2019-2020随机过程回忆卷

2020 年 9 月 7 日

1. N(t)为非齐次泊松过程，参数为 λ (t)=min$\{t,1\}$，求下列概率:

  (1) $P(N(2)=3|N(1)=1)$;

  (2) $P(N(1)=1|N(2)=3)$.

2. N(t)为参数$\lambda=2$的齐次泊松过程，S_n为第n位顾客到达时刻.

  (1) 求$P(S_1\le 1,S_2\le 2)$;

  (2) 求$E(S_1S_2+S_2S_3+S_1S_3|N(3)=3)$;

  (3) 设到达顾客独立地(也与泊松过程独立)以概率0.75为男性，0.25为女性，试求第一名男性顾客到达时间T的概率分布.

3. X_1,X_2...独立同分布，$P(X_1=1)=\frac{1}{2}$, $P(X_1=-1)=P(X_1=-2)=\frac{1}{4}$.定义$S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，则$S_n$为时间齐次马尔科夫链.令$S_0=0$:

  (1) 求$P(S_1=1|S_3=1)$;

  (2) 记$T_2=min\{n\ge 0:\ |S_n|\ge 2\}$，求$P(S_{T_2}=2)$.

4. 给了一个马尔科夫链的一步转移矩阵

  (1) 给出所有的互达等价类，并判断哪些是闭的;

  (2) 给出所有状态的周期;

  (3) 判断哪些状态是正常返、零常返和暂留的;

  (4) 求出正常返状态的平均回转时;

  (5) 求极限分布.

5. $\{Z_n\}$是分支过程，$Z_0=1$，$P(Z_1=0)=\frac{1}{12}$，$P(Z_1=1)=\frac{5}{12}$，$P(Z_1=2)=\frac{1}{2}$

  (1) 求$P(Z_1=2,Z_2=3)$;

  (2) 求$P(\exists n\ge 0,s.t.Z_n=0|Z_1=1,Z_2=2)$.

6. $\{B_t\}$ 为标准Brown运动：

（1） 求$Var(2B(1)+B(2))$;

（2） 求$P(\min\limits_{1\leq t\leq 2} B_t \leq 0)$

7. $\{B_t\}$为标准Brown运动，定义$Y(t)=\int_t^{t+1}(B(u)-B(t))du$：

（1） 设$0\leq s\leq t$，求$EY(s), EY(s)Y(t)$;

（2） 证明$Y(t)$为宽平稳过程

（3） 判断$Y(t)$是否具有均值遍历性，并说明理由