

金融数学

浙江大学数学科学学院
周青龙

13235813826
zhouqinglong@zju.edu.cn

导 论

在人类发展史上，伴随着第一张借据的出现，金融 (finance) 就产生了。时至今日，金融学已形成了宏观金融学和微观金融学两个部分，其需要解决的核心问题是：如何在不确定 (uncertainty) 的环境下，通过资本市场对资源进行跨期的 (intertemporally) 最优配置 (allocation) 。

导论

一、金融与金融数学

二、金融数学的发展历程

三、金融数学的几个问题

一、金融与金融数学

金融是一个经济学的概念和范畴。通常，“金”是指资金，“融”是指融通，“金融”则指资金的融通，或者说资本的借贷，即由资金融通的工具、机构、市场和制度构成的有机系统，是经济系统的重要组成部分。

Finance

```
graph TD; Finance[Finance] --> Broad[宽口径]; Finance --> Medium[中口径]; Finance --> Narrow[窄口径]; Broad --> BroadDef["Oxford中定义为所有与货币资金运动有关的事务:"]; Broad --> BroadEx1["Public finance 财政, 政府的货币资财及其管理"]; Broad --> BroadEx2["Corporate finance 工商企业的货币资财及其管理"]; Broad --> BroadEx3["Personal budget 个人的货币资财及其管理"]; Medium --> MediumDef["Webster's 定义为货币、信贷投资活动, 金融机构服务活动"]; Narrow --> NarrowDef["Palgrave 经济学词典定义为资本市场运行、资本资产供给及定价"];
```

宽口径

Oxford中定义为所有与货币资金运动有关的事务:

