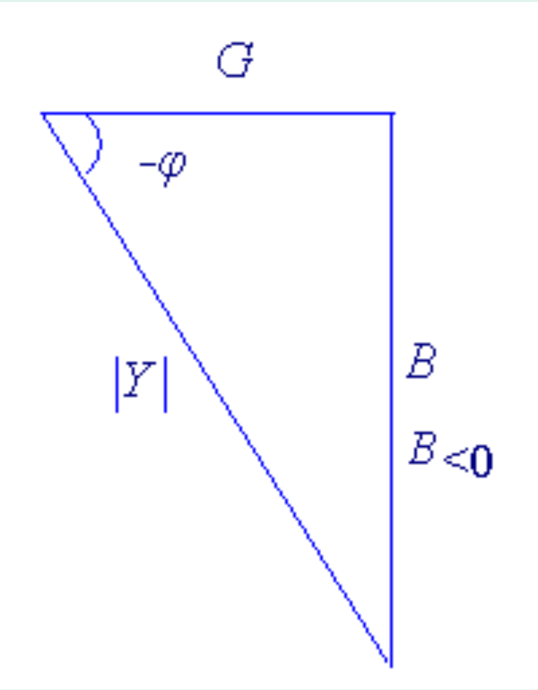
$M > 0$



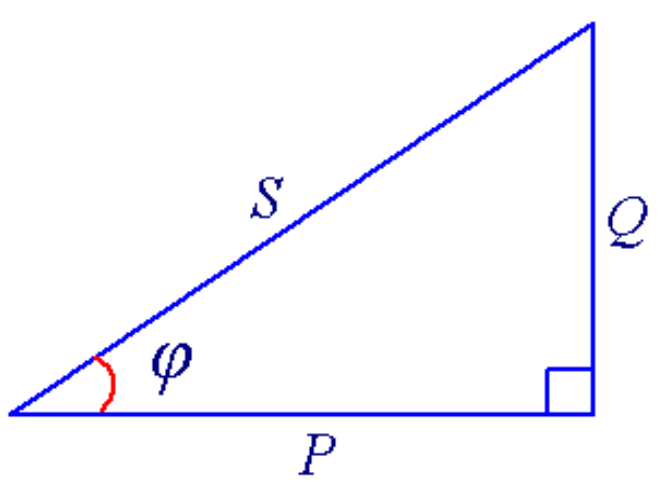
阻抗三角形

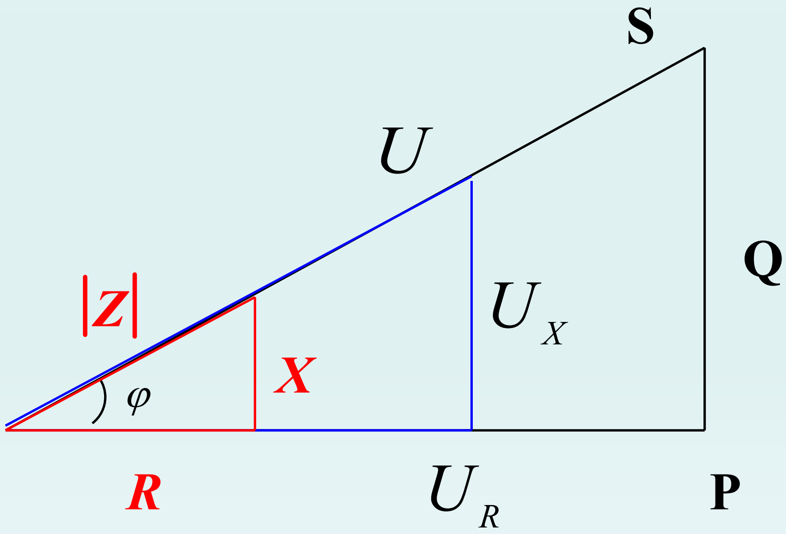


导纳三角形

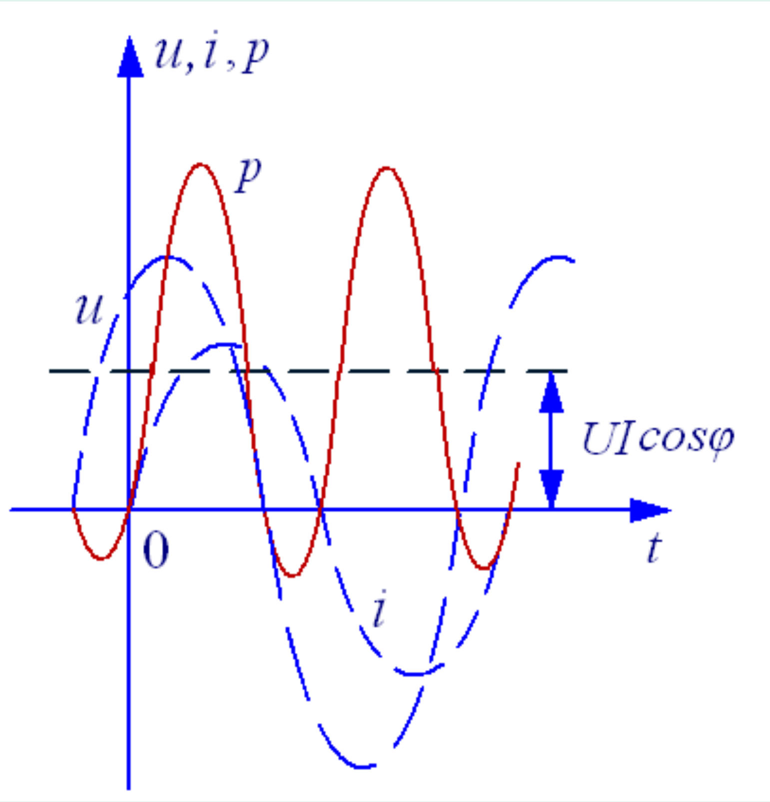


功率三角形





$$P = UI\cos\varphi$$

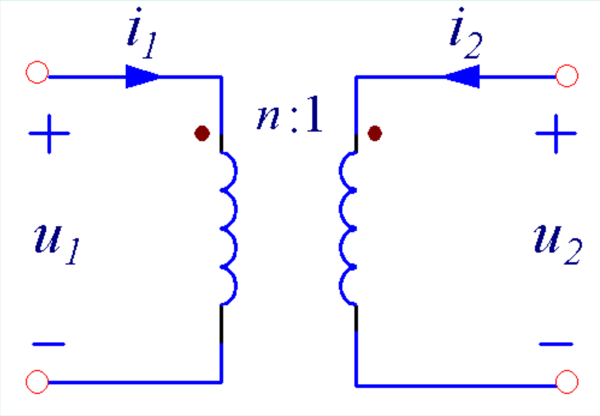


功率因数 (power factor)

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

$$S \overset{def}{=\!=} UI$$

理想变量器



$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 &= -\frac{1}{n}\dot{I}_2\end{aligned}\right\} \qquad Z_i = n^2 Z_L$$

第八章 非正弦周期电流电路的分析

非正弦周期电流和电压的有效值·平均功率

$$I=\sqrt{I_0^2+\sum_{n=1}^{\infty}I_n^2}$$

