

PILHAS

Tipos abstratos de dados (TADs)

- ◆ Um TAD é uma abstração de uma estrutura de dados
- ◆ Um TAD especifica:
 - Dados armazenados
 - Operações sobre os dados
 - Condições de erros associadas às operações
- ◆ Exemplo: TAD que modela um sistema de controle de estoque
 - Os dados são os pedidos de compra/venda
 - As operações suportadas são:
 - ◆ **comprar**(produto, preço)
 - ◆ **vender**(produto, preço)
 - ◆ **cancelar**(pedido)
 - Condições de erro:
 - ◆ Comprar/vender um produto não existente
 - ◆ Cancelar um pedido não existente

O TAD Pilha

- ◆ O TAD **Pilha** armazena *objetos* arbitrários
- ◆ Inserções e remoções segue o esquema *LIFO*
- ◆ Exemplo: uma pilha de pratos
- ◆ Principais operações:
 - **push**(object): insere um elemento
 - object **pop**(): remove e retorna o último elemento inserido
- ◆ Operações auxiliares:
 - object **top**(): retorna o último elemento inserido sem removê-lo
 - integer **size**(): retorna o número de elementos armazenados
 - boolean **isEmpty**(): indica se há ou não elementos na Pilha

Exceções

- ◆ Ao executar uma operação em um TAD, pode-se causar uma condição de erro, que chamamos exceção
- ◆ Execções podem ser *levantadas (thrown)* por uma operação que não pode ser executada
- ◆ No TAD Pilha, as operações *pop* e *top* não podem ser realizadas se a pilha está vazia
- ◆ Executar *pop* ou *top* numa pilha vazia causa a exceção **EPilhaVazia**

Aplicações de pilhas

◆ Aplicações diretas

- Histórico de páginas visitadas num navegador
- Sequência de desfazer em um editor de textos
- Cadeia de chamada de métodos num programa

◆ Aplicações indiretas

- Estrutura de dados auxiliares para algoritmos
- Componentes de outras estruturas de dados

Pilhas baseadas em *Arrays*

- ◆ Uma forma simples de implementar uma pilha usa *arrays*
- ◆ Adicionamos elementos da esquerda para a direita
- ◆ Uma variável mantém o índice do elemento no topo da pilha

Algoritmo *size()*
retorne $t + 1$

Algoritmo *pop()*
Se (*estaVazia()*)
 throw *EPilhaVazia*
senão
 $t \leftarrow t - 1$
 retorne $S[t + 1]$



Pilhas baseadas em *Arrays*

- ◆ O *array* pode ficar cheio
- ◆ A operação *push* pode então levantar a exceção *EPilhaCheia*
 - Está é uma limitação da implementação baseada em *arrays*
 - Não é intrínstico do TAD Pilha

```
Algoritmo push(o)  
  Se ( $t = S.length - 1$ )  
    throw EPilhaCheia  
  senão  
     $t \leftarrow t + 1$   
     $S[t] \leftarrow o$ 
```



Desempenho e limitações

◆ Desempenho

- Seja n o número de elemento na pilha
- O espaço usado é $O(n)$
- Cada operação roda em tempo $O(1)$

◆ Limitações

- O tamanho máximo deve ser definido a priori e não pode ser mudado
- Tentando colocar um novo elemento numa pilha cheia causa uma exceção específica da implementação (*array*)

Pilha crescente baseada em *array*

- ◆ Em uma operação *push()*, quando o *array* está cheio, ao invés de levantar uma exceção, substituímos o *array* por um maior
- ◆ Qual o tamanho do *array*?
 - Estratégia incremental: aumentar o *array* usando uma constante c
 - Estratégia de duplicação: duplicar o tamanho do *array*

```
Algoritmo colocar(o)  
  Se  $(t = S.length - 1)$   
    então  
       $A \leftarrow$  novo array  
      para  $i \leftarrow 0$  até  $t$  faça  
         $A[i] \leftarrow S[i]$   
       $S \leftarrow A$   
       $t \leftarrow t + 1$   
       $S[t] \leftarrow o$ 
```

Comparação de estratégias

- ◆ Comparamos a estratégia incremental e de duplicação analisando o tempo total $T(n)$ necessário para realizar uma série de n operações *push*
- ◆ Assumimos que começamos com uma pilha vazia representada por um *array* de tamanho 1
- ◆ Chamamos tempo de amortização de uma operação *push* o tempo médio de uma operação sobre uma série de operações- $T(n)/n$

