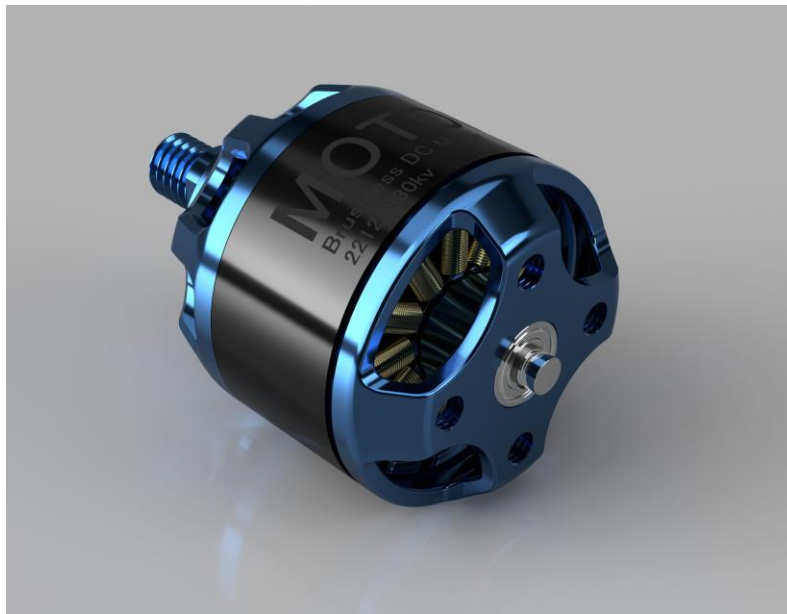


# GOMITO ARTIFICIALE

Francesco Santambrogio | Meccanica Applicata alle Macchine | 1/18/2021

## DESCRIZIONE DEL SISTEMA

Il gomito artificiale per amputati considerato è azionato da un motore elettrico di tipo brushless per permettere il recupero della flessione-estensione del gomito. Per garantire la coppia necessaria per le principali funzioni fisiologiche dell'arto, tra l'albero motore e quello del gomito è interposto un meccanismo costituito da una vite a ricircolo di sfere e da un sistema a glifo oscillante. La vite a ricircolo di sfere permette di trasformare la rotazione dell'albero motore solidale al braccio in un moto traslatorio rispetto ad esso del corsoio in 6. La vite agisce come trasmissione: ogni rotazione oraria completa dell'albero motore corrisponde ad una traslazione del punto 6 di un millimetro verso il basso. L'impiego di tale meccanismo permette di ridurre le perdite di attrito, la rumorosità del sistema e il peso dell'articolazione.



Motore elettrico brushless in corrente continua

## SCHEMA CINEMATICO

### Procedimento

Lo schema cinematico del gomito artificiale si può suddividere in tre parti:

La prima parte è rappresentata da un glifo costituito dall'asta con corsoio (a) di lunghezza  $L(3-6)$  che va dalla cerniera fissa in 3, in cui è consentita quindi solo la rotazione, al vincolo prismatico posto nel corsoio in 6, dove infatti il punto scorre lungo la guida durante il moto: esso può essere o un manicotto o un pattino; e dal bilanciante (d), che a causa dei limiti fisici del gomito non può ruotare a 360 gradi e quindi non prende l'appellativo di manovella, di lunghezza  $L(1-6)$  che va dalla cerniera fissa in 1 al vincolo prismatico suddetto. È un glifo poiché vi è un elemento rotante (il bilanciante) e un elemento traslante (il corsoio): si ha quindi una trasformazione da una rotazione semicompleta del bilanciante a una oscillante del glifo grazie alla traslazione del corsoio.

La seconda parte è rappresentata da un quadrilatero articolato costituito dal suddetto bilanciante ma di lunghezza  $L(1-5)$  (c) che quindi si ferma al punto 5, cerniera interna del sistema; esso fa coppia con un altro bilanciante (g) di lunghezza  $L(2-4)$  che va dalla cerniera esterna fissa in 2 a quella interna in 4; ai due bilancianti è fissata rigidamente tramite le due cerniere interne in 4 e in 5 una biella (f). Esso è invece un quadrilatero articolato poiché in esso avvengono solo rotazioni: trasforma quindi la rotazione di un meccanismo in quella di un altro.