$$P=U_0I_0+\sum_{n=1}^{\infty}U_nI_n\cos\varphi_n=P_0+\sum_{n=1}^{\infty}P_n$$

线性电路对周期性激励的稳态响应

1、将周期性激励分解为傅里叶级数；

2、根据叠加定理，求每一谐波源单独作用于电路的响应；

3、将各谐波激励所引起的时域响应叠加起来，即得线性电路对非正弦周期性激励的稳态响应 。

(1) 当激励函数中的直流分量单独作用时，电容相当于开路，电感相当于短路。

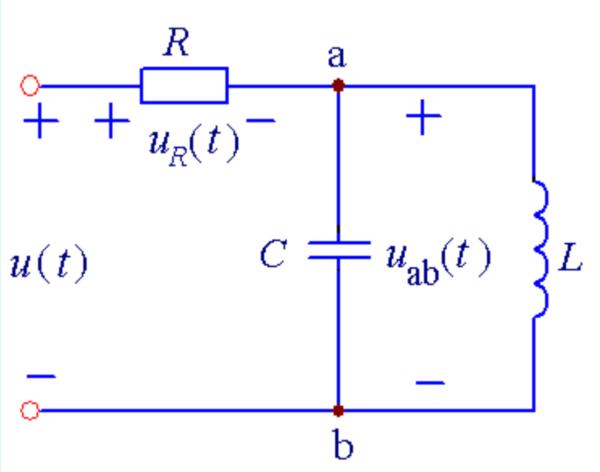
(2) 当激励函数中的各谐波分量分别作用时，电路对不同频率的谐波所呈现的阻抗(或导纳)也必然不同。

(3) 激励函数中的各次谐波分别作用时求得的频域响应，必须变成时域响应才能进行叠加。

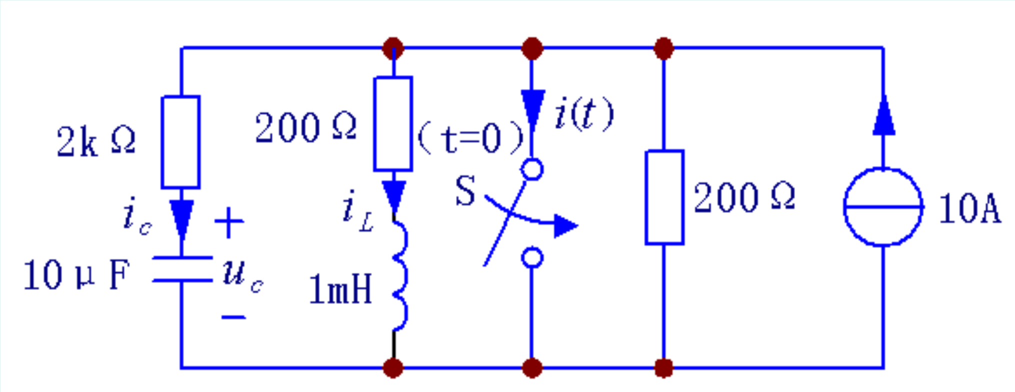
1、 $u(t)=[20+200\sin\omega t+68.5\sin(2\omega t+30°)]\mathrm{V}$

$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}=200\Omega$ R=100Ω，求 $u_{\mathrm{ab}}(t)$

