

第一章 行列式



1987 ~ 2008 本章考题考点分布统计表

考点	考频	考题分布与分值			
数字型行列式的计算	2	1999,二(5)题 3分	2008,22题 6分		
抽象型行列式的计算	5	2003,一(6)题 4分 2008,14题 4分	2004,6题 4分	2005,6题 4分	2006,6题 4分

本章导读

本章从1999年开始有考题. 历年来单纯考行列式的考题不多, 分值也不高, 相对重要的是抽象型行列式的计算. 另一方面大家要注意如何通过行列式的计算来帮助回答矩阵、向量、方程组、特征值、二次型等问题, 即行列式的应用.

真题分类练习

一阶题, 相对容易, 推荐先做

二阶题, 较综合, 可在第二轮复习时做

说明: 数学二是1997年开始考线性代数的, 大纲称其为“线性代数初步”, 涉及行列式、矩阵、向量、方程组四章, 试题3~4题, 约16分. 2003年增加特征值, 试题5个约30分. 2007年大纲把“线性代数初步”取消, 内容上又增加了二次型, 试题5个约34分. 2020年大纲线代部分改为4个小题, 每题5分, 1个大题, 约12分, 5个试题约32分.

目前, 数学一、数学二、数学三线线性代数大纲要求基本一样. 考题几乎完全相同. 数学二由1997~2008年的线代考题组成, 题目数量明显不够, 数学二同学一定要认真做练习题, 搞清考研的题型、方法和技巧.

☐
☐
☐
☐
☐

一、数字型行列式的计算

试题特点

对于数字型行列式的计算主要是用按行、按列展开公式,但在展开之前往往先运用行列式性质对其作恒等变形,以期某行或某列有较多的零元素,这时再展开可减轻计算量.同时,也要注意一些特殊公式,如上(下)三角、范德蒙行列式、拉普拉斯展开式的运用.

计算行列式时,一些常用的技巧有:把第一行的 k_i 倍加至第 i 行,把每行都加到第一行,逐行相加……



1 (1999,二(5)题,3分) 记行列式

$$\begin{vmatrix} x-2 & x-1 & x-2 & x-3 \\ 2x-2 & 2x-1 & 2x-2 & 2x-3 \\ 3x-3 & 3x-2 & 4x-5 & 3x-5 \\ 4x & 4x-3 & 5x-7 & 4x-3 \end{vmatrix}$$

为 $f(x)$, 则方程

$f(x) = 0$ 的根的个数为

- (A)1. (B)2. (C)3. (D)4.

答题区



2 (2008,22题,6分)(局部) 设 n 元线性方程组 $Ax = b$, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 2a & 1 & & & \\ a^2 & 2a & 1 & & \\ & a^2 & 2a & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & a^2 & 2a & 1 \\ & & & & a^2 & 2a \end{bmatrix}_{n \times n}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

证明行列式 $|A| = (n+1)a^n$.

答题区



解题加速度

1. (2001, 数四, 3 分) 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$, 则第 4 行各元素余子式之和的值为



2. (1991, 数四, 3 分) n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}$.



二、抽象型行列式的计算

试题特点

对于抽象型行列式的计算, 有可能考查行列式性质的理解、运用, 有可能涉及矩阵的运算, 也可能用特征值、相似等处理. 这一类题目往往综合性强, 涉及知识点多. 因此, 考生复习时要注意知识的衔接与转换, 如果内在联系把握得好, 解题时的思路就灵活. 这一类题目计算量一般不会太大.



3 (2003, 一(6) 题, 4 分) 设三阶方阵 A, B 满足 $A^2B - A - B = E$, 其中 E 为 3 阶单位矩阵,

若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答题区



4 (2004, 6 题, 4 分) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 矩阵 B 满足 $ABA^* = 2BA^* + E$, 其中 A^* 为

A 的伴随矩阵, E 是单位矩阵, 则 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答题区

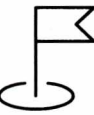


5 (2005, 6 题, 4 分) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为三维列向量, 记矩阵

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), B = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + 9\alpha_3)$$

如果 $|A| = 1$, 那么 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

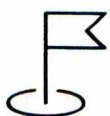
答题区



6 (2006, 6 题, 4 分) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, E 为二阶单位矩阵, 矩阵 B 满足 $BA = B + 2E$,

则 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答题区



7 (2008, 14 题, 4 分) 设三阶矩阵 A 的特征值为 $2, 3, \lambda$. 若行列式 $|2A| = -48$, 则 $\lambda =$ _____.

答题区



解题加速度

1. (1992, 数三, 3 分) 设 A 为 m 阶方阵, B 为 n 阶方阵, 且 $|A| = a, |B| = b, C = \begin{bmatrix} O & A \\ B & O \end{bmatrix}$, 则

$|C| =$ _____.



演算空间

2. (2000, 数四, 3 分) 已知四阶矩阵 A 相似于 B , A 的特征值为 $2, 3, 4, 5$, E 为四阶单位矩阵, 则

$|B - E| =$ _____.



演算空间

☐
☐
☐
☐
☐
☐ 一天

☐ 四天

☐ 七天

☐ 一月

☐ 考前