

频域分析

FrankZhou-jun*

2019 年 11 月 1 日

1 Peak, RMS 和 Peak-Peak 定义

对于一个正弦波而言，假设其表达式为¹:

$$X(t) = A \sin(2\pi f t x + \theta) \quad (1)$$

那么幅值 A 称为单峰幅值 Peak，幅值 A 的 0.707 倍称为有效值 RMS，正负幅值的绝对值之和称为峰峰值 Peak-peak，若某信号的幅值 Peak，A=5g，那么 RMS=3.5g，Peak-Peak=10g，用图形表示如下图所示。

从图 1 中，可以看到 Peak，RMS 和 Peak-Peak 的几何意义 可以看到 Peak，RMS 和 Peak-Peak 对应的关系如下

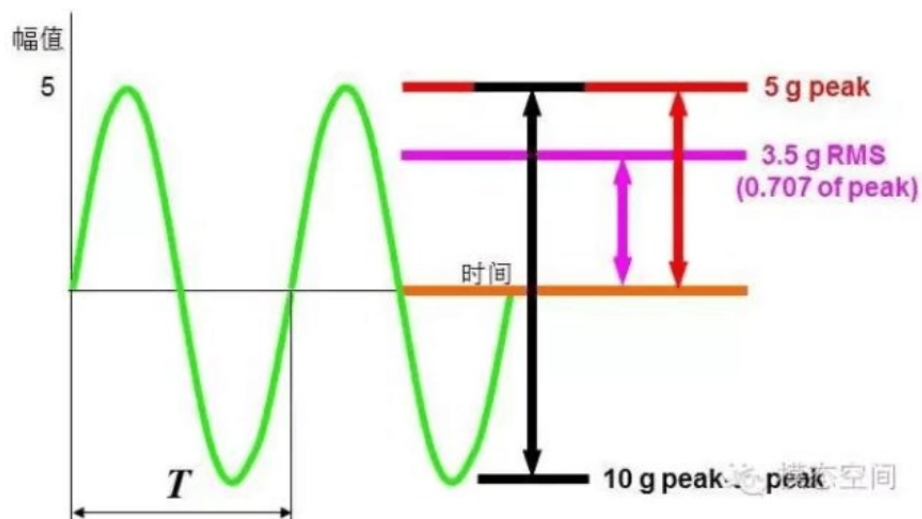


图 1: 正弦波波形图

表所示:

表 1: Peak, RMS 和 Peak-Peak

Peak	RMS	Peak-Peak
A	0.707A	2A

那么在各种谱函数中，到底用哪种格式来表示呢？答案是用哪种格式都可以，因为通过 FFT 变换之后，频域中的每一条谱线都是单频信号，因此，其 Peak，RMS 和 Peak-Peak 都是可以按上表中的关系式相互转换域中的每一条谱线都是单频信号，因此，其 Peak，RMS 和 Peak-Peak 都是可以按上表中的关系式相互的。一般商业软件默认的可能是 Peak 格式。某一个信号其自谱线性形式的这三种格式表示如下图 2 所示，可以看出，这三条曲线是满足上表关系的。

*研究方向：信号处理，机械故障诊断，深度学习，强化学习，邮箱:zhoujun14@yeah.net

¹百度文库

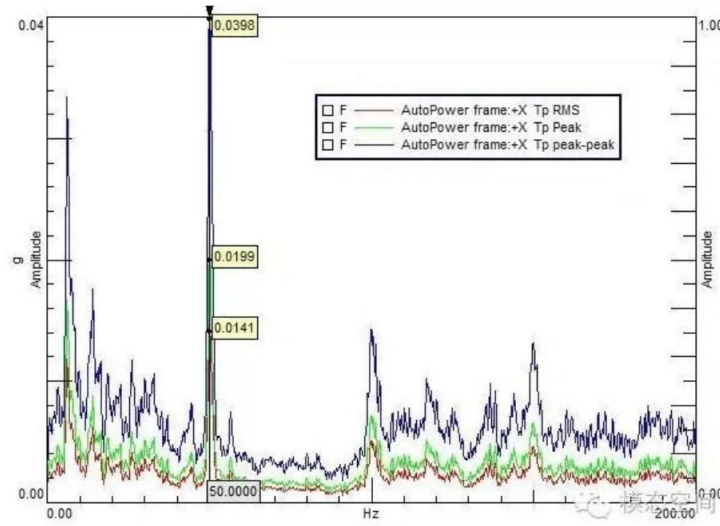


图 2: RMS、PEAK、PP 波形显示

2 Hilbert 变换-Hilbert 谱、Hilbert 边际谱和包络谱

2.1 Hilbert 变换

一个实数值的希尔伯特变换 (hilbert transform) H 这里用 \mathbf{H} 表示, 将信号 $s(t)$ 与 $\frac{1}{\pi t}$ 做卷积得到 $\hat{s}(t)$, 可以认为是 $s(t)$ 的线性非时变系统的输出, 而此一系统的脉冲响应为 $\frac{1}{\pi t}$, 希尔伯特变换是以著名数学家大卫·希尔伯特 (David Hilbert) 来命名。

$$\hat{s}(t) = \mathbf{H}(s) = h(t) * s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) h(t - \tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2)$$

其中

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (3)$$

Hilbert 谱: 信号的希尔伯特变换后做 fft

Hilbert 边际谱: 对 hilbert 谱做积分

Hilbert 包络谱: 希尔伯特变换后做包络后再 fft

Hilbert 谱表示的是信号幅值在整个频率段上随时间和频率的变化规律, Hilbert 边际谱表示信号幅值在整个频率段上随频率的变化情况, 它相当于傅里叶谱, 但比傅里叶谱具有更高的频率分辨率。Hilbert 边际谱是通过 Hilbert 谱积分得到的。

Hilbert 包络谱不同于 Hilbert 谱和 Hilbert 边际谱, 而是直接信号进行 Hilbert 变换后构造解析函数, 然后依据解析函数求模值, 求的模值即为包络, 然后对信号包络进行 FFT 后得到的即为 Hilbert 包络谱。

3 为啥叫一阶线性系统

$$\frac{dy}{dx} + ay(t) = bx(t) \quad (4)$$

微分是指方程中包含导数, 阶数是指方程中最高导数项的次数, 线性是指输出 $y(t)$ 的任何阶的导数项都是分开的, 没有平方或多次方, 也没有相乘, 这是不是满足线性空间下的叠加性?, 我暂且这么认为, 满足的, 所以叫做一阶线性微分方程。有不同意见可以和我探讨哈。