

El Problema de Josefo

(Tomado de Wikipedia)

Flavio Josefo: un historiador judío que vivió en el siglo I. Según lo que cuenta Josefo, él y 40 soldados camaradas se encontraban atrapados en una cueva, rodeados de romanos. Prefirieron suicidarse antes que ser capturados y decidieron que echarían a suertes quién mataba a quién. Los últimos que quedaron fueron él y otro hombre. Entonces convenció al otro hombre que debían entregarse a los romanos en lugar de matarse entre ellos. Josefo atribuyó su supervivencia a la suerte o a la Providencia.

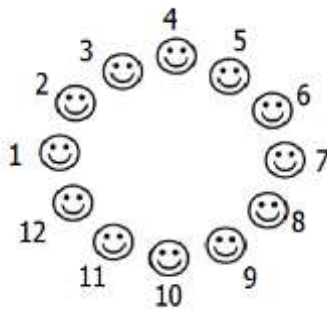
Planteamiento

Hay n personas paradas en un círculo esperando a ser ejecutadas. Después de que ejecutan a la primera persona, se evitan (se saltan) a $k - 1$ personas y la persona número k es ejecutada. Entonces nuevamente, se evitan a $k - 1$ personas y la persona número k es ejecutada. La eliminación continúa alrededor del círculo (que se hace cada vez más pequeño a medida que más personas son eliminadas del mismo) hasta que sólo queda la última, que es liberada.

El objetivo es escoger el lugar inicial en el círculo para sobrevivir (es el último que queda), dados n y k . O lo que es lo mismo, escribe una función que recibe como parámetros a n y a k , y regresa la posición de la persona que se salva.

Solución

Supongamos que n es igual a 12, y k es igual a 3. Según el enunciado, se elimina a cada 3, contada a partir de la última eliminada.



Si contamos 3, a partir del 1 (inclusive) y eliminamos; y luego contamos otros 3 (brincamos 2 y eliminamos a la 3), así sucesivamente, se elimina a las personas 3, 6, 9, 12; y luego a las 4, 8, 1, 7, 2, 11 y 5. Se salva la 10.

Puesto que iniciamos el conteo después de que eliminamos a una persona, al proceso podemos representarlo como sigue: al círculo lo abrimos y lo representamos con una lista.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

Eliminamos al 3, y a la lista restante la rotamos 3 lugares

4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2
---	---	---	---	---	---	----	----	----	---	---

Eliminamos al 6 y a la lista restante la rotamos 3 lugares

7	8	9	10	11	12	1	2	4	5
---	---	---	----	----	----	---	---	---	---

10	11	12	1	2	4	5	7	8
----	----	----	---	---	---	---	---	---

1	2	4	5	7	8	10	11
---	---	---	---	---	---	----	----

5	7	8	10	11	1	2
---	---	---	----	----	---	---

10	11	1	2	5	7
----	----	---	---	---	---

2	5	7	10	11
---	---	---	----	----

10	11	2	5
----	----	---	---

5	10	11
---	----	----

5	10
---	----

10

¿Puedes ver algún patrón?

Referencias

- https://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_Flavio_Josefo
- <http://progra.usm.cl/apunte/ejercicios/2/josefo.html>
- <http://www.matematicainteractiva.com/problema-de-flavio-josefo>
- *Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science*, 2nd Ed., Graham, Knuth y Patashnik; Addison Wesley