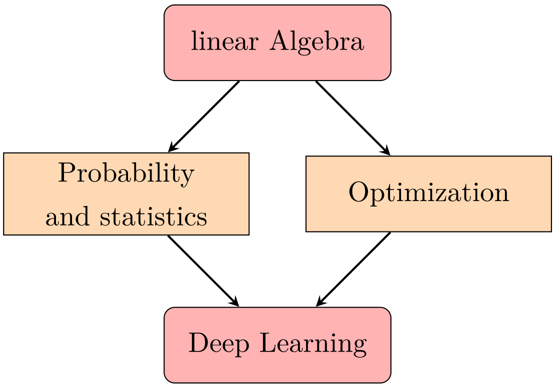
Linear Algebra and Learning from Data

FrankZhou-jun*

2019 年 10 月 21 日

1 course introduction of 18.065 by professor strang

这个课程的讲解流程如下图所示：



2 the column spaces of A contains All vectors Ax

一个很重要的矩阵分解

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&1&3\\3&1&4\\5&7&12\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}2&1\\3&1\\5&7\end{bmatrix}}_{cols=basis\quad for\quad col\quad space}\left.\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\end{bmatrix}\right\}basis\quad for\quad row\quad space$$

即 $\mathbf{A}=\mathbf{CR}$, 这里的 $\mathbf{R}$ 就是 reduced row rechelon 后的矩阵。现在来看看另一个矩阵

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&3&8\\1&3&8\\1&3&8\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&3&8\end{bmatrix}$$

由此我们在考虑矩阵相乘时，可以用另一个思路：

$$\mathbf{AB}=\left[\begin{array}{c:c:cc}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{array}\right]\left[\begin{array}{cccc}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\\hdashline a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\hdashline\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{array}\right]=\begin{matrix}col1Arow1B\\+\\col2Arow2B\\+...+\\colnArownB\end{matrix}$$

也就是使用矩阵 $\mathbf{A}$ 的一列乘以矩阵 $\mathbf{B}$ 的一行，然后结果再相加。

*研究方向：信号处理，机械故障诊断，深度学习，强化学习，邮箱:zhoujun14@yeah.net

3 Multiplying and Factoring Matrix

矩阵分解有 bulabulabula:

$\mathbf{A} = \mathbf{LU} \rightarrow$ elimination

$\mathbf{A} = \mathbf{QR} \rightarrow$ Gram-Schmitt

$\mathbf{A} = \mathbf{Q\Lambda Q^T} = [q_1 q_2, .., q_n] \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_1 & \\ & & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^T \\ \vdots \\ q_n^T \end{bmatrix}$

$\mathbf{A} = \mathbf{X\Lambda A}^T$

$\mathbf{A} = \mathbf{U\Sigma V}^T$

将矩阵变为几个 rank 为 1 的矩阵相加

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_2 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \end{bmatrix}$$