电路消耗的有功功率。



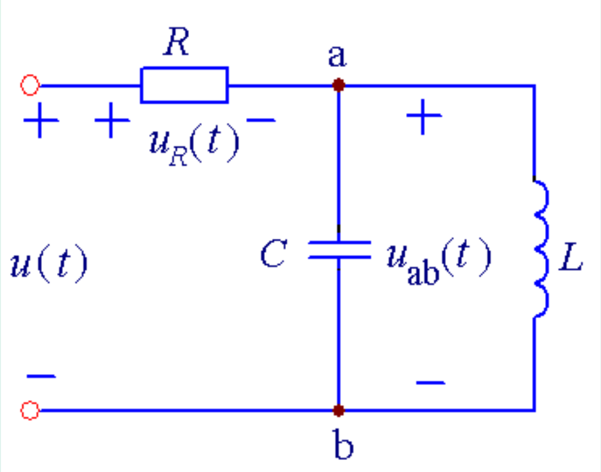
2、试求电路中的电流 $i(t)$ 。设换路前电路处于稳定状态。



1、 $u(t)=[20+200\sin\omega t+68.5\sin(2\omega t+30°)]\mathrm{V}$

$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}=200\Omega$ 　 R=100Ω，求 $u_{\mathrm{ab}}(t)$

电路消耗的有功功率。



解 (1)直流电压 $U_0=20\mathrm{V}$ 单独作用。此时电容元件视为开路，电感元件视为短路。

$$U_{\mathrm{ab0}}=0$$

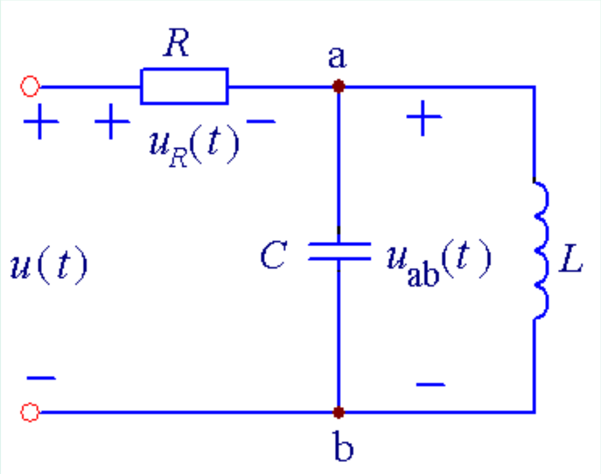
(2) 　$u_1(t)=200\sin\omega t$ V单独作用。此时有 $\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$

电路发生并联谐振 $u_{ab1}(t)=200\sin\omega t$

(3) 　$u_2(t)=68.5\sin(2\omega t+30°)$ V单独作用。此时有

$$2\omega L=400\Omega \qquad \frac{1}{2\omega C}=\frac{200}{2}\Omega=100\Omega \qquad \dot{U}_2=\frac{68.5}{\sqrt{2}}\angle 30^0 V$$

$$Z_2 = [100 + \frac{j400 \times (-j100)}{j400 - j100}]\Omega = 167\angle -53.1°\Omega$$



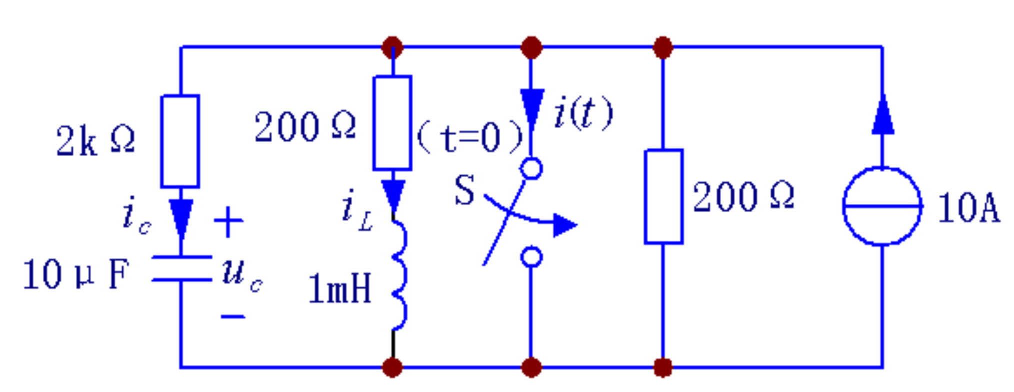
$$\dot{U}_{ab2} = \frac{-j\frac{400}{3}}{Z_2}\dot{U}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 54.8\angle -6.9° \text{ V}$$

$$u_{ab}(t) = 54.8\sin(2\omega t - 6.9°)\text{V}$$

(4) 叠加可得

$$u_{ab}(t) = [200\sin\omega t + 54.8\sin(2\omega t - 6.9°)]V$$

2、试求电路中的电流 $i(t)$



设换路前电路处于稳定状态。

解： $i_L(0_+)=i_L(0_-)=5\text{ A}$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=1000\text{ V} \qquad \tau_1=\frac{10^{-3}}{200}=5\times10^{-6}\text{S}$$

