周一作业.2.21.

P23. (1) a,c (2) b (6), (8) a,c

(1) 试证下列各式为重言式。

a) $(P\wedge(P\rightarrow Q))\rightarrow Q$。

b) $\neg P\rightarrow(P\rightarrow Q)$。

c) $((P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow R))\rightarrow(P\rightarrow R)$。

d) $((a\wedge b)\vee(b\wedge c)\vee(c\wedge a))\rightleftharpoons(a\vee b)\wedge(b\vee c)\wedge(c\vee a)$。

(2) 不构造真值表证明下列蕴含式。

a) $(P\rightarrow Q)\Rightarrow P\rightarrow(P\wedge Q)$。

b) $(P\rightarrow Q)\rightarrow Q\Rightarrow P\vee Q$。

c) $(Q\rightarrow(P\wedge\neg P))\rightarrow(R\rightarrow(R\rightarrow(P\wedge\neg P)))\Rightarrow R\rightarrow Q$。

a) $(P\wedge(P\rightarrow Q))\rightarrow Q$。

$\Leftrightarrow \neg(P\wedge(\neg P\vee Q))\vee Q$

$\Leftrightarrow (\neg P\vee(P\wedge\neg Q))\vee Q$

$\Leftrightarrow ((\neg P\vee P)\wedge(\neg P\vee\neg Q))\vee Q$

$\Leftrightarrow \neg P\vee\neg Q\vee Q$

$\Leftrightarrow \neg P\vee T$

$\Leftrightarrow T$

c) $((P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow R))\rightarrow(P\rightarrow R)$。

由 $((P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow R))\Rightarrow(P\rightarrow R)$ 得证.

(2) b. b) $(P\rightarrow Q)\rightarrow Q\Rightarrow P\vee Q$。

假设 $P\vee Q$ 为假，即 P,Q 均为假

则 $P\rightarrow Q$ 为真 $(P\rightarrow Q)\rightarrow Q$ 为假

得证.

(6) 检验下述论证的有效性。

如果我学习，那么我数学不会不及格。

如果我不热衷于玩扑克，那么我将学习。

但我数学不及格。

因此我热衷于玩扑克。

令 P: 我学习 Q: 我数学不及格

R: 我热衷于玩扑克

原式化为 $((P\rightarrow\neg Q)\wedge(\neg R\rightarrow P)\wedge Q)\rightarrow R$

$((P\rightarrow\neg Q)\wedge(\neg R\rightarrow P)\wedge Q)\rightarrow R$

假定R为0.

则

R	P	Q	$P\rightarrow\neg Q$	$\neg R\rightarrow P$	S
0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0

故 $((P\rightarrow\neg Q)\wedge(\neg R\rightarrow P)\wedge Q)$ 为F

故原式为蕴含式，命题有效

(8) 逻辑推证以下各式。

a) $P\Rightarrow(\neg P\rightarrow Q)$。

假定P为1.

则 $\neg P\rightarrow Q$ 为1

得证.

(c) c) $C\Rightarrow A\vee B\vee\neg B$。

$\because A\vee B\vee\neg B\Leftrightarrow A\vee T\Leftrightarrow T$

$\therefore$ 得证.

周三作业. P47. (1) a,c (2) b,e (4)

(1) 用推理规则证明以下各式。

a) $\neg(P\wedge\neg Q),\neg Q\vee R,\neg R\Rightarrow\neg P$。

① $\neg R$ P

② $\neg Q\vee R$ P

③ $\neg Q$ T①②

④ $\neg(P\wedge\neg Q)$ P

⑤ $\neg P\vee Q$ T④ I

⑥ $\neg P$ T③⑤

c) $B\wedge C,(B\rightleftarrows C)\to(H\vee G)\Rightarrow G\vee H$。

① $B\wedge C$ P

② $B\leftrightarrow C$ T①I

③ $(B\leftrightarrow C)\to(H\vee G)$ P

④ $H\vee G$ T②③

⑤ $G\vee H$ T④I

2). b)

b) $A\to(B\to C),(C\wedge D)\to E,\neg F\to(D\wedge\neg E)\Rightarrow A\to(B\to F)$。

① A P(附加前提)

② B P(附加前提)

③ $A\to(B\to C)$ P

④ C T①②③

⑤ $(C\wedge D)\to E$ P

⑥ $(\neg C\vee\neg D)\vee E$ T⑤I.

⑦ $\neg(D\wedge\neg E)$ T④⑥

⑧ $\neg F\to(D\wedge\neg E)$ P

⑨ F T⑦⑧.

⑩ $A\to(B\to F)$ T①②⑨.

e) $(A\to B)\wedge(C\to D),(B\to E)\wedge(D\to F),\neg(E\wedge F),A\to C\Rightarrow\neg A$。

① $(A\to B)\wedge(C\to D)$ P

② $A\to B$ T①I

③ $(B\to E)\wedge(D\to F)$ P

④ $B\to E$ T③I

⑤ $A\to E$ T②④I

⑥ $\neg(E\wedge F)$ P

⑦ $\neg E\vee\neg F$ T⑥E

⑧ $E\to\neg F$ T⑦E

⑨ $A\to\neg F$ T⑤⑧I

⑩ $C\to D$ T①I

⑪ $D\to F$ T③

⑫ $C\to F$ T⑩⑪

⑬ $A\to C$ P

⑭ $A\to F$ T⑫⑬I.