Public finance 财政, 政府的货币资财及其管理

Corporate finance 工商企业的货币资财及其管理

Personal budget 个人的货币资财及其管理

中口径

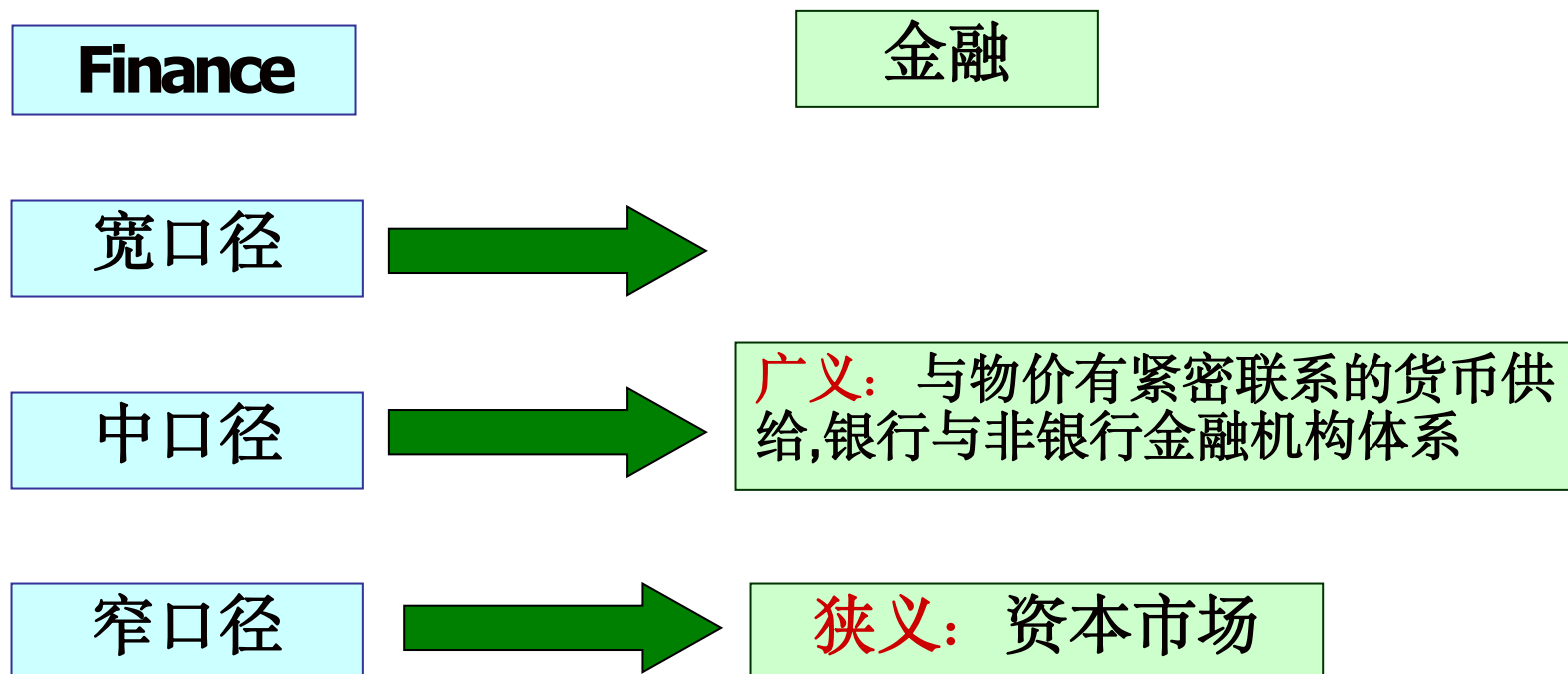
Webster's 定义为货币、信贷投资活动, 金融机构服务活动

窄口径

Palgrave 经济学词典定义为资本市场运行、资本资产供给及定价

中文“金融”与英文“**Finance**”虽然都有广义与狭义之分，但并非一一对应。

(我国的金融定义即使最广义的仍比英文的范畴窄)



陈志武教授对金融的定义

金融核心：跨时间、跨空间的价值交换，所有涉及价值或者收入在不同时间、不同空间之间进行配置的交易都是金融交易。金融学就是研究跨时间、跨空间的价值交换为什么会出现，如何出现，怎样发展，等等。

简要概括，就是在不确定的环境下，通过资本市场，对资源进行跨期（最优）配置。

人类社会面临的三大束缚

时间的不确定性

资金的匮乏

系统性风险

金融
→

时间价值

资金聚集

风险分散

假设能坐上时间机器，让时间从2022年9月倒回到2012年9月，这时你手上有10万。你是选择吃光、用光、身体健康，还是选择做些金融安排？比如：

- 存银行。2012年存10万，10年后可以拿到14.97万。
- 买股票。10万元买茅台股票，10年后变成了 $10 \times 1849 / 112.3 = 164.7$ 万。
- 买房子。按30%的首付比例，10万在2012年可以买到杭州主城区2万每平方米，15平的小单间（总价30万）。10年后，这笔投资价值40万。
- 买比特币。10万元买比特币，10年后变成了 $10 \times 27274 / 141.9 = 1922.1$ 万。

一笔数额不大的资金（10万），因为使用不同的金融工具，在相同的时间维度（10年），产生了差距悬殊的时间价值。

金融数学是金融学自身发展而衍生出来的一个新的分支，是数学与金融学相结合而产生的一门新的学科，是金融学由定性分析向**定性分析与定量分析相结合**，由理论阐述向**理论研究与实用研究并重**，金融模糊决策向**精确化决策**发展的结果。

金融数学研究的主要内容:

风险管理

效用优化

主要数学工具:

随机分析 优化理论

数理统计 (时间序列分析)

金融数学研究的中心问题是**风险资产**（包括基础金融产品和**衍生金融产品**）**的定价和最优投资策略的选择**，它的主要理论有：资本资产定价模型（CAPM），套利定价理论（APT），期权定价理论（Option pricing）及动态投资组合理论（Dynamic portfolio）。

金融与数学的交叉使得金融数学的范畴不能完全确定，金融数学包括两个分支：

规范金融数学 实证金融数学

■ 规范金融数学：

强调运用高等数学、最优化、概率论、微分方程等知识对金融原理进行推导。

如：第一次华尔街革命（资产组合问题、资本资产定价模型）；第二次华尔街革命（期权定价公式）。

■ 实证金融数学：

强调运用统计学、计量经济学、时间序列分析等知识对金融原理进行假设检验，并得出一些经验结论。

如：资产定价模型的检验、行为金融学的检验。

被萨缪尔森誉为金融理论“专家中的专家”、站在众多“巨人肩上的巨人”的莫顿(Robert C . Merton)曾这样说过:

优美的科学不一定是实用的，实用的科学也未必给人以美感，而现代金融理论却兼备了优美和实用。

二、金融数学的发展历程

不要把所有鸡蛋放在同一个篮子里
没有免费的午餐（天上不会掉馅饼）

二、金融数学的发展历程

现代金融数学起源于1900年: **Louis Bachelier**

Brown运动作为股票价格模型

现代金融数学发展始于1952年: **Harry Markowitz**

投资组合理论 (Portfolio Selection Theory)

怎样描述投资的风险: 方差

1990年Nobel Price in Economics

1964-65年: William Sharpe 和 John Lintner提出

资产定价理论 (CAPM)
(Capital Asset Pricing Model)

应用

共同基金(mutual fund)管理

Sharpe 获1990年Nobel Price in Economics
同Markowitz 分享

1976年: Stephen Ross提出

套利定价理论 (Arbitrage Pricing Theory)

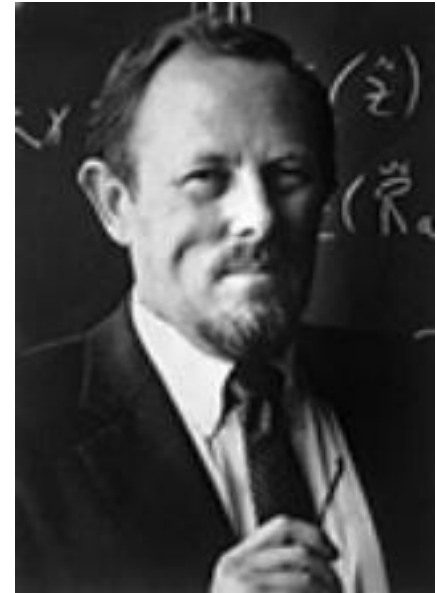
1990 年诺贝尔经济奖获得者



Harry Markowitz
(1927-)
投资组合理论



Merton Miller
(1923-2000)
MM理论



William Sharpe
(1934-) 资本资产
定价模型 (CAPM)

