



## 六、晶体中电子的运动(II)



一维紧束缚近似：

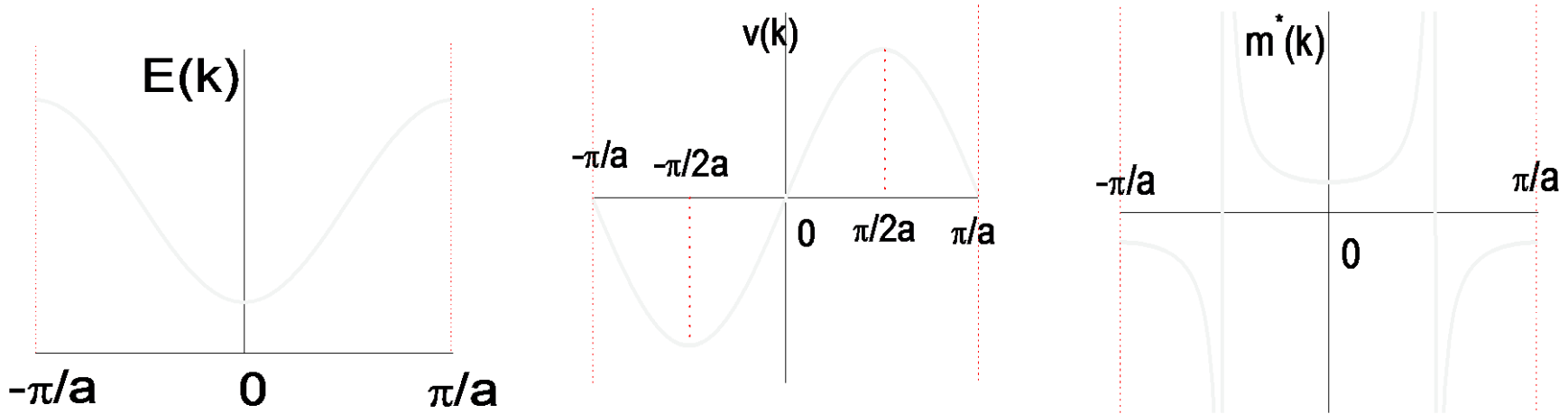
$$E(k) = \varepsilon_i - J_0 - 2J_1 \cos ka$$

$\varepsilon_i$  为某原子能级。设  $J_1 > 0$ ，则  $k=0$  点为能带底； $k=\pm\pi/a$  为能带顶。

$$v(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \frac{2aJ_1}{\hbar} \sin ka$$

$$m_{\alpha}^* = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}} = \frac{\hbar^2}{2a^2 J_1 \cos ka}$$

在能带底  $k = 0$  和能带顶  $k = \pm\pi/a$  处，电子速度  $v(k)=0$ ；  
而在  $k = \pm\pi/2a$  处， $v(k)$  分别为极大和极小。



一维紧束缚近似下的  $E(k)$ ,  $v(k)$ ,  $m^*$ 随  $k$  值的变化如上图。图中只画出一个能带的第一布里渊区。在带底和带顶处，电子速度为零。中间有极大和极小值，带底处： $m^* > 0$ ，带顶处： $m^* < 0$ ，中间处  $m^* \rightarrow \pm \infty$ 。

我们从该图出发讨论恒定电场作用下电子的运动。



## 一. 在 $k$ 空间中的运动图象

当有电场加在固体上时，固体中的电子被加速。在  $k$  空间研究它的运动较为方便。若沿  $-x$  方向加一恒定电场  $E$ ，则电子受到的力： $F = eE$  沿  $+x$  方向。

由于： $F = \hbar \frac{dk}{dt} = eE$ ，得  $\frac{dk}{dt} = \frac{eE}{\hbar} = \text{const.}$

这表明电子在  $k$  空间中做匀速运动。

在准经典运动中，电子在同一能带中运动。因此，稳恒电场作用下，电子在  $k$  空间中的匀速运动意味着电子的能量本征值沿  $E(k)$  函数曲线周期性变化，即电子在  $k$  空间中永无休止的做循环运动。可从下页布里渊区图来理解。其周期为： $T = \frac{2\pi\hbar}{aeE}$



电子在  $k$  空间的匀速运动，意味着电子的本征能量沿  $E(k)$  函数曲线周期性变化，当电子运动到布里渊区边界  $k = \pi / a$  处时，由于  $k = \pi / a$  和  $k = -\pi / a$  相差一个倒格矢  $k = 2\pi / a$ ，实际代表同一状态，所以电子从  $k = 2\pi / a$  移出等于又从  $k = -\pi / a$  移进来。形成循环运动。

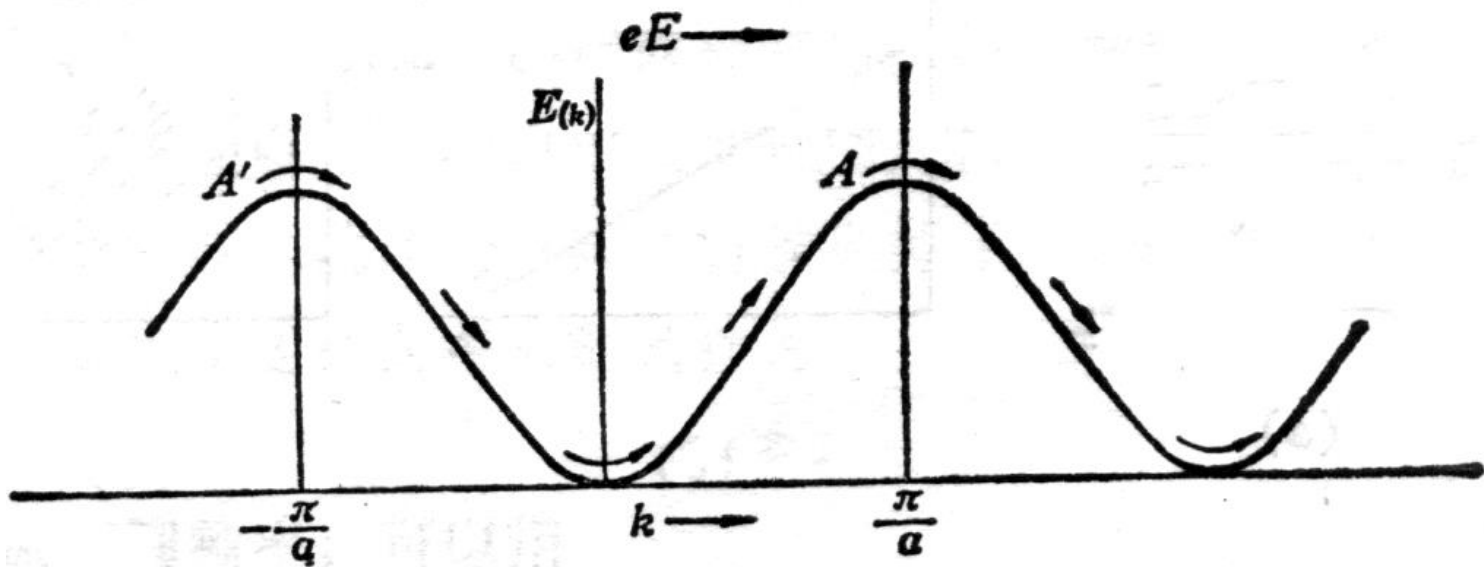
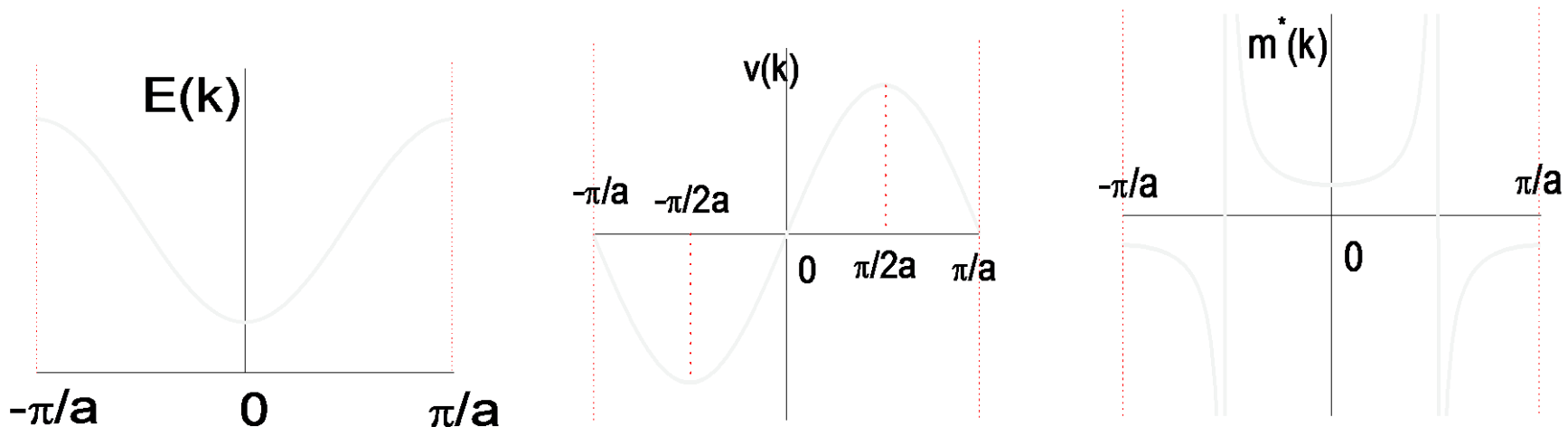