La terza e ultima parte è rappresentata dall'avambraccio considerato corpo rigido unico delimitato dai punti 2, 4, 7 di baricentro  $G_a$  e solidale al bilanciante  $L(2-4)$  incernierato in 2 a un'asta (l) di lunghezza  $L(2-7)$  che termina con la mano rappresentata da una massa concentrata  $G_m$  in 7. Essendo un unico corpo rigido le velocità angolari del bilanciante  $L(2-4)$  e dell'asta che ruotano attorno alla cerniera 2 sono la stessa.

### Risultati

PUNTO	VINCOLO CINEMATICO
1	Cerniera fissa
2	Cerniera fissa
3	Cerniera fissa
4	Cerniera mobile
5	Cerniera mobile
6	Vincolo prismatico



## ANALISI CINEMATICA

### Procedimento

Viene azionato il motore con una certa velocità angolare ( $\omega_m = 4750$  giri/min).

Per trovare tutte le grandezze cinematiche, sia velocità che accelerazioni, procedo con le chiusure cinematiche, ricavando prima la velocità costante del corsoio a partire dalla velocità angolare del motore data e dal passo della vite che trasmuta appunto la rotazione dell'albero motore in una traslazione del punto 6.

Per il glifo la chiusura è determinata dal vettore dell'asta con corsoio di ampiezza  $a$  e di angolo  $\alpha$ , quello del bilanciere di ampiezza  $d$  e di angolo  $\beta$  e quello del telaio che si estende dalla cerniera fissa in 3 a quella in 1 di ampiezza  $e$ , di angolo  $\Psi$ : l'equazione è

$$a + e = d$$

Da qui si ricavano, derivando, le velocità e accelerazioni angolari di bilanciere e asta con corsoio

Per il quadrilatero articolato la chiusura è determinata dal vettore del bilanciere di ampiezza  $c$  e angolo  $\beta$ , dal vettore dell'altro bilanciere di ampiezza  $g$  e angolo  $\gamma$ , da quello della biella di ampiezza  $f$  e angolo  $\delta$  e dal telaio che si estende dalla cerniera in 2 a quella in 1 di ampiezza  $h$  e angolo  $\mu$ : l'equazione è

$$h + g + f = c$$

Da qui si ricavano, derivando, le velocità e accelerazioni angolari dell'altro bilanciere e della biella.

Per quanto riguarda l'avambraccio è sufficiente sfruttare i teoremi di Rivals per velocità e accelerazioni considerando l'atto di moto rotatorio dell'asta  $l$  rispetto al suo C.I.R., ovvero il punto 2, sapendo che la velocità angolare dell'asta è pari a quella del bilanciere  $g$ . Le equazioni per la mano sono

