

### Euler Totient Function

```
ll Euler_Totient_Function(ll n){
    ll ans = n;
    for(ll i=2;i*i<= n;i++){
        if(n%i==0) ans -= ans/i;
        while(n%i==0) n/=i;
    }
    if(n>1) ans -=ans/n;
    return ans;
}
```

### Geometria Computacional

```
const double EPS = 1e-8;
const double oo = 1e12;
const double PI = 3.141592653589793;
#define X real()
#define Y imag()
typedef complex<double> P;
typedef vector<P> Pol;
struct circle{
    P p; double r;
    circle(){}
    circle(P x,double rr){
        p=x, r = rr;
    }
};
struct L: public vector<P>{ //Linea
    L (P a, P b){
        push_back(a); push_back(b);
    };
};
inline bool operator<(const P a, const P b){
    return a.X!=b.X ?a.X<b.X :a.Y <b.Y;
}
double cross(P a, P b){//1
    return imag(conj(a) * b);
}
double dot(P a, P b){//2
    return (conj(a)*b).X;
}
//Orientacion de 3 puntos
int ccw(P a, P b, P c){ //3,1 2
    b-=a; c-=a;
```

```
    if(cross(b,c)>0) return +1;
    if(cross(b,c)<0) return -1;
    if(dot(b,c)<0) return +2;//c-a-b line
    if(norm(b)<norm(c)) return -2;//a-b-c line
    return 0;
}
//Interseccion de 2 rectas
bool intersectLL (L l, L m){//4,1
    //non-parallel
    return abs(cross(l[1]-l[0], m[1]-m[0])) > EPS
        || abs(cross(l[1]-l[0], m[0]-l[0])) < EPS;
} //same-line

//Punto interseccion recta recta
P crosspoint(L l, L m){ //5,1
    double A = cross( l[1]-l[0], m[1]-m[0]);
    double B = cross( l[1]-l[0], l[1]-m[0]);
    if(abs(A)<EPS && abs(B)<EPS)
        return m[0]; //Same line
    if(abs(A)<EPS) return P(0,0);//parallels
    return m[0] + B / A * (m[1] - m[0]);
}
//Interseccion recta y segmento
bool intersectLS (L l, L s){//6, 1
    //s[0] is left of l
    return cross(l[1]-l[0], s[0]-l[0]) *
        cross(l[1]-l[0],s[1]-l[0])<EPS;
} //s[1] is right of l

//Interseccion recta y punto
bool intersectLP (L l, P p){//7,1
    return abs(cross(l[1]-p, l[0]-p))<EPS;
}
//Interseccion de 2 segmento
bool intersectSS (L s, L t){//8,3
    FOR(i,2)FOR(j,2) if(abs(s[i]-t[j])<EPS)
        return 1; // same point
    return ccw(s[0],s[1],t[0])*ccw(s[0],s[1],t[1])<=0
        && ccw(t[0],t[1],s[0])*ccw(t[0],t[1],s[1])<=0;
}

//Interseccion segmento y punto
bool intersectSP (L s,P p){//9
    double a=abs(s[0]-p)+abs(s[1]-p);
```

```

    return a-abs(s[1]-s[0])<EPS;
}
//Interseccion circulo circulo
pair<P, P> intersectCC(circle a, circle b) {
    P x= b.p - a.p;
    P A= conj(x), C = a.r*a.r*(x);
    P B= (b.r*b.r-a.r*a.r-(x)*conj(x));
    P D= B*B-4.0*A*C;
    P z1= (-B+sqrt(D)) / (2.0*A) +a.p;
    P z2= (-B-sqrt(D)) / (2.0*A) +a.p;
    return pair<P, P>(z1, z2);
}
//Proyeccion punto recta
P projection(L l, P p){//10,2
    double t=dot(p-l[0], l[0]-l[1])/norm(l[0]-l[1]);
    return l[0] + t*(l[0]-l[1]);
}

//Refleccion punto recta
P reflection(L l, P p){//11, 10
    return p +(P(2,0) *(projection(l,p)-p));
}

//Distancia recta punto
double distanceLP(L l, P p){//12, 10
    return abs(p - projection(l,p));
}

//Distancia recta recta
double distanceLL(L a, L b){//13,4 12
    if(intersectLL(a,b)) return 0;
    return distanceLP(a,b[0]);
}
//Distancia recta segmento
double distanceLS(L l, L s){//14,7 12
    if(intersectLS(l,s)) return 0;
    return min(distanceLP(l,s[0]),distanceLP(l,s[1]));
}

//Distancia segmento punto
double distanceSP(L s, P p){//15, 10 9
    const P r = projection(s,p);
    if (intersectSP(s,r)) return abs(r-p);
    return min( abs(s[0]-p), abs(s[1]-p) );
}