图 5-4 电子在恒定电场作用下的运动



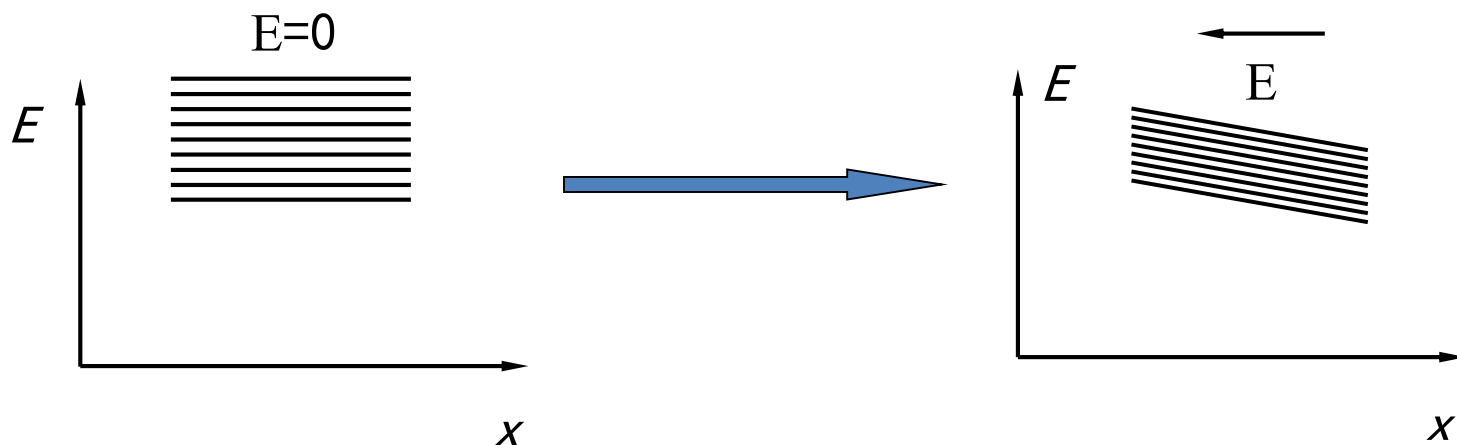
电子在  $k$  空间的循环运动，表现在电子速度上是  $v$  随时间的振荡变化，假设  $t=0$  时，电子处在带底， $k=0$ ， $m^*>0$ ，外力作用使电子加速， $v$  增大，当到达  $k = \pi / 2a$  时， $m^* \rightarrow \infty$ ，速度  $v$  到达极大， $k$  超过该点后， $m^*<0$ ，外力作用使电子减速，直至  $k = \pi / a$  时，速度为零，这时电子处于带顶， $m^*<0$ ，外力使电子反向运动，并在达到反向速度的极大值， $k$  超过该值后， $m^*>0$ ，使反向速度减小，直至  $k=0$  处， $v=0$ 。这就是在恒定外场作用下速度的振荡。（见下图）





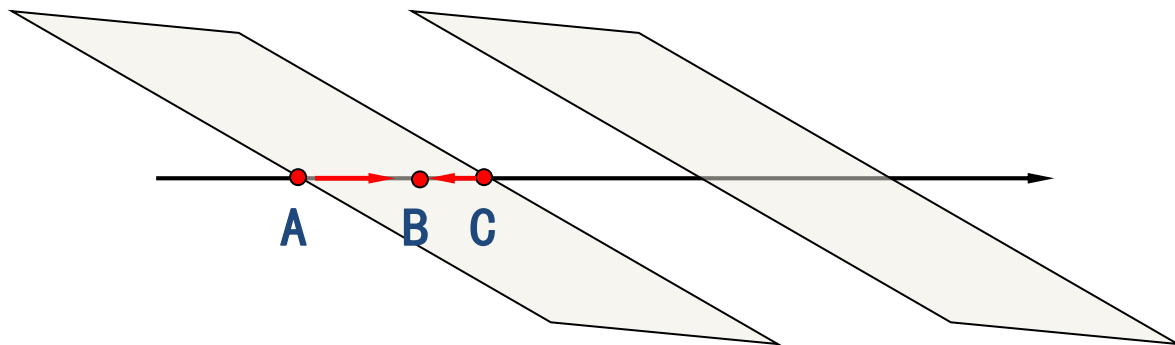
## 二. 在实空间中的运动图象

电子速度的振荡，意味着**电子在实空间（坐标空间）的振荡**，因为  $E(k)$  表示的是电子在周期场中的能量本征值，当有外电场时，会附加一个静电位能  $eV$ ，使能带发生倾斜，如图所示。





## 电场作用下，电子在实空间的运动示意图（黄昆书p248）



电子速度的周期性振荡也就是电子在实空间中的振荡。设  $t = 0$  时电子在较低的能带底 A 点，在电场力的作用下，电子从（能带底） $A \rightarrow B \rightarrow C$ （能带顶），对应于电子从  $k=0$  运动到  $k=\pi/a$ 。在 C 点电子遇到能隙，相当于存在一个势垒。在准经典运动中，电子被限制在同一能带中运动，因此电子遇到势垒后将全部被反射回来，电子从  $C \rightarrow B \rightarrow A$ ，对应于  $k=-\pi/a$  到  $k=0$  的运动，完成一次振荡过程。





有两点必须指出：

1. 上述的振荡现象实际上很难观察到。由于电子在运动过程中不断受到声子、杂质和缺陷的散射，若相邻两次散射（碰撞）间的平均时间间隔为 $\tau$ ，如果 $\tau$ 很小，电子还来不及完成一次振荡过程就已被散射。而电子完成一次振荡所需的时间为：

$$T = \frac{\text{简约区的宽度}}{\text{电子在}\mathbf{k}\text{空间的速度}} = \frac{2\pi/a}{e\varepsilon/\hbar} = \frac{2\pi\hbar}{e\varepsilon a}$$

为了观察到电子的振荡过程，要求 $\tau \approx T$ 。

在晶体中， $\tau \sim 10^{-14} \text{ s}$ ， $a \approx 3 \times 10^{-10} \text{ m}$ ，由此可估算出若要观察到振荡现象，需加的电场 $\varepsilon \sim 2 \times 10^5 \text{ V/cm}$ 。对金属，无法实现高电场；对绝缘体，将被击穿。