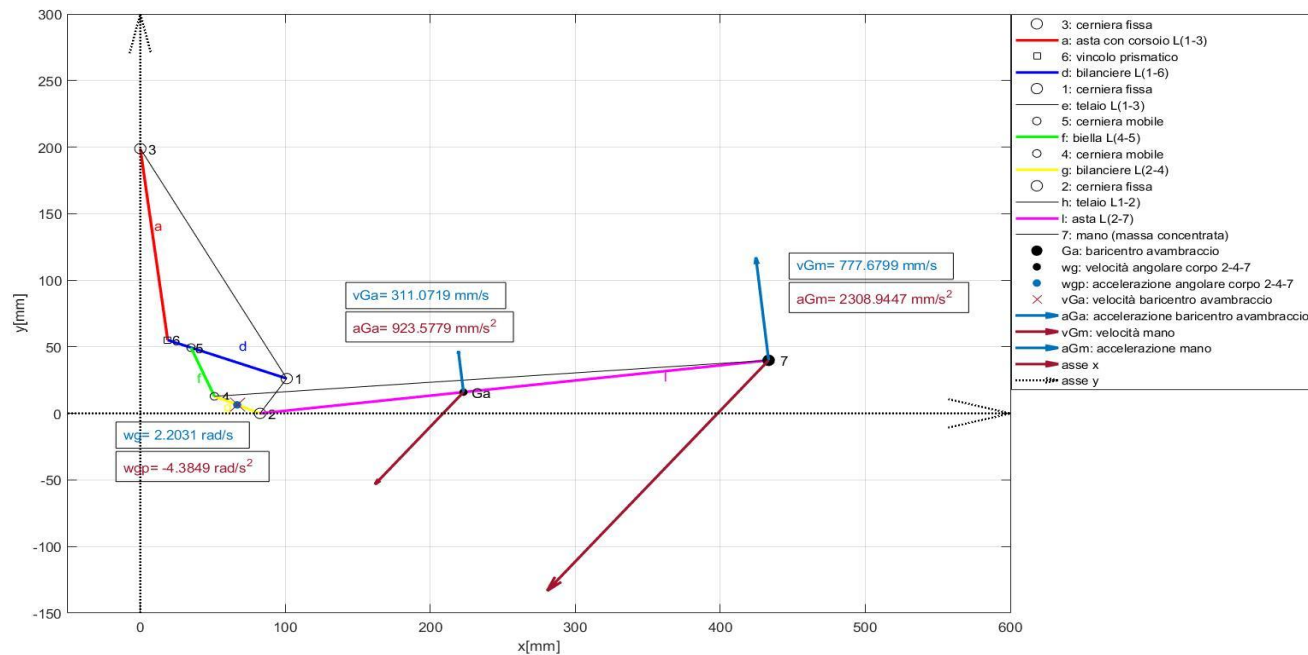
$$v_{Gm} = \omega \times (7 - 2)$$

$$a_{Gm} = \omega' \times (7 - 2) - \omega^2 * (7 - 2)$$

## Risultati

NOME	MODULO	DIREZIONE	VERSO
Velocità angolare del bilanciere L(2-4)	$I_{wgI} = 2.2031 \text{ rad/s}$	Asse z	k
Accelerazione angolare del bilanciere L(2-4)	$I_{wgpI} = 4.3849 \text{ rad/s}^2$	Asse z	-k
Velocità del baricentro dell'avambraccio	$I_{vGaI} = 311.0719 \text{ mm/s}$	$\Theta_{vGa} = 1.684 \text{ rad}$	alto
Accelerazione del baricentro dell'avambraccio	$I_{aGaI} = 923.5779 \text{ mm/s}^2$	$\Theta_{aGa} = 3.9895 \text{ rad}$	basso
Velocità della mano	$v_{GmI} = 777.6799 \text{ mm/s}$	$\Theta_{vGm} = 1.684 \text{ rad}$	alto
Accelerazione della mano	$I_{aGmI} = 2308.9447 \text{ mm/s}^2$	$\Theta_{aGm} = 3.9895 \text{ rad}$	basso

Figura



Schema cinematico del sistema con vettori velocità e accelerazione

## LEGGE DI MOTO

### Procedimento

Data la velocità angolare del motore costante, che comporta quindi un allungamento di **a** costante, si considera come equazione di moto quella ricavata dall'integrazione della velocità: si ha come legge oraria quella di un moto a velocità costante

$$a(t) = a_0 + a'(t) * t$$

Per calcolare posizione, velocità e accelerazione dei vari punti del sistema e vedere come variano nell'arco di 0.25 secondi usufruisco di un ciclo 'for': si creano dapprima le matrici delle grandezze variabili, sia per posizioni che per velocità e accelerazioni, si crea un vettore tempo con un certo passo (0.01 secondi), si sceglie un indice pari alla dimensione del vettore tempo (tempo finale/passaggio) ma partendo dal secondo istante 0.01 (l'istante 0 iniziale è già stato trovato nell'analisi cinematica iniziale) e si reitera lo stesso procedimento adottato nell'analisi cinematica ma con le grandezze variabili prese come entrate delle matrici associate create inizialmente. Alla fine di ogni ciclo viene trovata una entrata delle matrici corrispondente al valore della variabile a quell'istante; alla fine di tutti i cicli le matrici avranno tutte le 25 entrate corrispondenti ai valori di angoli e lunghezze in tutti e 25 gli istanti.