开端—第一次华尔街革命

Harry Markowitz 于 1952 年在博士论文《证券组合选择》中提出投资组合理论 *Portfolio Theory*

William Sharpe 于 1970 年在著作《投资组合理论与资本市场》中提出资本资产定价模型 *CAPM*

Merton Miller 和 *Franco Modigliani* 于 1956 年在论文《资本成本、公司财务及投资理论》中提出 *MM* 公司财务理论

1965年: Paul Samuelson 提出

**股票价格的几何 Brown模型
(改进Bachelier的模型)**

1965年: Paul Samuelson 和 Eugene Fama提出

**有效市场假设
(Efficient Markets Hypothesis)**

Samuelson独获1970年Nobel Price in Economics

Eugene Fama获2013年Nobel Price in Economics

1973年: **Fischer Black**和**Myron Scholes** 给出

期权定价公式: **Black-Scholes**公式
Black-Scholes方程

同年: **Robert Merton** 给出

Black-Scholes理论的严格数学证明
推广到债券定价

Merton和**Scholes** 获
1997年Nobel Price in Economics

1997 年诺贝尔经济奖获得者



Fisher Black
(1938-1995) 期权
定价公式



Myron Scholes
(1941-)
期权定价公式



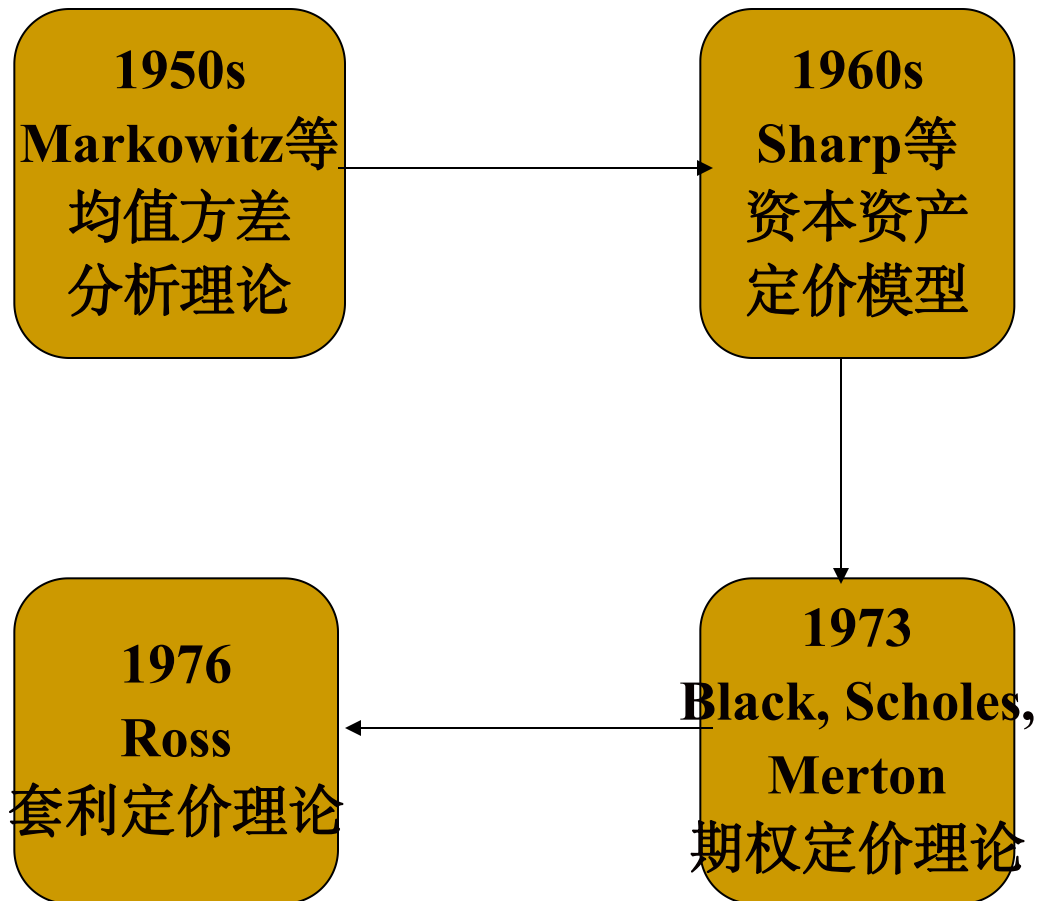
Robert Merton
(1944-)
《连续时间金融学》

发展—第二次华尔街革命

1973 年 Black-Scholes-Merton 期权定价理论问世

Fisher Black 和 *Myron Scholes* 于 1973 年发表论文《期权定价和公司债务》提出著名的期权定价公式即 *Black-Scholes* 公式。

Robert Merton 于 1973 年发表论文《理性期权定价理论》对布莱克—斯科尔斯公式的假定条件做了进一步削弱，在许多重要方面都对布莱克—斯科尔斯的研究做了推广。



金融数学的发展是两次华尔街革命的产物

- 两次革命已经开创了在金融界需要研究型的数学家的专长。
- 第一次革命中 Harry Markowitz 的“风险收益均衡”的一般性分析框架仍然是金融研究的基础架构。此外，投资组合理论还推进了证券投资行业的规模化和专业化进程。
- 第二次金融革命中 Black-Scholes 公式解答了期权定价问题，给金融行业带来了现代鞅和随机分析的方法，这种方法使投资银行能够对无穷无尽的“衍生证券”进行生产、定价和套期保值。衍生品的定价原则——**无套利定价原则**——也是将金融学区别于经济学的分析框架。

三、金融数学的几个问题

1. 金融数学需要很多高等数学的知识吗?
2. 需要哪些基本金融思维?
3. 金融数学有实际应用吗?
4. 金融数学能学到什么?
5. 金融数学能帮我炒股赚钱吗?