```

```

}

//distancia segmento segmento
double distanceSS (L s, L t) {//16,8 15
    if (intersectSS(s, t)) return 0;
    double a=oo,b=oo;
    FOR(i,2) a=min(a, distanceSP(s,t[i]));
    FOR(i,2) b=min(b, distanceSP(t,s[i]));
    return min(a,b);
}

//Centro de circunferencia dado 3 puntos
P circunferenceCenter(P a, P b, P c){//17
    P x =1.0/conj(b-a), y=1.0/conj(c-a);
    return (y-x)/(conj(x)*y-x*conj(y)) +a;
}

//Angulo con el eje x
double anguloEjeX(P a){//18,1 2
    P b = P(1,0);
    if(dot(b,a)/(abs(a)*abs(b))==1) return 0;
    if(dot(b,a)/(abs(a)*abs(b))==-1) return PI;
    double aux=asin(cross(b,a)/(abs(a)*abs(b)));
    if(a.X<0 && a.Y>0) aux+=PI/2;
    if(a.X<0 && a.Y<0) aux-=PI/2;
    if(aux<0) aux += 2*PI;
    return aux;
}

//Angulo entre tres vectores
double anguloEntreVectores(P a, P b){//19,18
    double aa = anguloEjeX(a);
    double bb = anguloEjeX(b);
    double r = bb - aa;
    if (r<0) r+=2*PI;
    return r;
}

//Angulo entre tres puntos
double anguloEntre3Puntos(P a, P b, P c){//20,19
    a-=b; c-=b;
    return anguloEntreVectores(a,b);
}

```

```

Pol convexHull(Pol ps){//21,3
    int t,i,n = ps.size(), k=0;
    if (n < 3) return ps;
    sort(ps.begin(), ps.end());
    Pol ch (2*n);
    for(i=0;i<n;ch[k++]=ps[i++]) //lower
    while(k>=2 && ccw(ch[k-2],ch[k-1],ps[i])<=0) --k;
    for(i=n-2,t=k+1 ;i>=0; ch[k++]=ps[i--])// upper
    while(k>=t && ccw(ch[k-2],ch[k-1], ps[i])<=0) --k;
    ch.resize(k-1);
    return ch;
}

int pointInPolygon(Pol pol, P p){//22, 1 2
    bool in = false; int n=pol.size();
    FOR(i,n){
        P a= pol[i] - p, b= pol[(i+1)%n]-p;
        if(a.Y > b.Y) swap(a,b);
        if(a.Y<=0 && 0 < b.Y)
            if (cross(a,b)<0) in = !in;
        if(abs(cross(a,b))<=EPS && dot(a,b)<=0)
            return true; // ON
    }
    return in; // IN | OUT
}

pair <P,P> closestPair (Pol p) {//23
    int i,n = p.size(), s=0, t=1, m=2;
    vector<int> S(n); S[0]=0, S[1]=1;
    sort(p.begin(), p.end());
    double d = norm(p[s]-p[t]);
    for(i =2;i<n; S[m++]=i++)
        FOR(j,m){
            if(norm(p[S[j]]-p[i])<d)
                d=norm(p[s=S[j]]-p[t = i]);
            if(p[S[j]].X < p[i].X-d)
                S[j--] = S[--m];
        }
    return make_pair( p[s], p[t] );
}

//max distance pair points, O(n)
double diameter(Pol pt) {//24, 1
    int is=0,js=0, n=pt.size();

```

```

    FAB(i,1,n){
        if(pt[i].Y >pt[js].Y) is=i;
        if(pt[i].Y <pt[js].Y) js=i;
    }
    double maxd=norm(pt[is]-pt[js]);
    int i,maxi,j,maxj;
    i = maxi = is; j = maxj = js;
    do {
        if(cross(pt[(i+1)%n]-pt[i],
            pt[(j+1)%n]-pt[j])>=0)
            j=(j+1)%n; else i=(i+1)%n;
        if (norm(pt[i]-pt[j])>maxd){
            maxd =norm(pt[i]-pt[j]);
            maxi=i; maxj=j;
        } }while(i!=is || j!=js);
    return maxd;
}

double area(Pol pol) {//25, 1
    double A=0; int n=pol.size();
    FOR(i,n)
        A+=cross(pol[i],pol[(i+1)%n]);
    return A/2;
}

P rotate(P pl, double a){
    double x=pl.real()*cos(a)-pl.imag()*sin(a);
    double y=pl.real()*sin(a)+pl.imag()*cos(a);
    return P(x,y);
}

typedef vector <P> Tr;
Tr make_tr(P a,P b,P c){
    Tr r(3);
    r[0]=a; r[1]=b; r[2]=c;
    return r;
}

bool tr_contains(Tr t,P p){
    return ccw(t[0],t[1],p)>=0 &&
        ccw(t[1],t[2],p)>=0 &&
        ccw(t[2],t[0],p)>=0;
}

bool ear_Q(int i,int j,int k,Pol pol){
    Tr t = make_tr(pol[i], pol[j], pol[k]);
    if (ccw(t[0],t[1],t[2])<=0) return false;
    for (int m=0; m<pol.size(); ++m)
        if (m!=i && m!=j && m!=k)