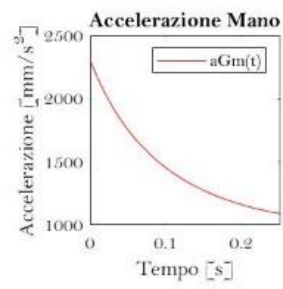
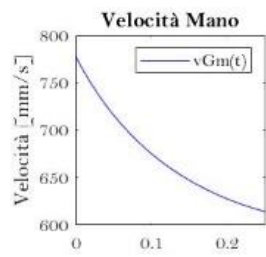
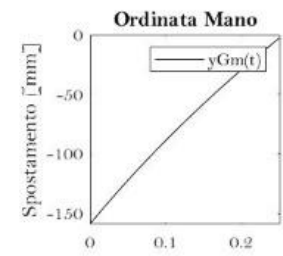
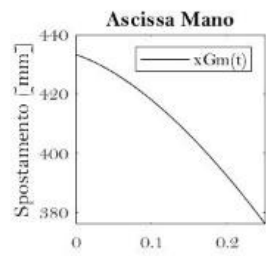
Infine, rappresento l'andamento di posizione, velocità e accelerazione plottando un grafico che ha sulle ascisse il vettore tempo e sulle ordinate il vettore ascissa, ordinata, velocità o accelerazione a seconda di quello che voglio rappresentare. Per rappresentare il movimento del gomito invece procedo di nuovo con un ciclo 'for' riscrivendo i vettori **a**, **d**, **f**, **g**, **l** stavolta con ampiezze e angoli presi dalle entrate delle matrici create all'inizio del procedimento: alla fine di ogni ciclo verrà rappresentato il sistema in un istante di tempo.

### Risultati

Posizione della mano dopo 0.25 s	Gm=(376.177; -2.84966)
-------------------------------------	------------------------

Rispetto a un sistema di riferimento centrato in 3

Grafici





## ANALISI DINAMICA

### Procedimento

- 1) Si suppone ora che il paziente prenda in mano una massa di 9 kg.

Per trovare la coppia che un generico motore deve applicare al sistema affinché operi nelle condizioni di moto descritte sopra applico l'equazione di bilancio delle potenze, in particolare il teorema dell'energia cinetica

$$\sum \frac{dEc}{dt} = \sum W$$

- 2) Per trovare la forza agente sul punto 6 tale da garantire l'atto di moto a  $t=0$  applico le equazioni di equilibrio dinamiche per i tre corpi rigidi: bilanciere L(1-6), biella L(4-5) e avambraccio 2-4-7

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

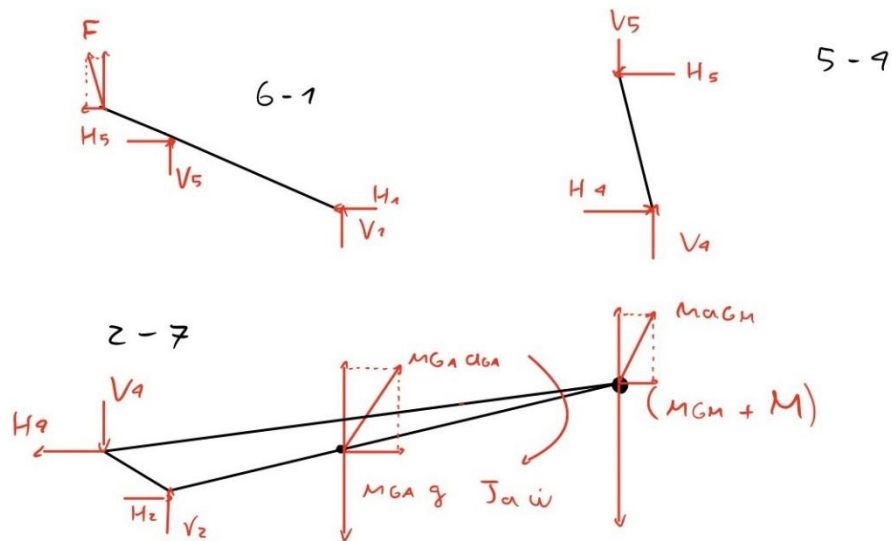
$$\sum M = 0$$

### Risultati

FORZANTE	VALORE
Coppia	$C = 0.13197 \text{ N*m}$
Forza	$F = -755.8712 \text{ N}$

Il meno davanti alla forza indica che deve essere applicata nel verso opposto a quello supposto per ipotesi affinché venga garantito il moto richiesto.

