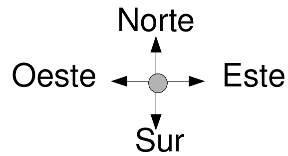
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
– Inga. Claudia Contreras

-MATERIAL DE ESTUDIO No.7 –
FUERZA MAGNÉTICA

1. Determine la magnitud (en N) y dirección de la fuerza sobre un electrón que viaja a 9.50×10^{6} m/s en forma horizontal al oeste y en un campo magnético que se dirige hacia adentro de la página ($\otimes \boldsymbol{B}$) y tiene uma magnitud de 1.75 T.



a) 1.05×10^{-13} Norte	b) 1.05×10^{-13} Sur	c) 2.66×10^{-12} Sur	**d)** 2.66×10^{-12} **Norte**	e) NEC

Solución: La fuerza que experimenta una partícula en una región donde existe un campo magnético está dada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La magnitud de la fuerza es entonces:

$$F = (1.6 \times 10^{-19})(9.5 \times 10^{6})(1.75)sen(90°) = 2.66 \times 10^{-12}N$$

Por ser una partícula con carga negativa la dirección de la fuerza será la opuesta a la indicada por el producto cruz entre la velocidad y el campo magnético. El producto cruz entre la velocidad y el campo apunta en dirección sur, por lo que la fuerza magnética sobre el eléctron es hacia el norte.

$$F = 2.66 \times 10^{-12}N \ en\ dirección\ norte$$

2. Referido al problema anterior. Si ahora el electrón entra en una región donde existe un campo eléctrico $\boldsymbol{E}$ de 10.15 N/C, perpendiculares entre si con la velocidad, ¿qué magnitud de velocidad (en m/s) deberá tener el electrón para que no se desvíe de su trayectoria?

a) 5.80	b) 0.1724	c) 17.24	d) 0.058	e) 17.76

Solución: Si se quiere que el electrón no se desvíe de su trayectoria, deberá experimentar una fuerza eléctrica de la misma magnitud que la fuerza magnética pero en dirección opuesta.

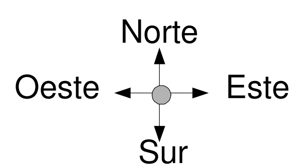
$$F_E = F_B$$

$$qE = qvBsen(90°)$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{10.15}{1.75} = 5.8m/s$$

---

3. Un electrón tiene una velocidad dirigida hacia el Norte, y entra a una región donde existe un campo magnético $\boldsymbol{B}$, perpendicular a su velocidad. El electrón se curva hacia el Este. La dirección del campo magnético $\boldsymbol{B}$ es:



a) Hacia el este	b) Saliendo de la página	c) Hacia el oeste	d) **Entrando a la página**	e) Falta información

Solución: La dirección de la fuerza que experimenta el eléctron es la opuesta a la que indica el producto cruz, por ser una partícula negativa. Por lo tanto si el eléctron se curva hacia el este, la dirección del producto cruz entre la velocidad y el campo debe apuntar hacia el oeste. Para que obtener un resultado del producto cruz apuntando hacia el oeste, y considerando que la velocidad es hacia el norte, el campo debe apuntar entrando a la página.

---

4. En un experimento un haz de electrones es acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 480MV. El haz entra perpendicularmente a una región donde existe un campo magnético y se encuentra que el radio del haz es de 25 cm. ¿Cuál es el período de movimiento de los electrones (en ns)?

a) **0.12**	b) 121.0	c) 0.0768	d) 1.30	e) NEC

Solución: Primero calcularemos la velocidad a la cual salen los electrones al salir de la diferencia de potencial aplicado de 480MV y tomando en cuenta que parten del reposo, aplicamos el teorema de conservación de la energía:

$$U_o + K_o = U_f + K_f$$
$$q(V_o - V_f) = \frac{1}{2} m_e {v_f}^2$$

Despejamos la velocidad y sustituimos valores (es importante que considere la carga del eléctron negativa y la diferencia de potencial $V_o - V_f$ dará un resultado negativo, ya que el punto donde los eléctrones parten del reposo para que éstos se aceleren debe estar a menor potencial que el punto donde salen del acelerador):

$$v_f = \sqrt{\frac{2q(V_o - V_f)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(-1.6\times10^{-19})(-480\times10^{6})}{(9.1\times10^{-31})}} = 1.299 \times 10^{10} m/s$$

Ahora, cuando los electrones entran a la región donde existe un campo magnético, la fuerza que actúa sobre éstos es la magnética y por entrar perpendicular al campo describen una trayectoria circular de tal forma que, para calcular el período del movimento, utilizamos las ecuaciones de movimento circular, tomando en cuenta que ya obtuvimos la velocidad tangencial.

