

# 一种新的流行病模拟模型及其扩展方法

北京市陈经纶中学 杨熙坤 叶适嘉

指导教师：刘乃萌 邢毅春

Feb 2022

## 摘要

在新冠疫情笼罩全球的背景下，模拟流行病起到了重要作用。为有效、准确地模拟流行病的传播，我们提出了 Seifqarp 模型。Seifqarp 考虑了地区在疫情中存在的八类人，并且充分考虑八类人之间的关系和相互作用。

随后，我们利用 Mathematica 编程建立了 Seifqarp 模型的模拟面板，并借用模拟面板详细的研究了流行病的差异性发展。为使 Seifqarp 模型更加符合现实情况，我们考虑了参数的改变，经过研究和调查提出了 Seifqarp 模型的扩展方向。为此我们对于一些实际情况做出了定量、定性分析并提出了扩展方案。扩展的模型能更准确地模拟疫情的实际发展。

我们建立的模型很好的模拟了流行病的差异性发展，解释了流行病传播过程中的相关现象（例如疫情反弹现象）；考虑了常见措施对疫情发展的影响并作出了评价。因此具有较强的现实意义和参考价值。

**关键词：**疫情模拟；疫情防控；疫情反弹；Seifqarp；Mathematica；参数变化；传染能力；影响因素；政府措施；加权平均

## Abstract

The importance on pandemic simulating reveals in the context of COVID-19 pandemic that has been gripping the world. In order to simulating the spread of the pandemic effectively and accurately, we proposed the model Seifqarp. Seifqarp considers eight categories of people in the region during the pandemic, and moreover, it considers the relationships and interactions between these people adequately.

Then, we built a simulating panel for Seifqarp model by programming a Mathematica program, and we used this panel to explore the differential development of the pandemic in detail. To make the Seifqarp model more realistic, we considered the adjustments of parameters and proposed the direction for the extension of the model after researches and investigations. To this end, we made quantitative and qualitative analyzes and proposed extension solutions for some realistic situations. The extensions of the model can be able to simulating the actual development of the pandemic more accurately.

The model we proposed well simulates the differential development of pandemics, explains the relevant phenomena in the process of pandemic transmission (such as the pandemic rebounds); considers and evaluates the impact of common measures on the development of pandemics. Therefore, it has strong practical significance and reference value.

**Keywords:** Pandemic simulating; Pandemic controlling; Pandemic rebound; Seifqarp; Mathematica; Parameters dynamic adjustments; Infection capacity; Influencing factors; Governmental measures; Weighted average values

## 目录

<b>一、问题分析 .....</b>	<b>1</b>
1.1 问题背景 .....	1
1.2 问题的提出 .....	1
1.3 研究现状 .....	1
1.4 本文提出的解决方案 .....	1
<b>二、Seifqarp 模型 .....</b>	<b>2</b>
2.1 基本假设 .....	2
2.2 符号约定 .....	3
2.3 模型表达 .....	4
2.4 模型的建立和检验 .....	5
2.5 模型的解释和分析 .....	6
2.5.1 疫情反弹现象 .....	6
2.5.2 感染系数 $\beta$ 对曲线的影响 .....	7
2.5.3 发病率 $\kappa$ 对曲线的影响 .....	8
2.5.4 暴露者成为感染者的比率 $\rho_i$ 对曲线的影响 .....	8
2.5.5 隔离率 $\gamma$ 对曲线的影响 .....	9
2.5.6 康复率 $r$ 对曲线的影响 .....	10
2.5.7 死亡率 $\delta$ 对曲线的影响 .....	10
2.5.8 康复者失去免疫能力重新成为易感人群的率 $\chi$ 对曲线的影响 .....	11
2.5.9 初始暴露者占比 $e_0$ 对曲线的影响 .....	12
2.5.10 平衡态 .....	12
<b>三、Seifqarp 模型的扩展 .....</b>	<b>13</b>
3.1 考虑人口的变化 .....	13
3.2 参数改变的相关讨论 .....	14
3.2.1 民众态度的改变导致的参数改变 .....	14
3.2.2 政府措施的采取导致的参数改变 .....	18
3.2.3 病原体变异导致的参数改变 .....	20
3.3 完全免疫者的相关讨论 .....	20
<b>四、研究总结论 .....</b>	<b>21</b>
<b>五、成果分析和展望 .....</b>	<b>21</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>22</b>

## 一、问题分析

### 1.1 问题背景

截止北京时间 2022 年 3 月 12 日 20:20 (GMT+8)，新冠肺炎全球累计确诊 455 402 740 例<sup>[1]</sup>。其早已成为全球性疫情，对居民生活和世界经济造成了很大影响。自疫情以来，由于高传染性，模拟流行病成为热点。PAHO 证实了模拟流行病可以帮助我们及时采取抗疫措施<sup>[6]</sup>，体现了模拟流行病的重要性。已经不少人提出或是改进了模拟流行病发展的模型，但是这些模型对实际情况考虑的不够全面，为了使模拟流行病模型更贴近实际，需要一种考虑更多情况的模型。

### 1.2 问题的提出

根据 1.1 提出的问题背景，我们的主要目标是建立有效、准确的数学模型来模拟不同参数下流行病的发展（差异性发展），对流行病发展中的某些现象作出解释，考虑常见措施对流行病发展的影响并作出评价。我们的模型将尽可能多地解决前人模型存在的局限性 (1.3, 1.4)。

### 1.3 研究现状

1.1 提到，前人提出或是改进的模型对实际情况考虑的不够全面。这些模拟流行病发展的模型主要是 SIR 模型<sup>[5]</sup>及其扩展模型，例如 SIS 模型、SEIR 模型、MSIERS 模型等等，但是这些模型都有各自的局限性：

1. 考虑的人群类型过少。比如 SIR 模型，只考虑了易感人群(S)、感染者(I)、康复者(R)，而实际上还存在密切接触者、无症状感染者等等，它们在疫情发展中也起到不可忽视的作用；
2. 各类人群中作用类型不够充分。例如 Faïçal Ndaïrou 等人<sup>[2]</sup>提出的模型，其没有考虑无症状感染者对疫情发展的影响，也没有充分考虑隔离措施对于疫情发展的影响；
3. 有不可解释的现象。例如前人的模型无法解释在疫情第一次高峰后为什么还会出现反弹；
4. 目前所有模拟流行病发展的模型都没有考虑参数改变对疫情发展的影响。但民众态度的改变、政府措施的加强和病原体的变异正是通过改变参数来改变疫情发展的。

### 1.4 本文提出的解决方案

针对 1.1, 1.3 提出的前人的局限性，我们进行了分析，并且做出了如下创新研究：

1. 考虑了疫情社会下的八种人，包括易感人群、暴露者、感染者、超级传播者、无症状感染者、隔离者、康复者和死亡者，考虑基本全面；
2. 充分考虑了人群中的作用类型。我们分析了无症状感染者对疫情发展的影响、对可疑人员进行隔离操作对疫情发展的影响，并且考虑了康复者因为免疫强度降低而对病毒失去抵抗能力；
3. 综合第 1、2 条，我们提出了模拟流行病发展的 Seifqarp 模型。Seifqarp 模型可以解释前人模型无法解释的问题；
4. 由于种种原因，在疫情发展过程中各参数不是一成不变的。我们进行了社会调查、新闻查阅，掌握了不同社会行为对于参数改变的影响，并且提出了 Seifqarp<sup>[a]</sup>模型扩展思路。

最终我们给出了 Seifqarp 模型作为解决方案，在扩展方案中我们提出了变化参数的思路及方法。这些模型及方法有效地解决了目标问题。

---

[a] Seifqarp 读作/seifkarp/。

## 二、Seifqarp 模型

为解决提出的问题，我们设计了 Seifqarp 模型。下面我们将对本模型进行介绍。在 2.1，我们将对 Seifqarp 模型的假设作出说明；在 2.2，我们将给出 Seifqarp 模型将用到的符号及相关参数；在 2.3，我们将给出 Seifqarp 模型的表达和初始条件；在 2.4，我们将给出 Mathematica 求解 Seifqarp 模型的相关信息；在 2.5，我们将对 Seifqarp 模型的结果作出细致阐释。

### 2.1 基本假设

为保证 Seifqarp 应用于正确的场景并且正常工作，我们做出了如下假设。不必担心此处的逻辑过于复杂，2.3 模型表达将给出这些假设的可视化说明。

1. 不考虑地区人口的出生、自然死亡、迁入、迁出；
2. 地区人口中只存在易感人群、暴露者、感染者、超级传播者、无症状感染者、隔离者、康复者和死亡者八类人。并且在任何时候它们之和都等于地区人口总数；
3. 易感人群会被无症状感染者、感染者、超级传播者和隔离者发生接触，从而成为暴露者；
4. 暴露者一定几率发病，成为无症状感染者、感染者和超级传播者，也有可能因为流调而被直接隔离；
5. 感染者会被隔离，或者自愈，也可能死亡；
6. 超级传播者是一类受到广泛关注的病例，其相对于感染者有更强的感染能力<sup>[22]</sup>，因此相对于感染者，其更容易感染易感人群。超级传播者会被隔离，或者自愈，也可能死亡；
7. 无症状感染者携带病原体，具有传染能力，只不过暂时还没有临床上的症状。其感染能力弱于感染者<sup>[23][24]</sup>，因此相对于感染者，其不容易感染易感人群。无症状感染者可能转变为感染者，被隔离，或者自愈；
8. 被隔离者会被治愈，也可能死亡；
9. 死亡者不会再对地区产生影响；
10. 被治愈者拥有免疫能力，但随着免疫逐渐失效，他们又会成为易感人群；
11. 由于情况较多，本模型未充分考虑某些情况，这些情况有很多在 Seifqarp 模型扩展中有提及；
12. 在初始时刻，地区只存在易感人群和暴露者。事实上这个假设可以配合疫情实际情况而做出调整，例如认为地区在初始时刻存在易感人群、感染者和无症状感染者等等。但为了模拟简便，我们假设地区在初始时刻只存在易感人群和暴露者两类人。

## 2.2 符号约定

下面给出一些符号约定，这些符号将用于表达 Seifqarp 模型。

人群类型符号	人群类型	英语对应
$S$	易感人群	Susceptible class
$E$	暴露者	Exposed class
$I$	感染者	Infected class
$P$	超级传播者	Super-spreaders class
$A$	无症状感染者	Asymptomatic class
$Q$	隔离者	Quarantined class
$R$	康复者	Recovered class
$F$	死亡者	Fatality class

Table 1: 人群类型符号—人群类型—英语对应表。本表说明了 Seifqarp 模型中的八种人。

参数名称	参数描述	单位	参考取值
$\beta$	被感染者感染的感染系数	day <sup>-1</sup>	2.55
$\beta_a$	被无症状感染者感染的感染系数	day <sup>-1</sup>	1.5
$\beta_p$	被超级传播者感染的感染系数	day <sup>-1</sup>	7.65
$\beta_q$	被隔离者感染的感染系数	day <sup>-1</sup>	2.95
$\kappa$	发病率（传染病潜伏期的倒数）	day <sup>-1</sup>	0.25
$\rho_i$	暴露者成为感染者的比率	dimensionless	0.580
$\rho_p$	暴露者成为超级传播者的比率	dimensionless	0.001
$\rho_a = 1 - \rho_i - \rho_p$	暴露者成为无症状感染者的比率	dimensionless	0.419
$\eta$	无症状感染者成为感染者的率	day <sup>-1</sup>	0.75
$\gamma_a$	无症状感染者隔离率	day <sup>-1</sup>	0.2
$\gamma_e$	暴露者隔离率	day <sup>-1</sup>	0.2
$\gamma_i$	感染者隔离率	day <sup>-1</sup>	0.5
$\gamma_p$	超级传播者隔离率	day <sup>-1</sup>	0.8
$r_a$	无症状感染者康复率	day <sup>-1</sup>	0.3
$r_i$	感染者康复率	day <sup>-1</sup>	0.27
$r_p$	超级传播者康复率	day <sup>-1</sup>	0.27
$r_q$	隔离者康复率	day <sup>-1</sup>	0
$\delta_i$	感染者死亡率	day <sup>-1</sup>	0
$\delta_p$	超级传播者死亡率	day <sup>-1</sup>	0.00001
$\delta_q$	隔离者死亡率	day <sup>-1</sup>	0.05
$\chi$	康复者失去免疫能力重新成为易感人群的率	day <sup>-1</sup>	0.01