```

```

        if (tr_contains(t, pol[m]))
            return false;
    return true;
}

void triangulate(Pol pol, vector<Tr> &t){
    int n=pol.size();
    vector<int> l, r;
    for (int i=0; i<n; ++i){
        l.push_back((i-1+n)%n);
        r.push_back((i+1+n)%n);
    }
    int i=n-1;
    while (t.size()<n-2){
        i = r[i];
        if (ear_Q(l[i],i,r[i],pol)){
            t.push_back(make_tr(pol[l[i]],pol[i],pol
[r[i]]));
            l[r[i]]=l[i];
            r[l[i]]=r[i];
        }
    }
}

pair<P,P> CCInter(P c1, double r1, P c2,
double r2){
    P A=conj(c2-c1);
    P B=(r2*r2-r1*r1-(c2-c1)*conj(c2-c1)),
C=r1*r1*(c2-c1);
    P D = B*B- 4.0*A*C;
    P z1 = (-B+sqrt(D))/(2.0*A)+c1;
    P z2=(-B-sqrt(D))/(2.0*A)+c1;
    return pair<point, point>(z1,z2);
}

//Geometria 3D
struct P3 {
    double x, y, z;
    P3(double X = 0, double Y = 0, double Z =
0): x(X), y(Y), z(Z) { }
};

struct V3 {
    double x, y, z;
    V3(double X=0, double Y=0, double Z=0):
x(X), y(Y), z(Z) { }
    V3(P3 p) { x = p.x; y = p.y; z = p.z; }
    V3(P3 p, P3 q) { x = q.x - p.x; y = q.y - p.y;

```

```

z = q.z - p.z; }
};

P3 operator + (const P3 &p, const V3 &v){
    return P3(p.x+v.x,p.y+v.y,p.z+v.z);}
P3 operator + (const P3 &p, const P3 &q){
    return P3(p.x+q.x,p.y+q.y,p.z+q.z);}
P3 operator - (const P3 &p, const V3 &v){
    return P3(p.x-v.x, p.y-v.y, p.z-v.z);}
P3 operator - (const P3 &p, const P3 &q){
    return P3(p.x-q.x, p.y-q.y, p.z-q.z);}
V3 operator + (const V3 &u, const V3 &v){
    return V3(u.x+v.x, u.y+v.y, u.z+v.z);}
V3 operator - (const V3 &u, const V3 &v){
    return V3(u.x-v.x, u.y-v.y, u.z-v.z);}
V3 operator * (const double &a, const V3 &v){
    return V3(a*v.x, a*v.y, a*v.z);}
double dot(const V3 u, const V3 v){
    return u.x*v.x+u.y*v.y+u.z*v.z;}
V3 cross(const V3 u, const V3 v){
    return V3(u.y*v.z-u.z*v.y,u.z*v.x-
u.x*v.z,u.x*v.y-u.y*v.x);}
}

double norma(const V3 v){
    return sqrt(dot(v, v));}

struct recta{
    P3 a, b;
    recta(P3 A, P3 B): a(A), b(B) { }
    recta(P3 P, V3 V): a(P) { b = P + V; }
};

struct semirecta{
    P3 a, b;
    semirecta(P3 A, P3 B): a(A), b(B) { }
    semirecta(P3 P, V3 V): a(P) { b=P+V; }
};

struct segmento {
    P3 a, b;
    segmento(P3 A, P3 B): a(A), b(B) { }
};

struct triangulo {
    P3 a, b, c;
    triangulo(P3 A,P3 B,P3 C):a(A),b(B),c(C) { }
};

double distancia(const P3 a, const P3 b){
    return norma(V3(a, b));}

