

2020-2021 金融数学回忆

By 江景页 yhh

Section 1 简答

- 一、叙述证券市场线SML和资本市场线CML的含义以及他们的区别。
- 二、叙述von Neumann Morgenstern效用函数以及它满足的条件，和所基于的公理。

Section 2 计算

- 三、 A 和 B 是市场上的两种风险资产，相关信息如下，并按照下表中的权重构建投资组合。

	A	B
收益率	10%	5%
方差	20%	10%
比率	0.8	0.2

$$\rho_{AB} = 0.2$$

- (1) 计算投资组合的期望。
- (2) 计算投资组合的方差。
- (3) 现在打算重新利用 A, B 构建投资组合，计算最小方差组合的权重和方差。

- 四、有两位投资人， A 所选择的股票的期望收益率为19%， $\beta_A = 1.5$ ， B 所选择的股票的期望收益率为16%， $\beta_B = 1$ 。

- (1) 请问在无市场信息的情况下，是否能够判断哪位投资人选股能力更强？
- (2) 国库券收益率为10%，市场组合收益率为14%，请问哪位投资人的选股能力更强？
- (3) 国库券收益率为3%，市场组合收益率为15%，请问哪位投资人的选股能力更强？

算Alpha

五、双因子模型：

$$r_i = \mu_i + b_{i1} f_1 + b_{i2} f_2 + \epsilon_i$$

有三只充分分散风险的投资组合ABC：

	期望收益	b_{i1}	b_{i2}
A	15	1	0.6
B	14	0.5	1
C	10	0.2	0.3

- (1) APT模型的原理。
- (2) 叙述 b_{i1}, b_{i2} 的含义。
- (3) 根据A、B求出风险溢价。
- (4) 利用A、B、C构造套利组合。

六、股票现价40元，无风险利率6%（连续复利），在未来12个月内，每6个月股票的价格可能上涨也可能下跌，幅度均为10%。（参考条件 $e^{0.03} = 1.0305$ ）

- (1) 求 u, d 和风险中性概率 p ，画出股价二叉树。
- (2) 为执行价格 $K = 42$ 元的欧式看跌期权定价。
- (3) 为执行价格 $K = 42$ 元的美式看跌期权定价。

Section 3 分析推导

七、写出B-S公式，并证明下列等式：

$$c(S_0 e^{-f(t_2-t_1)}, K, t_1, t_2, r) = e^{-f(t_2-t_1)} c(S_0, K, t_1, t_2, r - f)$$

八、欧式双重看涨期权：在 t_1 时刻可以以 K_1 执行价格行权，或者在 t_2 时刻以执行价格 K_2 行权。

- (1) 当 $K_1 > K_2 e^{-r(t_2-t_1)}$ 时，利用无套利原理，证明不可能在 t_1 时刻行权。
- (2) 在B-S公式所需要的假设下，当 $K_1 < K_2 e^{-r(t_2-t_1)}$ ，证明存在某个价格水平 x ，使得股票在 t_1 时刻的价格水平 $S(t_1)$ 满足： $S(t_1) > x$ 时，行权； $S(t_1) < x$ 时，不行权。