Table 2: 参数名称—参数描述—单位—参考取值表。本表说明了 Seifqarp 模型中的所有参数，指明了它们的意义，并且给出了相应的单位和参考取值。dimensionless 为无量纲单位，即量纲为 1。

初始值符号	初始值描述	单位	参考取值
$e_0$	初始暴露者占比(%)	dimensionless	0.001
$TP$	人口百万数	dimensionless	1
$t_{\max}$	模拟的终止时间	day	150

Table 3: 模型的模拟需要一些初始参数。本表给出了这些初始参数、单位及参考取值。

### 2.3 模型表达

2.1 提到了 Seifqarp 模型的假设，2.2 则说明了 Seifqarp 模型的人群类型和参数。基于此，可以对模型进行表达。由于人群类型较多，相互作用较为复杂，本文将首先使用状态转移图来表达 Seifqarp 模型。

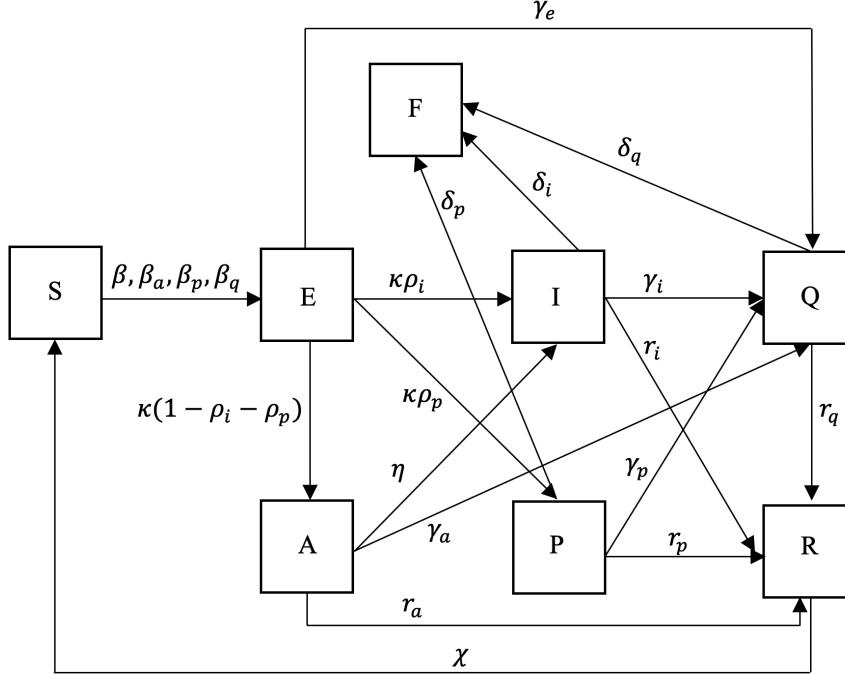


Fig 1: Seifqarp 模型的状态转移图。本图说明了各类人之间定量的转化关系。

接下来本文将给出 Seifqarp 模型的数学表达式。我们使用微分方程组来表达 Seifqarp 模型：

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta I}{N}S - \frac{\beta_a A}{N}S - \frac{\beta_p P}{N}S - \frac{\beta_q Q}{N}S + \chi R \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\beta I}{N}S + \frac{\beta_a A}{N}S + \frac{\beta_p P}{N}S + \frac{\beta_q Q}{N}S - \kappa E - \gamma_e E \\ \frac{dI}{dt} = \kappa\rho_i E + \eta A - \gamma_i I - r_i I - \delta_i I \\ \frac{dP}{dt} = \kappa\rho_p E - \gamma_p P - r_p P - \delta_p P \\ \frac{dA}{dt} = \kappa(1 - \rho_i - \rho_p)E - \eta A - \gamma_a A - r_a A \\ \frac{dQ}{dt} = \gamma_a A + \gamma_e E + \gamma_i I + \gamma_p P - r_q Q - \delta_q Q \\ \frac{dR}{dt} = r_a A + r_i I + r_p P + r_q Q - \chi R \\ \frac{dF}{dt} = \delta_i I + \delta_p P + \delta_q Q \end{cases} \quad (1)$$

在初始时刻，我们设置如下条件：

$$S(0) = (1 - e_0)N, \quad E(0) = e_0 N, \quad I(0) = P(0) = A(0) = Q(0) = R(0) = F(0) = 0 \quad (2)$$

其中  $N$  为地区人口总数（但这不一定是真正意义上的地区人口总数，而是有机会感染疫情的人口总数，因为地区会有一部分人通过采取有效措施而不会有风险感染），满足  $N = 1\,000\,000\,TP$ 。

## 2.4 模型的建立和检验

在 2.1~2.3 对 Seifqarp 模型的描述后，我们将对此模型进行求解。本文对 Seifqarp 模型的建立是基于 Mathematica 的。Mathematica 中的 Manipulate、Module、NDSolveValue 等函数可以帮助构建模型。Seifqarp 模型的构建代码已经放入附录一。

Seifqarp 模型代码的初始值如 Table 4 所示。这些参数不一定符合大部分地区的疫情发展状况，但是可以较好地反映图像规律，以便快速观察图像的趋势和特征。

参数名称	初始值	参数名称	初始值
$\beta$	2.55	$\gamma_p$	0.8
$\beta_a$	1.5	$r_a$	0.3
$\beta_p$	7.65	$r_i$	0.27
$\beta_q$	2.95	$r_p$	0.27
$\kappa$	0.25	$r_q$	0.5
$\rho_i$	0.580	$\delta_i$	0
$\rho_p$	0.001	$\delta_p$	0
$1 - \rho_i - \rho_p$	0.419	$\delta_q$	0.00001
$\eta$	0.75	$\chi$	0.01
$\gamma_a$	0.2	$e_0$	0.001
$\gamma_e$	0.2	$TP$	1
$\gamma_i$	0.5	$t_{\max}$	150

Table 4: 本表给出了各参数的初始值，Fig 2 图像即是按照这些初始值绘制的。

根据模型构建规则并绘图，我们得到了 Seifqarp 图像：

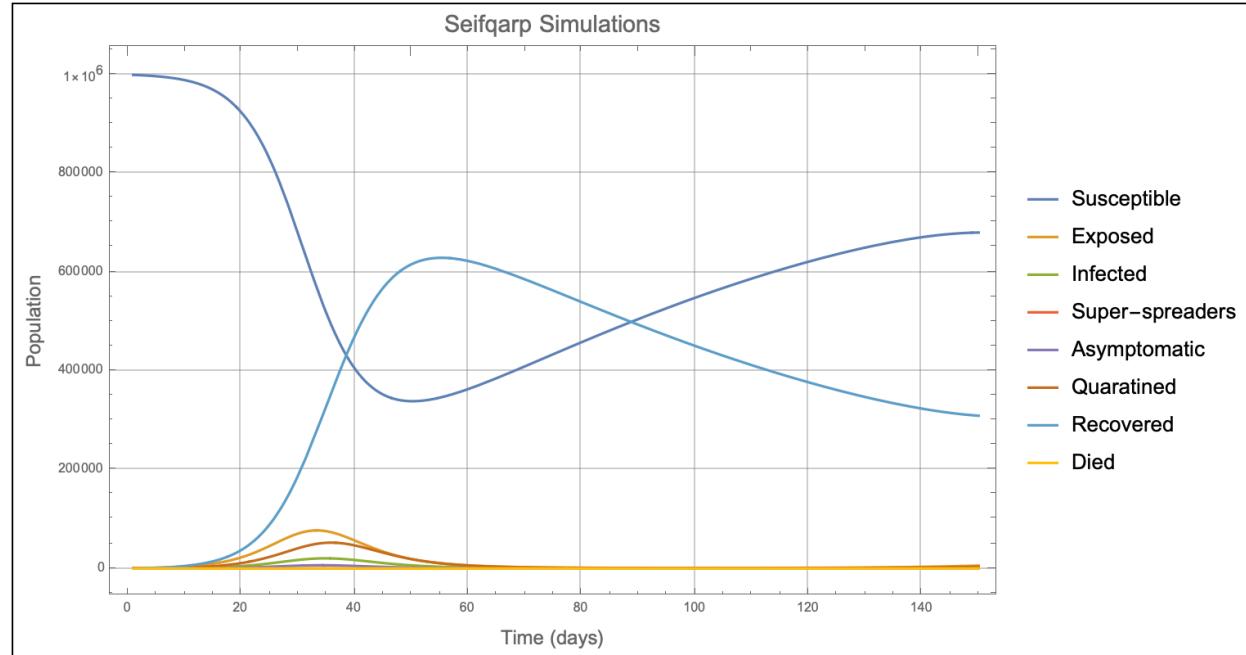


Fig 2: 初始状态下的 Seifqarp 图像。所有参数都拥有给定的初始值，但是某些参数可能不符合大部分地区的疫情发展状况。2.5 将对模型结果进行分析。我们通过查阅资料并修正模型的相关参数，使 Seifqarp 曲线和某些国家或地区的实际疫情曲线有较好对应，这验证了 Seifqarp 模型的正确性<sup>[1][2]</sup>。参数的多样性说明了疫情的差异性发展。

## 2.5 模型的解释和分析

接下来对 2.4 构建的模型进行分析。本文将分析图像特征，并利用控制变量法分析重要参数变化对 Seifqarp 图像形态的影响。平衡态指的是疫情达到平稳状态，具体分析参见 2.5.10。

### 2.5.1 疫情反弹现象

在 Fig II 中， $t > 140$  的时候有疫情反弹的趋势。通过增大  $t_{\max}$  验证，表明确实存在疫情反弹现象。这就解释了为什么在疫情第一次爆发后，还会出现反弹。

