作业.3.1.周2.P49. 11.13.15.17

2.11 光滑水平面上放有一质量为 m_2 的三棱柱体，其上又放一质量为 m_1 的小三棱柱体，两者的接触面（倾角为 θ）亦为光滑，设它们由静止开始滑动，如图 2-20 所示，求：

（1）m_1 相对 m_2 的加速度；

（2）m_1 和 m_2 之间的正压力．

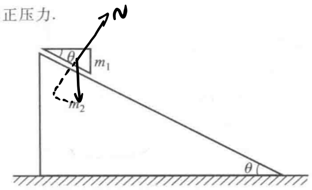


图 2-20 习题 2.11 图

(1) 对 m_1（水平方向）：

(2) 绝对 a：$a_{1x} = \frac{N\sin\theta}{m_1}$（向右为正方向）

牵连 a：$a_{2x} = \frac{-N\sin\theta}{m_2}$

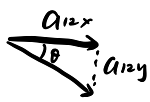
相对 a：

$a_{1x} = a_{2x} + a_{12x}$

$\therefore a_{12x} = \frac{N\sin\theta}{m_1} + \frac{N\sin\theta}{m_2}$ ……※

同理，$a_{12y} = \frac{m_1 g - N\cos\theta}{m_1}$

又 a_{12} 沿斜向下与水平夹 θ



$\therefore \tan\theta = \frac{a_{12y}}{a_{12x}} = \frac{\frac{m_1 g - N\cos\theta}{m_1}}{\frac{(m_1+m_2)N\sin\theta}{m_1 m_2}} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \cdot \frac{m_1 g - N\cos\theta}{N\sin\theta}$

$N = \frac{m_1 m_2 g\cos\theta}{m_1\sin^2\theta + m_2}$

代入※，又 $a_{12} = \frac{a_{12x}}{\cos\theta}$

$\therefore a_{12} = \frac{m_1+m_2}{m_1 m_2} \cdot \sin\theta \cdot \frac{m_1 m_2 g\cos\theta}{m_1\sin^2\theta + m_2} \cdot \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{(m_1+m_2) g\sin\theta}{m_1\sin^2\theta + m_2}$

2.13 在图 2-22 中，一个质量为 m_1 的物体拴在长为 L_1 的轻绳上，绳的另一端固定在一个水平光滑桌面的钉子上．另一质量为 m_2 的物体，用长为 L_2 的绳与 m_1 连接．二者均在桌面上匀速圆周运动，假设 m_1、m_2 的角速度均为 ω，求各段绳子上的张力．

m_1: $T_1 - T_2 = m_1\omega^2 L_1$

m_2: $T_2 = m_2\omega^2(L_1+L_2)$

$\therefore T_1 = \omega^2[m_1L_1 + m_2(L_1+L_2)]$

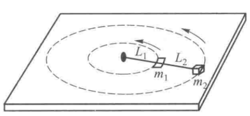


图 2-22 习题 2.13 图

2.15 一质量为 10 kg 的物体沿 x 轴无摩擦地运动，已知 $t=0$ 时物体静止在坐标原点，求下列两种情况下物体的速度和加速度：

（1）在力 $F=3+4x$（SI 单位）作用下移动了 3 m 距离；

（2）在力 $F=3+4t$（SI 单位）作用下运动了 3 s 时间．

1) $a_1 = \frac{3+12}{10} = 1.5\ N/s$

$\because a = \frac{F}{m} = \frac{3+4x}{10} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{v\,dv}{dx}$

$\therefore \int_0^3 \frac{3+4x}{10}dx = \int_0^{v_1} v\,dv \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{1}{2}v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{5}\ m/s$

2) $a_2 = 1.5\ N/s$

$a = \frac{3+4t}{10} = \frac{dv}{dt}$ $\int_0^3 \frac{3+4t}{10}dt = \int_0^{v_2} dv \Rightarrow \frac{5}{2} = v_2 \Rightarrow v_2 = 2.5\ m/s$

2.17 质量为 m 的摩托快艇正在以速率 v_0 行驶，它受到的摩擦阻力与速度平方成正比，比例常量为 k．现在需要快艇停下来，故关闭快艇的发动机（设此时此地为计时起点及坐标原点），求发动机关闭后，

（1）快艇的速度降低到 $0.2v_0$ 所需要的时间；

（2）在这段时间内，快艇的位移（设为直线运动）；

（3）快艇的速度与位移的关系．

$f = kv^2$

1). $a = \frac{-kv^2}{m} = \frac{dv}{dt}$

$\Rightarrow \frac{-k}{m}dt = \frac{dv}{v^2}$

$\Rightarrow \int_0^t \frac{-k}{m}dt = \int_{v_0}^{0.2v_0}\frac{dv}{v^2}$

$\frac{-kt}{m} = -\frac{1}{v}\Big|_{v_0}^{0.2v_0} = \frac{1}{v_0} - \frac{5}{v_0} = -\frac{4}{v_0}$