注：一般情况 $T \sim 10^{-5} \text{ s}$ ， $\tau \sim 10^{-14} \text{ s}$ ，一个周期内碰撞 $10^9$ 次！？

振荡现象完全被“冲掉”了



2. 在准经典运动中，当电子运动到能隙时，将全部被反射回来。而根据量子力学，电子遇到势垒时，将有一定几率穿透势垒，而部分被反射回来。电子穿透势垒的几率与势垒的高度（即能隙 $E_g$ ）和势垒的长度（由外场决定）有关。

$$\text{穿透几率} \propto \varepsilon \exp \left[ -\frac{\pi^2}{\hbar} \left( \frac{E_g}{e\varepsilon} \right) \sqrt{2mE_g} \right]$$

对于绝缘体或导电很差的半导体，材料内部会建立很强的电场，导致电子的带间隧穿，称为电击穿，或者齐纳击穿相应于电场产生电击穿，强磁场也会造成磁击穿。



## 5.3 导体、绝缘体和半导体的能带论解释

虽然所有固体都含有大量电子，但却有导体和绝缘体之分，这一基本事实曾长期得不到严格解释，能带论首次从理论上做了严格说明，是能带论发展初期的重大成就，也由此开辟了金属电导、绝缘体和半导体的现代理论。



有电场存在时，由于不同材料中电子在能带中的填充情况不同，对电场的响应也不同，导电能力也各不相同。我们分三种情况讨论（针对价电子形成的价带而言）：

满带：电子已填满了能带中所有的能态。

导体带：一个能带中只有部分能态填有电子，而其余的能态为没有电子填充的空态。

近满带：一个能带的绝大部分能态已填有电子，只有少数能态是空的。

能带中每个电子对电流的贡献  $-ev(\mathbf{k})$ ，因此带中所有电子的贡献为：

$$J = -\frac{e}{V} \int_{\text{occ}} v(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$$

积分包括能带中所有被占据态。



## 一. 满带电子不导电

在  $k$  空间中, 对于同一能带有  $E_n(\mathbf{k}) = E_n(-\mathbf{k})$  (时间反演对称性)

容易证明, 对于同一能带, 处于  $k$  态和处于  $-k$  态的电子具有大小相等方向相反的速度。

$$v_n(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E_n(\mathbf{k})$$

$$v_n(-\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E_n(-\mathbf{k}) = -\frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E_n(\mathbf{k}) = -v_n(\mathbf{k})$$

当没有外加电场时, 在一定温度下, 电子占据  $k$  态和  $-k$  态的几率只与该状态的能量有关。所以, 电子占据  $k$  态和  $-k$  态的几率相同, 这两态的电子对电流的贡献相互抵消。由于能带相对于  $k$  是对称的, 所以, 电流密度对整条能带积分后也没有宏观电流, 即  $\mathbf{J} = 0$ 。



当存在外加电场或磁场时，由于满带中所有能态均已被电子填满，外电场并不改变电子在满带中的对称分布，所以不产生宏观电流， $I=0$ 。

以一维能带为例：在电场 $E$ 下，  
电子的受力为，

$$F = -eE$$

所有电子所处的状态都按

$$\frac{dk}{dt} = \frac{F}{\hbar} = -\frac{eE}{\hbar}$$

变化。不会改变 $k$ 态的填充情况。

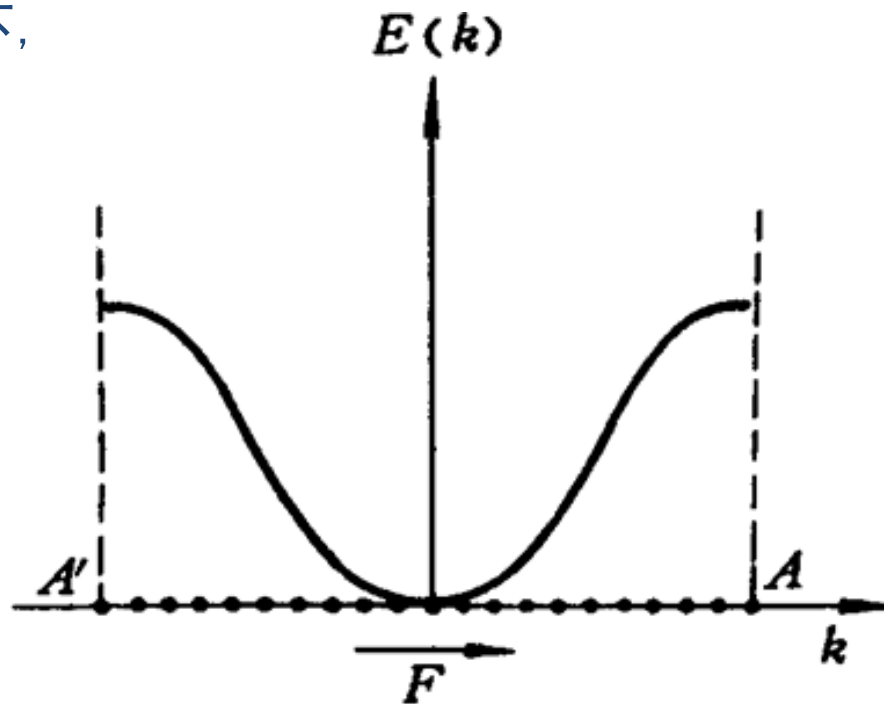


图 5-8 充满能带中的电子运动



## 简易说明：

从速度公式  $v_n(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E_n(\mathbf{k})$ ，我们可以得到一个重要结果：