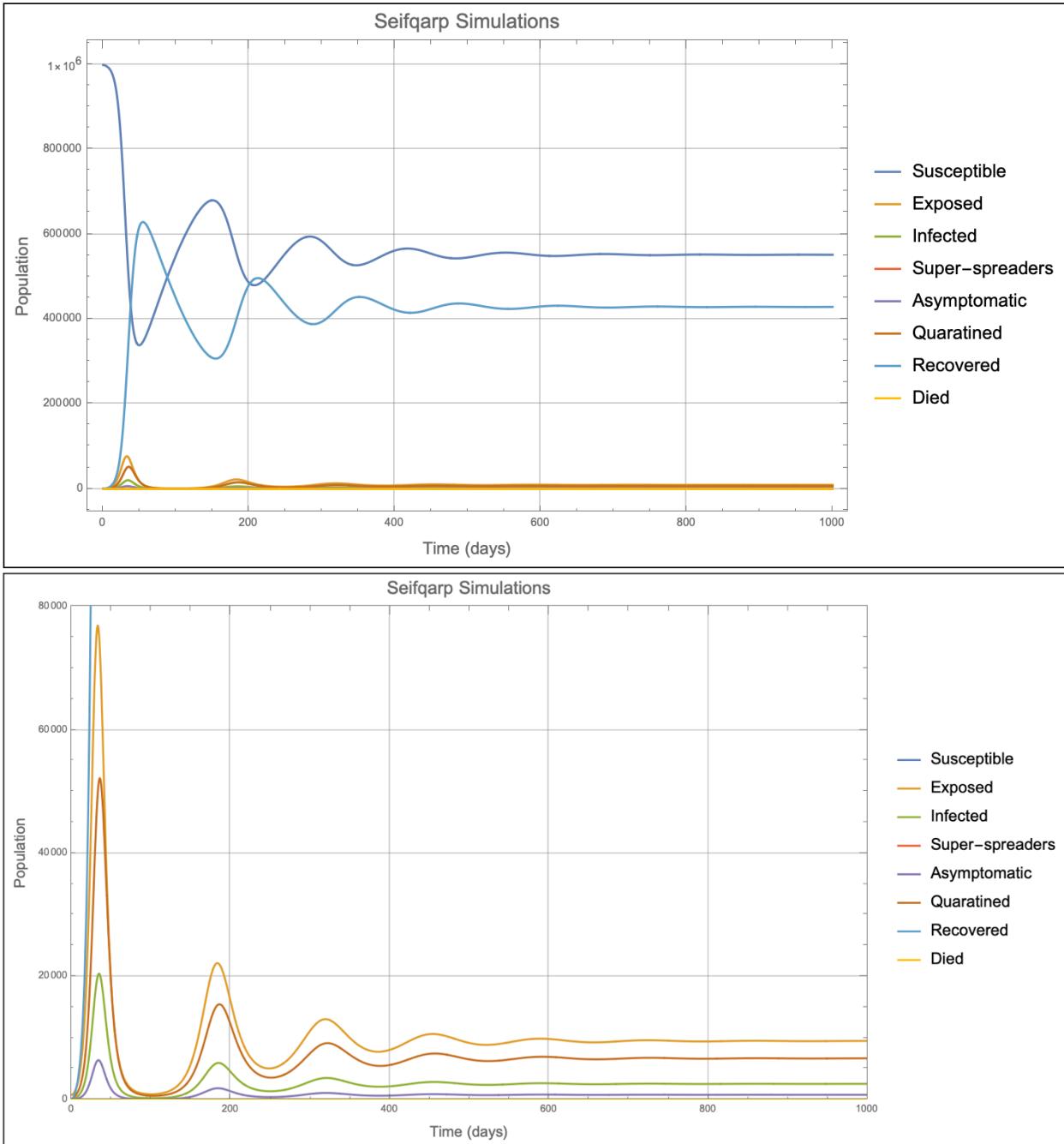


Fig 3,4:  $t_{\max} = 1\,000$  下的 Seifqarp 图像。其中 Fig 4 未显示易感人群和康复者（放大）。可知疫情在第一次高峰 ( $0 < t < 100$ ) 之后又经历了几次规模越来越小的高峰（反弹），最终达到平衡态。

## 2.5.2 感染系数 $\beta$ 对曲线的影响

在本章节，我们将着重讨论几个感染系数 $\beta$ 对曲线的影响。

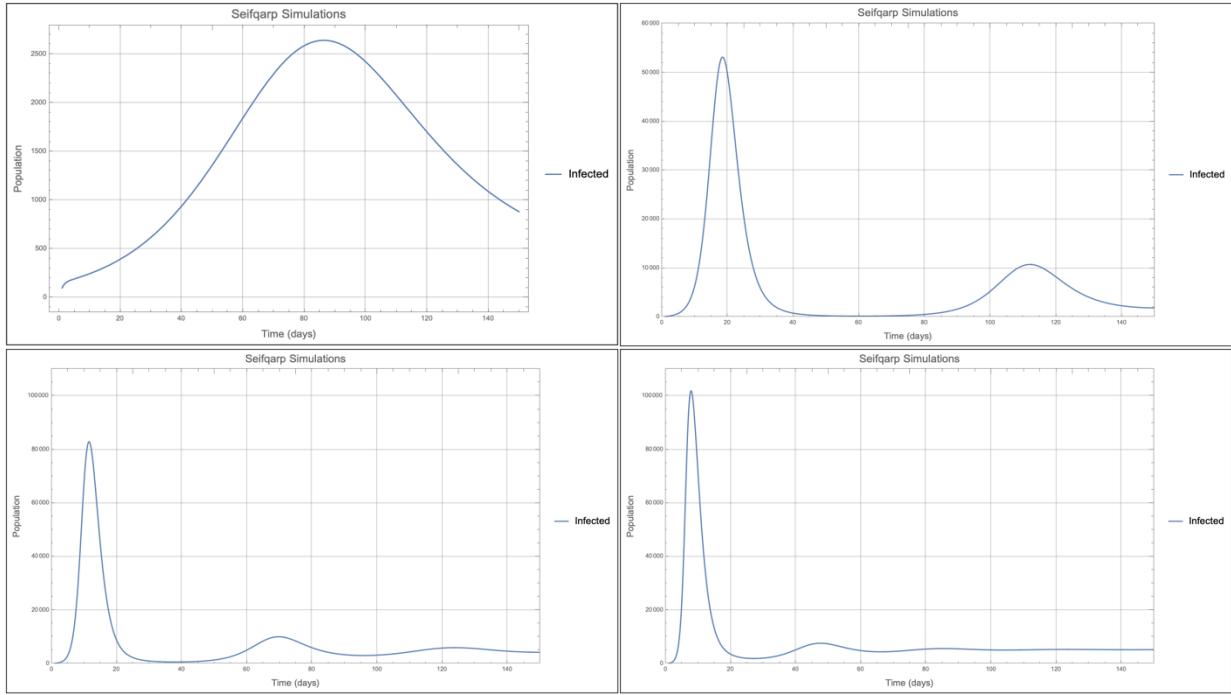


Fig 5,6,7,8: 当 $\beta = 1.5, \beta = 5, \beta = 10$ 和 $\beta = 20$ 时的感染者曲线图。可知 $\beta$ 越大，疫情峰值感染人数越多，进入下一次疫情高峰、进入平衡态所用的时间也越少。但是 $\beta$ 越大，平衡态的感染者人数就越多。

下面，我们将分别给出 $\beta_a, \beta_p, \beta_q$ 对图像的影响。

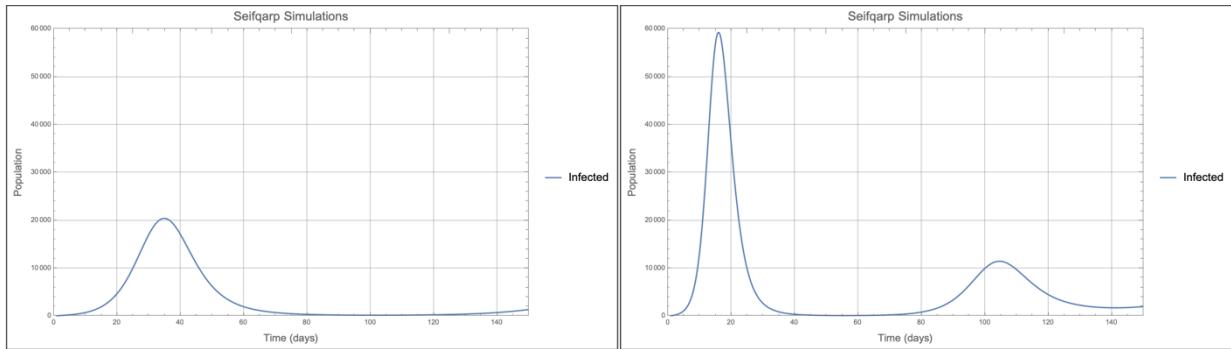


Fig 9,10: 当 $\beta_a = 1.5$ 和 $\beta_a = 10$ 时的感染者曲线图。可知， $\beta_a$ 变化导致的图像变化规律和 $\beta$ 变化导致的图像变化规律相似，但是相对于 $\beta$ 的改变， $\beta_a$ 的改变其不容易对趋势产生改变，这是因为 $\rho_i > 1 - \rho_i - \rho_p$ ，使得暴露者更容易成为感染者而非无症状感染者。

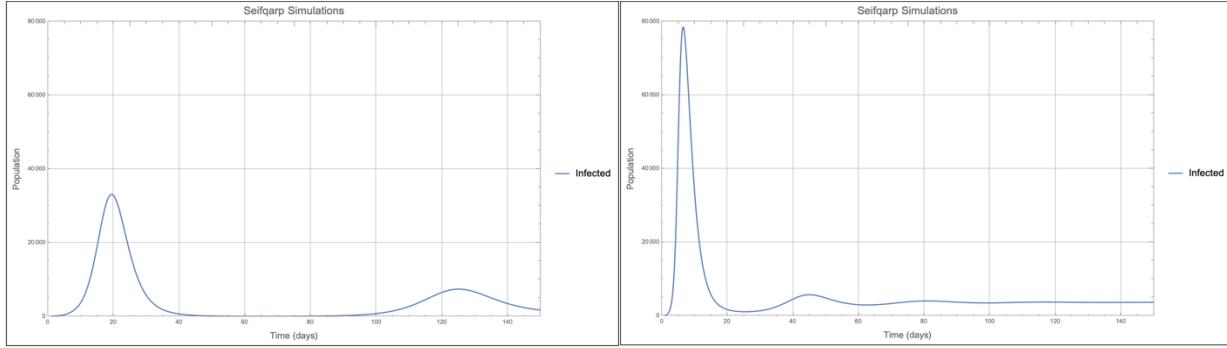


Fig 11,12: 在这两张图中, 为保证规律变化明显, 我们假设  $\rho_p = 0.4$  (这是一个极高的、几乎不可能出现的水平)。当  $\beta_p = 7.65$  和  $\beta_p = 50$  时的易感人群—感染者曲线图。可知,  $\beta_p$  变化导致的图像变化规律和  $\beta$  变化导致的图像变化规律相似。当  $\rho_p = 0.001$  时,  $\beta_p$  变化不会导致图像发生明显变化。

在初始的  $(\gamma_a, \gamma_e, \gamma_i, \gamma_p)$  值下,  $\beta_q$  对疫情曲线变化的作用不明显。当  $\gamma$  各值提高后,  $\beta_q$  对疫情曲线变化的作用可以起到决定作用。当隔离的时候, 医护工作者注意自身防护也很重要。

### 2.5.3 发病率 $\kappa$ 对曲线的影响

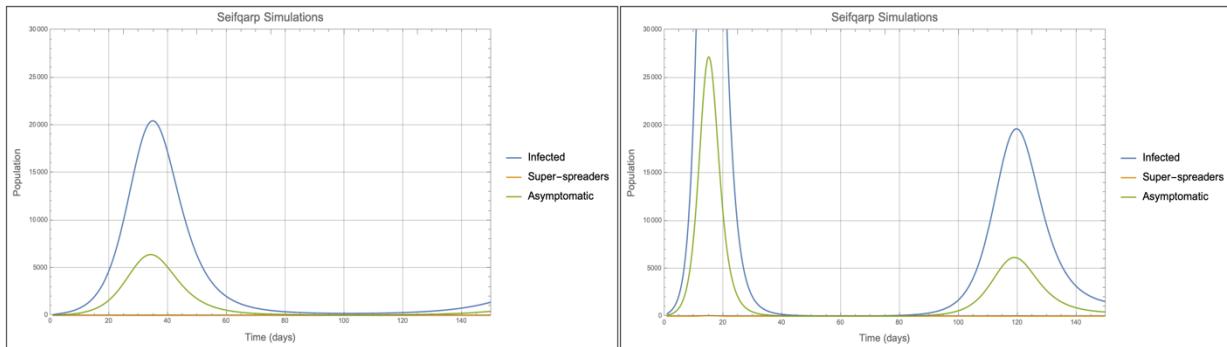


Fig 13,14: 当  $\kappa = 0.25$  和  $\kappa = 0.75$  时的感染者—超级传播者—无症状感染者曲线图。其中蓝色曲线表示感染者, 黄色曲线表示超级传播者, 绿色曲线表示无症状感染者。随着  $\kappa$  的升高, 疫情峰值感染人数增多, 进入下一次疫情高峰、进入平衡态所用的时间也越少。