1. 金融数学需要很多高深的数学知识吗？

是

如果要做理论分析，金融产品的设计

不完全是

如果只了解基本思想与方法

重要

金融方面的思维意识

2. 需要哪些基本金融思维？

预期思维

复利思维

杠杆思维

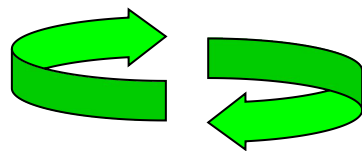
风险思维

信用思维

3. 金融数学有实际应用吗？

完美的科学理论

广泛的实际应用



金融学

期权定价理论

贷款证券化：定价

信用保险

量化投资

风险度量与管理

信用评级

4. 金融数学能学到什么？

风险控制与管理 均值-方差分析
 在险价值 (VaR)
 Copula方法

金融模型

债券模型
股票模型

利率模型

衍生品的定价

期权
特殊期权
特殊债券

5. 金融数学能帮我炒股赚钱吗？

No 有效市场假设：以前的股票价格
不能预测未来价格
股票价格模型：随机

瑞典皇家科学委员会2013诺贝尔奖当日现场指出：
“如果要预测未来几天或者几个星期的股票和债券的价格，是不可能的。但是，长远地来看，比如未来三年或者五年的预测，却是可行的。”

But 可以帮你减少投资的损失
可以指导你进行合理的资产配置
风险控制

课程目标

- 了解金融分析的数学原理，而重点学习利用数学工具分析金融问题的方法。
- 着重于金融问题的分析与解决。

课程要求

- 预习:

每次上课前尽量预习内容

- 作业要求:

每次所布置作业下次上课时交给助教，要求独立完成，不能抄袭。

本课程学习安排

- 1. 以讲授为主，课堂讨论为辅；
- 2. 平时成绩（作业、课堂讨论、读书报告和小组报告）占40%，期终考试占60%。

- 第一部分： 金融市场与投资
- 一、金融市场与投资
- 二、效用函数
- 三、投资组合理论
- 四、资本资产定价模型与套利定价理论
- 华尔街 (第6集 投资之道)

