Problema general sobre el pegado de las estampillas.
Se dispone de estampillas de valores $n_1, n_2, \dots, n_k$. De cuántas maneras se puede pagar con ellas una suma N si dos formas se diferencian en el orden.

$f(N) = f(N - n_1) + f(N - n_2) + \cdots + f(N - n_k)$
$f(N) = 0, \qquad si\ N < 0$
$f(0) = 1$

Con esta relación se puede hallar f (N) para cualquier N calculando sucesivamente f (1), f (2),..., f (N - 1).
Cuando (n1, n2,..., nk) = (1, 2,..., k) obtenemos todas divisiones posibles del número N en sumandos entre 1 y k.
Sea $f(k, N)$ el número de formas de dividir N en k sumandos donde cada uno de los cuales es igual a uno de los números $n_1, n_2, \dots, n_k$.
Entonces para $f(k, N)$ se cumple:

$f(k, N) = f(k - 1, N - n_1) + f(k - 1, N - n_2) + \cdots + f(k - 1, N - n_k)$

Divisibilidad
Si la base número es n, entonces existen pruebas de divisibilidad simples para

- Todos los factores de n. Se basan en el examen de la última cifra o últimos dígitos del número
- Todos los factores de n-1. Se basan en la suma de los dígitos del número
- Todos los factores de n + 1. Se basan en la adición y sustracción de forma alterna de los dígitos del número.

Divisibilidad por 3_hex: Si la suma de los dígitos es divisible por 3, el número es divisible por 3.
Divisibilidad por 5_hex: Si la suma de los dígitos es divisible por 5, el número es divisible por 5.
Divisibilidad por 7_hex: El último dígito del número se multiplica por 3 y se resta a la cadena restante.
Divisibilidad por 9_hex: El último dígito del número se multiplica por 5 y se resta a la cadena restante.
Divisibilidad por A_hex: El último dígito debe ser 0.
Divisibilidad por B_hex: El último dígito del número se multiplica por 2 y se resta a la cadena restante.
Divisibilidad por D_hex: El último dígito del número se multiplica por 4 y se resta a la cadena restante.

Probabilidad
Pi: probabilidad de que ocurra el evento i;
P(todos eventos) = P1*P2*...*Pn; (independientes)
P(al menos uno) = 1-((1-P1)*(1-P2)*...*(1-Pn)); (independientes)

- La probabilidad de aparición simultanea de dos sucesos dependiente es igual al producto de la probabilidad de que aparezca el primer suceso por la probabilidad de que aparezca el segundo suponiendo que el primero sucedió.
- La probabilidad de que ocurra uno de los dos sucesos que se excluyen recíprocamente es la suma de las probabilidades de que ocurran cada uno.
- La probabilidad de que ocurra por lo menos uno de dos procesos simultáneos es la suma de las probabilidades de que ocurra cada uno menos la probabilidad de que ocurran simultáneamente (no importa si los sucesos son dependientes o independientes).

Valor esperado
$M = \sum(i * pi)$
$M(c) = c \qquad M(cX) = cM(X) \qquad M(XY) = M(X)M(Y) \qquad M(X + Y) = M(X) + M(Y)$
El valor esperado del número de apariciones del evento A en n pruebas independientes es igual a n*probabilidad de que suceda el evento en cada prueba.

Grafo planar
Caras + Vértices = Aristas + Cantidad de componentes + 1.
Dos nodos pertenecen a una componente biconexa si hay dos caminos disjuntos (no tienen arista en común) entre ellos.

- Un grafo *G* es planar si, y sólo si, no contiene subgrafos homeomorfos a K_5 y a $K_{3,3}$.

- En un grafo simple conexo planar con n vértices y m aristas donde cada ciclo simple contiene no menos de k aristas entonces se cumple:
$$m \leq \frac{k(n-2)}{k-2}$$
- Un grafo conexo planar, cada cara del cual, incluyendo también la exterior está acotada por un ciclo de longitud 3, se denomina triangulación. Se cumple que cualquier triangulación con $n \geq 3$ vértices tiene $3n-6$ aristas y $2n-4$ caras.

Relaciones de recurrencia lineales homogéneas con coeficientes constantes.

Para la solución de este tipo de relaciones de recurrencia se sigue el siguiente procedimiento:
1: Calcular las raíces del polinomio característico.
2: Si existen s raíces de multiplicidad m_s, entonces la solución viene dada por:
$$a_n = \sum_{i=1}^{m_1} c_{1i}\, n^{i-1} r_1^n + \cdots + \sum_{i=1}^{m_s} c_{si}\, n^{i-1} r_s^n$$
Si todas las raíces son diferentes la solución general viene dada por:
$$a_n = c_1 r_1^n + c_2 r_2^n + \cdots + c_k r_k^n$$
Donde los c_i son constante.

Una relación de recurrencia lineal no homogénea de orden k con coeficientes constantes es una relación de recurrencia de la forma
$b_0 a_n + b_1 a_{n-1} + \cdots + b_k a_{n-k} = b^n p(n)$, $b_k \neq 0$, los b_i son constantes y $p(n)$ es un polinomio de grado d.

Relación de recurrencia lineal no homogénea de orden k con coeficientes constantes

Dada la relación de recurrencia lineal no homogénea de orden k
$$b_0 a_n + b_1 a_{n-1} + \cdots + b_k a_{n-k} = b^n p(n)$$
Diremos que $p(x) = (b_0 x^k + b_1 x^{k-1} + \cdots + b_k)(x-b)^{d+1}$ es el polinomio característico de la relación de recurrencia y d es el grado del polinomio $p(n)$.

Trigonometría

Sea el triángulo ΔABC con ángulos A, B y C y sean a, b y c los lados opuestos a dichos ángulos, respectivamente. Sean h_c, t_c y m_c las longitudes de la altura, la bisectriz y la mediana que se originan en el vértice C, y sean r y R los sendos radios de los círculos inscrito y circunscrito. Hagamos $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$. Se satisfacen las siguientes relaciones.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$	$a = b\cos C + c\cos B$
$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	$area = \frac{1}{2} c h_c = \frac{1}{2} ab \sin C$
$area = \frac{c^2 \sin A \sin B}{2\sin C} = rs = \frac{abc}{4R}$	$area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$r = c\sin\left(\frac{1}{2}A\right)\sin\left(\frac{1}{2}B\right)\sin\left(\frac{1}{2}C\right)$	$r = \frac{ab\sin C}{2s} = (s-c)\tan\frac{1}{2}C$
$r = \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right)^{-1}$	$R = \frac{c}{2\sin C} = \frac{abc}{4area}$
$h_c = a\sin B = b\sin A = \frac{2area}{c}$	$t_c = \frac{2ab}{a+b}\cos\frac{1}{2}C = \sqrt{ab\left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)}$
$m_c = \sqrt{\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2}$	

Geometric Series:

$\sum_{i=0}^{n} c^i = \frac{c^{n+1}-1}{c-1}$, $c \neq 1$, $\sum_{i=0}^{\infty} c^i = \frac{1}{1-c}$, $\sum_{i=0}^{\infty} c^i = \frac{c}{1-c}$, $|c| < 1$

$\sum_{i=0}^{n} ic^i = \frac{nc^2 - (n+1)c^{n+1} + c}{(c-1)^2}$, $c \neq 1$, $\sum_{i=0}^{\infty} ic^i = \frac{c}{(1-c)^2}$, $|c| < 1$