$t = \frac{4m}{kv_0}$

(2) $\frac{-kv^2}{m} = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt}\cdot\frac{dv}{dx} = v\cdot\frac{dv}{dx}$

$-\frac{k}{m}dx = \frac{dv}{v}$

$\int_0^x \frac{-k}{m}dx = \int_{v_0}^{0.2v_0}\frac{dv}{v}$

$\frac{-k}{m}x = \ln\frac{0.2v_0}{v_0} = -\ln 5$

$x = \frac{m}{k}\ln 5$

(3). $\int_0^x \frac{-k}{m}dx = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}$

$\frac{-k}{m}x = \ln\frac{v}{v_0}$

$v = e^{-\frac{kx}{m}}\cdot v_0$

作业.周四. P71. 3. P72. 8.9.13.

3.3 一质量为 m 的弹性小球，自水平地面上方 h 高处，以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 水平抛出，落地后被弹回同一高度，速度仍为 $\boldsymbol{v}_0$，如图 3-18 所示．若忽略空气阻力，问该过程中重力的冲量等于多少？设小球接触地面的时间 Δt 很短，小球受到地面作用力的冲量和平均冲力等于多少？沿什么方向？

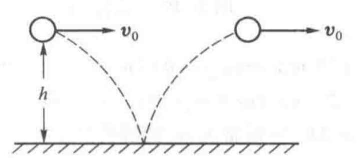


图 3-18 习题 3.3 图

y方向上：

下落：$\frac{1}{2}gt^2 = h$ $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

由对称性 $t_总 = 2t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$

故 $I_G = mg t_总 = 2m\sqrt{2gh}$ N·s

又全过程 $\vec{I_y} = \vec{0}$

故 $I_N = -I_G = -2m\sqrt{2gh}$ 负号表示方向向上．

$\overline{F}_N = \frac{I_N}{\Delta t} = \frac{-2m\sqrt{2gh}}{\Delta t}$ 负号表示方向向上．

3.8 水力采煤时是用高压水枪喷出的强力水柱冲击煤层.设水柱直径为 $D=30$ mm,水速 $v=56\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,水柱垂直射到煤层表面上,冲击煤层后速度变为零.求水柱对煤层的平均冲力.

$\Delta t=1$ s内, $V_{水} = 56\times1\times\pi\times(15\times10^{-3})^2 = 3.9564\times10^{-2}\ m^3$

$m_{水} = 10^{-3}V = 3.9564\times10^{-5}\ kg$.

$\Delta p = m_{水}(v-0) = \bar{F}\Delta t \Rightarrow \bar{F} = 2.215584\times10^{-3}\ N$

3.9 一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为 $F=400-\frac{4}{3}\times10^5\,t$(SI 单位),子弹出枪口时的速率为 $300\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,假设子弹离开枪口时合力刚好为零,求:

(1) 子弹在枪筒中的时间;

(2) 子弹在枪筒中受到的冲量;

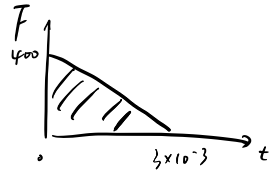
(3) 子弹的质量.

(1). $F=0$ 时 $t = \dfrac{400}{\frac{4}{3}\times10^5} = 3\times10^{-3}\ s$

(2). $I = \Delta p = \int_0^{3\times10^{-3}} F\,dt = \int_0^{3\times10^{-3}} (400-\frac{4}{3}\times10^5 t)\,dt = 0.6\ N\cdot s$

(3). $\Delta p = m\Delta v$

$\therefore m = \dfrac{\Delta p}{v-0} = \dfrac{0.6}{300} = 2\times10^{-3}\ kg$



13. **3.13** 一质量为 m_1 的滑块 B 正沿光滑水平面向右运动,被一质量为 m_2 的小球 A 以水平速度 $\boldsymbol{v}_1$ 与其斜面相碰,碰后以速度 $\boldsymbol{v}_2$ 竖直向上运动,如图 3-21 所示.设碰撞时间为 Δt(Δt 很小),求碰撞过程中 B 对地面的平均作用力和 B 的速度增量.

对AB系统在y方向上用动量定理:

$m_2v_2 - 0 = \bar{N}\Delta t$

即 $\bar{N} = \dfrac{m_2v_2}{\Delta t}$.

由牛三律得: $\bar{F}_B = \bar{N} = \dfrac{m_2v_2}{\Delta t}$

方向向下.

对AB系统在x方向上用动量定理(动量守恒)

$m_1v_1 = 0 + m_2\Delta v \Rightarrow \Delta v = \dfrac{m_1v_1}{m_2}$

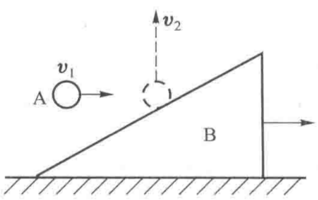


图 3-21 习题 3.13 图