### 2.5.4 暴露者成为感染者的比率 $\rho_i$ 对曲线的影响

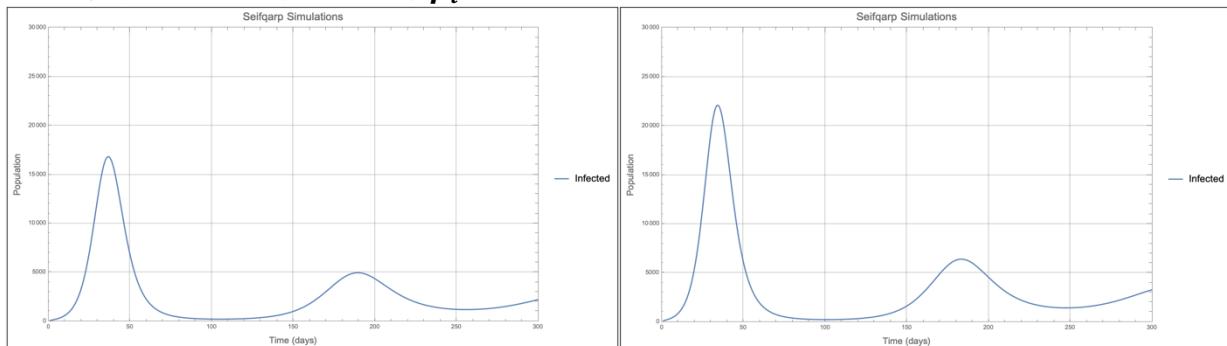


Fig 15,16: 当  $\rho_i = 0.3$  和  $\rho_i = 0.7$  时的感染者曲线图。随着  $\rho_i$  升高, 暴露者成为无症状感染者的比率降低。当  $\rho_i$  升高的时候, 感染者人数有明显升高。

### 2.5.5 隔离率 $\gamma$ 对曲线的影响

在疫情之下，隔离是很有效的措施。很多时候，筛查感染者、隔离暴露者、管控无症状感染者可以有效减少疫情的扩散。在本章节，我们考虑四个 $\gamma$ 的变化，观察这些变化会导致疫情曲线发生怎样的变化。

考虑四种隔离措施：

隔离措施	$\gamma_a$	$\gamma_e$	$\gamma_i$	$\gamma_p$
放任态度	0	0	0.5	0.5
筛查感染者	0.2	0	0.6	0.7
低强度隔离措施	0.4	0.2	0.7	0.8
高强度隔离措施	0.7	0.3	0.75	0.9

Table 5: 四种隔离措施及相关参数取值

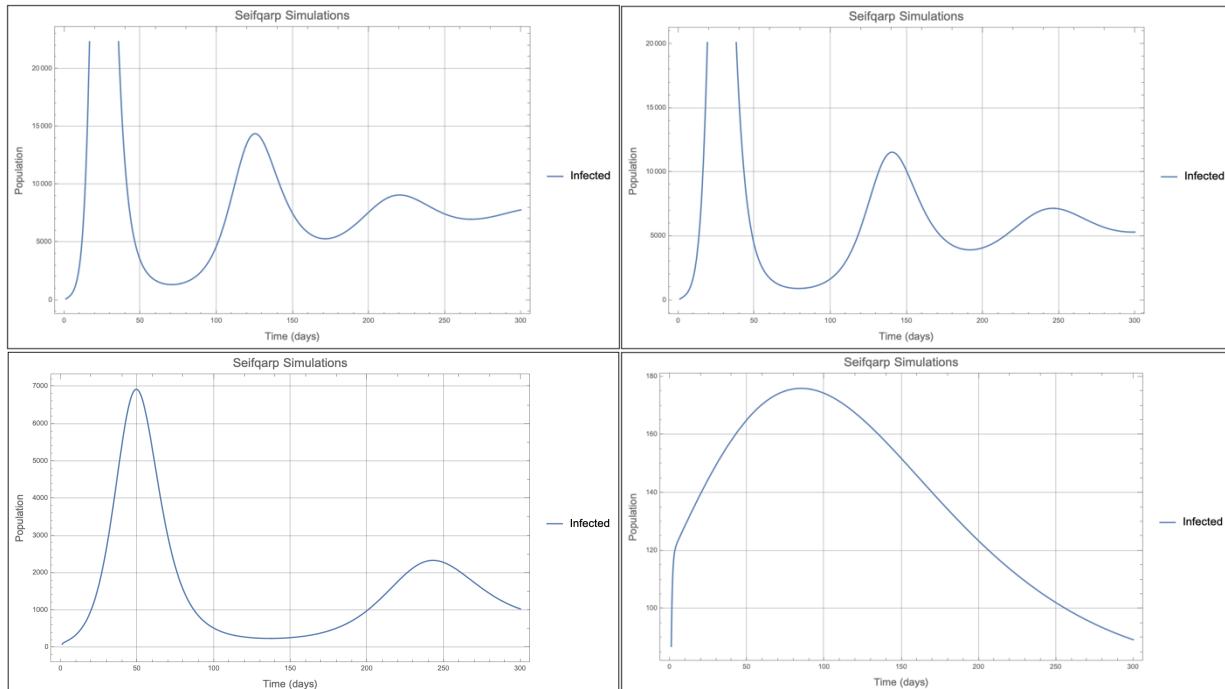


Fig 17,18,19,20: 四种隔离措施各自的感染者曲线。为保证规律足够完整，此处的 $t_{\max} = 300$ 。可见，隔离措施越严格，疫情的峰值感染者数量越少，疫情进行的更慢，平衡态的感染者人数也越少。当隔离措施很严格的时候，Seifqarp 图像会发生根本性变化——基本不会出现疫情复发，且平衡态感染者人数 $I^* = 0$ 。

Fig 17,18,19,20 的结果说明了隔离措施对防控疫情的重要性。如果想要快速控制住疫情，加强隔离措施是必不可少的。

## 2.5.6 康复率 $r$ 对曲线的影响

康复能力对于疫情环境而言有较大影响。如果有很多无症状感染者在被发现之前治愈，疫情曲线可能发生一些变化。在这里，我们将考虑两种康复能力。

考虑两种康复能力：

康复能力	$r_a$	$r_i$	$r_p$	$r_q$
弱康复能力	0.3	0.27	0.27	0.5
强康复能力	0.6	0.4	0.3	0.5

Table 6: 两种康复能力及相关参数取值。由于隔离者在医院救治，本模型不考虑治疗手段发展对治疗的影响，所以 $r_q$ 值不变。

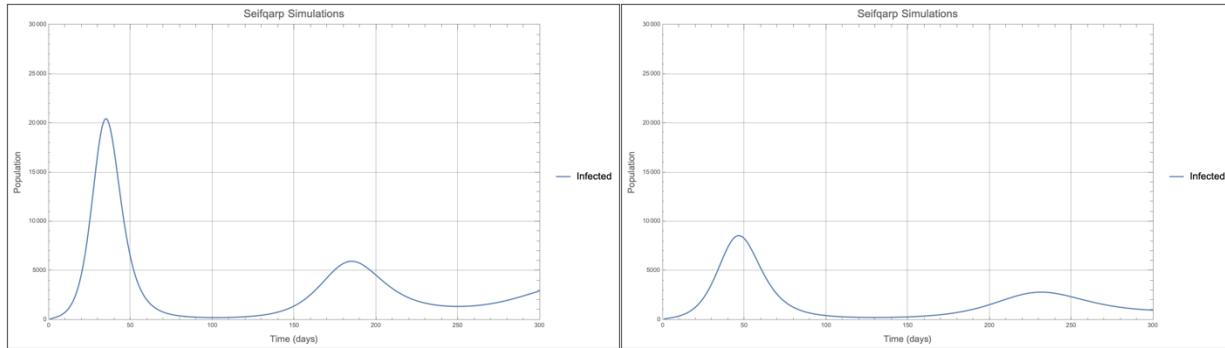


Fig 21,22: 两种康复能力各自的感染者曲线。为保证规律足够完整，此处的 $t_{\max} = 300$ 。可见，康复能力越强，疫情的峰值感染者数量越少，平衡态的感染者人数也越少。

## 2.5.7 死亡率 $\delta$ 对曲线的影响

疫情的死亡率是很多人们关注的对象，因为疫情死亡率直接关系到死亡人数，而死亡人数又是衡量疫情严重程度的指标。我们假定所有死亡人数均出自隔离者，即 $\delta_i = \delta_p = 0$ ，考虑隔离者死亡率对死亡人数的影响。

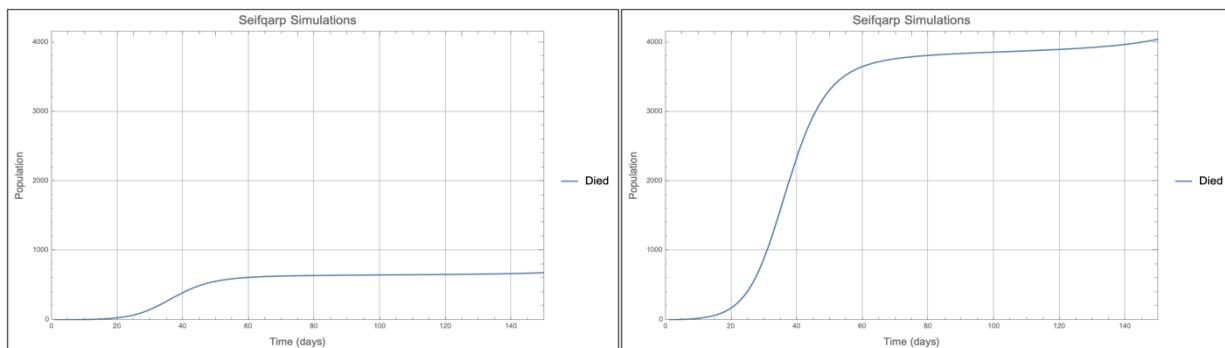


Fig 23,24: 当 $\delta_i = 0.0005$ 和 $\delta_i = 0.003$ 时的死亡者曲线。可见， $\delta_i$ 越大，死亡增长越快。事实上，随着时间增加， $\delta_i$ 只多了很少，死亡人数就会增加很多。

## 2.5.8 康复者失去免疫能力重新成为易感人群的率 $\chi$ 对曲线的影响

“会不会重复感染新冠”是很多人的疑问。权威机构给出了肯定的回答<sup>[3][4]</sup>，由于免疫能力下降，一个人很可能重复感染新冠。因此考虑 $\chi$ 的大小对准确模拟疫情发展而言很重要。