```

```

double distancia(const P3 p, const recta r){
    V3 v(r.a, r.b), w(r.a, p);
    return norma(cross(v, w)) / norma(v);
}
double distancia(P3 p, semirecta s){
    V3 v(s.a, s.b), w(s.a, p);
    if (dot(v,w)<=0) return distancia(p, s.a);
    return distancia(p, recta(s.a, s.b));
}
double distancia(P3 p, segmento s){
    V3 v(s.a, s.b), w(s.a, p);
    double c1 = dot(v, w), c2 = dot(v, v);
    if (c1 <= 0) return distancia(p, s.a);
    if (c2 <= c1) return distancia(p, s.b);
    return distancia(p, s.a + (c1/c2)*v);
}
double distancia(recta r, recta s){
    V3 u(r.a, r.b), v(s.a, s.b), w(r.a, s.a);
    double a=dot(u,u),b=dot(u,v),c=dot(v,v),
d=dot(u,w),e=dot(v,w);
    double D = a*c - b*b, sc, tc;
    if (D < EPS) {
        sc = 0;
        tc = (b > c) ? d/b : e/c;
    } else {
        sc = (b*e - c*d) / D;
        tc = (a*e - b*d) / D;
    }
    V3 dP = w + (sc * u) - (tc * v);
    return norma(dP);
}
double distancia(segmento r, segmento s){
    V3 u(r.a, r.b), v(s.a, s.b), w(s.a, r.a);
    double a=dot(u,u),b=dot(u,v),c=dot(v,v),
d=dot(u,w),e=dot(v,w);
    double D = a*c - b*b;
    double sc, sN, sD = D;
    double tc, tN, tD = D;
    if (D < EPS) {
        sN = 0; sD = 1; tN = e; tD = c;
    } else {
        sN = (b*e - c*d);
        tN = (a*e - b*d);
        if (sN < 0) {

```

```

            sN = 0; tN = e; tD = c;
        } else if (sN > sD) {
            sN = sD; tN = e + b; tD = c;
        }
    }
    if (tN < 0) {
        tN = 0;
    }
    if (-d < 0) {
        sN = 0;
    } else if (-d > a) {
        sN = sD;
    } else {
        sN = -d;
        sD = a;
    }
    if (tN > tD) {
        tN = tD;
        if ((-d + b) < 0) {
            sN = 0;
        } else if (-d + b > a) {
            sN = sD;
        } else {
            sN = -d + b;
        }
    }
    sD = a;
}
}
sc = fabs(sN) < EPS ? 0 : sN / sD;
tc = fabs(tN) < EPS ? 0 : tN / tD;
V3 dP = w + (sc * u) - (tc * v);
return norma(dP);
}
V3 projecao(V3 u, V3 v) {
    return (dot(v, u) / dot(u, u)) * u;
}
bool between(P3 a, P3 b, P3 p) {
    return dot(V3(p - a), V3(p - b)) < EPS;
}
double linedist(P3 a, P3 b, P3 p) {
    P3 proj=a+projecao(V3(a, b), V3(a, p));
    if (between(a, b, proj)) {
        return norma(V3(proj, p));
    } else {
        return min(norma(V3(a,p)),norma(V3(b,p)));
    }
}

```

```

}
double distancia(P3 p, triangulo T) {
    V3 X(T.a, T.b), Y(T.a, T.c), P(T.a, p);
    V3 PP = P - projecao(cross(X, Y), P);
    P3 PPP = T.a + PP;
    V3 R1 = cross(V3(T.a, T.b), V3(T.a, PPP));
    V3 R2 = cross(V3(T.b, T.c), V3(T.b, PPP));
    V3 R3 = cross(V3(T.c, T.a), V3(T.c, PPP));
    if (dot(R1,R2)>-EPS && dot(R2,R3)>-EPS &&
dot(R1,R3)>-EPS) {
        return norma(V3(PPP, p));
    } else {
        return min(linedist(T.a,T.b,p),
min(linedist(T.b,T.c,p),linedist(T.c,T.a,p)));
    }
}

```

### Minimal Enclosing Circle

```

double distSqr(P &p1, P &p2){
    return (p1.X-p2.X)*(p1.X-p2.X) +
        (p1.Y-p2.Y)*(p1.Y-p2.Y);
}
bool contain(circle c,P p){
    return distSqr(c.p,p)<= c.r*c.r;
}
circle findCircle(P a,P b){
    P p( real(a+b)/2.0 , imag(a+b)/2.0);
    return circle( p, sqrt(distSqr(a,p)));
}
circle findCircle(P pa,P pb,P pc) {
    double a,b,c,x,y,r,d;
    c = sqrt(distSqr(pa , pb));
    b = sqrt(distSqr(pa , pc));
    a = sqrt(distSqr(pb , pc));
    if (b==0 || c==0 || a*a>= b*b+c*c)
        return findCircle(pb,pc);
    if (b*b >= a*a+c*c)
        return findCircle(pa,pc);
    if (c*c >= a*a+b*b)
        return findCircle(pa,pb);
    d = real(pb-pa)*imag(pc-pa);
    d = 2 * (d - imag(pb-pa)*real(pc-pa));
    x = (imag(pc-pa)*c*c-imag(pb-pa)*b*b)/d;