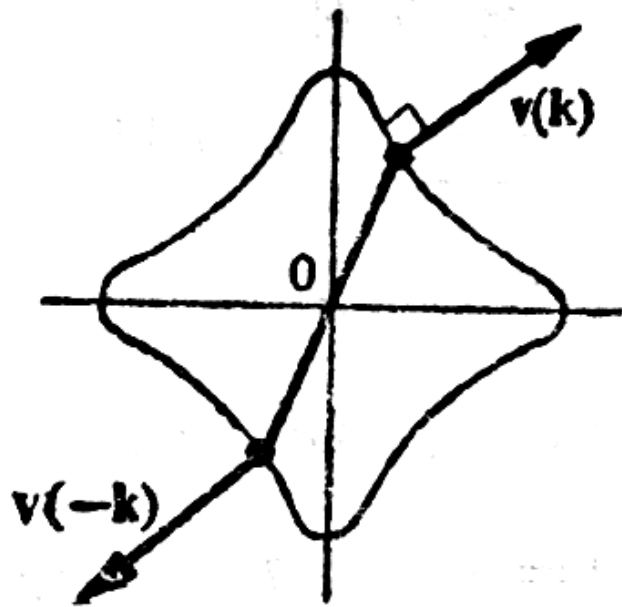
一个完全充满电子的能带不能形成电流。根据公式可知：

$$v(-\mathbf{k}) = -v(\mathbf{k}) \quad (\text{见右下图})$$

能带中所有电子产生的总电流密度是：

$$J = \frac{1}{V} (-e) \sum_{\mathbf{k}} v(\mathbf{k})$$

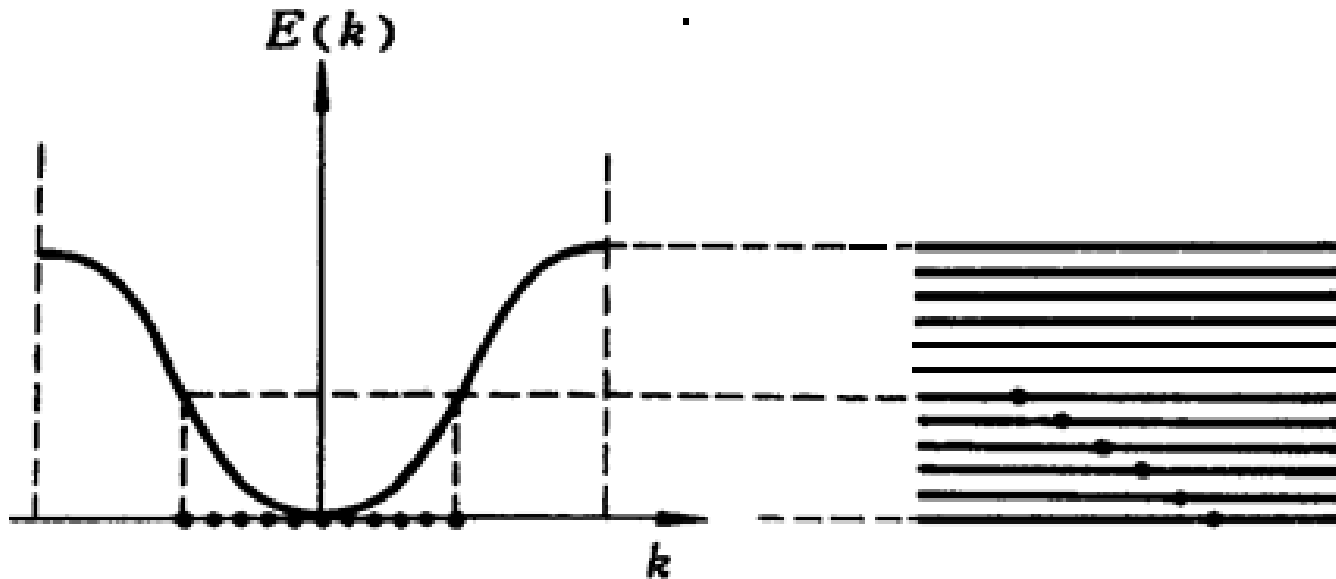
由于上面的关系，求和为零。所以满带不能形成电流。





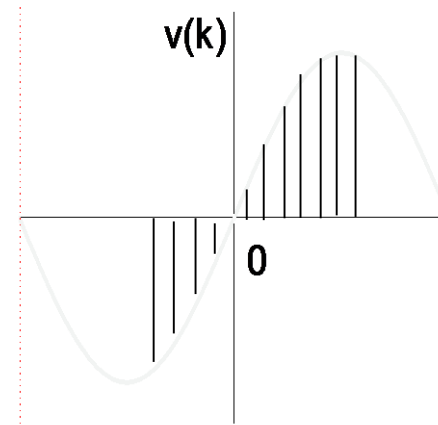
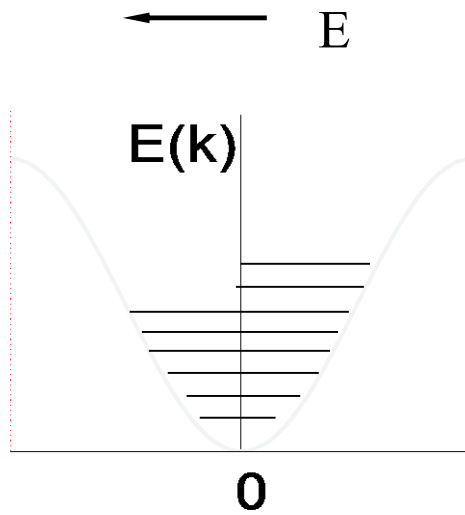
## 二. 未饱和带电子导电——导带:

部分填充的能带和满带不同，在外电场作用下，可以产生电流。



不存在电场时，由于电子在能带中的对称填充， $k$  与  $-k$  成对出现，总电流抵消，非满带也不存在宏观电流。





当存在电场时，在外场作用下，电子的分布将向一方移动，从而使导带中的对称分布被破坏，产生宏观电流， $I \neq 0$ 。



### 三. 近满带和空穴导电

在有外场时，由于近满带中仍有少量没有电子占据的空态，所以在外场的作用下，电子也会发生能级跃迁，导致电子的不对称分布，所以， $\mathbf{I} \neq 0$ 。

假设近满带中有一个  $k$  态中没有电子，设  $I(k)$  为这种情况下整个近满带的总电流。设想在空的  $k$  态中填入一个电子，这个电子对电流的贡献为  $-e\mathbf{v}(k)$ 。但由于填入这个电子后，能带变为满带，因此总电流为 0。

$$\mathbf{I}(\mathbf{k}) + [-e\mathbf{v}(\mathbf{k})] = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{I}(\mathbf{k}) = e\mathbf{v}(\mathbf{k})$$

这表明，近满带的总电流就如同一个带正电荷  $e$  的粒子，其速度为空状态  $k$  的电子速度  $\mathbf{v}(k)$  引起的一样。



在有电磁场存在时，设想在  $k$  态中仍填入一个电子形成满带。而满带电流始终为0，对任意  $t$  时刻都成立。

$$\frac{d\mathbf{I}(\mathbf{k})}{dt} = e \frac{d}{dt} \mathbf{v}(\mathbf{k})$$

作用在  $k$  态中电子上的外力为

$$\mathbf{F} = -e\{\mathbf{E} + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \times \mathbf{B}\}$$

电子的准经典运动： $\frac{d\mathbf{v}(\mathbf{k})}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m^*}$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \mathbf{I}(\mathbf{k}) = -\frac{e^2}{m^*} \{\mathbf{E} + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \times \mathbf{B}\}$$



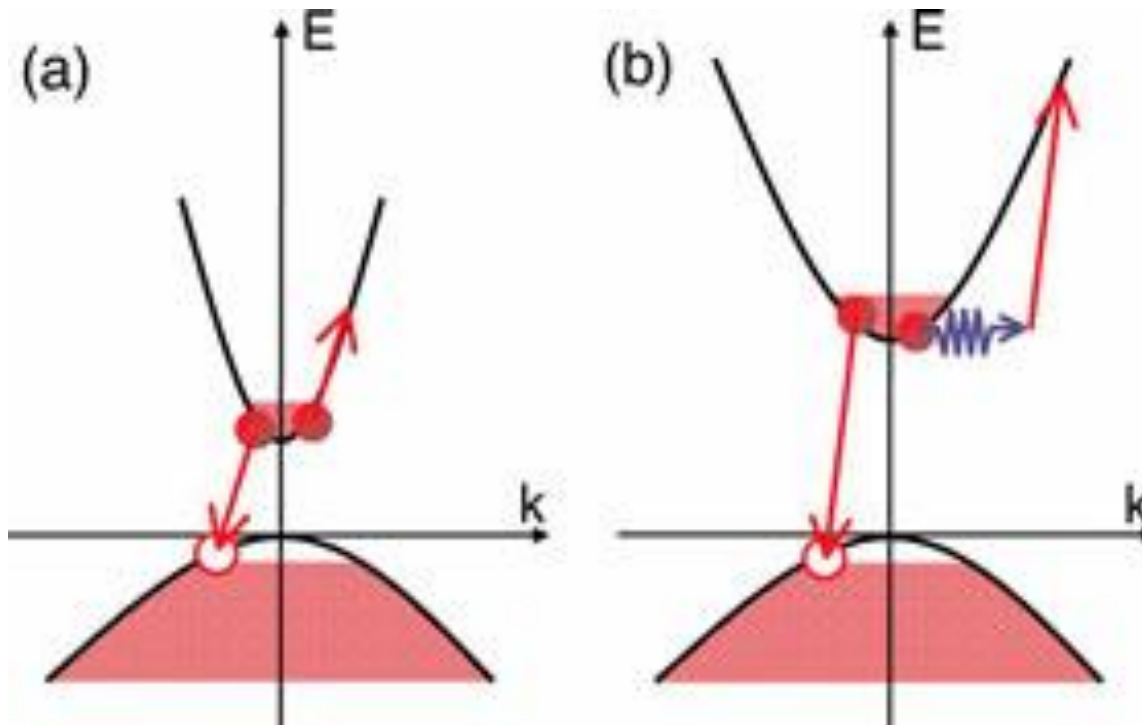
而在能带顶附近，电子的有效质量为负值， $m^* < 0$ 。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I}(\mathbf{k}) = \frac{e^2}{|m^*|} \{ \mathbf{E} + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \times \mathbf{B} \}$$