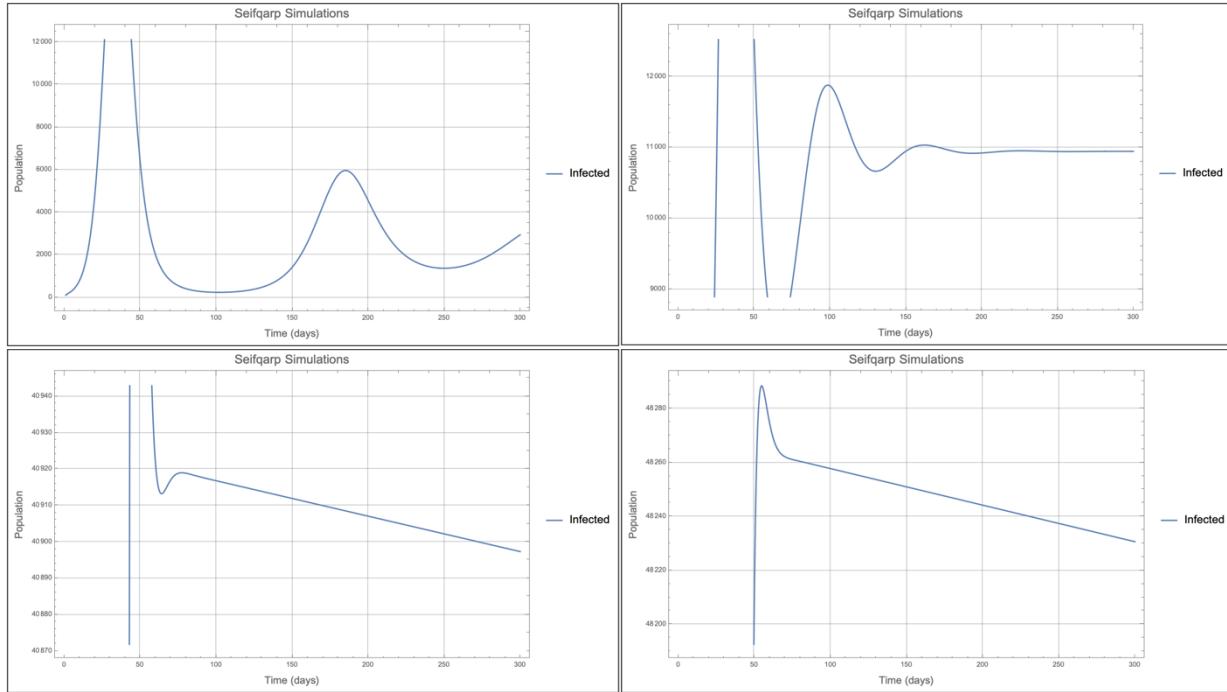


Fig 25,26,27,28: 当 $\chi = 0.01$ , $\chi = 0.05$ , $\chi = 0.5$ 和 $\chi = 1$ 时的感染者曲线。为保证规律足够完整，此处的 $t_{\max} = 300$ 。可知，在一定范围内（Fig 24,25）， $\chi$ 越大，疫情的峰值感染者数量越多，疫情进行的更快，平衡态的感染者数量也越多。当 $\chi$ 更大的时候（Fig 26,27），图像形态会发生较大改变，即快速进入近似平衡态。

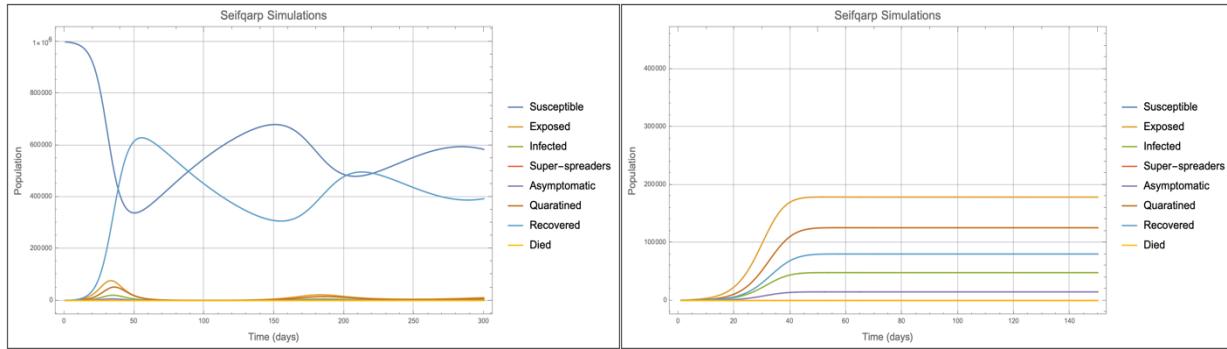


Fig 29,30: 当 $\chi = 0.01$ 和 $\chi = 1$ 时的全曲线。为保证规律足够完整，此处的 $t_{\max} = 300$ 。Fig 30的易感人群数量由于数量远超其他人群所以未被画出。可知 $\chi$ 的值可以对疫情趋势产生较大改变。当然也可以看到，相对于 $\chi = 0.01$ ， $\chi = 1$ 的平衡态感染人数更多（ $\chi = 1$ 时平衡态感染人数约为50 000，多于 $\chi = 0.01$ 时的2 500）、隔离人数更多（ $\chi = 1$ 时平衡态隔离人数约为120 000，多于 $\chi = 0.01$ 时的6 700），即疫情更为严重。

### 2.5.9 初始暴露者占比 $e_0$ 对曲线的影响

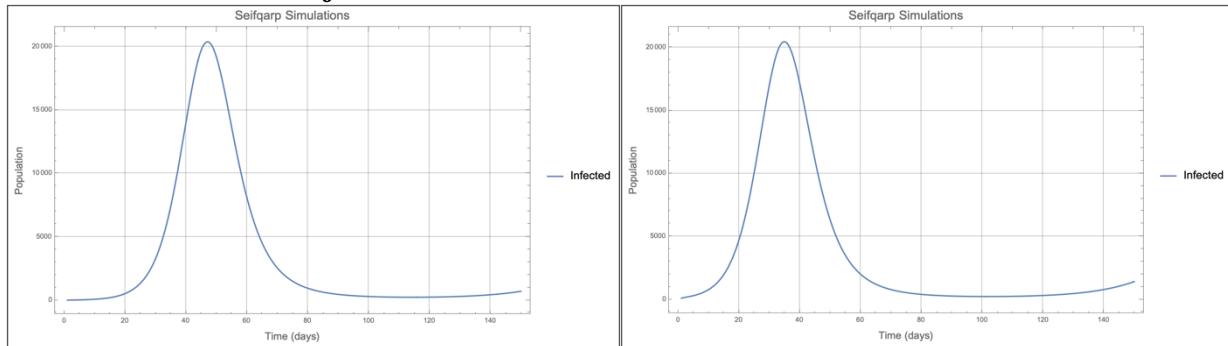


Fig 31,32: 当 $e_0 = 0.0001$ 和 $e_0 = 0.001$ 时的感染者曲线。可见， $e_0$ 一定范围的升高可使疫情发展的更为迅速。但在默认值的设定下， $e_0$ 的改变不会使疫情的峰值感染人数发生明显改变。

### 2.5.10 平衡态

我们关心疫情模拟的平稳状态是什么样子的。疫情的终止状态称为平衡态 (equilibria)。下面给出平衡态的抽象定义：

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dP}{dt} = \frac{dA}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \frac{dR}{dt} = \frac{dF}{dt} = (\approx)0 \quad (3)$$

试验证明，疫情的终止状态与 $\chi$ 密切相关。

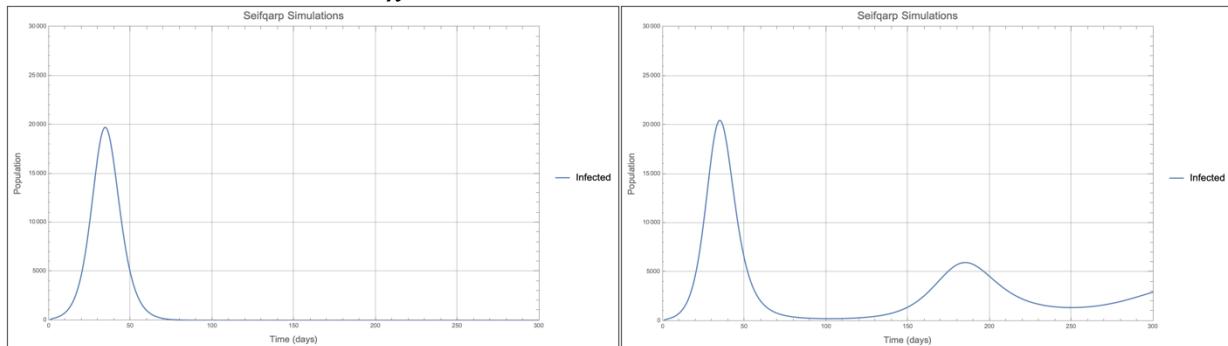


Fig 33,34: 当 $\chi = 0$ 和 $\chi = 0.01$ 时的感染者曲线。为保证规律足够完整且显而易见， $\chi = 0$ 时图像的 $t_{\max} = 300$ ， $\chi = 0.01$ 时图像的 $t_{\max} = 1000$ 。可见，当 $\chi = 0$ 时疫情仅用不到 100 天就进入了平衡态，且平衡态感染者人数 $I^* = 0$ ；当 $\chi = 0.01$ 时疫情在近 900 天之后才进入平衡态，且平衡态感染者人数 $I^* > 0$ 。

结合 Fig 31,32 和前几节的分析，Seifqarp 存在两种平衡态：

1. 当 $\chi = 0$ ，最终感染者数 $I^* = 0$ ，感染者不再存在 (the disease-free equilibrium, DFE)；
2. 当 $\chi \neq 0$ ，最终感染者数 $I^* \geq 0$ ，感染者持续存在 (the endemic equilibrium)。

### 三、Seifqarp 模型的扩展

Seifqarp 可以对很多疫情现象作出解释。但 Seifqarp 也有自身的局限性。下面本文将指出这些局限性及参考解决方案。有些解决方案不止可以应用于 Seifqarp，还可以应用于其他模拟传染病传播的模型；有些问题的解决需要考虑十分复杂的条件，因此解决方案未给出具体的模拟结果。

经过实际分析和整理，本文认为 Seifqarp 模型存在如下局限性：

1. 未考虑人口的出生、死亡、迁入、迁出。人口的变化和流动会导致疫情趋势发生变化，在有些时候需要考虑；
2. 随着疫情的发展，民众防疫态度可能发生变化，政府也可能采取更为有效的防疫措施，甚至会有新的病原体毒株 (variants) 出现。这将导致相关参数发生变化。也就是说，Seifqarp 模型的部分参数应当是变化的量，且变化和某些人群的数量是相关的；
3. 随着疫苗的发展，存在一类新人群——完全免疫者。Seifqarp 模型并未对这类人做出过多区分和讨论。

综上所述，我们将在下文讨论 Seifqarp 模型的扩展。

#### 3.1 考虑人口的变化

人口的变化可以分为四种类型：出生、自然死亡、迁入、迁出。我们可以做出如下假设：

1. 出生人口、死亡人口（未感染病毒而死亡的）均认为是易感人群数量的变化；
2. 易感者、暴露者、感染者、超级传播者、无症状感染者、康复者均可以迁入、迁出环境。假设不同类人群迁入环境的率为相同值，迁出环境的率也为相同值。

因此给出如下解决方案：

1. 设置人口的出生率  $\lambda$  和死亡率  $\xi$ 。值得注意的是易感人群死亡和染疫死亡应当被区分开，也就是易感人群的死亡不属于死者(F)人群；
2. 设置各类人迁入率为  $m$ ，迁出率为  $n$ 。

根据假设和解决方案，可以制定出如下的改进版 Seifqarp 模型表达式：

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta I}{N} S - \frac{\beta_a A}{N} S - \frac{\beta_p P}{N} S - \frac{\beta_q Q}{N} S + \chi R + (\lambda - \xi) S + (m - n) S \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\beta I}{N} S + \frac{\beta_a A}{N} S + \frac{\beta_p P}{N} S + \frac{\beta_q Q}{N} S - \kappa E - \gamma_e E + (m - n) E \\ \frac{dI}{dt} = \kappa \rho_i E + \eta A - \gamma_i I - r_i I - \delta_i I + (m - n) I \\ \frac{dP}{dt} = \kappa \rho_p E - \gamma_p P - r_p P - \delta_p P + (m - n) P \\ \frac{dA}{dt} = \kappa (1 - \rho_i - \rho_p) E - \eta A - \gamma_a A - r_a A + (m - n) A \\ \frac{dQ}{dt} = \gamma_a A + \gamma_e E + \gamma_i I + \gamma_p P - r_q Q - \delta_q Q \\ \frac{dR}{dt} = r_a A + r_i I + r_p P + r_q Q - \chi R + (m - n) R \\ \frac{dF}{dt} = \delta_i I + \delta_p P + \delta_q Q \end{cases} \quad (3)$$

## 3.2 参数改变的相关讨论

在本章节，我们将讨论参数改变对疫情曲线的影响。我们考虑三种可能导致参数变化的因素——民众态度的改变、更为有效的措施的采取，政府采取的有效措施和病原体的变异（出现新的病原体毒株）。