$$\tau_2=2\times10^3\times10\times10^{-6}\text{S}=0.02\text{S}$$

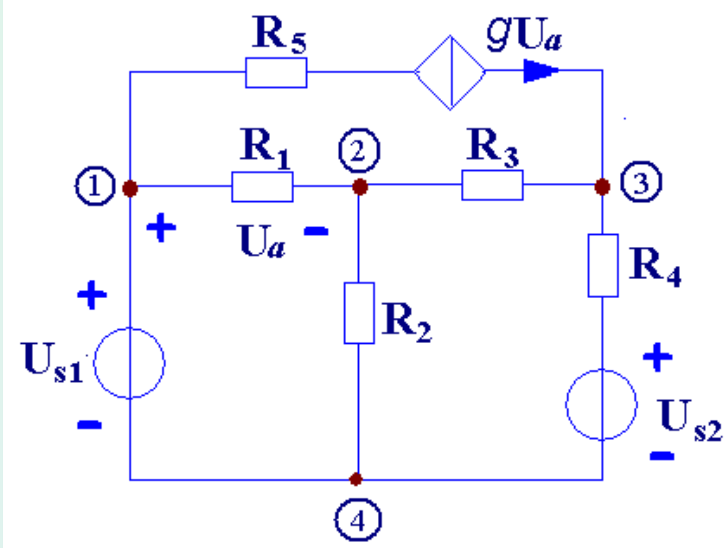
$$i_L(t)=i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau_1}}=5e^{-2\times10^5 t}\text{A} \qquad t\geq0_+$$

$$u_C(t)=u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau_2}}=1000e^{-50t}\text{ V} \qquad t\geq0_+$$

$$i_C(t)=C\frac{du_C}{dt}=10\times10^{-6}\times1000(-50)e^{-50t}\text{A}=\text{-}0.5e^{-50t}\text{A} \qquad t\geq0+$$

由KCL可得 $i(t)=10-i_L(t)-i_C(t)=（10+0.5e^{-50t}-5e^{-2\times10^5 t}）\text{ A} \quad t\geq0_+$