$\{ \mathbf{E} + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \times \mathbf{B} \}$  为正电荷 $e$ 在电磁场所受的力。

所以，在有电磁场存在时，近满带的电流变化就如同一个带正电荷 $e$ ，具有正有效质量 $|m^*|$ 的粒子一样。

定义：当满带顶附近有空状态 $k$ 时，整个能带中的电流以及电流在外电磁场作用下的变化，完全如同一个带正电荷 $e$ 、具有正有效质量 $|m^*|$ 和速度 $\mathbf{v}(\mathbf{k})$ 的粒子的情况一样。我们将这种假想的粒子称为**空穴**。



空穴的图像



空穴是一个带有正电荷，具有正有效质量的准粒子。它是在整个能带的基础上提出来的，它代表的是近满带中所有电子的集体行为，因此，空穴不能脱离晶体而单独存在，它只是一种准粒子。

## 两种载流子导电行为

**空穴导电性：**满带中缺少一些电子所产生的导电性；

**电子导电性：**导带底有少量电子所产生的导电性。

引入空穴概念后，在金属自由电子论中所无法解释的某些金属（如Be，Zn，Cd）正Hall系数问题，就很容易解释了。在金属中参与导电的载流子既可以是电子，也可以是空穴。



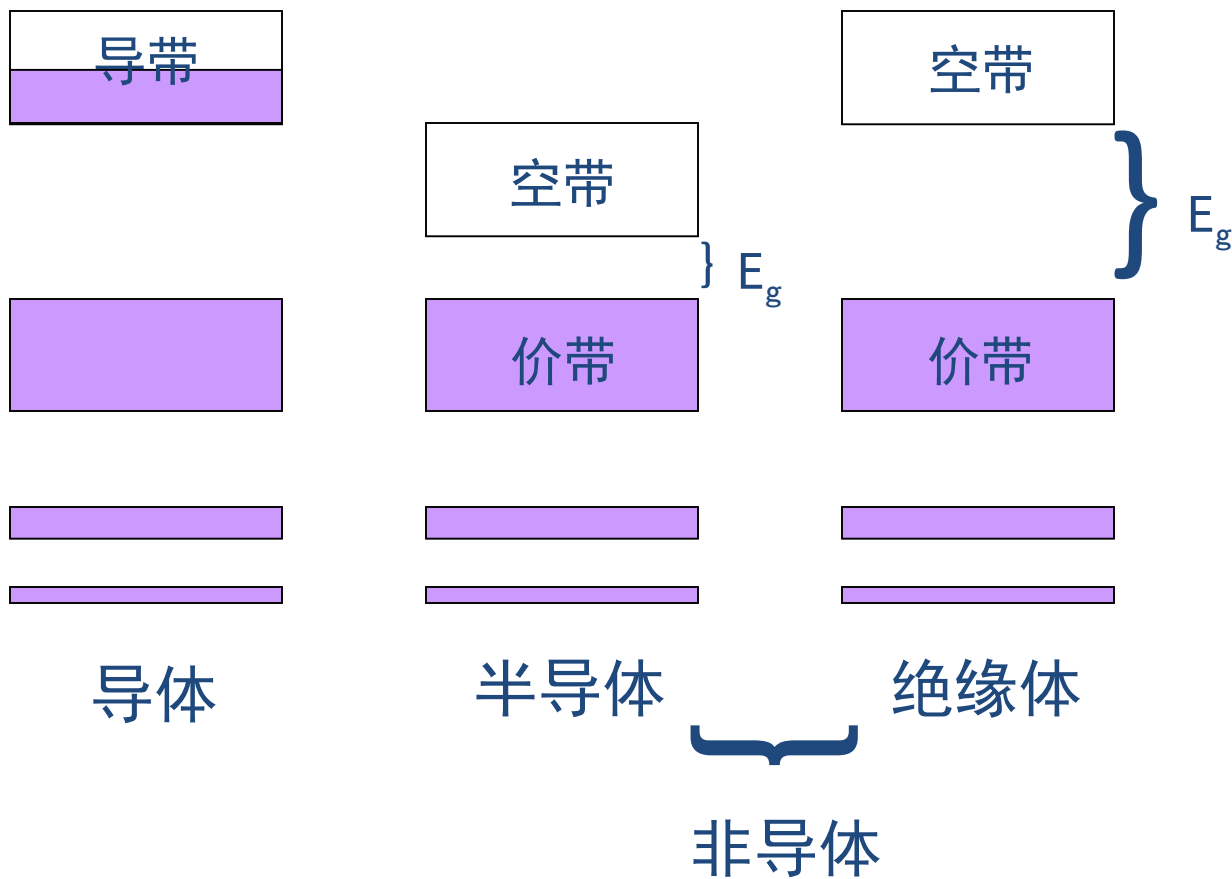
引入空穴概念的必要性：

满带中缺了少数电子就会有一定的导电性，这种近满带的情形在半导体中特别重要。要描述近满带中电子的运动，由于涉及到数目很大的电子的集体运动，因而在表述上十分不便。引入空穴的概念，将大量电子的集体运动等价地变为少数空穴的运动，从而大大简化了有关近满带的问题，使满带顶附近缺乏一些电子的问题与导带底有少数电子的问题十分相似。

还应特别强调：我们虽然赋予空穴有质量、电荷等属性，但它不是实物粒子，而只是实物粒子——电子集体运动的一种等价描述，就像声子一样，也是一种”准粒子“或说：元激发。



## 四. 导体、绝缘体和半导体







导体：电子除填满能量最低的一系列能带外，在满带和空带间还有部分填充的导带。

半金属：能带交叠导致既有电子，又有空穴。

非导体：电子刚好填满能量最低的一系列能带，而能量再高的各能带都是没有电子填充的空带。

半导体：其禁带宽度一般较窄。

常规半导体：如 Si:  $E_g \sim 1.1 \text{ eV}$ ;

Ge:  $E_g \sim 0.7 \text{ eV}$ ; GaAs:  $E_g \sim 1.5 \text{ eV}$

宽带隙半导体：如  $\beta$ -SiC:  $E_g \sim 2.3 \text{ eV}$ ;

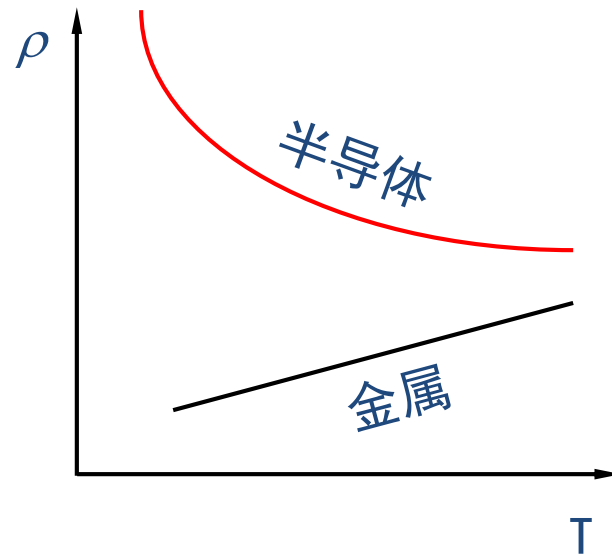
4H-SiC:  $E_g \sim 3 \text{ eV}$

绝缘体：禁带宽度一般都较宽， $E_g > \text{几个 eV}$ 。

如  $\alpha$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$ :  $E_g \sim 8 \text{ eV}$ ; NaCl:  $E_g \sim 6 \text{ eV}$ 。