### 3.2.1 民众态度的改变导致的参数改变

在本节，我们将考虑民众态度的改变导致的参数改变。民众态度的改变主要体现为佩戴口罩的强度的变化，以及一些其他措施采取强度的变化。通常这些变化和人们判断疫情严重程度的两种指标——地区总确诊人数的变化、地区新增加确诊人数的变化有关。

#### a. 佩戴口罩的强度的变化

在这里，我们通过调查问卷的方法来调查人们在不同疫情严重情况下的防护措施，以此定量说明民众态度是如何改变感染系数的。

为了便于定量计算，结合实际情况为戴口罩强度进行了分级，分为如下几级：

序号	在学校内佩戴口罩的强度	在公共场所（人流密集场所）佩戴口罩的强度	个体 $\beta$ 值
1	完全不佩戴	完全不佩戴	2.55
2	一般不佩戴	经常不佩戴	2.15
3	一般不佩戴	偶尔不佩戴	1.25
4	一般不佩戴	一直佩戴	0.75
5	一直佩戴	一直佩戴	0 <sup>[20]</sup>

Table 7: 调查人们佩戴口罩强度的分级表格。由于佩戴口罩可以有效避免成为暴露者<sup>[20]</sup>，所以不同佩戴口罩的强度对应不同的 $\beta$ 值。在下面的统计学手段中，我们将用到这些内容。

除此之外，我们还对疫情严重程度做了分级。我们所处的城市是北京，我们基于本地调查制作了疫情严重程度分级表：

疫情严重程度（1为最轻微，5为最严重）	确诊总人数	每日新增确诊人数
1	0	0
2	1~5	1~5
3	6~10	6~10
4	11~50	11~15
5	50+	15+

Table 8: 疫情严重程度分级表。地区确诊总人数越多，或者地区每日新增确诊人数越多，疫情越严重。

基于此，我们制定了调查问卷。由于上文提到，人们用来判断疫情严重程度的指标有两种，因此我们为以地区确诊总人数为指标和以地区每日新增确诊人数为指标的人设计了不同的问卷。调查问卷首先询问了填写者判断疫情严重程度的指标，随后依照 Table 8 给出的各级疫情严重程度，分别询问填写者佩戴口罩的强度。我们的调查对象主要为学校的同学和身边人。

调查问卷发布于 2022 年 2 月 8 日，截止 2022 年 2 月 10 日，已回收有效答卷 140 份。根据回收数据，我们得到了如下图表：

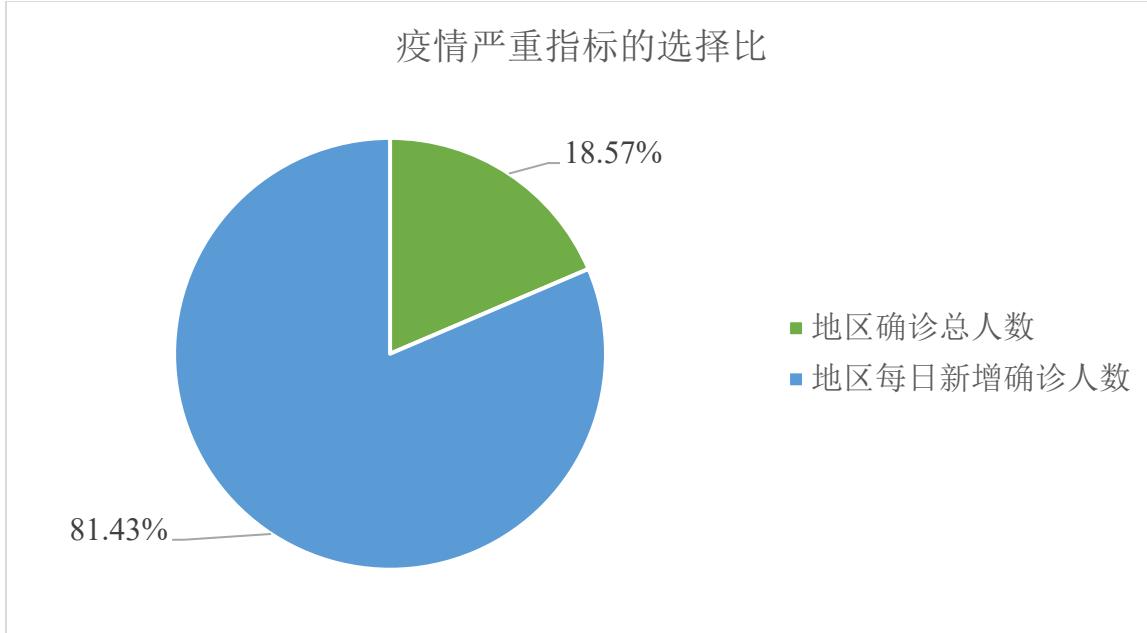


Fig 35: 疫情严重指标的选择比图。此图反映了以地区确诊人数作为衡量疫情严重程度指标的人，和以地区每日新增确诊人数作为衡量疫情严重程度指标的人的数量关系。可以看到，更多的人认为地区每日新增确诊人数是衡量疫情严重程度的指标。

Fig 35 可以说明人们更加看重地区每日新增确诊人数。不过由于两种判断方法都有各自的理由，所以各自的数据都有效。

上文提到，对于不同的疫情严重程度，人们佩戴口罩的强度会不同。为求得不同疫情严重程度之下整个地区的平均 $\beta$ 值，我们将根据个体 $\beta$ 值计算地区平均 $\beta$ 值，采用的是加权平均数的方法。下面给出任意一种疫情严重程度下，地区平均 $\beta$ 值的计算公式。

$$\beta_{\text{region}} = \sum_{i=1}^5 c_i \beta_i \quad (4)$$

其中， $\beta_{\text{region}}$ 指的是地区平均 $\beta$ 值； $\beta_i, i = 1, 2, \dots, 5$ 分别是不同口罩佩戴强度的个体对应的个体 $\beta$ 值； $c_i, i = 1, 2, \dots, 5$ 分别是选择不同口罩佩戴强度的人的占比，其满足关系：

$$\sum_{i=1}^5 c_i = 1 \quad (5)$$

为了计算真实的地区平均 $\beta$ 值，我们提取了问卷调查数据：

疫情严重程度（1为最轻微，5为最严重）	选择确诊总人数作为指标的佩戴口罩强度数据	选择每日新增确诊人数作为指标的佩戴口罩强度数据
1	7.69% 15.38% 7.69% 30.77% 38.46%	5.26% 10.53% 19.3% 22.81% 42.11%
2	7.69% 15.38% 7.69% 23.08% 46.15%	3.51% 8.77% 14.04% 29.82% 43.86%
3	7.69% 15.38% 7.69% 23.08% 46.15%	3.51% 3.51% 7.02% 35.09% 50.88%
4	7.69% 7.69% 0% 38.46% 46.15%	3.51% 1.75% 7.02% 35.09% 52.63%
5	7.69% 0% 0% 38.46% 53.85%	1.75% 0% 3.51% 18.42% 76.32%

Table 9: 不同疫情严重程度下，选择不同指标的人们佩戴口罩强度的数据。在那些有5行数据的单元格中，五行的每一行分别对应一种佩戴口罩的强度，数值即为选择这种佩戴口罩强度的人的占比。值得注意地，由于选择确诊总人数作为指标的人样本量较小，因此其数据可能不够准确，但这对反映总体趋势影响不大。

根据 Table 9 给出的数据，可以很容易计算出所需要的不同情况下的地区平均 $\beta$ 值。根据这些计算出来的值可以绘制折线图，如 Fig 36 所示：

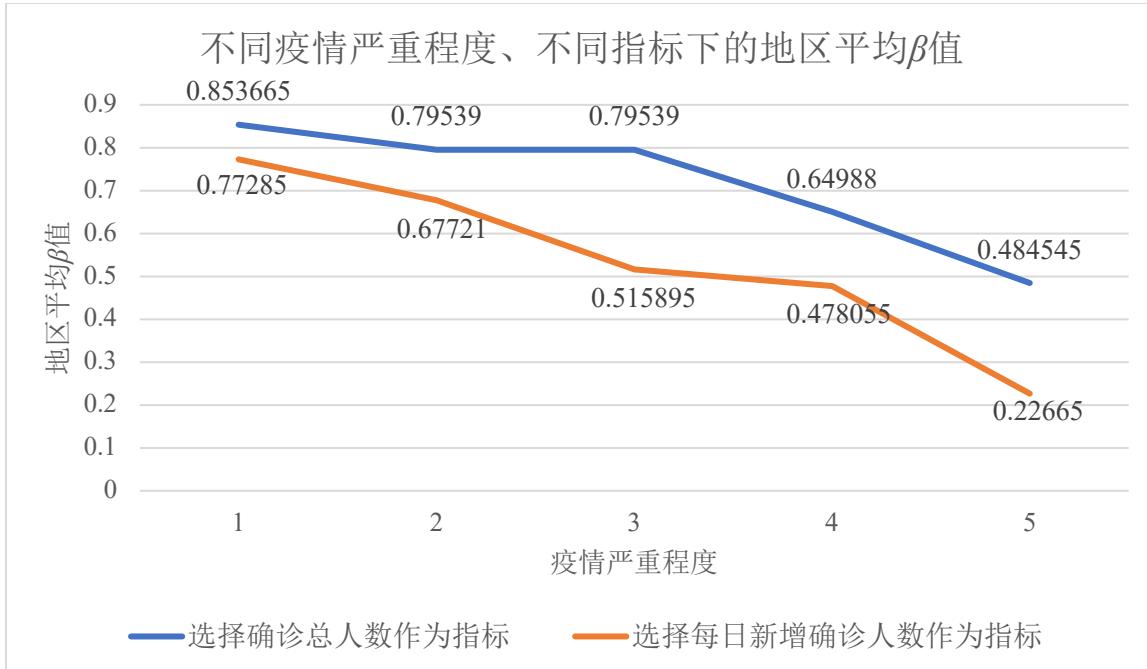


Fig 36: 不同疫情严重程度、不同指标下的地区平均 $\beta$ 值表。可以看出，随着疫情变得严重，人们佩戴口罩的强度逐渐增大，平均 $\beta$ 值也逐渐降低，表明疾病变得不容易传播。

综上所述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下：

根据上述得到的不同数据，利用逻辑函数，在不同 $Q$ 值或者 $dQ/dt$ 值选择不同的地区平均 $\beta$ 值（值得注意的是，地区平均 $\beta_a, \beta_p, \beta_q$ 都可能变化，我们的调查暂未考虑这些量的变化）

经过此扩展，Seifqarp 模型将会更趋近于实际情况。

在不同的地区，调查结果会不同。因此本调查仅可代表北京市部分地区的情况，如需要模拟其他地区的情况则须另加调查。

### b. 其他措施采取的强度的变化

除去佩戴口罩强度的变化会导致参数改变外，民众采取的其他措施（例如减少聚集、及时消毒快递等等）都可能导致参数变化。这需要更多的社会调查。当然，这些调查所得到的数据也可以扩展 Seifqarp 模型，使其更接近于实际情况。

### 3.2.2 政府措施的采取导致的参数改变

政府将会采取有效措施，这些主要的有效措施包括封城、居家办公、公共场所消毒等。

#### a. 封城措施

封城是防止传染病扩散的一大途径。下面我们将讨论封城对于疫情发展的影响。

由于封城措施的特殊性，本措施对于封锁的城市和其他城市的影响应该分开考虑。对于封锁的城市而言，封城措施本身不会对地区疫情发展有很大影响。但封城是遏制疫情扩散的有效途径——由于封城措施采取后，封锁的城市（也就是疫情较为严重的城市）对外人口流动大幅减少。那么对其他地区来讲，由于接触几率降低，它们的 $e_0, \beta, \beta_a, \beta_p$ 和引入的 $m, n$ 都将有降低，那么其他地区的疫情将更难发展。