Análise da estratégia incremental

- ◆ Substituimos o *array* $k = n/c$ vezes
- ◆ O número total $T(n)$ de uma série de n operações *push* é proporcional a

$$\begin{aligned}n + c + 2c + 3c + 4c + \dots + kc &= \\n + c(1 + 2 + 3 + \dots + k) &= \\n + ck(k + 1)/2\end{aligned}$$

- ◆ Como c é uma constante, $T(n)$ é $O(n + k^2)$, i.e., $O(n^2)$
- ◆ O tempo amortizado de uma operação *push* é $O(n)$

Análise da estratégia de duplicação

◆ Substituímos o *array* $k = \log_2 n$ vezes

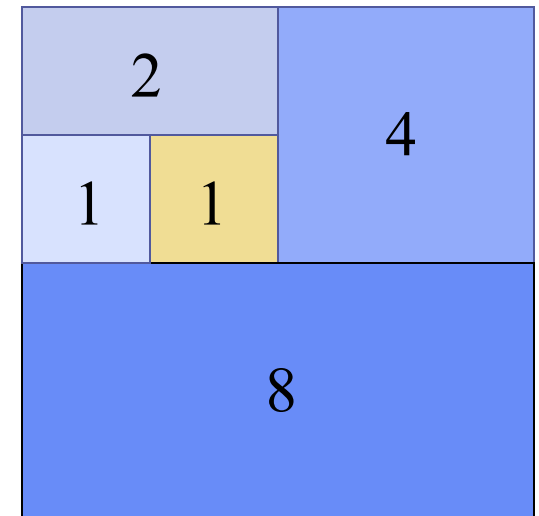
◆ O tempo total $T(n)$ de uma série n de operações *push* é proporcional a

$$n + 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^k =$$
$$n + 2^{k+1} - 2 = 3n - 2$$

◆ $T(n)$ é $O(n)$

◆ O tempo amortizado de uma operação *push* é $O(1)$

Série geométrica



Pilha baseada nas estratégias de crescimento e duplicação

- ◆ Interface JAVA correspondente ao nosso TAD Pilha
- ◆ Requer a definição da classe `EPilhaVazia`
- ◆ Diferente da classe interna JAVA `java.util.Stack`

```
public interface Pilha {  
    public int size();  
    public boolean isEmpty();  
    public Object top() throws pilhaVaziaExcecao;  
    public void push(Object o);  
    public Object pop() throws PilhaVaziaExcecao;
```

PilhaArray – classe

PilhaVaziaExcecao

```
public class PilhaVaziaExcecao extends  
RuntimeException {  
    public PilhaVaziaExcecao(String err){  
        super(err);  
    }  
}
```

PilhaArray – atributos e construtor

```
public class PilhaArray implements Pilha {  
    private int capacidade;  
    private Object[] a;  
    private int t;  
    private int FC;  
    public PilhaArray(int capacidade, int  
                        crescimento){  
        this.capacidade=capacidade;  
        t=-1;  
        FC=crescimento;  
        if (crescimento<=0)  
            FC=0;  
        a=new Object[capacidade];  
    }  
}
```

PilhaArray - Push

```
public void push(Object o) {  
    if(t>capacidade-1){  
        if(FC==0)  
            capacidade*=2;  
        else  
            capacidade+=FC;  
        Object b[]=new Object[capacidade];  
        for(int f=0;f<a.length;f++)  
            b[f]=a[f];  
        a=b;  
    }  
    a[++t]=o;  
}
```


PilhaArray - Pop

```
public Object pop() throws PilhaVaziaExcecao {  
    if(isEmpty())  
        throw new PilhaVaziaExcecao("A Pilha está  
vazia"));  
    Object r=a[t--];  
    return r;  
}
```

PilhaArray - Top

```
public Object top()throws PilhaVaziaExcecao {  
    if(isEmpty())  
        throw new PilhaVaziaExcecao("A Pilha  
está vazia"));  
    return a[t];  
}
```

PilhaArray – isEmpty, size

```
public boolean isEmpty(){  
    return t==-1;  
}  
  
public int size(){  
    return t+1;  
}  
}
```

Dúvidas