一．以节点电压为求解变量列写图1的节点电压方程（要求：按图中所示节点编号次序来列写方程）



二．用戴维宁定理求解图2电路中的电流*I*，并求电流源发出的功率。

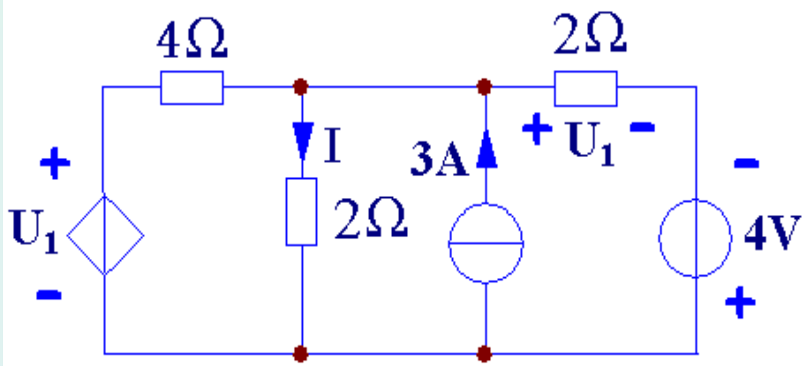


图 2

三．在图3所示电路中，电源电压

$$u_s(t) = 220\sqrt{2}\sin 314tV$$

求：1）$i(t)$　$u(t)$

2）电路的功率因数及电源发出的有功功率。

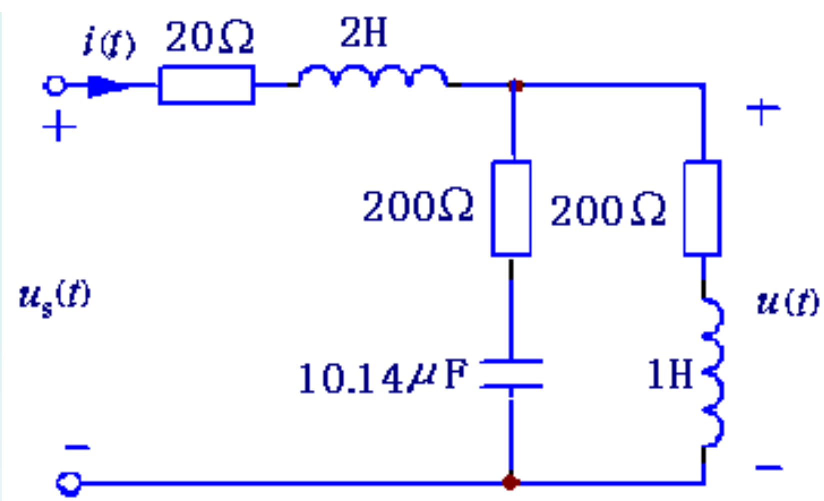


图 3

四．求图4电路中a，b两点间的电压 $\dot{U}_{ab}$ ，其中 $\omega M = 6\Omega$ 。

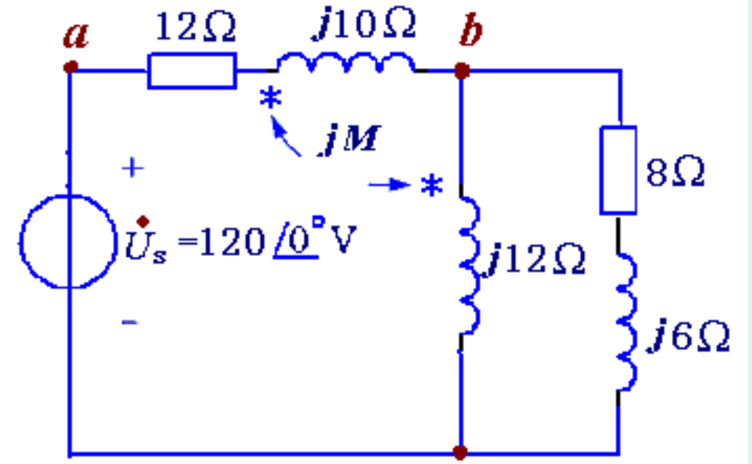


图 4

五．图5所示电路在开关S闭合前处于稳定状态。求开关闭合后的 $u_c(t)$ 和 $i(t)$ 。

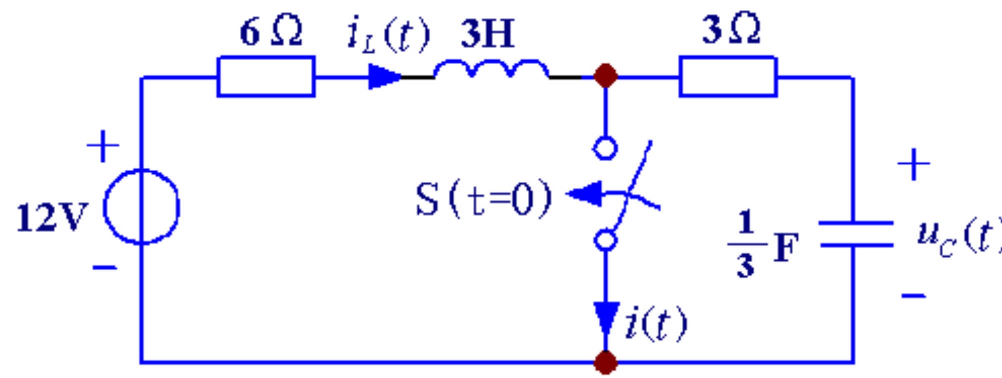


图5

六．在图6所示电路中，已知 $\omega L_1 = \omega L_2 = 15\Omega$

$\dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{\omega C_2} = 135\Omega \quad R_1 = 2\Omega \quad R_2 = 3\Omega$