封城措施可能导致负面影响。例如 2022 年 1 月在荷兰阿姆斯特丹因为封城引发的抗议<sup>[7]</sup>；在文学作品中，Albert Camus 的《鼠疫》<sup>[8]</sup>也描写封城后的群众聚集。如果人们对封城措施不够信任，封城措施很可能导致封锁的城市的人们发生聚集，这会大幅度增加人与人接触的机会，即增大了 $\beta, \beta_a, \beta_p$ ，前文已经指出增大 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 将会导致的后果。因此人们对封城措施的信任与配合很重要；另外，封城措施的采取需要更多措施作为辅助，这些辅助措施的具体采取是有价值的研究方向。

2020 年 1 月 23 日，由于新冠疫情的爆发，武汉市采取了封城措施<sup>[9][10]</sup>。由于封城措施的采取，以及人们的信任与配合，武汉市封城效果显著：封城措施实行后流入流出人口有明显减少。

综上所述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下（需要两个模拟，一是模拟疫情较为严重、需要封城的地区，二是模拟其他地区）：

1. 当地区发现的疫情确诊病例数 $Q$ 达到一定数值后，地区将采取封城策略。
2. 对于封锁的地区而言，如果人们足够信任、配合封城措施，不做参数调整；否则提高 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 的值。具体取值需要结合实际社会调查结果。除此之外，还要计算出封城的起始、终止时间；
3. 对于其他地区，根据封城地区的封城起始、终止时间，适当降低 $e_0$ ，以及这段时间该地区的 $m, n, \beta, \beta_a, \beta_p$ 。这些数据也需要根据封城具体措施和社会调查来决定。

#### b. 居家办公

中国在新冠疫情相对严重时经常采取居家办公，以此抑制疫情的传播。居家办公能够降低人们之间的接触几率，从而降低 $\beta, \beta_a, \beta_p$ ，由此可以对控制疫情发展起积极作用<sup>[11]</sup>。居家办公在科技快速发展下成本逐渐降低，导致居家隔离正在成为经济效益较高的一种疫情防治手段。

综上所述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下：

当地区发现的疫情确诊病例 $Q$ 达到一定数值后，地区将采取居家办公策略。在居家办公期间，地区的 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 有所降低。

### c. 公共场所消毒

采用有效的消杀手段能有效杀灭公共场所遗留的病毒，从而减少人们暴露在病毒下的比例，即人们成为暴露者的比率（初始的 Seifqarp 模型并未考虑这种情况，不过由于其存在的合理性，可以开设新参数 $k_{\text{environment}}$ ），从而有效抑制疫情的发展。

综上所述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下：

1. 设置 $k_{\text{environment}}$ 量，考虑人们暴露在危险环境中成为暴露者的可能性。因此(1)式的易感人群方程和暴露者方程应当改为：

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta I}{N} S - \frac{\beta_a A}{N} S - \frac{\beta_p P}{N} S - \frac{\beta_q Q}{N} S - k_{\text{environment}} S + \chi R \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\beta I}{N} S + \frac{\beta_a A}{N} S + \frac{\beta_p P}{N} S + \frac{\beta_q Q}{N} S + k_{\text{environment}} S - \kappa E - \gamma_e E \end{cases} \quad (6)$$

2. 在地区出现疫情之后的某一天中，地区将采取公共场所消毒策略。这种策略将持续下去，不会停止。在采取此措施后， $k_{\text{environment}}$ 将会降低。根据上文分析 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 的变化对疫情曲线的影响，可以推测 $k_{\text{environment}}$ 的降低对疫情控制有正面作用。

值得注意的是，在实际操作中，考虑到各种病原体的耐受性有所不同，所以要及时变更消毒手段，以确保杀毒效果保持优良水准。

### d. 集中核酸检测、试剂盒检测和隔离措施

核酸检测是目前已知的检测方法中成本最低和检测效果最好的一种。我们假定，在核酸检测之后，由于政府的集中隔离，或者检测阳性者的自我隔离，可以使得 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 降低、 $\gamma_a, \gamma_e, \gamma_i, \gamma_p$ 升高，甚至可以提升康复率、降低死亡率，从而对疫情防控起到积极作用。

大规模核酸检测并立即隔离相关人群：其可以检测出未被发现的感染者和无症状感染者，可以通过隔离同时改变参数 $\beta, \beta_a, \beta_p, \gamma_a, \gamma_e, \gamma_i, \gamma_p$ 。关于这七个参数改变对疫情曲线的影响已经在 2.5.5 提及。（e. 讨论了医疗承载力的作用，这里假定未达到医疗承载力上限）

试剂盒检测（PCR 检测<sup>[12]</sup>）可以自行检测是否染疫。检测者出现阳性结果后会采取减少社交活动等有效措施，由此可以降低 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 。

综上所述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下：

1. 某些地区在确诊人数 $Q$ 达到一定数量后采取集中大规模核酸检测并立即隔离相关人群的策略。

那么在一段时间内， $\beta, \beta_a, \beta_p$ 降低， $\gamma_a, \gamma_e, \gamma_i, \gamma_p$ 升高；

2. 某些地区在确诊人数 $Q$ 达到一定数量后开始有意加速发放试剂盒，同时人们使用试剂盒的频率也会升高。由于更多人使用试剂盒，在一段时间内 $\beta, \beta_a, \beta_p$ 将降低。

### e. 医疗承载力的问题

d. 提到了集中核酸检测将提高隔离率 $\gamma_a, \gamma_e, \gamma_i, \gamma_p$ ，因此在短时间内医院住院者数量可能有较为明显的增多。对于某些地区的疫情爆发，医院可能没有足够能力来处置这些隔离者，从而使疫情加速发展。因此提高医疗承载力——提高隔离人数的上限至关重要。2020 年武汉疫情中，武汉市修建了火神山医院、雷神山医院<sup>[13][14]</sup>，提高了医疗承载力，对疫情的控制起到了积极作用。

基于描述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下：

1. 设置刻画医疗承载力的参数——最多可接待隔离者  $Q_{\max}$ ，这个量拥有初始值  $Q_{\max0}$ 。在疫情爆发后每隔一段时间，医疗承载力将获得一定提升，因此  $Q_{\max}$  将提升。
2. 一旦当前存在隔离者数  $Q > Q_{\max}$ ，四个隔离率值将一定程度下降。

另外，充足的医疗资源为我们提供了更好地了解新冠病毒的环境，这也有效地提升了治愈率  $r$ ，降低了死亡率  $\delta$ ，同时提升了民众安全感，对接下来的防疫措施的开展有积极作用。

除 a. b. c. d. e. 五个政府措施以外，防疫宣传、限制聚集、体温上报、“健康宝”系统等都可以改变相关参数从而对疫情发展造成影响，我们将不再进行更深入的讨论。

### 3.2.3 病原体变异导致的参数改变

随着疫情发展，病原体可能出现变异情况。例如严重急性呼吸综合症冠状病毒 2 (SARS-CoV-2) 就有多种变异株<sup>[15]</sup>。下表列出了部分 WHO 认定为“高关注变异株”(variants of concern) 的 SARS-CoV-2 变异株，以及它们的传染性比较。

变种发现日期	变种名称	传染力变化（相对于上一个变种）	抗原性变化（相对于上一个变种）
2020 年 9 月	Alpha	/	/
2020 年 5 月	Beta	-17.6%	降低免疫效果
2020 年 11 月	Gamma	+74.0%	稍提升免疫效果
2020 年 10 月	Delta	+14.2%	无明显变化
2021 年 11 月	Omicron	可能升高	正在调查

Table 10<sup>[16][17][18][19]</sup>: 被 WHO 列为高关注变异株的 SARS-CoV-2 变异株相关信息表。这表明了 SARS-CoV-2 确实存在变异，且变异后的病毒有传染力的变化和抗原性的变化。

由于新的变异株有变化，所以其会改变相关参数，比如  $\beta, \beta_a, \beta_p, \kappa, \delta_i, \delta_p, \chi$  等。关于变异株变异的时间、传染性变化、抗原性变化的相关研究并不在本文的讨论范围中，因此我们将不再赘述。

## 3.3 完全免疫者的相关讨论

在疫情的发展中，疫苗也在逐步发展。在 2021 年、2022 年，针对 SARS-CoV-2 的疫苗正在各地被使用<sup>[1]</sup>。这预示新的人群——完全免疫者的出现，这类人不会染疫。由于  $\chi$  的存在，很多时候完全免疫者不能和康复者(R)混为一谈，需要设立一类新人群。

综上所述，我们对 Seifqarp 模型的扩展方法如下：

设置疫苗接种率参数  $\vartheta$ 、疫苗有效率参数  $\varrho$ 。在疫情开始后一个时间点之后， $\vartheta$  从 0 变为一个正数，表示疫苗开始接种。另外，新设置的人群——完全免疫者(C)的计算公式如下：

$$\frac{dC}{dt} = \vartheta \varrho S \quad (7)$$

## 四、研究总结论

在本文中，我们的主要创新之处是针对疫情发展，提出了更为先进的 **Seifqarp 模型**。在上文的分析中，我们已经得到了很多结论——在 2.5，我们用 Seifqarp 模型模拟了流行性疾病的差异性发展（不同参数值下的疫情发展图），并解释了相关现象；在 3.1, 3.2, 3.3，我们考虑了常见措施对疫情发展的影响并作出了评价。下面我们将作出更为准确的结论，并给出一些意见。

1. 本文 Seifqarp 模型指出传染病疫情一般情况下存在反弹现象 (Fig 2)，而降低反弹强度或抑制反弹的方法有：

- a. 减小  $\beta$  系列值 (Fig 5~12);
- b. 采取医疗措施降低发病率  $\kappa$  (Fig 13~14)，减小暴露者发病率  $\rho_i$  (Fig 15~16)，减小免疫缺失率  $\chi$  (Fig 25~28)，增加康复率 (Fig 21~22);
- c. 采取有效的隔离措施 (Fig 17~20);

2. 根据 Seifqarp 模型，死亡率与死亡人数直接挂钩。因此减小死亡率  $\delta$  很重要；

3. 人口变化、民众态度的改变、政府措施的改变、疫苗和其他免疫手段等都会对疫情的发展产生影响，考虑这些因素可以增加模型数据的参考性。

本文提出的 Seifqarp 模型对疫情发展的模拟有一定参考作用。

## 五、成果分析和展望

在本文中，我们基于需求设定了 Seifqarp 模型，此模型对流行病的发展考虑较为全面，并且通过此模型，我们解释了流行病中的某些现象——例如疫情反弹，然后通过参数的改变细致地说明了流行病的差异化发展。随后，我们给出了 Seifqarp 扩展方案，包括了更多实际因素。这些都是本文提出的创新。在最后，我们总结了结论，并且给出了一些意见，这些意见对于防控疫情的实际任务中有参考意义。

此外，本文的某些处理模型的思路还可以扩展于更多模型中。

由于本文提出的模型是模拟流行病的发展，具有很强的现实意义。在模型的应用方面，为了保证其准确性，需要实地调查、统计模型所需的参数。这也是我们进一步研究的思路。传染病的传播实际上还包含更多因素，找到这些因素并应用于我们的模型也是未来探索的目标。