⑮ $\neg F\to\neg A$ T⑭E

⑯ $A\to\neg A$ T⑨⑮I

⑰ $\neg A$ T⑯E

(4)

(4) 证明下列各式：(如果必要，可用间接证法。)

a) $R\to\neg Q,R\vee S,S\to\neg Q,P\to Q\Rightarrow\neg P$。

b) $S\to\neg Q,S\vee R,\neg R,\neg P\rightleftarrows Q\Rightarrow P$。

c) $\neg(P\to Q)\to\neg(R\vee S),(Q\to P)\vee\neg R,R\Rightarrow P\rightleftarrows Q$。

a).

1 $R\vee S$ P

2 $\neg R\to S$ T_1,E

3 $S\to\neg Q$ P

4 $\neg R\to\neg Q$ T_{23}

5 $R\to\neg Q$ P

6 $(R\vee\neg R)\to\neg Q$ T_{45} E

7 $\neg Q$ T_6

8 $P\to Q$ P

9 $\neg P$ T_{78}

b). $S\to\neg Q, S\vee R, \neg R, \neg P \rightleftarrows Q \Rightarrow P$。

1 $\neg R$ P

2 $S\vee R$ P

3 S T_{12}

4 $S\to\neg Q$ P

5 $\neg Q$ T_{34}

6 $\neg P\leftrightarrow Q$ P

7 P T_{56}

) $\neg(P\to Q)\to\neg(R\vee S), (Q\to P)\vee\neg R, R \Rightarrow P\rightleftarrows Q$。

1 R P

2 $R\vee S$ T_1

3 $\neg(P\to Q)\to\neg(R\vee S)$ P

4 $P\to Q$ T_{23}

5. $(Q\to P)\vee\neg R$ P

6. $Q\to P$ T_{15}

7. $P\leftrightarrow Q$ $T_{4.6.}$

P_{39}. 2). b). d). 3). b). e) 4) a) c)

(7)

2). b) $P\to((Q\wedge R)\to S)$。

$P\to(\neg(Q\wedge R)\vee S)$

$P\to((\neg Q\vee\neg R)\vee S)$

$\neg P\vee\neg Q\vee\neg R\vee S$

d). d) $(P\to Q)\to R$。

$\neg(\neg P\vee Q)\vee R$

$(P\wedge\neg Q)\vee R$

$(P\vee R)\wedge(\neg Q\vee R)$

3) b) $\neg(P\to Q)\vee(P\vee Q)$。

$\neg(\neg P\vee Q)\vee(P\vee Q)$

$(P\wedge\neg Q)\vee(P\vee Q)$

$(P\vee Q)\wedge(T)$

$P\vee Q$

e) e) $(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)$。

$(\neg P\vee P)\wedge(\neg P\vee\neg Q)\wedge(Q\vee P)\wedge(Q\vee\neg Q)$

$\Leftrightarrow T\wedge(\neg P\vee\neg Q)\wedge(Q\vee P)\wedge T$

$(\neg P\vee\neg Q)\wedge(Q\vee P)$

4). a) (4) 求下列各式的主析取范式及主合取范式，并指出下列各式哪些是重言式。

a) $(\neg P\vee\neg Q)\to(P\rightleftarrows\neg Q)$。

$\neg(\neg P\vee\neg Q)\vee((\neg P\vee\neg Q)\wedge(Q\vee P))$

$(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge P)\vee(\neg Q\wedge Q)\vee(\neg Q\wedge P)$

$(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(\neg Q\wedge P)$

$\Sigma_{1,2,3}$

Π_0.

c). c) $P\vee(\neg P\to(Q\vee(\neg Q\to R)))$。

$P\vee(\neg P\to(Q\vee(Q\vee R)))$

$P\vee(\neg P\to(Q\vee R))$

$P\vee(P\vee Q\vee R)$

$P\vee Q\vee R$

Π_0

$\Sigma_{1234567}$

(7)

（7）A,B,C,D 四个人中要派两个人出差，按下述三个条件有几种派法？如何派？

a）若 A 去则 C 和 D 中要去一人；

b）B 和 C 不能都去；

c）C 去则 D 要留下。

$$(A\to\neg(C\leftrightarrow D))\wedge\neg(B\wedge C)\wedge(C\to\neg D)$$

$$(A\to\neg((\neg C\vee D)\wedge(C\vee\neg D)))\wedge(\neg B\vee\neg C)\wedge(\neg C\vee D)$$

$$(A\to((C\wedge\neg D)\vee(\neg C\wedge D)))\wedge(\neg B\vee\neg C)\wedge(\neg C\vee D)$$

$$(\neg A\vee(C\wedge\neg D)\vee(\neg C\wedge D))\wedge(\neg B\vee\neg C)\wedge(\neg C\vee D)$$

$$(\neg A\vee(C\wedge\neg D)\vee(\neg C\wedge D))\wedge((\neg B\wedge\neg C)\vee(\neg B\wedge D)\vee(\neg C\wedge D))$$

$$(\neg A\wedge\neg B\wedge\neg C)\vee(\neg C\wedge\neg B\wedge D)\vee(\neg C\wedge D)$$

故有2种派法.

1. A, D去
2. B, D去