在金属中，其导带部分填充，导带中有足够多的载流子（电子或空穴），温度升高，载流子的数目基本上不增加。但温度升高，原子的热振动加剧，电子受声子散射的几率增大，电子的平均自由程减小。因此，金属的电导率随温度的升高而下降。



如果半导体中存在一定的杂质，其能带的填充情况将有所改变，可使导带中出现少量电子或价带中出现少量空穴，从而使半导体有一定的导电性，称为非本征导电性。

绝缘体的带隙宽，在一般情况下，绝缘体没有可观察到的导电性。



由于半导体材料的能隙较窄，因而在一定温度下，有少量电子从价带顶跃迁到导带底，从而在价带中产生少量空穴，而在导带底出现少量电子。因此，在一定温度下，半导体具有一定的导电性，称为本征导电性。电子的跃迁几率 $\sim \exp(-E_g/k_B T)$ ，在一般情况下，由于 $E_g \gg k_B T$ ，所以，电子的跃迁几率很小，半导体的本征导电率较低。T升高，电子跃迁几率指数上升，半导体的本征电导率也随之迅速增大。



## 5.4 晶体中电子在磁场中的运动

### 一. 恒定磁场中的准经典运动

依然沿用准经典运动的两个基本方程：

$$\begin{cases} v_n(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E_n(\mathbf{k}) \\ \mathbf{F} = -e\mathbf{v}_n(\mathbf{k}) \times \mathbf{B} = \hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} \end{cases}$$

只考虑磁场中的行为，公式中没有电场力，只有Lorentz 力。磁场对电子的作用和电场不同，它不作功不改变电子的能量。我们假定只在 $z$ 方向有磁场，先在波矢空间下讨论Bloch电子的行为。

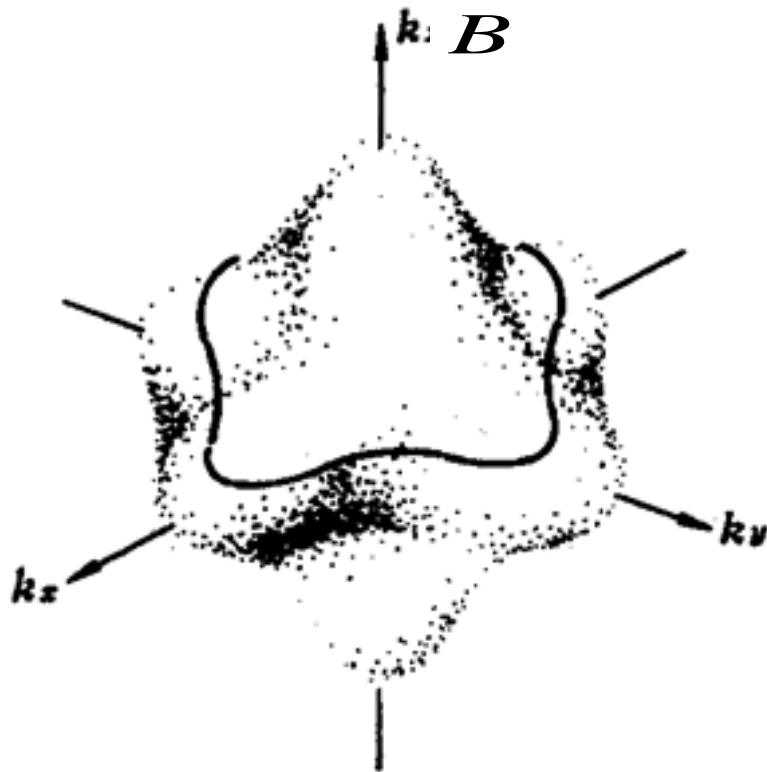


$\frac{d\mathbf{k}}{dt} \perp \mathbf{B}$  表明沿磁场方向  $k$  的分量不随时间而变。

即在  $k$  空间中，电子在垂直于磁场  $\mathbf{B}$  的平面内运动；又由于Lorentz力不做功： $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$ ，所以电子的能量  $E(k)$  不随时间而变，即电子在等能面上运动。

综合以上两点，可以看出：

电子在  $k$  空间中的运动轨迹是垂直于磁场的平面与等能面的交线，即电子在垂直于磁场的等能线上运动。一般情形等能线形状是很复杂的。

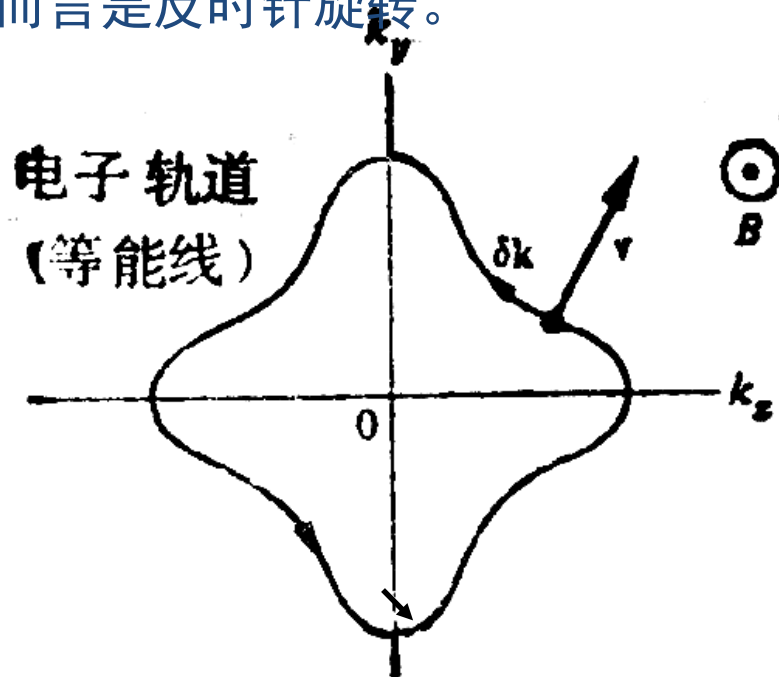




也可从公式  $d\mathbf{k} = -\frac{e}{\hbar}[\mathbf{v}_n(\mathbf{k}) \times \mathbf{B}]dt$  出发直接说明此点：

上式表明：磁场作用下，电子在  $k$  空间运动，其位移  $d\mathbf{k}$  垂直于  $\mathbf{v}$  和  $\mathbf{B}$  所决定的平面。 $d\mathbf{k}$  垂直于  $\mathbf{B}$ ，这意味着电子的轨道处于与磁场垂直的平面内， $d\mathbf{k}$  还垂直于  $\mathbf{v}$ ，因为  $\mathbf{v}$  垂直于  $k$  空间的等能面，这意味着  $d\mathbf{k}$  处在这个等能面内，综合上述两点可以确定：电子沿着垂直于磁场的等能线做旋转运动，且对磁场而言是反时针旋转。

电子沿等能线运动，既不从磁场吸收能量，也不把能量传递给磁场，这与电磁学中电荷和磁场相互作用的规律是一致的。





对于自由电子:  $E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

有: 
$$\begin{cases} \frac{dk_x}{dt} = -\frac{eB}{m} k_y \\ \frac{dk_y}{dt} = \frac{eB}{m} k_x \\ \frac{dk_z}{dt} = 0 \end{cases}$$