Figura



Forze presenti negli equilibri dinamici

## AZIONAMENTO MOTORE

### Procedimento

- 1) La curva caratteristica del motore che lega la sua coppia alla sua velocità angolare è una retta: in prossimità di velocità angolare del motore nulla si ha la coppia allo spunto  $C_{m0}$ , in prossimità invece della coppia motrice nulla si ha la velocità di sincronismo.
- 2) Per calcolare la coppia motrice corrispondente alla velocità di funzionamento ideale è sufficiente inserire il valore di quest'ultima nell'equazione della retta caratteristica del motore e ricavare quindi la coppia. Nonostante la velocità di funzionamento ideale corrisponda alla velocità angolare del motore utilizzata sinora, la coppia trovata nell'analisi dinamica non corrisponde alla coppia qui trovata poiché in quel caso si faceva riferimento a un motore generico, in questo invece al preciso motore descritto dalla curva caratteristica.
- 3) Per calcolare la massa dell'oggetto sollevato dal paziente affinché il motore operi idealmente utilizzo come coppia e come velocità motrici quelle trovate nel punto precedente e applico l'equazione di bilancio delle potenze del sistema MTU.

$$W1 + Wp + W2 = 0$$

- 4) Per calcolare la potenza dissipata dalla trasmissione bisogna prima capire se il motore operi in moto diretto o retrogrado: per togliere questo dubbio affido il discernimento a Matlab tramite la funzione 'switch case': nel caso in cui la potenza a monte della trasmissione sia positiva (e quindi quella a valle negativa) il moto è diretto, nel caso contrario è retrogrado. In realtà in questo caso specifico il dubbio non si pone poiché per sollevare un oggetto con un certo peso logicamente il motore deve erogare potenza per accelerare il movimento dell'avambraccio, non assorbire potenza per frenarlo: il moto è sicuramente diretto.

$$W1 = C_{\eta, \max} * \omega_{\eta, \max}$$

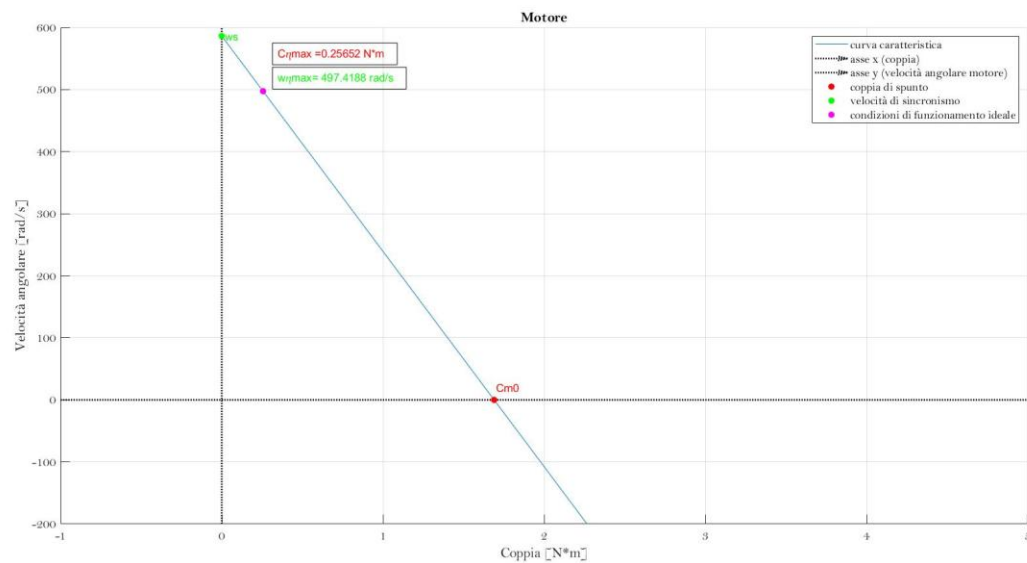
$$Wp = -(1 - \eta d) * W1$$

La potenza assorbita dal motore è data da  $W1$ , negativa poiché è in realtà erogata

