

# 报数

直接暴力枚举显然会超时，启发我们用数学方法去做。

## 解法一：

正难则反，不妨反过来求前  $x$  个数里有多少个不会报到的数字  $y$ ，这样只要找到合适的  $x = n + y$  即可。

根据容斥原理，有  $y = x - x/3 - x/5 + x/15$ ，显然  $y$  具有单调性，我们可以二分答案求出这个合适的  $x$ 。

时间复杂度  $O(\log x)$ 。

## 解法二：

多算几个数字会发现，被报到的数字  $\bmod 15$  的余数具有循环性。因此，可以开一个数组  $a[]$  将  $\bmod 15$  的余数存起来作为循环节，即  $a[] = \{0, 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14\}$ 。

用  $f_x$  表示第  $x$  个被报到的数字，则有： $f_x = f_{x-8} + 15$ ，但是仍然会超时。

进一步简化，可以推出  $x$  前面有多少个完整的循环节  $k$ ，然后根据数学直接计算即可得出结果。

# 数字游戏

想要  $a_i + b_i$  的最大值最小，一定是  $a$  序列的最小值与  $b$  的最大值匹配， $a$  的次小值与  $b$  的次大值匹配，以此类推。

即  $a$  从小到大排序， $b$  从大到小排序，然后求解  $a_i + b_i$  的最大值。

## 测试点 1~5

对于每一次询问，都重新排序  $a$  和  $b$  序列，然后打擂台求解最大值。

时间复杂度为  $O(n^2 \log n)$ ，预计可以得到 50 分。

## 测试点6~10

观察到  $a_i$  和  $b_i$  的范围很小，那么我们可以采用计数排序的方式进行处理。

每次添加元素后，分别使  $cnt1[a_i]++$  和  $cnt2[b_i]++$ ；然后枚举  $[1, 100]$  里的每一个数，让两个数进行配对，具体方法如下：

- 将  $cnt1[], cnt2[]$  复制一份到  $tmp1[], tmp2[]$  中
- 设置  $i$  从  $A$  序列的最小值 1 开始往右移动，当  $tmp1[i] \neq 0$  时退出循环
- 设置  $j$  从  $B$  序列的最大值 100 开始往左移动，当  $tmp2[j] \neq 0$  时退出循环
- 如果  $i$  和  $j$  没有越界，则取  $ans = \max(ans, i + j)$

- 接下来分类讨论：如果  $tmp1[i] == tmp2[j]$ ，则数字  $i$  和数字  $j$  的数量相同，直接抵消， $i++$ ,  $j--$
- 如果  $tmp1[i] > tmp2[j]$ ，则  $i$  的数量更多，可以吃下多余的  $j$ ， $tmp1[i]--$ ,  $j--$
- 如果  $tmp1[i] < tmp2[j]$ ，则  $j$  的数量更多， $tmp2[j]--$ ,  $i++$
- 不断执行上述过程，直到  $i > 100$  或  $j < 1$  为止；最后输出  $ans$

总时间复杂度为  $O(100 * n)$ 。

---

## 逃生游戏

题目本质就是给出  $n$  个数字，每次可以删除三个数字  $x-1$ 、 $x$ 、 $x+1$ ，可以获得  $cnt[x] * x$  的得分，问最大得分。

首先很容易会想到删除左右不存在的  $x$ ，或者左右只存在一个的，但是这样的思路并没有意义——因为最后还是面临如果左右数字存在如何删除的问题。

可以发现其实删除数字的顺序是无关的，那我们不妨从小到大依次删除。设  $dp[i]$  表示数字  $i$  已经被处理完的情况，那么转移方式无非就是考虑之前删的是  $i-1$  还是  $i-2$ 。

如果删的是  $i-2$ ，那么  $i$  就是可以删掉的；如果删的是  $i-1$ ，则  $i$  不能被删掉。

所以很容易得到方程： $dp[i] = \max(dp[i-1], dp[i-2] + cnt[i] * i)$

---

## 旅游计划

### 测试点 1~3

给暴力留的分。

### 测试点4~8

先通过 bfs 求出每个点到另一个点的最短路径的长度  $d_{i,j}$ ，然后暴力枚举四个点  $a, b, c, d$ ，再求  $\max(d_{a,b} + d_{b,c} + d_{c,d})$  就可以了。

复杂度  $O(n^4)$ 。

## 测试点9~10

答案就是 3，因为在完全图中，任意两点的最短路都是 1。

## 测试点11~15

同样求出  $d_{i,j}$ ，然后暴力枚举三个点  $a, b, c$ ，然后求出离  $c$  点最远的点  $f_c$ ，但是  $f_c$  可能是  $a$  或者  $b$ ，所以需要求出离  $c$  点第二远的点  $g_c$ ，第三远的点  $h_c$ ，这样就一定可以找出那个最远的点。

复杂度是  $O(n^3)$ 。

当然也有许多其他做法。

## 测试点16~20

优化上一个算法。

同样求出  $d_{i,j}$  和  $f_i, g_i, h_i$ 。

我们枚举两个点  $a, b$ ，然后经过  $a \rightarrow b$  的最远路径一定是  $f_a/g_a/h_a \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow f_b/g_b/h_b$  其中之一。

依次考虑这几种情况，排除掉非法的情况（经过相同的点），直接枚举就可以了。

复杂度是  $O(n^2)$ 。