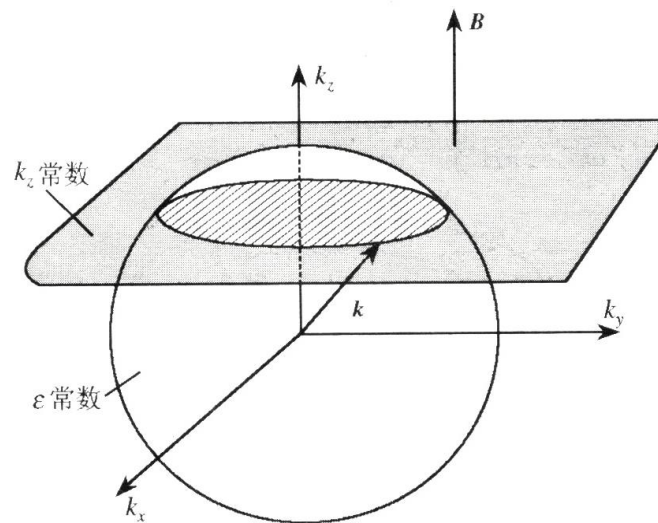
$$\begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar \mathbf{k}}{m} \\ \frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{q}{m} (\mathbf{k} \times \mathbf{B}) \end{cases}$$

电子的运动轨道为圆, 如右图

在等能线上,  $k_{\perp} = \text{const.}$

回旋频率  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{eB}{m}$

晶体中, 有效质量近似:  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{eB}{m^*}$





由上面自由电子的公式可以给出：

磁场沿  $z$  轴方向，有

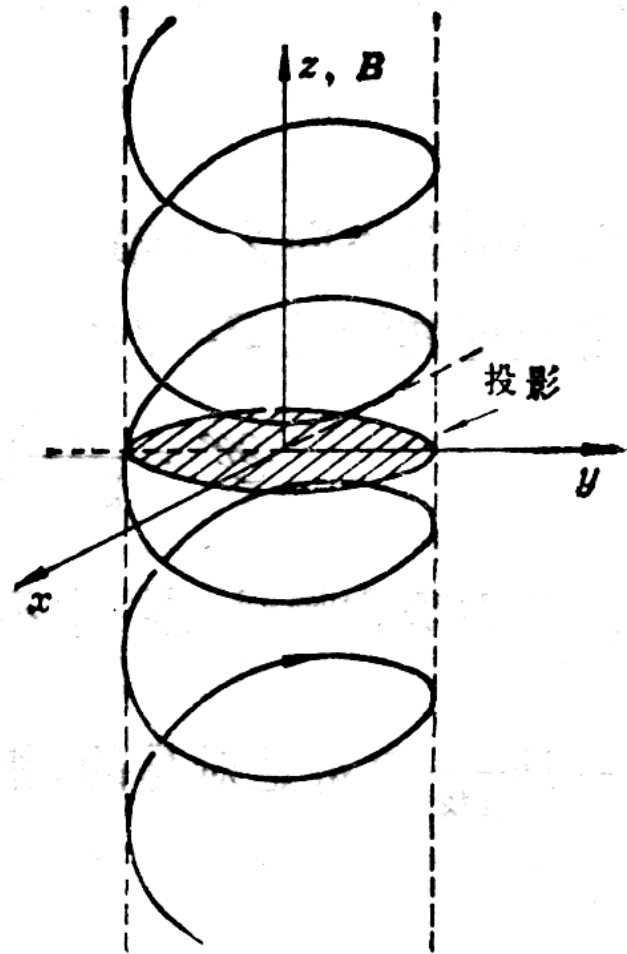
$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eB}{m}v_y$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{eB}{m}v_x$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0$$

在实空间中，沿磁场方向，

$v_z$  是常数，即做匀速运动，  
电子的运动轨迹为一螺旋线。







## 二、自由电子的量子理论

在没有磁场时，自由电子的哈密顿量为：
$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$$

当有磁场存在时，电子运动的哈密顿量为：
$$H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2$$

$\mathbf{A}$  为磁场的矢势， $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

若磁场  $\mathbf{B}$  沿  $z$  方向，则可取  $\mathbf{A} = (-By, 0, 0)$

$$H = \frac{1}{2m} \left[ (p_x - eBy)^2 + p_y^2 + p_z^2 \right]$$

方程的解为

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{eB}{m}$$

即：根据量子理论，电子在垂直于磁场平面内的匀速圆周运动对应于一种简谐振动，其能量是量子化的。我们将这种量子化的能级称为**朗道能级** (Landau level)。

在固体中带底附近可以把电子看成质量为 $m^*$ 的自由电子

$$\omega_0 = \frac{eB}{m^*}$$

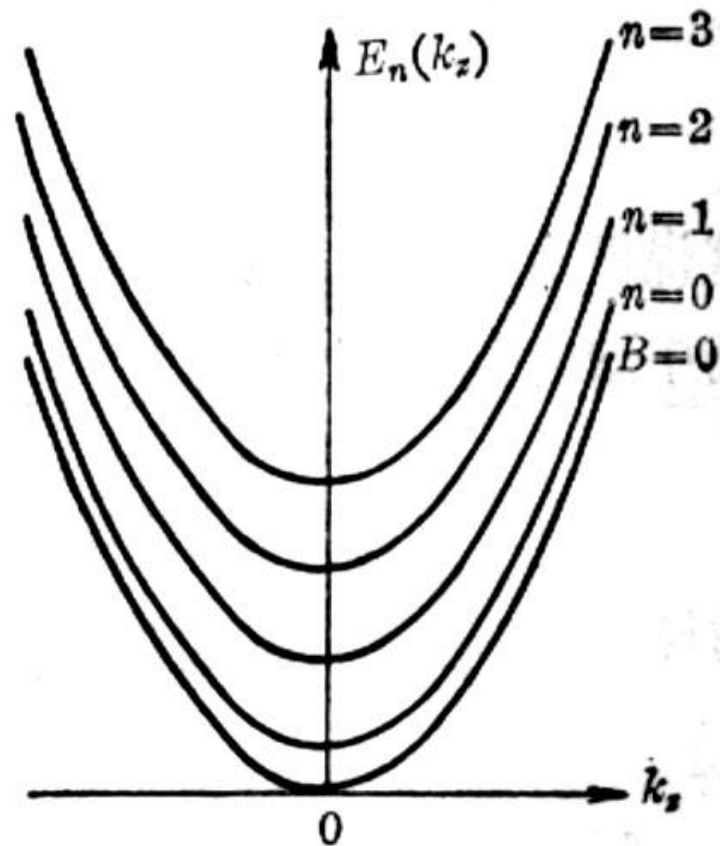


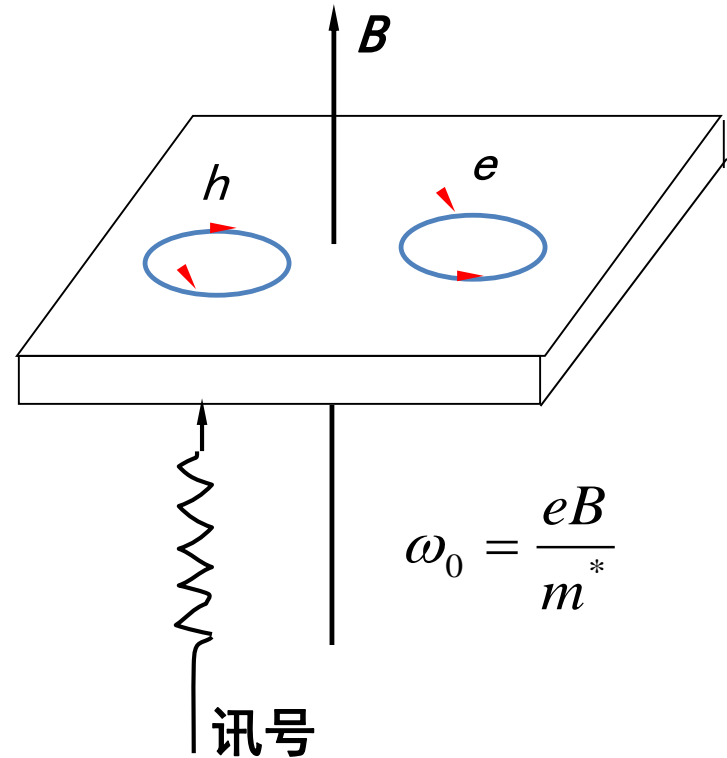
图 6-17 自由电子的一维磁次能带



### 三、电子回旋共振 (electron cyclotron resonance)

将一晶片垂直置于磁场中，若沿磁场方向输入一频率为  $\omega$  的交变电场，电子做回旋运动，如图所示：

当  $\omega = \omega_0$  时，电子回旋与电场同步，电子吸收电场能量达到极大，这种现象称为电子回旋共振。从量子理论的观点，电子吸收了电场的能量，相当于实现了电子在朗道能级间的跃迁。测量回旋共振的频率  $\omega_c$ ，即可算出电子（或空穴）的有效质量  $m^*$ 。