$i_S(t) = 5 + 15\sqrt{2}\sin 3\omega t$ A，求

$i_{L1}(t)$及其有效值 I_{L2} ，求电路消耗的功率

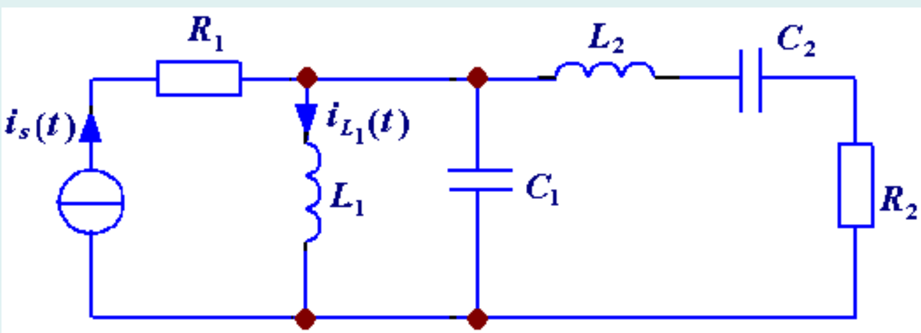


图 6

一．以节点电压为求解变量列写图1的节点电压方程（要求：按图中所示节点编号次序来列写方程）

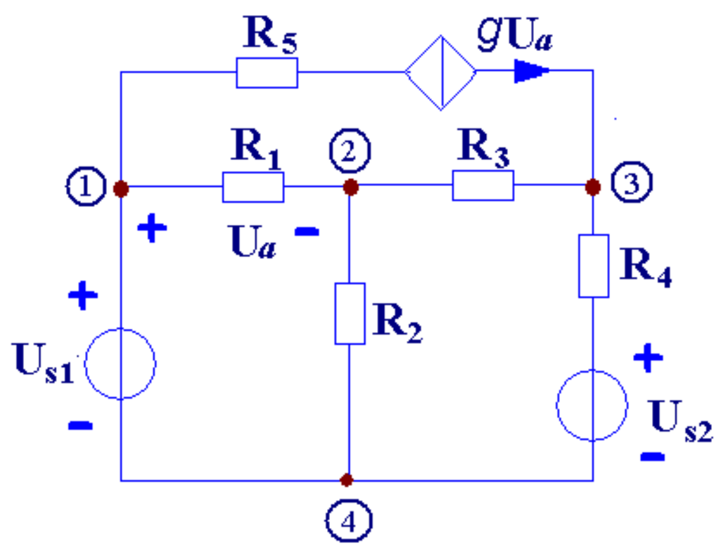


图1

$$U_1 = U_{s1}$$

$$-G_1U_1 + (G_1 + G_2 + G_3)U_2 - G_3U_3 = 0$$

$$-G_3U_2 + (G_3 + G_4)U_3 = G_4U_{s2} + gU_a$$

$$U_a = U_1 - U_2$$

二．用戴维宁定理求解图2电路中的电流*I*，并求电流源发出的功率。

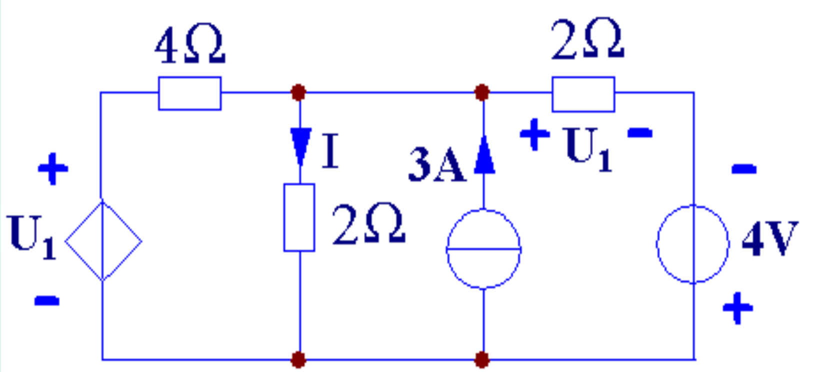
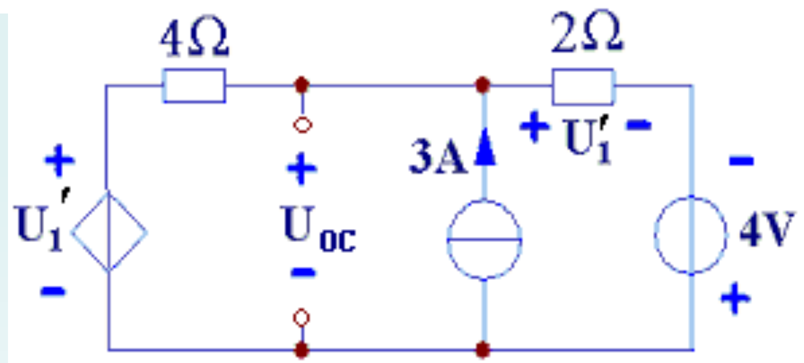


