姓名：韩昊辰 学号：20214272 班级：电信09

作业. 2.14, 周一. P_5. 3.5.

3. 如图 7－10 所示，设已知立方体三边上的向量，而 A、B、C、D、E、F 为各边的中点，求证：$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{EF}$组成一个三角形.

如图. 设立方体三条相临的棱为向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$\vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$

$\vec{CD} = \frac{1}{2}(-\vec{a}+\vec{c})$

$\vec{EF} = \frac{1}{2}(-\vec{b}-\vec{c})$

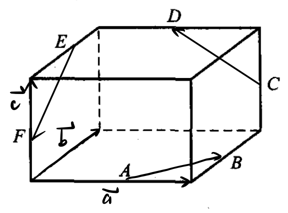


图 7－10

$\vec{AB}+\vec{CD}+\vec{EF} = \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}-\vec{b}-\vec{c}) = \vec{0}$

故 $\vec{AB}, \vec{CD}, \vec{EF}$ 可组成一个三角形

5、

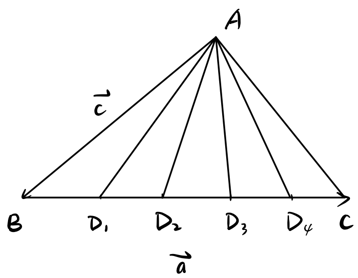
5. 把△ABC 的 BC 边 5 等分，设分点依次为 D_1，D_2，D_3，D_4，再把各分点与点 A 连接，试以 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$ 表示向量$\overrightarrow{D_1A}$，$\overrightarrow{D_2A}$，$\overrightarrow{D_3A}$和$\overrightarrow{D_4A}$.

$\vec{D_1A} = -(\vec{c}+\frac{1}{5}\vec{a})$

$\vec{D_2A} = -(\vec{c}+\frac{2}{5}\vec{a})$

$\vec{D_3A} = -(\vec{c}+\frac{3}{5}\vec{a})$

$\vec{D_4A} = -(\vec{c}+\frac{4}{5}\vec{a})$



作业 P_{10} 4.6.7 周三 .

4. 设 $\boldsymbol{a}=(1,1,1)$，求(1)$\boldsymbol{a}$ 的方向余弦；(2)问 $\boldsymbol{a}$ 是否为单位向量？

5. 是否给一模长，任给三个方向角，就可以获得一个向量？

6. 求证：以点 $P(4,3,1)$、$Q(7,1,2)$、$R(5,2,3)$ 为顶点的三角形是等腰三角形.

7. 在 z 轴上求一点，与两点 $A(-4,1,7)$、$B(3,5,-2)$ 的距离相等.

4. (1)

$|\vec{a}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$

$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)$

$\therefore \cos\alpha = \cos\beta = \cos\gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) $\because |\vec{a}| \neq 1$ $\therefore \vec{a}$ 不是单位向量

6.

6. 求证：以点 $P(4,3,1)$、$Q(7,1,2)$、$R(5,2,3)$ 为顶点的三角形是等腰三角形.

$|\vec{PQ}| = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$ $|\vec{QR}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$|\vec{PR}| = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$ $\therefore |\vec{PR}| = |\vec{QR}|$ 得证.

7.

7. 在 z 轴上求一点，与两点 $A(-4,1,7)$、$B(3,5,-2)$ 的距离相等.

设该点为 $C(0.0.x)$

$|\vec{AC}|^2 = 16+1+(7-x)^2$

$|\vec{BC}|^2 = 9+25+(2+x)^2$

$|\vec{AC}|^2 = |\vec{BC}|^2 \Rightarrow (7-x)^2-(2+x)^2 = 17 = 9\times(5-2x)$ $\therefore x = \frac{14}{9}$

故点 C 为 $(0, 0, \frac{14}{9})$

作业. 周五. P_{16} 3.5.6.10

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\theta=\frac{3\pi}{4}$，且 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{b}|=3$，求 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$.

4. 设 $|\boldsymbol{a}|=3$，$\boldsymbol{b}=4$ 且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，求 $|(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})|$.

5. 已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 互相垂直，且 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{c}|=3$，求 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ 的长度，向量 $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角.

6. 用向量方法证明正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

3. 3. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\theta=\frac{3\pi}{4}$，且 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{b}|=3$，求 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$.

$|\vec{a}-\vec{b}|^2 = \vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$

$= 2+9-2\times3\sqrt{2}\times(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

$= 17$

$\therefore |\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{17}$

5. 5. 已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 互相垂直，且 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{c}|=3$，求 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ 的长度，向量 $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角.

$\because \vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot\vec{c} = \vec{0}$

$\therefore \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 = \vec{a}^2+\vec{b}^2+\vec{c}^2 = 1+4+9 = 14$

$\therefore |\vec{u}| = \sqrt{14}$

$\cos\langle\widehat{\vec{u}, \vec{b}}\rangle = \frac{\vec{u}\cdot\vec{b}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{b}|} = \frac{\vec{b}^2}{\sqrt{14}\times2} = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$

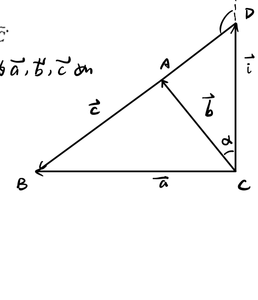
故 $\langle\widehat{\vec{u}, \vec{b}}\rangle = \arccos\frac{\sqrt{14}}{7}$

6. 6. 用向量方法证明正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

已知△ABC，过C作CD⊥BC于点C，令△ABC三边分别为 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 如图. $\vec{CD} = \vec{i}$

$\because \vec{b}+\vec{c} = \vec{a}$ $\vec{a}\cdot\vec{i} = 0$

$\therefore \vec{i}\cdot\vec{b}+\vec{i}\cdot\vec{c} = 0$



$|\vec{i}|b\cos(\frac{\pi}{2}-C)+|\vec{i}|c\cdot\cos(\frac{\pi}{2}+B)=0$

$b\cdot\sin C - c\cdot\sin B=0$

$\therefore \frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，同理，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

10.

10. 化简下列各式：

(1) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot[(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\times(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})]$；　(2) $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$；

(3) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$.

(1) 原式 $=(a+b)\cdot[b\times c+b\times a+c\times c+c\times a]$

$=a\cdot(b\times c)+b\cdot(c\times a)$

$=2a\cdot(b\times c)$

(2). 原式 $=|a\times b|^2+|a\cdot b|^2$

$=(|a|\cdot|b|\cdot\sin\langle a,b\rangle)^2+(|a|\cdot|b|\cdot\cos\langle a,b\rangle)^2$

$=(|a|\cdot|b|)^2$

3). 原式 $=2a\times c+b\times c-b\times a+b\times a+c\times a+c\times b$

$=a\times c$