4-2

方法:

A 爲 input array, 以 $A[i, j]$記爲第 i 個數的第 j 個 bit

B 爲 array of pointers

讓 $B[i]$指到 $A[i,0]$

在不失一般性, 假設 $n = 2^{m-1}$ for m is an integer

因爲如果 $n \neq 2^{m-1}$ 我們可以自行開個 Array 補上

題目只說 $A[]$那個 array 一次只能存取一個 bit

因此開另外一個 array 補滿最多只要補 n-1 個數字花 O(n)的時間

補數字讓原本 problem size 最多變成 2n

for (i = 0 to m-1)

begin

N_0 = array B 中所有被指到的數,其第 i 個 bit 爲 0 的總數

N_1 = array B 中所有被指到的數,其第 i 個 bit 爲 1 的總數

if ($N_0 < N_1$) then

Array B 中所有被指到的數,其第 i 個 bit 爲 0 的,將指標存入 Array C

Output 該 missing integer 的第 i 個 bit 爲 0

else

Array B 中所有被指到的數,其第 i 個 bit 爲 1 的,將指標存入 Array C

Output 該 missing integer 的第 i 個 bit 爲 1

$B \leftarrow C$

end

在 n 並非剛好是 2^{m-1} 的情形下,奇偶的個數會出現誤差

不一定不能直接做 但是可能要注意小細節

補到 2^{m-1} 可以確保每次 0 1 個數都該相同(如果沒少數字)

分析:

因爲 C 的 size 每次都不超過 B 的一半

又 begin 到 end 所需要的時間又是跟 B 的 size 成正比

因此一開始 B 的 size = A 的 size = 最大 2n

第二次迴圈 B 的 size = 前一次 B 的 size/2 = n

$B = n/2$

$B = n/4$

:

:

全部加起來是 4n, 所以總合還是 $O(n)$

4-6.b

方法:

偶數時

1.兩兩相比　每個都比較過一次

2.除了回答 Good Good 的兩者中隨意挑一個留下　其他回答皆兩者拋棄

奇數時

1.隨便找一個拿出去落單　依然如上兩兩相比

2.除了回答 Good Good 的兩者中隨意挑一個留下　其他回答皆兩者拋棄

3.最後留下來的數量(不含落單那個)如果是偶數就把落單的加進來

4.反之如果是奇數就拋棄落單那個

分析

假設　G 代表回答 Good

B 代表回答 Bad

g 代表他的確是 good

b 代表他的確是 bad

偶數的時候　假設分別有(以下 BG　GB 視同一樣　因爲沒有差別)

i 組 gg → 回答 i 組 GG

j 組 bb → 回答 j_1 組 GG　j_2 組 GB　j_3 組 BB

k 組 gb → 回答 k_1 組 GB　k_2 組 BB

我們會取 $i + j_1$ 個留下　其中好的有 i 個

題目說原本好的超過一半(好的比壞的多)

$2i + k > 2j + k$

$2i > 2j$

$i > j \geq j_1$

因此可以知道我們取的這 $i + j_1$ 個中

$i > j_1$ 符合題目要求剩下來的好的必須超過一半

又我們取了$(i + j_1) \leq (i + j) \leq (i + j + k) =$ 原本總和個數的一半

確實的減少接近一半數量

奇數時　假設依然分別如下分配

i 組 gg->回答 i 組 GG

j 組 bb->回答 j_1 組 GG　j_2 組 GB　j_3 組 BB

k 組 gb->回答 k_1 組 GB　k_2 組 BB

且落單一個不知是好是壞

如果今天取到的 $i + j_1$ 個是偶數　我們會把落單那個取進來
如果落單那個是好的
那從題目原本說好的比壞的多可得
$2i + k + 1 > 2j + k$
$2i+1 \quad > 2j$
$i + \frac{1}{2} \quad > j$
$i + 1 \quad > i + \frac{1}{2} > j \geq j_1$
我們加了那個好的 $i + j_1 + 1$ 中好的至少有 $i + 1$ 個好的
從上可得 $i + 1 > j_1$ 所以好的比壞的多　超過剩下的一半
如果落單那個是壞的
則 $2i + k > 2j + k + 1$
$2i \quad > 2j + 1$
$i > j + \frac{1}{2} \geq j_1 + \frac{1}{2}$
但是因爲今天 $i + j_1$ 是偶數且 i, j_1 都爲整數
所以 $i + j_1$ 裡面的 $i \geq j_1+2$
也就是 $i > j_1 + 1$
所以加了那個壞的 $i+ j_1+1$ 中即使壞的有 j_1+1 個
也從上式得知 $i > j_1+1$　所以好的依然比壞的多　超過剩下一半

如果今天取道的 $i+ j_1$ 是奇數　我們會拋棄落單那個
如果落單那個是好的
$2i + k + 1 > 2j + k$
$2i + 1 > 2j$
$i + \frac{1}{2} \quad > j$
$i \geq j= j_1$
但是今天 $i+ j_1$ 是奇數且 i, j_1 都爲整數
所以 $i > j_1$　符合超過一半的要求

至於落單那個是壞的
證法一樣　不過拋棄好的都沒事了　壞的就省略不證了
數量減少方面　和前面偶數分析相同　最後可能會多取一個而已
因此也是確實的把原本數量接近減半