Por lo que:

$$w = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow T = \frac{2\pi}{w}$$

Donde $w = v/R$, entonces:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi(0.25)}{1.299 \times 10^{10}} = 1.2 \times 10^{-10} s$$

5. Refiriéndonos al problema anterior, ¿cuál es el valor del campo magnético en T?

a) 0.30	b) 0.0631	c) 87.13	d) 63.12	e) NEC

Solución: Cuando los electrones entran a la región donde existe un campo magnético, la fuerza que actúa sobre éstos es la magnética y por entrar perpendicular al campo describen una trayectoria circular de tal forma que:

$$F_B = ma$$
$$qvBsen(90) = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando la magnitud del campo magnético y sustituyendo valores:

$$B = \frac{mv}{qR} = \frac{(9.1\times10^{-31})(1.299\times10^{10})}{(1.6\times10^{-19})(0.25)} = 0.296\text{T}$$

En la ecuación anterior sólo tomamos la magnitude de la carga del eléctron ya que su signo se considera si tuviésemos que calcular la dirección de la fuerza que actúa sobre éstos.

---

6. Una carga de -4C se mueve a una velocidad de $v = (3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 0\hat{k})$ m/s y entra a una región de campo magnético $\vec{B} = (2\hat{\imath} - 0\hat{\jmath} + 0\hat{k})$ T. La magnitud (en N) y dirección de la fuerza magnética sobre la carga es:

a) 24 (+k)	b) 32 (+k)	**c) 32 (-k)**	d) 24 (-k)	e) 40 (i+j)

Solución: La fuerza magnética estará dada por el producto cruz entre la velocidad y el campo magnético y su dirección será la opuesta a la resultante del producto cruz por ser una partícula con carga negativa.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

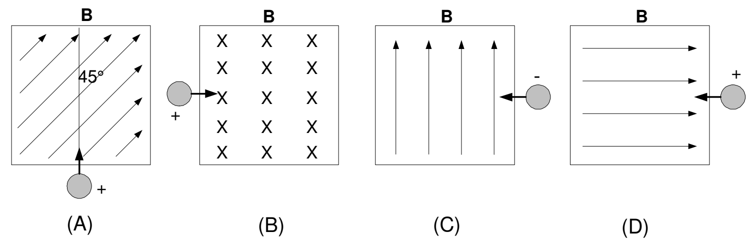
$$\vec{F}_B = q\left(3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}\right) \times 2\hat{\imath} = q(-4\hat{\jmath} \times 2\hat{\imath}) = q\left(-8(-\hat{k})\right) = q(8\hat{k})$$
$$\vec{F}_B = (4)(8)(-\hat{k}) = 32N(-\hat{k})$$

Recuerde que el signo de la carga se utiliza para determinar la dirección de la fuerza, que en este caso por ser una carga negativa es la opuesta a la que indica el producto cruz, por ello cuando sustituimos valores, sólo tomamos la magnitud de la carga.

---

7. Determine en cuál (o cuáles) de los diagramas mostrados, la dirección inicial de la deflexión de la partícula indicada es hacia fuera del plano del papel ʘ, cuando entra en el campo magnético **B**, como lo muestra la figura.

a) en A y B	b) en A	c) en B y D	d) en D	e) **en C**



Solución: La deflexión inicial de la partícula al entrar al campo es la misma que la de la Fuerza magnética que actúa sobre la partícula.
Cuando se trata de una partícula positiva la dirección de la fuerza es la resultante del producto cruz entre la velocidad y la fuerza. Si se trata de una partícula negativa, es la opuesta a la dirección resultante del producto cruz entre la velocidad y la fuerza.
Com base a lo anterior, para el diagrama (A), la partícula positiva experimenta una fuerza hacia adentro de la página. Para el diagrama (B), la partícula positiva experimenta una fuerza hacia ↑. Para el diagrama (C), la partícula negativa experimenta una fuerza hacia afuera de la página ʘ y finalmente em el diagrama (D), la partícula positiva no experimenta fuerza magnética, ya que la velocidad y el campo son antiparalelos.

8. Referido al problema anterior, ¿en qué diagrama la partícula no se desvía de su trayectoria?

a) en A y B	b) en A	c) en B y D	d) **en D**	e) en C

Solución: Ver Solución del problema 7.