```

```

y = (real(pb-pa)*b*b-real(pc-pa)*c*c)/d;
x += real(pa), y += imag(pa);
r= sqrt(pow(real(pa)-x,2)+ pow(imag(pa)-y,2));
return circle(P(x,y),r);
}

P points[MAXN], R[3];
circle sed(int n,int nr){
    circle c;
    if(nr == 3)
        c = findCircle(R[0],R[1],R[2]);
    else if (n == 0 && nr==2)
        c = findCircle(R[0], R[1]);
    else if(n==1 && nr == 0)
        c = circle(points[0],0);
    else if(n == 1 && nr == 1)
        c = findCircle(R[0],points[0]);
    else{
        c = sed(n-1, nr);
        if(!contain(c,points[n-1])){
            R[nr++] = (points[n-1]);
            c = sed(n-1, nr);
        }
    }
    return c;
}

```

### Salto del Caballo

```

ll SaltoCaballo(ll x1,ll y1,ll x2,ll y2){
    ll dx =abs(x2-x1);
    ll dy =abs(y2-y1);
    ll lb= max(dx+1 , dy + 1)/2;
    lb = max(lb, (dx + dy + 2)/3);
    while((lb % 2) != (dx+ dy)%2) lb++;
    if(abs(dx)==1 && !dy) return 3;
    if(abs(dy)==1 && !dx) return 3;
    if(abs(dx)==2 && abs(dy)==2) return 4;
    return lb;
}

```

### Day Of Week

```

int DayOfWeek(int d, int m, int y){
    if(m<3) y--, m+=10; else m -=2;
    int c= y/100; y %= 100;

```

```

c = y - 2 * c + d + y/4 + c/4;
return ((int) (2.6*m-0.2)+c+7)%7;
}

```

#### Catalan

```

C[n] => FOR(k=0,n-1) C[k] * C[n-1-k]
C[n] => Comb(2*n,n) / (n + 1)
C[n] => 2*(2*n-3)/n * C[n-1]

```

#### Fact Mod

```

int factMod (int n, int p) {
    int res = 1,i;
    while (n > 1) {
        if ((n/p) & 1)
            res = (res * (p-1)) % p;
        for (i=n%p; i > 1;i--)
            res = (res * i) % p;
        n /= p;
    }
    return res % p;
}

```

#### Fibonacci

-Sumatoria de  $F[1..n]=F[n+2]-1$ .

- Si  $n$  es divisible por  $m$  entonces  $F_n$  es divisible por  $F_m$

- Los nmeros consecutivos de Fibonacci son primos entre si.

- Si  $N$  es Fibonacci  $\Rightarrow (5*N*N + 4 \mid\mid 5*N*N - 4)$  es un cuadrado

- Suma de  $n$  terminos partiendo del  $k$ -simo  $+ k = F[k+n+1]$

-  $\gcd(F[p], F[n]) = F[\gcd(p,n)] = F[1] = 1$

- Cantidad num fibonacci hasta  $n$

$$\text{floor}((\log_{10}(n) + (\log_{10}(5)/2))/\log_{10}(1.6180));$$

```

//
//a b | 0 1 | = | fib(n-1) fib(n) |
//c d | 1 1 |   | fib(n)   fib(n+1) |

```

```

struct matrix{
    ll a, b, c, d;
    matrix(ll a, ll b, ll c, ll d) :
        a(a), b(b), c(c), d(d) {}
    const matrix operator*(const matrix &t){
        ll A = a*t.a+ b*t.c;

```

```

    ll B = a*t.b+ b*t.d;
    ll C = c*t.a+ d*t.c;
    ll D = c*t.b+ d*t.d;
    return matrix(A,B,C,D);
}

```

```

};
matrix pow(const matrix &p, int n){
    if (n == 1) return p;
    matrix k = pow(p, n/2);
    matrix ans = k*k;
    if (n & 1) ans = ans * p;
    return ans;
}

```

#### Kth Permutacion

```

int N; // N grupos
char grupo[22]; //caract del grupo
int cantgrupo[22], quitar;
//FOR(i,N) quitar += fac[cantgrupo[i]]
void KthPermutacion(int k,int quedan){
    if (quedan == 0) return;
    int total = fact[quedan - 1];
    int inicio = 0, fin = 0;
    FOR(i,N){
        if (cantgrupo[i] == 0) continue;
        fin += (cantgrupo[i] * total) / quitar;
        if (fin > k){
            quitar /= cantgrupo[i]--;
            cout << grupo[i];
            KthPermutacion(k-inicio,quedan-1);
        }
        else inicio = fin;
    }
}