-
- 第二部分：现代金融理论
 - 一、期权定价理论
 - 二、连续时间模型
 - 三、行为金融学
 - 四、风险管理
-

推荐书目

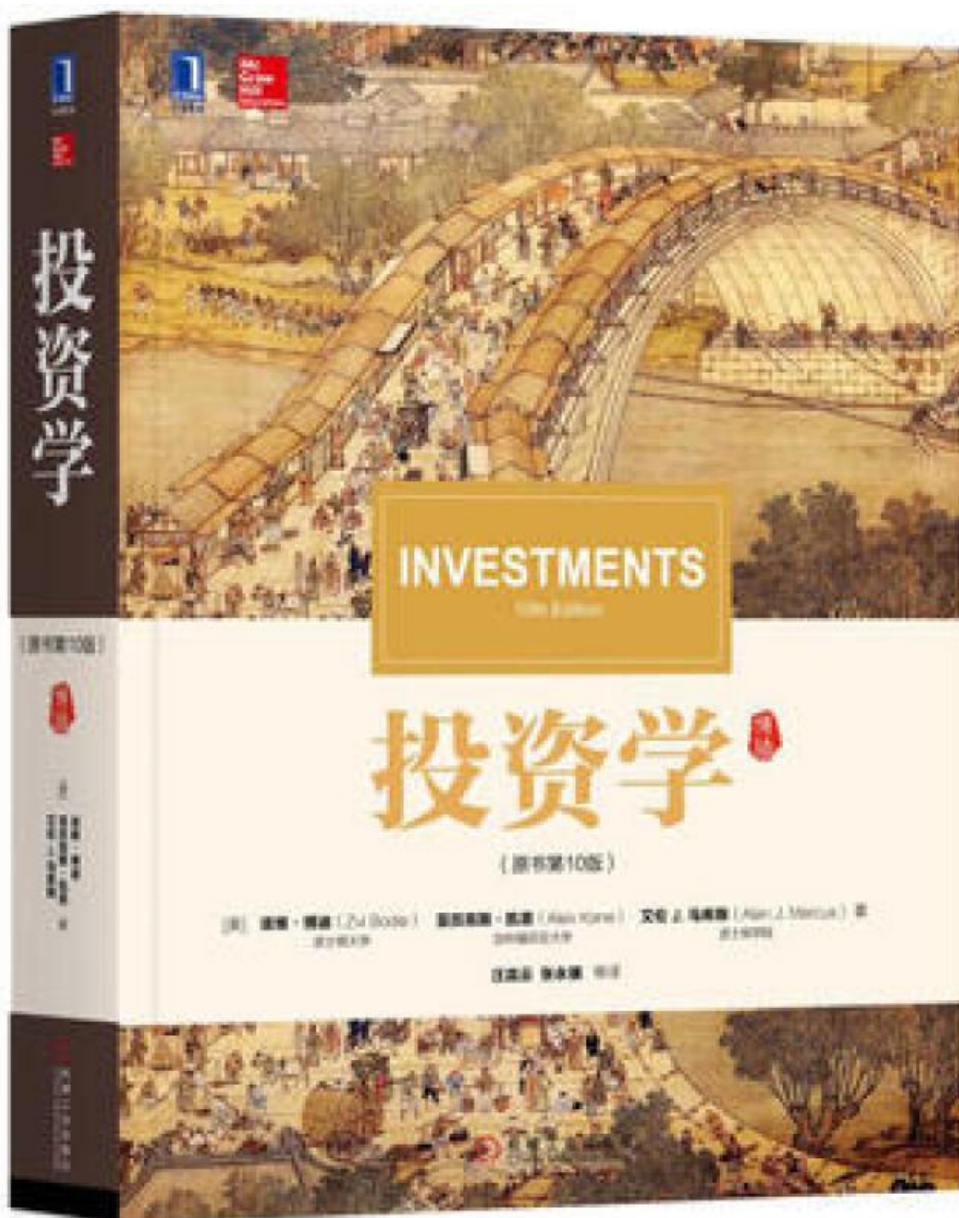
- 《数理金融——理论与模型》，李胜宏等，浙江大学出版社
- 《投资学》，Zvi Bodie等，汪昌云等译，机械工业出版社
- 《期权、期货及其他衍生品》，John C. Hull，王勇等译，机械工业出版社
- 《金融随机分析》Stephen E. Shreve, (陈启宏等译)，上海财经大学出版社
- 《行为金融学通识》，Meir Statman，贺京同、高林译，北京大学出版社
- 《金融的逻辑》，陈志武，上海三联书店
- 《香帅金融学讲义》，香帅，中信出版集团

Theory and Models in Mathematical Finance

数理金融 理论与模型

◎ 李胜宏 鲍群芳 杨 晨 编著

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大學出版社





PEARSON

OPTIONS, FUTURES
AND OTHER DERIVATIVES
9th Edition

期权、期货
及其他衍生产品

(原书第9版)

[加] 约翰·赫尔 (John C. Hull) (多伦多大学) 著

[加] 王勇 (光大证券) 索吾林 (女王大学) 译



机械工业出版社
China Machine Press

金融随机分析

修订版

第一卷 二叉树资产定价模型

[美]史蒂文·E.施里夫 (Steven E. Shreve) 著

陈启宏 陈迪华 译

汉译经济学文库
Translated Economics Library

STOCHASTIC
CALCULUS
FOR FINANCE

上海财经大学出版社





FINANCE
FOR NORMAL
PEOPLE

行为金融学通识

理解投资者和市场的行为
[美] 迈尔·斯塔特曼 著
贺京同 高林 译

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



MEIR STATMAN

行为金融学通识

HOW INVESTORS AND MARKETS BEHAVE

理解投资者和市场的行为

[美]
迈尔·斯塔特曼
著

贺京同
高林
译

FINANCE FOR NORMAL PEOPLE

第二代行为金融学奠基之作

诺贝尔经济学奖得主哈里·马科维茨等联袂推荐

权威而通俗，大胆而严谨

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