## Risultati

RICHIESTA	VALORE
Coppia di funzionamento ideale	$C_{\eta, \max} = 0.25652 \text{ N}\cdot\text{m}$
Massa sollevata dal paziente	$M_o = 15.7167 \text{ kg}$
Potenza totale assorbita dal motore	$W_{m, \text{ass}} = -127.5968 \text{ W}$

## Figura



Curva caratteristica del motore

## VIBRAZIONI

### Procedimento

Per il recupero del tono muscolare del bicipite che permetta al paziente il controllo diretto della protesi basato su elettromiografia, il paziente si sottopone a sessioni di stimolazione elettrica neuromuscolare. Considero in questo caso un sistema molla-smorzatore che agisce tra il corsoio in 6 e la cerniera posta in 3.

- 1) Usando i rapporti di trasmissione tra le varie velocità e quella del motore ( $\tau_G$ ,  $\tau_7$ ,  $\tau_R$ ), è possibile definire l'equazione di moto del sistema usando come grado di libertà l'angolo di rotazione del motore  $\Theta$ . Utilizzando i seguenti parametri

$$J_{eq} = mGa * \tau_G^2 + (m_0 + mGm) * \tau_7^2 + Ja * \tau_R^2$$

$$r_{eq} = r * pvite^2$$

$$k_{eq} = k * pvite^2$$

Dove  $J_{eq}$ ,  $r_{eq}$  e  $k_{eq}$  indicano rispettivamente l'inerzia, lo smorzamento e l'elasticità equivalenti del sistema. L'equazione di moto può essere dunque scritta come

$$J_{eq} * \theta''(t) + r_{eq} * \theta'(t) + k_{eq} * \theta(t) = \sum C_{est}(t)$$

In cui la forzante esterna è rappresentata dalla somma di due coppie agenti sul sistema  $C_1(t)$  e  $C_2(t)$

- 2) Da qui ricavo i parametri del sistema come pulsazione e frequenza proprie e smorzamento adimensionale ( $\omega_n$ ,  $f_n$ ,  $h_r$ )
- 3) L'integrale particolare dell'equazione differenziale che presenta una senoide come ingresso è anch'esso sinusoidale con medesima pulsazione ma differenti ampiezza e fase; differenze analizzate dalla funzione di risposta in frequenza che si trova rapportando l'uscita a regime (la vibrazione, ovvero integrale particolare dell'equazione di moto) con l'ingresso (la coppia forzante) mantenendo incognita la pulsazione d'ingresso: il valore assoluto di tale numero complesso mi dà il modulo della funzione di risposta in frequenza, mentre l'argomento me ne dà la fase; entrambi variano al variare della pulsazione di ingresso (o dalla pulsazione adimensionale o dalla frequenza di ingresso). Alle pulsazioni dei due ingressi specifici, ovvero le due coppie, corrispondono due punti del grafico che hanno

quindi un certo valore assoluto da una parte e una certa fase dall'altra.

4) La funzione di trasferimento è divisa in tre zone:

La zona quasi statica, che corrisponde a una pulsazione adimensionale  $a < 1$ , ovvero a basse pulsazioni (e frequenze) della forzante che è prossima alla staticità e che è controbilanciata per lo più dalla forza elastica

La zona di risonanza, che corrisponde a una pulsazione adimensionale  $a = 1$ , ovvero la pulsazione della forzante è prossima se non uguale a quella naturale del sistema e il coefficiente di amplificazione dinamica è pari a  $1/2\zeta$ : più è basso lo smorzamento più è amplificata la risposta del sistema, infatti la componente preponderante del sistema qui è quella dissipativa. La risposta in frequenza relativa alla prima forzante si trova esattamente al picco: la pulsazione di  $C_1(t)$  infatti corrisponde con quella del sistema.