图2

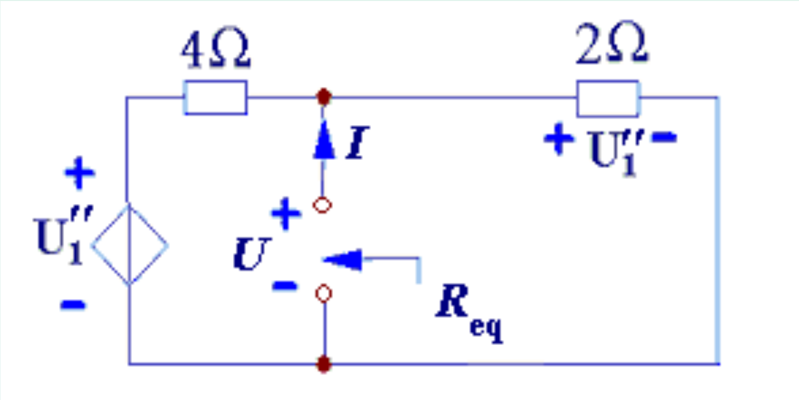
1．求开路电压 U_{oc}



$$U_1' - 4 = (3 - \frac{U_1'}{2}) \times 4 + U_1'$$

$$U_1' = 8V \qquad U_{oc} = U_1' - 4 = 4V$$

2．求等效电阻 R_{eq}



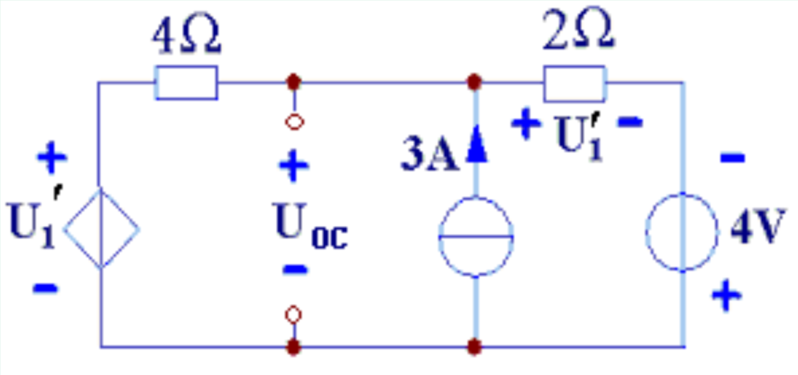
$$R_{eq} = 2\,\Omega$$

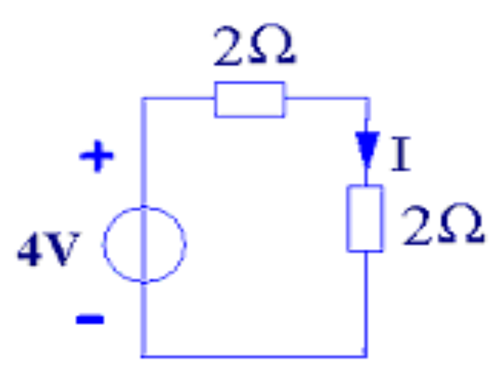
3．作戴维宁等效电路求*I*

$$I = \frac{4}{2+2} = 1A$$

4．求电流源发出的功率

$$P_{I_s} = 2 \times 1 \times 3 = 6W$$





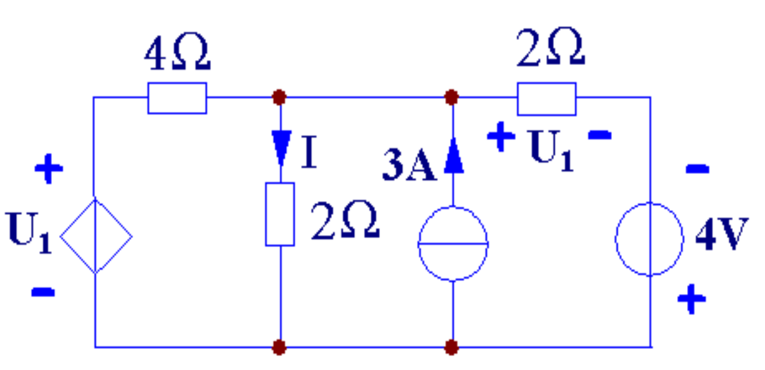


图2

三．在图3所示电路中，电源电压

$$u_s(t)=220\sqrt{2}\sin 314tV$$

求：1）$i(t)$　$u(t)$

2）电路的功率因数及电源发出的有功功率。

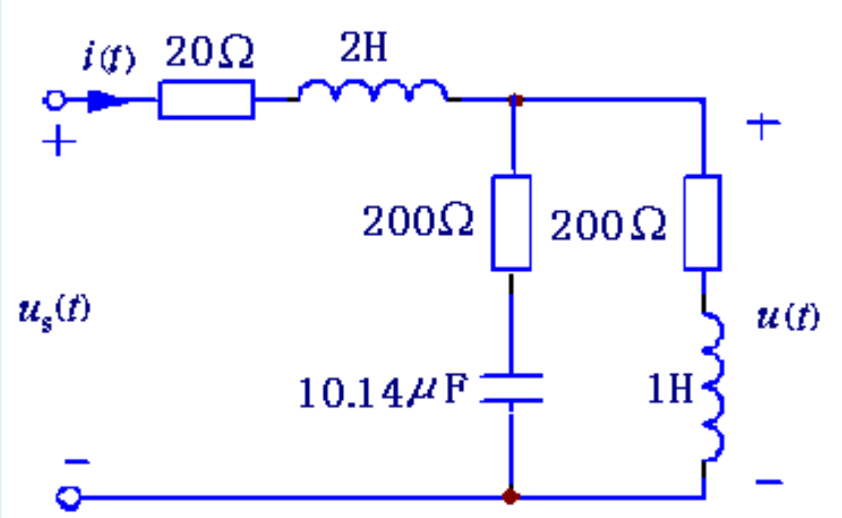


图 3

$$\dot{I}=\frac{220\angle 0^\circ}{20+j628+\dfrac{(200-j314)(200+j314)}{400}}$$

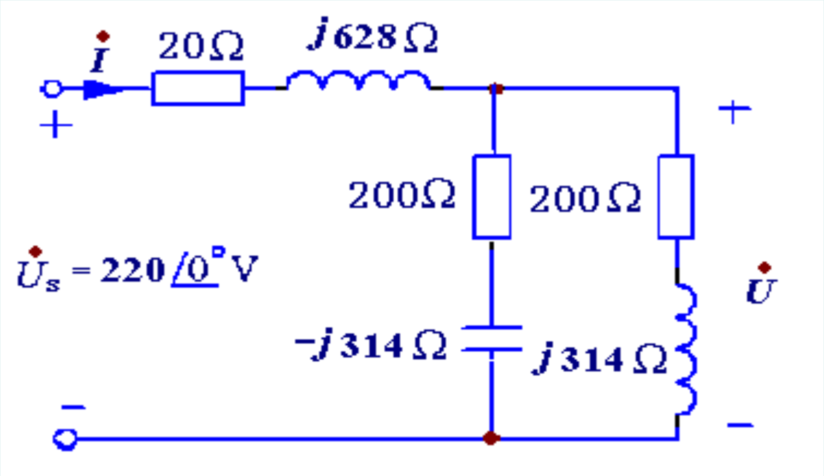
$$=0.3\angle-59.73^\circ A$$

$$\dot{U}=0.3\angle-59.73^\circ\times\frac{(200-j314)(200+j314)}{400}$$

$$=103.95\angle-59.73^\circ V$$

$$i(t)=0.3\sqrt{2}\sin(314t-59.73^\circ)A$$

$$u(t)=103.95\sqrt{2}\sin(314t-59.73^\circ)V$$



作电路的相量模型

$$\cos\varphi=\cos 59.73^\circ=0.504$$

$$P=U_sI\cos\varphi=220\times0.3\times0.504=33.264W$$

四．求图4电路中a，b两点间的电压 $\dot{U}_{ab}$ ，其中 $\omega|M|=6\Omega$ 。

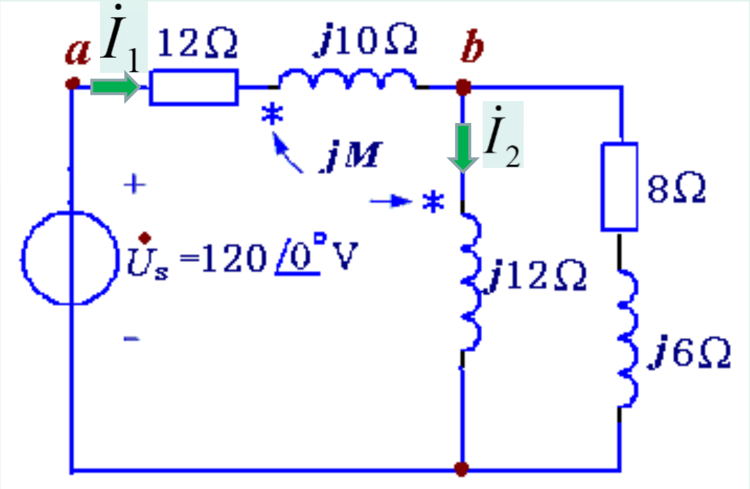


图 4

$$M>0$$

$$12\dot{I}_1+j10\dot{I}_1+j6\dot{I}_2+j6\dot{I}_1+j12\dot{I}_2=120$$

