随机过程2020-2021春夏

任课老师：赵敏智

1.设 $N(t)$ 是 $\lambda(t)=t$ 的非齐次Possion分布.
(1)(2)求两个简单的概率.

2.$N(t)$ 是参数为 4 的Possion过程，表示 $(0,t]$ 时间内到达的顾客，那么
(1)求一个简单的概率.
(2)求 $E(e^{\sum_{i=1}^{N(1)} S_i})$，其中 S_i 为第 i 个顾客到达的时间.
(3)假设在一定时间内男顾客的概率为 0.25 相反为女顾客，求一个简单的概率.

3.对于分支过程 $(Z_n, n \geq 0)$ 满足 $Z_0 = 1$ 且

$$P(Z_1 = k) = (1/4)(3/4)^k (k = 0, 1, 2, ...).$$

(1)求 $\phi(s) = E(s^{Z_1})$.
(2)求 $P(Z_2 = 0)$.
(3)求 $P(\exists n : Z_n = 0 | Z_2 = 2, Z_1 = 3)$.

4.给一个Markov转移矩阵
(1)利用Markov性质求两个概率.
(2)找出互达等价类，判断那些是闭的.
(3)判断常返性，并对正常返的状态求出平均回转时.
(4)求两个极限概率.

5.$B(t)$ 是标准的Brown运动，回答以下问题
(1)计算 $Var(B(1) + 2B(2))$.
(2)设 $M_1 = \max_{0\leq t\leq 1} B(t) - B(1)$，求 $P(M_1 \leq x)$ 结果中可以含有正态分布的分布函数.
(3)对于 $\lambda > 0$，$0 < t < s$，设 $X(t) = e^{-\frac{\lambda t}{2}} B(e^{\lambda t})$ 求 $E[X(t)X(s)]$.
(4)设 $X(t) = \frac{e^{B(t)}}{1+e^{B(t)}}$ 求 $dX(t)$.

6.$A, X_1, X_2, \ldots$ 是独立的随机变量，其中 $P(A=0)=P(A=1)=1/2$，并且 $E(X_i)=2$，$E(X_i^2)=5$，定义随机过程 $(Z_n: n \geq 1)$ 满足

$$Z_n = AX_nX_{n+1} + (1-A)X_n.$$

(1)计算 Z_n 的期望与自相关函数.

(2)证明 Z_n 是一个宽平稳过程.

(3)计算 Z_n 的时间平均.

(4)Z_n 是否具有均值遍历性，请说明理由.