## 参考文献

- [1] COVID-19 Dashboard by the Center for Systems Science and Engineering (CSSE) at Johns Hopkins University (JHU).  
<https://www.arcgis.com/apps/opsdashboard/index.html#/bda7594740fd40299423467b48e9ecf6>
- [2] Faïçal Ndaïrou, Iván Area, Juan J. Nieto, Delfim F.M.Torres. Mathematical modeling of COVID-19 transmission dynamics with a case study of Wuhan. Chaos, Solitons and Fractals. DOI: 10.1016/j.chaos.2020.109846
- [3] Can You Get COVID-19 Twice? Cleveland Clinic. <https://health.clevelandclinic.org/can-you-get-covid-19-more-than-once/>
- [4] Jop de Vrieze. More people are getting COVID-19 twice, suggesting immunity wanes quickly in some. Science. <https://www.science.org/content/article/more-people-are-getting-covid-19-twice-suggesting-immunity-wanes-quickly-some>
- [5] Harko T, Lobo FS, Mak MK (2014). Exact analytical solutions of the Susceptible-Infected-Recovered (SIR) epidemic model and of the SIR model with equal death and birth rates. Applied Mathematics and Computation. DOI: 10.1016/j.amc.2014.03.030
- [6] Why predictive modeling is critical in the fight against COVID-19? Pan American Health Organization (PAHO), World Health Organization (WHO) region office for the Americas.  
[https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/52276/PAHOEHISCOVID-19200007\\_eng.pdf?sequence=8#:~:text=Predictive%20analytics%20allows%20us%20to,\)%20and%20deaths%20\(mortality\).](https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/52276/PAHOEHISCOVID-19200007_eng.pdf?sequence=8#:~:text=Predictive%20analytics%20allows%20us%20to,)%20and%20deaths%20(mortality).)
- [7] Dutch police disperse thousands protesting in Amsterdam against Covid lockdown. France 24.  
<https://www.france24.com/en/europe/20220102-dutch-police-disperse-thousands-protesting-in-amsterdam-against-covid-lockdown>
- [8] Albert Camus. La peste.
- [9] 市新型冠状病毒感染的肺炎疫情防控指挥部通告（第 1 号）. 武汉发布.  
<https://mp.weixin.qq.com/s/SN3UrB8Y9YMbZUIX8Cc6vA>
- [10] 武汉公交地铁轮渡长途客运 23 日起停运. 新华网. [http://www.xinhuanet.com/politics/2020-01/23/c\\_1125497858.htm](http://www.xinhuanet.com/politics/2020-01/23/c_1125497858.htm)
- [11] 朱玮, 陈薪, 王嘉欣. 通勤视角下的居家办公防疫策略[J].
- [12] COVID-19 and PCR Testing. Cleveland Clinic.  
<https://my.clevelandclinic.org/health/diagnostics/21462-covid-19-and-pcr-testing>
- [13] 武汉“小汤山”医院定名火神山医院 可容 1000 张床位. 新浪网新闻中心.  
<https://news.sina.com.cn/c/2020-01-24/doc-iihnzhha4510192.shtml>
- [14] 武汉将再建一个“小汤山”医院，新增床位 1300 张. 澎湃新闻转自人民日报客户端.  
[https://www.thepaper.cn/newsDetail\\_forward\\_5633531](https://www.thepaper.cn/newsDetail_forward_5633531)
- [15] Tracking SARS-CoV-2 variants. World Health Organization (WHO).  
<https://www.who.int/en/activities/tracking-SARS-CoV-2-variants/>
- [16] N.G. Davies *et al.* Estimated transmissibility and impact of SARS-CoV-2 lineage B.1.1.7 in England. Science. DOI: 10.1126/science.abg3055
- [17] Susceptibility of Circulating SARS-CoV-2 Variants to Neutralization. The New England Journal of Medicine. DOI: 10.1056/NEJMcc2103022
- [18] Delphine Planas *et al.* Sensitivity of infectious SARS-CoV-2 B.1.1.7 and B.1.351 variants to neutralizing antibodies. Nature Medicine. DOI: 10.1038/s41591-021-01318-5
- [19] Risk related to the spread of new SARS-CoV-2 variants of concern in the EU/EEA – first update. European Centre for Disease Prevention and Control (ECDC).  
<https://www.ecdc.europa.eu/sites/default/files/documents/COVID-19-risk-related-to-spread-of-new-SARS-CoV-2-variants-EU-EEA-first-update.pdf>
- [20] H. Bundgaard *et al.* Effectiveness of Adding a Mask Recommendation to Other Public Health Measures to Prevent SARS-CoV-2 Infection in Danish Mask Wearers. Annals of Internal Medicine. DOI: 10.7326/M20-6817

- [21] Data on COVID-19 (coronavirus) by Our World in Data. Github. <https://github.com/owid/covid-19-data/tree/master/public/data>
- [22] Alison P. Galvani, Robert M. May. Dimensions of superspreading. Nature Public Health Emergency Collection. DOI: 10.1038/438293a
- [23] Bianca Nogrady. What the data say about asymptomatic COVID infections. Nature (News). <https://www.nature.com/articles/d41586-020-03141-3>
- [24] Pollock, Allyson M., Lancaster, James. Asymptomatic transmission of covid-19. DOI: 10.1136/bmj.m4851

## 附录

### 一、Seifqarp 模型的 Mathematica 代码。

```

Manipulate[
Module[{s0, n},
n = 1000000*TP;
s0 = (1 - e0)*n;

{sSol, eSol, iSol, pSol, aSol, qSol, rSol, fSol} = NDSolveValue[
{
s'[t] == -((\[Beta]*i[t])/n)*s[t] - (\[Beta]a*a[t])/n*
s[t] - (\[Beta]p*p[t])/n*s[t] - (\[Beta]q*q[t])/n +
\[Chi]*r[t],
e'[t] == (\[Beta]*i[t])/n*s[t] + (\[Beta]a*a[t])/n*s[t] +
(\[Beta]p*p[t])/n*s[t] + (\[Beta]q*q[t])/n -
\[Kappa]*e[t] - \[Gamma]*e[t],
i'[t] == \[Kappa]*\[Rho]*i*e[t] + \[Eta]*a[t] - \[Gamma]*i*i[t] -
ri*i[t] - \[Delta]*i*i[t],
p'[t] == \[Kappa]*\[Rho]*p*e[t] - \[Gamma]*p*p[t] -
rp*p[t] - \[Delta]*p*p[t],
a'[t] == \[Kappa]*(1 - \[Rho]*i - \[Rho]*p)*e[t] - \[Eta]*a[t] -
\Gamma*a[t],
q'[t] == \[Gamma]*a*a[t] + \[Gamma]*e*e[t] + \[Gamma]*i*i[t] +
\Gamma*p*p[t] - rq*q[t] - \[Delta]*q*q[t],
r'[t] == ra*a[t] + ri*i[t] + rp*p[t] + rq*q[t] - \[Chi]*r[t],
f'[t] == \[Delta]*i*i[t] + \[Delta]*p*p[t] + \[Delta]*q*q[t],
s[0] == s0, e[0] == e0*n, i[0] == 0, p[0] == 0, a[0] == 0,
q[0] == 0, r[0] == 0, f[0] == 0
},
{s, e, i, p, a, q, r, f}, {t, 1, tmax}
];

Grid[{
{
Plot[{sSol[t], eSol[t], iSol[t], pSol[t], aSol[t], qSol[t],
rSol[t], fSol[t]}, {t, 1, tmax},
Frame -> True,
ImageSize -> 600,
PlotRange -> Automatic,
BaseStyle -> "Medium", FrameTicksStyle -> 8,
GridLines -> Automatic,
FrameLabel -> {"Time (days)", "Population"},
PlotLabel -> StringJoin["Seifqarp Simulations"],
PlotLegends -> {"Susceptible", "Exposed", "Infected",
"Super-spreaders", "Asymptomatic", "Quarantined", "Recovered",
"Died"}
]
},
{Column[{ "Parameters", ""}, ]
},

```

```

(*Initial numbers*)
"Number initially exposed",
Control@{{e0, 0.001, "\!\(\!\(*SubscriptBox[\(e\), \((0\)]\)\) (\%)"}, 0,
  1, 0.001, Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"",

"Total population (millions)",
Control@{{TP, 1, "TP"}, 1, 500, 1, Appearance -> "Labeled",
  ImageSize -> Tiny}, (*totalPopulation*)
"",
"",

"Time (days)",
Control@{{tmax, 150, "\!\(\!\(*SubscriptBox[\(t\), \((max\)]\)\)"}, 1,
  500, Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"",

(*Coefficients on infection*)
"Infected by infected class",
Control@{{\[Beta], 2.55, "\![Beta]"}, 0, 50, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"Infected by asymptomatic class",
Control@{{\[Beta]a, 1.5,
  "\!\(\!\(*SubscriptBox[\(\[Beta]\), \((a\)]\)\)"}, 0, 50, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"Infected by quarantined class",
Control@{{\[Beta]q, 1.5,
  "\!\(\!\(*SubscriptBox[\(\[Beta]\), \((q\)]\)\)"}, 0, 50, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"Infected by super-spreaders class",
Control@{{\[Beta]p, 7.65,
  "\!\(\!\(*SubscriptBox[\(\[Beta]\), \((p\)]\)\)"}, 0, 50, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"",

(*Infection rate of E*)
"Infection rate of E",
Control@{{\[Kappa], 0.25, "\![Kappa]"}, 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"",

(*The rate of conversion*)
"The rate of conversion of E to I",
Control@{{\[Rho]i, 0.58, "\![Rho]i"}, 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"The rate of conversion of E to P",
Control@{{\[Rho]p, 0.001, "\![Rho]p"}, 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"",

(*The rate of conversion of A to I*)
"The rate of conversion of A to I",
Control@{{\[Eta], 0.75, "\![Eta]"}, 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
"",
"
```

```

(*Quarantine rates*)
"Quarantine rate of asymptomatic class",
Control@{{\[Gamma]a, 0.2,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Gamma]\)), \((a\)]\)\)", 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Quarantine rate of exposed class",
Control@{{\[Gamma]e, 0.2,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Gamma]\)), \((e\)]\)\)", 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Quarantine rate of infected class",
Control@{{\[Gamma]i, 0.5,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Gamma]\)), \((i\)]\)\)", 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Quarantine rate of super-spreaders class",
Control@{{\[Gamma]p, 0.8,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Gamma]\)), \((p\)]\)\)", 0, 1, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",

(*Recover rates*)
"Recovery rate of asymptomatic class",
Control@{{ra, 0.3, "\!\!\(\*SubscriptBox[\(r\), \((a\)]\)\)", 0, 1,
  0.01, Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Recovery rate of infected class",
Control@{{ri, 0.27, "\!\!\(\*SubscriptBox[\(r\), \((i\)]\)\)", 0, 1,
  0.01, Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Recovery rate of super-spreaders class",
Control@{{rp, 0.27, "\!\!\(\*SubscriptBox[\(r\), \((p\)]\)\)", 0, 1,
  0.01, Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Recovery rate of quarantined class",
Control@{{rq, 0.5, "\!\!\(\*SubscriptBox[\(r\), \((q\)]\)\)", 0, 1,
  0.01, Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",

(*Fatality rates*)
"Fatality rate from infected class",
Control@{{\[Delta]i, 0,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Delta]\)), \((i\)]\)\)", 0, 5, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Fatality rate from super-spreaders class",
Control@{{\[Delta]p, 0,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Delta]\)), \((p\)]\)\)", 0, 5, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
""",
"Fatality rate from quarantined class",
Control@{{\[Delta]q, 0.00001,
  "\!\!\(\*SubscriptBox[\(\([Delta]\)), \((q\)]\)\)", 0, 5, 0.01,
  Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},

(*Immune failure rate*)
"Immune failure rate",
Control@{{\[Chi], 0.01, "\![Chi]"}, 0, 20, 0.01,

```

```

        Appearance -> "Labeled", ImageSize -> Tiny},
    }],
ControlPlacement -> Left,
SynchronousUpdating -> False,
TrackedSymbols :> {e0, TP,
  tmax, \[Beta], \[Beta]a, \[Beta]p, \[Beta]q, \[Kappa], \[Rho]i, \
\[Rho]p, \[\[Eta]\], \[Gamma]a, \[Gamma]e, \[Gamma]i, \[Gamma]p, ra, ri,
  rp, rq, \[Delta]i, \[Delta]p, \[Delta]q}
]

```

## 二、Seifqarp 模型的 Mathematica 操作面板

