姓名：韩昊辰 学号：20214272 班级：电信09

作业. 周一. 2.21 P26. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

4. 求过点 $P_1(1,-3,2)$ 及 $P_2(3,-2,1)$ 且平行于 x 轴的平面方程.

5. 求两平面 $3x-6y-2z-15=0$ 与 $2x+y-2z-5=0$ 的夹角 θ.

6. 设一平面通过点 $P(4,-3,-2)$ 且垂直于平面 $x+2y-z=0$ 和 $2x-3y+4z-5=0$. 求此平面的方程.

7. 求点 $P(1,1,3)$ 到平面 $3x+2y+6z-6=0$ 的距离.

8. 将直线 $L:\begin{cases}x+2y-3z-4=0,\\3x-y+5z+9=0\end{cases}$ 化为对称式方程和参数式方程.

9. 求过点 $P(0,2,4)$ 且与直线 $\begin{cases}y-3z=2,\\x+2z=1\end{cases}$ 平行的直线方程.

10. 求过点 $(1,1,1)$ 且与平面 $2x-y-3z=0$ 及 $x+2y-5z=1$ 都平行的直线方程.

11. 设 P_0 是直线 L 外的一点，P 是 L 上任意一点，L 的方向向量为 s. 证明：点 P_0 到直线 L 的距离为 $d=\dfrac{|\overrightarrow{P_0P}\times s|}{|s|}$.

12. 求点 $P_0(-3,4,0)$ 到直线 $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ 的距离.

13. 求过点 $(3,1,-2)$ 且通过直线 $\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$ 的平面方程.

14. 求直线 $\begin{cases}x+y+3z=0,\\x-y-z=0\end{cases}$ 和平面 $x-y-z+1=0$ 之间的夹角.

4. 求过点 $P_1(1,-3,2)$ 及 $P_2(3,-2,1)$ 且平行于 x 轴的平面方程.

设平面 π: $By+Cz+D=0$.

又 $\begin{cases}-3B+2C+D=0\\-2B+C+D=0\end{cases} \Rightarrow B=C=D$

又 $B=C\neq 0$

$\therefore$ π: $y+z+1=0$

6. 设一平面通过点 $P(4,-3,-2)$ 且垂直于平面 $x+2y-z=0$ 和 $2x-3y+4z-5=0$. 求此平面的方程.

设此平面为 π，法向量 $\vec{n_0}(A,B,C)$

$\begin{cases}A+2B-C=0\\2A-3B+4C=0\end{cases} \Rightarrow$ 设 $A=5k$，则 $B=-6k$，$C=-7k$ $(k\neq 0)$

又 π 过点 P

则 $20k+18k+14k+D=0 \Rightarrow D=-52k$

故 π: $5x-6y-7z-52=0$

8. 8. 将直线 $L:\begin{cases}x+2y-3z-4=0,\\3x-y+5z+9=0\end{cases}$ 化为对称式方程和参数式方程.

令 $x=0$ 则 $\begin{cases}2y-3z-4=0\\-y+5z+9=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=-1\\z=-2\end{cases}$

故 L 过 $(0,-1,-2)$

$\vec{l} \parallel \vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}i & j & k\\1 & 2 & -3\\3 & -1 & 5\end{vmatrix}=(7,-14,-7)$

故 L: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{-1}$

L: $\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=-2-t\end{cases}$ （t为参数）

10. 求过点 $(1,1,1)$ 且与平面 $2x-y-3z=0$ 及 $x+2y-5z=1$ 都平行的直线方程.

设直线 $\vec{l} \parallel \vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}i & j & k\\2 & -1 & -3\\1 & 2 & -5\end{vmatrix}=(11,7,5)$

故 l: $\dfrac{x-1}{11}=\dfrac{y-1}{7}=\dfrac{z-1}{5}$

12. 求点 $P_0(-3,4,0)$ 到直线 $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ 的距离.

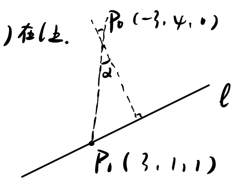
设 $\vec{n}(A,B,C)$ 且 $\vec{n}\perp l$，$P_1(3,1,1)$ 在 l 上.

则 $2A-B+2C=0$

不妨令 $\vec{n}(0,2,1)$

$\overrightarrow{P_1P_0}(-6,3,-1)$

$Prj_{\vec{n}}\overrightarrow{P_1P_0}=\dfrac{6-1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$



14. 求直线 $\begin{cases}x+y+3z=0,\\x-y-z=0\end{cases}$ 和平面 $x-y-z+1=0$ 之间的夹角.

$l \parallel \vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}i & j & k\\1 & 1 & 3\\1 & -1 & -1\end{vmatrix}=(2,+4,-2)=\vec{n_0}$ $\quad \vec{n_3}(1,-1,-1)$

$\cos\langle \hat{l,\vec{n_3}}\rangle=\dfrac{\vec{n_0}\cdot\vec{n_3}}{|\vec{n_0}|\cdot|\vec{n_3}|}=\dfrac{2-4+2}{\sqrt{24}\cdot\sqrt{3}}=0$

故 l 与面夹 $0°$

作业. 周三. P26. 15.