$$j6\dot{I}_1+j12\dot{I}_2=(8+j6)(\dot{I}_1-\dot{I}_2)$$

$$\dot{I}_1=4.51\angle-45.44^\circ A$$

$$\dot{I}_2=1.83\angle-111.48^\circ A$$

$$\dot{U}_{ab}=12\dot{I}_1+j10\dot{I}_1+j6\dot{I}_2=81.06\angle-7.74^\circ V$$

五．图5所示电路在开关S闭合前已处于稳定状态。求开关闭合后的 $u_c(t)$ 和 $i(t)$ 。

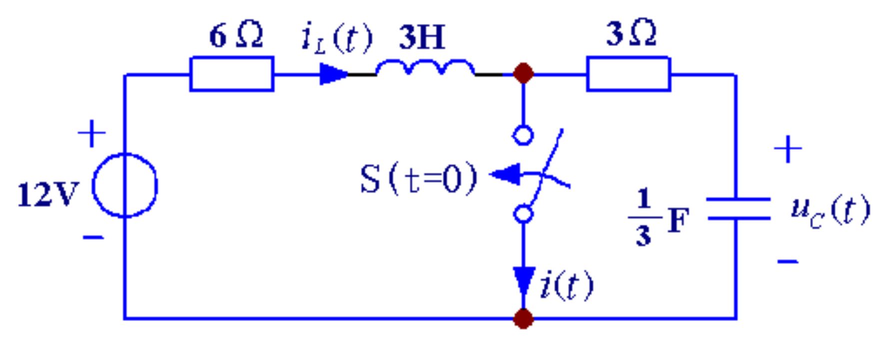


图5

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 12V \qquad \tau_{RC} = 1s$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0 \qquad \tau_{RL} = 1/2s$$

$$u_c(t) = 12e^{-t}V \qquad t \ge 0_+$$

$$i_L(t) = 2(1 - e^{-2t})A \qquad t \ge 0_+$$

$$i(t) = \frac{u_C(t)}{3} + i_L(t) = 2 + 4e^{-t} - 2e^{-2t}A \qquad t \ge 0_+$$

六．在图6所示电路中，已知 $\omega L_1 = \omega L_2 = 15\Omega$

$\dfrac{1}{\omega C_1} = \dfrac{1}{\omega C_2} = 135\Omega \quad R_1 = 2\Omega \quad R_2 = 3\Omega$

$i_S(t) = 5 + 15\sqrt{2}\sin 3\omega t$ A，求

$i_{L1}(t)$及其有效值 I_{L2} ，求电路消耗的功率

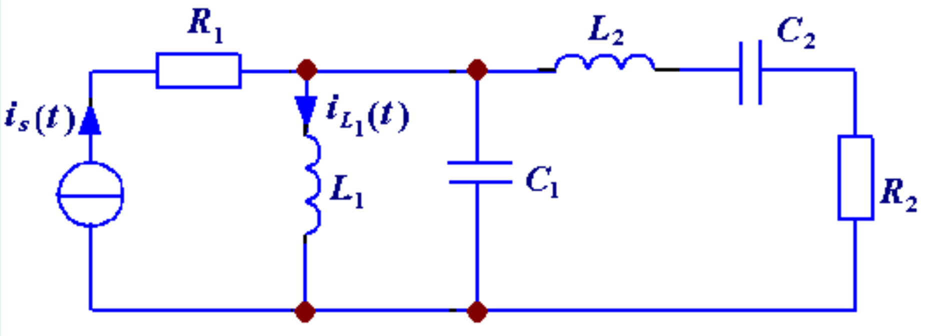
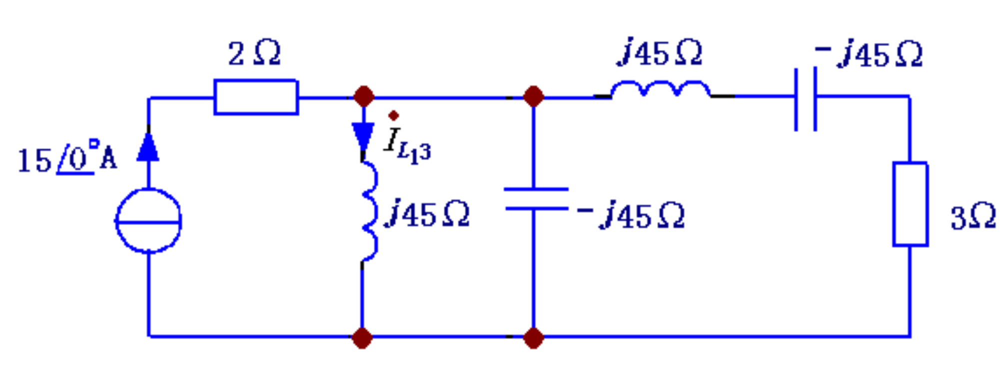


图 6

1．当直流单独作用时 $I_{L10} = 5A$



2．当3次谐波单独作用时

$$\dot{I}_{L13} = \frac{15\times 3}{j45} = 1\angle -90^\circ A$$

3. $i_{L1} = 5 + \sqrt{2}\sin(3\omega - 90^\circ)A$

$$I_{L1} = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5.1A$$

P=P0+P3=5²×2+15²×(2+3)=50+1125=1175 W