```

#### Digit Count

```

void DigitCount(int n,ll *sol){
    ll aux=n, sum=0,p=1,d;
    while(aux){
        d = aux % 10, aux /= 10;
        sol[d] += ((n%p)+1);
        for(int i=0;i<d;i++) sol[i]+=p;
        for(int i=0;i<10;i++)
            sol[i] += sum*d;

```

```

        sol[0] -= p;
        sum = p + 10 * sum;
        p *= 10;
    }
}

```

### Triangle Counting - TJU

```

inline bool upper(pnt a) {
    return imag(a)>0 || (imag(a)== 0&& eal(a)>0);
}

inline bool compare_angle(pnt a, pnt b) {
    if (upper(a) && !upper(b)) return true;
    if (!upper(a) && upper(b)) return false;
    return cross(a,b) > 0;
}

inline bool same_half(pnt a, pnt b) {
    ll cr = cross(b,a);
    if(cr < 0) return 1;
    if(cr == 0 && dot(b,a) > 0) return 1;
    return 0;
}

int n;
pnt arr[100001];

int main() {
    scanf("%d",&n);
    for(int i=0;i<n;i++)
        scanf("%lld%lld",&arr[i].real(),&arr[i].imag());
    sort(arr, arr+n, compare_angle);
    ll sol = ll(n) * (n - 1) / 2 * (n - 2) / 3;
    for(int i = 0, j = 0;i < n;i++) {
        while((j + 1)%n != i &&
            same_half(arr[i],arr[(j+1)%n]))
            j = (j + 1)%n;
        ll cc = (j - i + n)%n;
        sol -= cc*(cc-1)/2;
        if(i == j) ++j;
    }
    cout << sol << endl;
    return 0;
}

```

### Grirar Grilla 45 grados

```

r = (max(col, filas) << 1) + 10;
c = (max(col, filas) << 1) + 10;
xx = x + y + 5;
yy = x - y + filas + 5;

```

### Teoria de Numeros

```

N=p^a*q^b*r^c
CantDiv = D = (a+1)*(b+1)*(c+1)
SumaDiv = FOR(i,k)
    sum*=(prim[i]^(cant[i]+1)-1)/(prim[i]-1)
ProdDiv = P = N^(D/2)=Sqrt(N^D)

```

### Cant de Palindromes de <= N Digitos

```

a(n) = 2 *(10^(n/2) -1) si n es par
a(n) = 11*(10^(n-1)/2)-2 si n es impar

```

### Rotar Punto

```

P RotarPunto(P p,double ang){
    double x=p.x*cos(pi*ang)-p.y*sin(pi*ang);
    double y=p.x*sin(pi*ang)+p.y*cos(pi*ang);
    return P(x,y)
}

```

### Número Ciclomático

M : cantidad de Aristas  
 N: # de vértices  
 P:# de componentes conexas.  
 NC = M - N + P cantidad de ciclos.  
 Número de Estabilidad Interna:  
 Un conjunto de vértices se dice que es interiormente estable si dos vértices cualesquiera del conjunto no son adyacentes.  
 El mayor subconjunto interiormente estable de un grafo es conocido como número de estabilidad interna. Lo designaremos por I.  
 En todo grafo se cumple la siguiente relación:  
 $I(G) * NC(G) = \text{Total de vértices de la red.}$

### Teoria de numeros

```

int extGcd(int a, int b, int &x, int &y){

```



```

int g = a; x = 1; y = 0;
if (b != 0){
g = extGcd(b, a%b, y, x);
y -= (a/b)*x;
}
return g;
}
bool mExtGcd(int a,int b,int c,int &x,int &y){
int r = extGcd(a,b,x,y);
if (c%r != 0) return false;
x*=c/r; y*=c/r;
return true;
}
vector<int> primes;
int MAX = 1000000;

```

#### Inverso multiplicativo

```

a*inv == 1 (mod m)
bool invMult(long long a, long long m, long
long &inv) {
long long x, y, r;
r = extGcd(a, m, x, y);
if (r!=1) return false;
inv = x;
if (inv<0) inv += m;
return true;
}

```

#### $a \cdot x \equiv b \pmod{n}$

```

bool MLE(long long a, long long b, long long
n, long long &x){
long long d, xx, y;
d = extGcd(a,n,xx,y);
if (b%d) return false;
x = ((xx*(b/d))%n+n)%n;
return true;
}

```

#### Teorema del resto chino $x \equiv r[i] \pmod{m[i]}$

```

bool TRC (vector<long long> r, vector<long
long> m, long long &x, long long &M){
int n=r.size();
long long inv;
x=0; M=1;
for (int i=0; i<n; i++) M*=m[i];
for (int i=0; i<n; i++){

```

```

if (!invMult(M/m[i],m[i],inv)) return
false;
x+=r[i]*(M/m[i])*inv;
}
x = (x%M);
return true;
}

```

#### Euler's totient theorem

If  $n$  is a positive integer and  $a$  is coprime to  $n$ , then  $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$

#### Teorema de Wilson

Si  $p$  es un número primo, entonces  $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ .

#### Fermat's little theorem

If  $p$  is a prime number, then for any integer  $a$  that is coprime to  $p$ , we have  $a^p \equiv a \pmod{p}$

#### Discrete logarithm theorem

Si  $g$  es una raíz primitiva de  $Z_n$  entonces la ecuación  $g^x \equiv g^y \pmod{n}$  se cumple si y solo si se cumple  $x \equiv y \pmod{\phi(n)}$ .  
 $g$  es una raíz primitiva mod  $n$  si las potencias de  $g$  modulo  $n$  van por todos los coprimos de  $n$ .  
La raíz primitiva existe si  $n = 2, 4, p^k$  o  $2 \cdot p^k$  donde  $p$  es un primo impar.  
Para comprobar que  $g$  es una raíz primitiva de  $n$  solo tenemos que comprobar que  $g^d \not\equiv 1 \pmod{n}$  para todo primo  $p$  que divide a  $\phi(n)$ ,  $d = \phi(n)/p$ .

#### Cantidad de dígitos de $n!$

```

(long long)floor( (log(2*acos(-1))*a)/2 +
a*(log(a)-1) ) /log(10) ) + 1);

```

#### Probabilidad

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ . Entonces si  $E_1$  y  $E_2$  son mutuamente exclusivos,  $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ .  
Probabilidad de que ocurra el evento  $E_1$  dado que ha ocurrido el evento  $E_2$

$P(E_1 | E_2) = P(E_1 \cap E_2) / P(E_2)$

#### Teorema de Bayes

$P(E_1 | E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) / P(E_2)$

#### Bernoulli

Una prueba de Bernoulli es aquella que puede tener 2 resultados éxito o fallo. Si la probabilidad de éxito de una prueba de

Bernoulli es  $p$ , la probabilidad de  $q$  ocurran  $k$  exitos en una secuencia de  $n$  eventos independientes es:  $C(n,k) * (p^k) * (1-p)^{(n-k)}$ .

**$m^n(n)$**

$m^n(n) = m(m-1)(m-2) \cdot \dots \cdot (m-n+1)$ .

**Stirling number of the second kind**

$\{m,n\} = (1/n!) * (-1)^{(n-k)} * (n,k) * (k^m) \Sigma$

**Classical occupancy problem**

En una urna con  $m$  bolas numeradas de 1 a  $m$ . Suponga que extraemos  $n$  bolas una por una, con remplazamientos. La probabilidad de que hallan sido extraídas exactamente  $t$  bolas diferentes es:

$P1(m,n,t) = \{n,t\} * (m^t) / (m^n)$ .

**Problema del cumpleaños**

En una urna con  $m$  bolas numeradas de 1 a  $m$ . Suponga que extraemos  $n$  bolas una por una, con remplazamientos. La probabilidad de que halla una coincidencia es:

$P2(m,n) = 1 - P1(m,n,n) = 1 - (m^n) / (m^n) \approx 1 - \exp(-(n*n)/(2*m))$ .  $\exp(x) = e^x$ .

Si sacamos  $n1$  bolas de una urna y  $n2$  bolas de otra con remplazo, la probabilidad de coincidencia es:

$P3(m,n1,n2) = 1 - (1/m^{(n1+n2)}) * \Sigma(m^{(t1+t2)} * \{n1,t1\} * \{n2,t2\})$   $1 - \exp(- (n*n)/m)$ .

Si sacamos  $n1$  bolas de una urna y  $n2$  bolas de otra sin remplazo, la probabilidad de coincidencia es:

$P4(m,n1,n2) = 1 - (m^{((n1+n2))}) / (m^{(n1)} + m^{(n2)})$ .

Si sacamos  $n1$  bolas de una urna con remplazo y  $n2$  bolas de otra sin remplazo, la probabilidad de coincidencia es:

$P5(m,n1,n2) = 1 - (1 - n2/m)^{n1}$ .