15. 证明：直线 $\begin{cases}x+y+z-1=0,\\x-y+z+1=0\end{cases}$ 不在平面 $x+y+z=0$ 上，并求它在该平面上的投影直线方程.

直线的平面束方程：

$x+y+z-1+\lambda(x-y+z+1)=0$.

法线向量 $\vec{n_0}$: $(1+\lambda,\ 1-\lambda,\ 1+\lambda)$

$\vec{n_1}$: $(1,\ 1,\ 1)$

$\vec{n_0}\parallel\vec{n_1}$ 时：$1+\lambda=1-\lambda \Rightarrow$ 无解

故 l 所在平面不存在与已知平面平行的平面

故 l 不可能在平面内

P34. 2. 4奇. 7. 8. 10

2. 求球心在点 $M_0(-1,-3,2)$，球面过点 $M_1(-1,-1,1)$ 的球面方程.

$R=|M_0M_1|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

设 $M(x,y,z)$ 在球面上

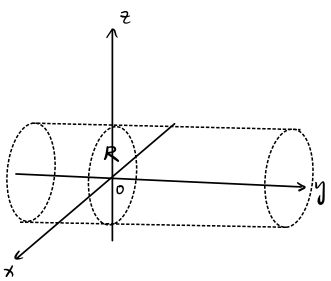
有 $|MM_0|^2=R^2=(x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=5$

故球面方程为 $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=5$

4. (1)

(1) $x^2+z^2=R^2$;

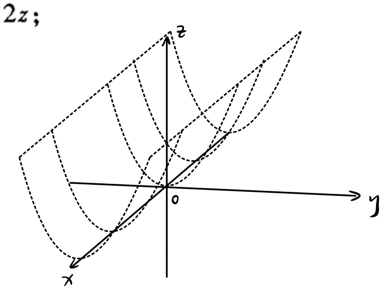
柱面



(3)

(3) $y^2=2z$;

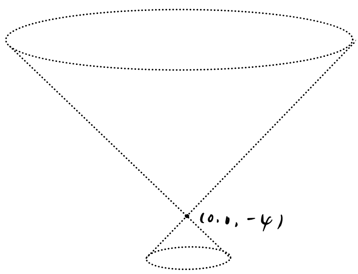
抛物柱面



(5)

(5) $(z+4)^2=x^2+y^2$;

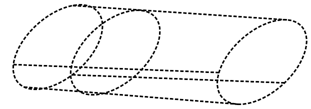
锥形面



(7)

(7) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$.

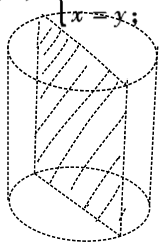
椭圆柱面



7.

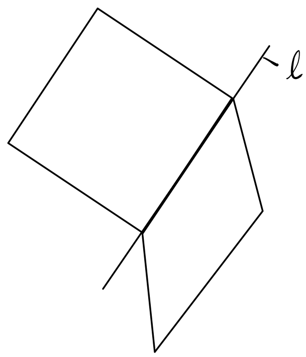
7. 画出下列曲线的图形：

(1) $\begin{cases} z=\sqrt{9-x^2-y^2}, \\ x=y; \end{cases}$



(2)

(2) $\begin{cases} 2x+3y+2z=6 \\ x=1 \end{cases}$.



8.

(1) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ y=x; \end{cases}$

$2x^2+z^2=4 \Rightarrow \frac{x^2}{2}+\frac{z^2}{4}=1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{2}}=\cos\theta \\ \frac{z}{2}=\sin\theta \end{cases}$ (θ为参数)

$\therefore \begin{cases} x=\sqrt{2}\cos\theta \\ y=\sqrt{2}\cos\theta \\ z=2\sin\theta \end{cases}$ (θ为参数)

(2) $\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4,\\ z=0.\end{cases}$

$(x-1)^2+(y-1)^2=3 \Rightarrow \begin{cases} x-1=\sqrt{3}\cos\theta \\ y-1=\sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ (θ为参数)

$\therefore \begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\theta+1 \\ y=\sqrt{3}\sin\theta+1 \\ z=0 \end{cases}$ (θ为参数)

10. 求曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16,\\ x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$关于 zOx 平面及 yOz 平面上的投影柱面方程及投影曲线方程.

消去y得曲线在 zox平面的投影柱面方程:

$$3x^2+2z^2=16$$

故其在 zox平面的投影曲线方程为:

$$\begin{cases} 3x^2+2z^2=16 \\ y=0 \end{cases}$$

消去x得曲线在yoz平面的投影柱面方程:

$$3y^2-z^2=16$$

故其在yoz平面的投影曲线方程为:

$$\begin{cases} 3y^2-z^2=16 \\ x=0 \end{cases}$$