La zona sismografica, che corrisponde a una pulsazione adimensionale  $a > 1$ , ovvero ad alte pulsazioni (o frequenze) della forzante dove la componente preponderante è quella inerziale. Si evince qui che la risposta del sistema è molto ridotta: la funzione di trasferimento dunque agisce da filtro passa basso, per cui a basse frequenze la risposta rimane inalterata rispetto all'ingresso, mentre ad alte essa viene ridotta sempre più. È per questo motivo che conviene praticare l'elettrostimolazione in quest'ultimo range di frequenze al fine di ridurre al minimo le vibrazioni subite dalla protesi, che corrispondono all'uscita del sistema. La risposta in frequenza relativa alla seconda forzante si trova in questa zona: la pulsazione di  $C_2(t)$  infatti è maggiore di quella naturale del sistema.

Per ottenere il coefficiente di amplificazione dinamica basterebbe normalizzare la funzione di trasferimento all'elasticità equivalente, dato che la risposta statica del sistema è data dal rapporto tra forzante ed elasticità equivalente.

Le vibrazioni inoltre possono essere trasmesse all'intera struttura per effetto dei collegamenti tra il sistema e il resto della protesi modellizzati come sedi di forze dissipative ed elastiche: è importante dunque analizzare il coefficiente di trasmissibilità al fine di ridurre questa trasmissione. Questo coefficiente è anch'esso un numero complesso che varia al variare della pulsazione d'ingresso e il suo modulo può essere suddiviso in tre zone:

La zona di fondazione rigida, in cui il rapporto è prossimo a 1, ovvero la forzante è quasi totalmente trasmessa a terra (pulsazione adimensionale  $a \ll 1$ ): dato che il coefficiente di trasmissibilità dipende da  $a$  che a sua volta dipende dalla pulsazione naturale del sistema, dato dalla radice del rapporto tra elasticità equivalente e inerzia equivalente. Solitamente si può andare a modificare la rigidezza equivalente del sistema al fine di modificare la

trasmissibilità: se la rigidità aumenta, la trasmissibilità (e anche la risposta del sistema) diminuisce.

La zona di risonanza, del tutto analoga a quella della funzione di trasferimento: la trasmissibilità, come la risposta del sistema, viene amplificata di molto.

La zona di fondazioni sospese, per cui ad alte frequenze il coefficiente diminuisce sempre più. In particolare, ad  $\alpha = \sqrt{2}$  si ha un'inversione di tendenza della curva del coefficiente di trasmissibilità: se prima di questo punto essa si trovava sopra rispetto ad altri coefficienti per il poco smorzamento, ora si trova più in basso rispetto alle altre e viceversa. Questo per dire che ad alte frequenze, al fine di ridurre la trasmissibilità del sistema, lo smorzamento deve diminuire.