**Sudoku**

//se llama inicialmente con  $i = 0$  y  $j = 0$  y en `cells` //0 en los desconocidos y el valor en los conocidos. //si retorna true al final la matriz queda llena //con la solucion.

static boolean solve(int i, int j, int[][] cells) {

```
if (i == 9) {
    i = 0;
    if (++j == 9)
        return true;
}
if (cells[i][j] != 0) // skip filled cells
    return solve(i+1,j,cells);
for (int val = 1; val <= 9; ++val) {
    if (legal(i,j,val,cells)) {
        cells[i][j] = val;
        if (solve(i+1,j,cells))
            return true;
    }
}
cells[i][j] = 0; // reset on backtrack
return false;
}

static boolean legal(int i, int j, int val, int[][] cells) {
    for (int k = 0; k < 9; ++k) // row
        if (val == cells[k][j])
            return false;
    for (int k = 0; k < 9; ++k) // col
        if (val == cells[i][k])
            return false;
    int boxRowOffset = (i / 3)*3;
    int boxColOffset = (j / 3)*3;
    45
    for (int k = 0; k < 3; ++k) // box
        for (int m = 0; m < 3; ++m)
            if (val == cells[boxRowOffset+k][boxColOffset+m])
                return false;
    return true; // no violations, so it's legal
}
```

**Algorithm: Bignum (MULT)**

```
#include <cstdio>
#include <algorithm>
#include <cstring>
using namespace std;
```

```
int i, j, ln, ln1, d, m, r, tot, dl, S[100];
char n[100], n1[100];
```

```
int conv (char a) {
    return a - 48;
}
```

```
int main() {
    scanf ("%s %s", &n, &n1);

    ln = strlen (n) - 1;
    ln1 = strlen (n1) - 1;
    for (i = ln1; i >= 0; i--) {
        d = conv(n1[i]);
        m = ln1 - i;
        for (j = ln; j >= 0; j--) {
            dl = conv (n[j]);
            tot = dl * d;
            r = tot % 10;
            S[m] = (S[m] + r) % 10;
            S[++m] += tot / 10;
        }
    }

    for (i = m - 1; i >= 0; i--)
        printf ("%d", S[i]);

    system ("pause");

    return 0;
}
```

#### Algorithm: Bignum (RESTA)

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <algorithm>
#include <ios>
```

```
using namespace std;
```

```
#define BASE 10
#define MAXD 100 + 1
```

```
char A[MAXD], B[MAXD];
int C[MAXD];
int szA, szB, szC, na, nb;
```

```
int main ()
{
    //Entrar los dos números y lo acepta como cadena
    scanf( "%s%s", A, B );
    //Tomo la longitud de las dos cadenas

    szA = strlen( A );
    szB = strlen( B );

    reverse( A, A + szA ); //Invierto el orden de las
cadenas
    reverse( B, B + szB );

    int llevar = 0;

    //hago el ciclo hasta la longitud mayo de ellas
    int aaa = szA;
    if ( szB > szA )
        aaa = szB;
    for ( int i = 0; i < aaa ; i++ )
    {
        na = ( i >= szA ) ? 0 : A[i] - '0';
        nb = ( i >= szB ) ? 0 : B[i] - '0';

        C[szC] = na - nb - llevar;
        if ( C[szC] < 0 ) {
            C[szC] += BASE;
            llevar = 1;
        } else llevar = 0;
        szC++;
    }

    int j = aaa;
    while ( !C[j] ) j--;
    for ( ; j >= 0; j-- ) printf( "%d", C[j] );
    cout<<endl;
    system ("pause");
    return 0;
}
```

### Algorithm: Bignum (SUM)

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <algorithm>

using namespace std;

#define BASE 10
#define MAXD 100 + 1

char A[MAXD], B[MAXD];
int C[MAXD];
int szA, szB, szC, na, nb;

int main ()
{
    //Entrar los dos números y lo acepta como cadena
    scanf( "%s%s", A, B );
    //Tomo la longitud de las dos cadenas
    szA = strlen( A );
    szB = strlen( B );

    int may = max (szA, szB);

    reverse( A, A + szA ); //Invierto el orden de las
cadenas
    reverse( B, B + szB );
    int llevar = 0;
    //hago el ciclo hasta la longitud de la mayor de ellas
    may = ( szA >? szB )
    for ( int i = 0; i < may; i++ )
    {
        na = ( i >= szA ) ? 0 : A[i] - '0';
        nb = ( i >= szB ) ? 0 : B[i] - '0';

        C[szC] = na + nb + llevar;
        llevar = C[szC] / BASE;
        //resto de dividir por 10
        C[szC] %= BASE;
        szC++;
    }

    //si me quedo al final con algo que no sea cero
```

```
    if ( llevar )
        C[szC++] = llevar;

    for ( int i = szC - 1; i >= 0; i-- )
        printf( "%d", C[i] );
    cout<<endl;
    system ("pause");
    return 0;
}
```