## 四. 霍尔（Hall）效应。

将一通电的导体放在磁场中，若磁场方向与电流方向垂直，那么，在第三个方向上会产生电位差，这种现象称为Hall效应。。

背景知识：E.H.Hall在1879年试图确定磁场对载流导线的作用到底作用于导线上还是（按照现代的说法）作用在导线内的电子上面。“if the current of electricity in a fixed conductor is itself attracted by a magnet, the current should be drawn to one side of the wire, and therefore the resistance experienced should be increased”。Hall没有测出额外的电阻——磁致电阻，但是“The magnet may tend to deflect the current without being able to do so. It is evident that in this case there would exist a state of stress in the conductor, the electricity pressing, as it were, toward one side of the wire”“State of stress”，就是我们现在所熟知的横向电势差（Hall电压，Hall voltage）

我们先采用自由电子模型说明：

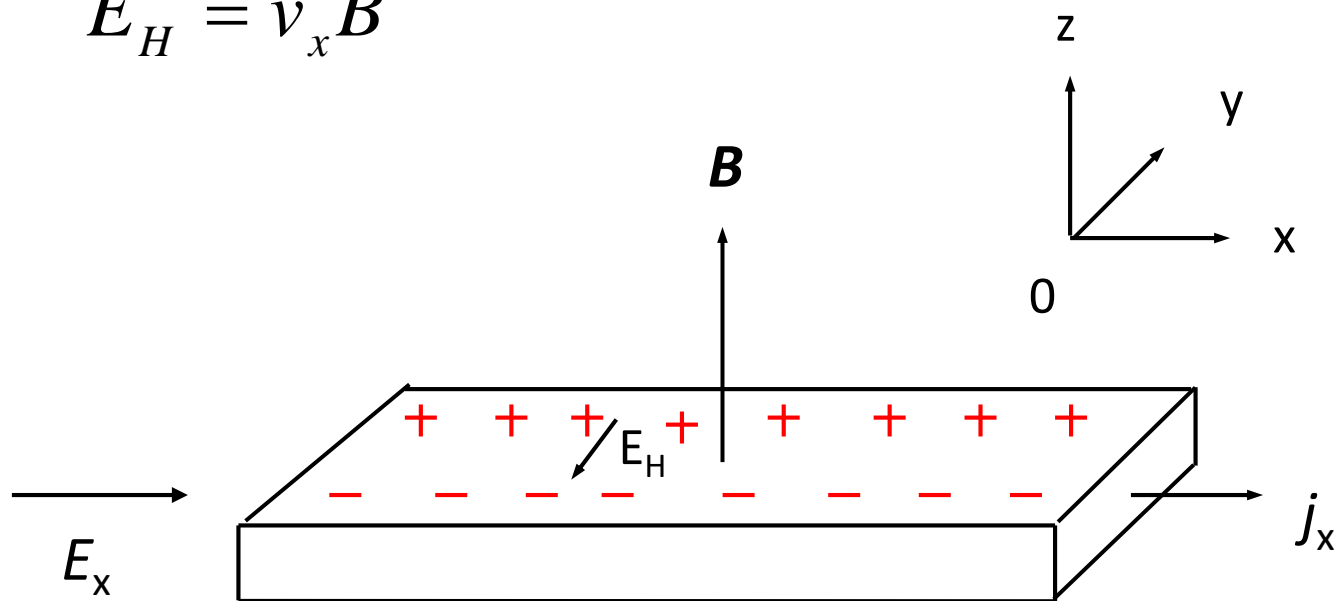
在如下图所示配置下，导体中电荷  $e$  受的洛伦兹力：

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

在  $-y$  方向产生电场  $E_H$ ，平衡时应有：

$$(-e)(-\vec{E}_H) = -e(-\vec{v}_x \vec{B})$$

$$E_H = v_x B$$



在外磁场的作用下，原来在 -x 方向漂移的电子受到 Lorentz 力作用发生向下的偏转，电子积累在晶体下表面，产生净负电荷，同时上表面因缺少电子而出现净正电荷，于是，这些正负表面电荷形成了霍尔电场。

$$\because j_x = n(-e)v_x \quad \therefore E_H = -\frac{1}{ne} j_x B$$

定义：  $R_H = \frac{E_H}{j_x B} = -\frac{1}{ne}$  为霍尔系数（Hall coefficient）

霍尔电场与电流密度和磁场强度乘积成正比，其比例系数为霍尔系数。所以**霍尔效应成为测量晶体电子浓度的权威方法。**

测量了很多金属的霍尔系数，和自由电子论预计的理论计算值相符，但也有一些金属霍尔系数理论和实验值不符（见下页表），甚至符号也相反，存在正电荷导电的判断已在能带论中得到解释。从公式不难看出，载流子浓度越低，Hall系数就越大，霍尔效应就越明显，因此，霍尔效应在半导体的研究和应用中有重要价值，**由霍尔系数的测定可以直接确定半导体中载流子的浓度，它的符号可以确定载流子的类型，是电子导电还是空穴导电。**（见黄昆书P346）

半导体的霍尔效应也可以用于磁场测量。

# 一些金属元素室温下的霍尔系数

元素	$Z$	$R_H$ (实验) $/(10^{-10} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1})$	$-1/R_{Hne}$
Li	1	-1.7	0.8
Na	1	-2.5	1.0
K	1	-4.2	1.1
Cu	1	-0.55	1.3
Ag	1	-0.84	1.3
Au	1	-0.72	1.5
Be	2	+2.44	-0.10
Zn	2	+0.33	-1.4
Cd	2	+0.60	-1.1
Al	3	-3.0	0.1

注： $R_H$  实验值，除 Al 外，取自饭田修一等编《物理常用数表》，张质贤等译，科学出版社，1979 年。Al 的数据取自 R. G. Lerner 和 G. Trigg 主编“Concise Encyclopedia of Solid State Physics”，Addison-Wesley，1983，p. 166.



当晶体中同时有两种导电载流子存在时，比如能带有交迭，导电电子存在于上面的能带，空穴存在于下面的能带，可以证明其霍尔系数：

$$R_H = \frac{R_e \sigma_e^2 + R_h \sigma_h^2}{(\sigma_e + \sigma_h)^2}$$

其中 $R_e$   $\sigma_e$ ， $R_h$   $\sigma_h$ 分别为电子和空穴各自的霍尔系数和电导率。显然霍尔系数的符号可正可负，取决于电子和空穴贡献的相对大小。这就是有些多价金属（例如Zn, Cd）表现出正霍尔系数值的原因。

上述磁场输运过程的讨论中有一个推论值得注意，即  $x$  方向的电流本身并不受磁场的影响，其电阻与磁场无关，其原因在于影响  $x$  方向电流的 Lorentz 力与霍尔电场力平衡，相互抵消了，使得电子沿水平方向流经样品时，“无视”该磁场的存在。**磁致电阻为零。但实验结果并不是这样，虽然很多金属的磁致电阻都不大，但并不为零。**一些铁磁金属还会有较大的数值。近十几年来，发现了一些磁致电阻特别大的材料，并获得了巨大应用。

# 作 业

1. 推导空穴在外电磁场下的运动方程，并与电子运动方程做比较；