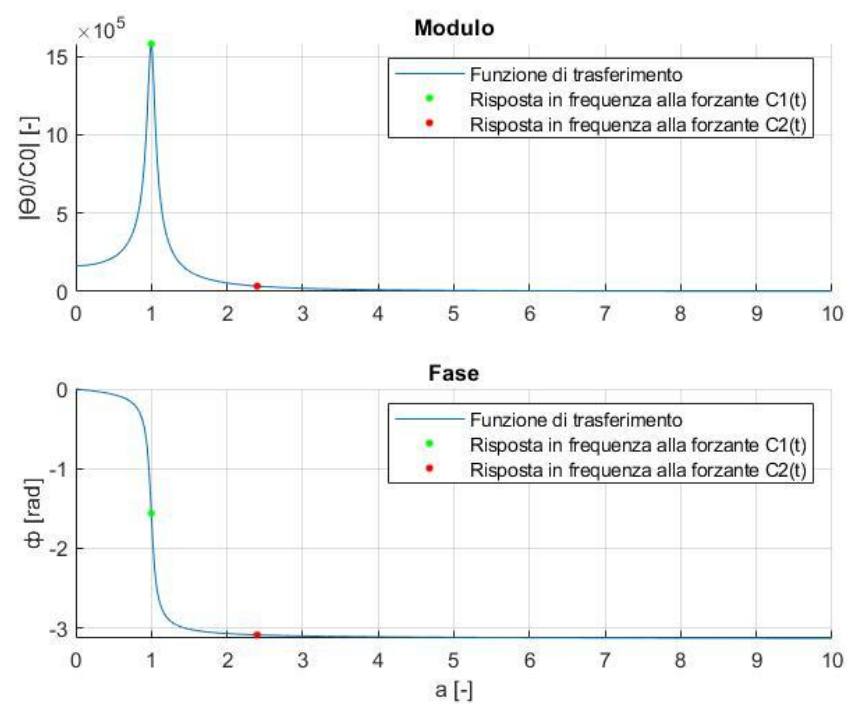
- 5) Poste le condizioni iniziali del sistema (posizione e velocità angolari iniziali del motore) e sfruttando il fatto che la risposta libera del sistema può essere scritta come una cosinusoide la cui fase iniziale e la cui ampiezza vengono trovate proprio grazie alle condizioni iniziali, si possono scrivere le risposte libere del sistema, sia smorzato che non: nel primo caso si ha che a moltiplicare la cosinusoide vi è un esponenziale decrescente. Esso indica che la risposta libera del sistema va ad esaurirsi dopo un certo intervallo di tempo (pari a  $5\tau$  con  $\tau = -(1/\alpha)$  e  $\alpha$  parte reale degli autovalori complessi coniugati del sistema), ovvero il sistema è asintoticamente stabile e dopo  $5\tau$  si osserva solo la risposta a regime data dalla forzante e non più dalle condizioni iniziali; inoltre si va ad esaurirsi oscillando poiché lo smorzamento adimensionale risulta essere minore di uno e dunque il delta dell'equazione caratteristica è minore di zero. Infine sommando alla risposta smorzata quella forzata ottenuta dall'integrale particolare già utilizzato per la funzione di risposta in frequenza, si hanno le risposte totali del sistema: rispetto alla prima coppia forzante, rispetto alla seconda e rispetto a entrambe.

## Risultati

RICHIESTA	VALORE
Inerzia equivalente del sistema	$J_{eq}=2.4294e-05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Smorzamento equivalente del sistema	$r_{eq}=1.2665e-06 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$
Elasticità equivalente del sistema	$k_{eq}=6.0793e-06 \text{ N}/\text{m}$
Frequenza propria	$f_n = 0.079615 \text{ Hz}$
Smorzamento adimensionale	$h_r = 0.052108$
Range di frequenze ideale per l'elettrostimolazione	$a \in \{2; \omega\}$ $f \in \{0.16; \omega\}$
Risposta in frequenza di $C_1(t)$	$14356.313906-1579006.1767i$  Modulo: $1579071.4391 \text{ rad}/(\text{N}\cdot\text{m})$  Fase: $-1.5617 \text{ rad}$
Risposta in frequenza di $C_2(t)$	$-34501.6984-1814.14309i$  Modulo: $34549.3605 \text{ rad}/(\text{N}\cdot\text{m})$  Fase: $-3.0891 \text{ rad}$
Coefficiente di trasmissibilità di $C_1(t)$	$TR_1 = 9.6515$
Coefficiente di trasmissibilità di $C_2(t)$	$TR_2 = 0.2165$
Risposta a $C_1(t)$ a regime	$\theta_1(t) = \theta_1 * \cos(\Omega_1 t + \varphi_1)$ $\varphi_1 = -1.5617 \text{ rad}$ $\theta_1 = 1579.0714 \text{ rad}$
Risposta a $C_2(t)$ a regime	$\theta_2(t) = \theta_2 * \cos(\Omega_2 t + \varphi_2)$ $\varphi_2 = -3.0891 \text{ rad}$ $\theta_2 = 69.0987 \text{ rad}$
Risposta totale a regime	$\theta_1(t) + \theta_2(t)$



Figure



Funzione di trasferimento