---

9. La diferencia de potencial entre dos puntos es 100V. ¿Qué energía cinética (en J) es necesaria para transportar 2C desde uno de esos puntos al otro punto?

a) 200	b) 100	c) 50	d) 0.05	e) 2

Solución: Este problema lo resolveremos utilizando el Teorema de la Conservación de la Energía, para una partícula que se acelera en una diferencia de potencial:

$$U_o + K_o = U_f + K_f$$

Estamos interesados en encontrar la diferencia de energía cinética por lo cual:

$$U_o - U_f = K_f - K_o$$
$$q\left(V_o - V_f\right) = \Delta K$$
$$(+2)(100) = \Delta K$$
$$\Delta K = 200J$$

A diferencia de otras ecuaciones en las que el signo de la carga no debemos incluirlo en las ecuaciones y solamente lo utilizamos para calcular la dirección de los campos o fuerzas. En la ecuación de la conservación de energia sí tomamos su signo. Observe que para que una partícula positiva se acelere debe partir de un punto que se encuentre a mayor potencial que el punto final donde sale ya acelerada.

10. Una partícula de carga *q=5 mC* y masa = 6mg se mueve en una trayectoria circular de 3.50 m de radio en un campo magnético B=1.2 T. El período de revolución (en ms) es:

a) 3.17	b) 8.26	c) 3.35	**d) 6.28**	e) 0.16

Solución: De la información del problema podemos inferir que la única fuerza que actúa sobre la partícula es la magnética y que la velocidade es perpendicular al campo magnético. De tal forma que:

$$F_B = ma$$

$$qvBsen(90) = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad y sustituyendo valores:

$$v = \frac{qBR}{m} = \frac{(5\times10^{-3})(1.2)(3.5)}{6\times10^{-6}} = 3500m/s$$

El período del movimento es:

$$w = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow T = \frac{2\pi}{w}$$

Donde $w = v/R$, entonces:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi(3.5)}{3500} = 6.28\times10^{-3}s$$

11. Refiriéndonos al problema anterior, la diferencia de potencial (en kV) a través de la cual debió haber sido acelerada la partícula para adquirir esa energía es de:

a) 0.12	b) 3.68	c) 0.20	d) 6.75	**e) 7.35**

Solución: Esta diferencia de potencial la obtendremos a partir del Teorema de Conservación de la Energía:

$$U_o + K_o = U_f + K_f$$

$$q(V_o - V_f) = \frac{1}{2}m_e {v_f}^2$$

Despejamos la diferencia de potencial $V_o - V_f$:

$$V_o - V_f = \frac{1}{2}\frac{m_e {v_f}^2}{q} = \frac{(6\times10^{-6})(3500)^2}{2(5\times10^{-3})} = 7350V$$

---

12. En un experimento un haz de electrones es acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 240V. El haz entra perpendicularmente a una región donde existe un campo magnético y se encuentra que el radio del haz es de 60 cm. ¿Cuál es la velocidad de los electrones en m/s?

a) 2.36×10^6	b) 5.32×10^6	c) 7.37×10^6	**d)** 9.18×10^6	e) NEC

Solución:

$$U_o + K_o = U_f + K_f$$

$$q(V_o - V_f) = \frac{1}{2}m_e {v_f}^2$$

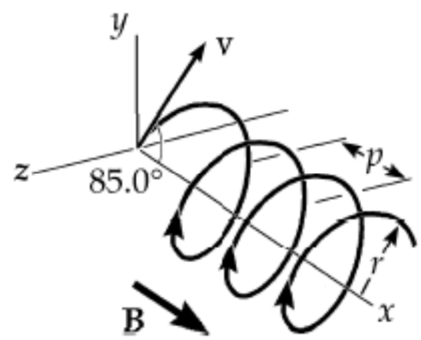
Despejamos la velocidad y sustituimos valores (es importante que considere la carga del eléctron negativa y la diferencia de potencial $V_o - V_f$ dará un resultado negativo, ya que el punto donde los eléctrones parten del reposo para que éstos se aceleren debe estar a menor potencial que el punto donde salen del acelerador):

$$v_f = \sqrt{\frac{2q(V_o - V_f)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(-1.6\times10^{-19})(-240)}{(9.1\times10^{-31})}} = 9.186\times10^6 m/s$$

---

13. **Movimiento helicoidal** (Problema 58, Cap.29, Serway-Jewett)

Un campo magnético uniforme de magnitud 0.150 Teslas está dirigido a lo largo del eje positivo de x. Un positrón que se mueve a $5x10^6$ m/s, entra en el campo magnético siguiendo una dirección que forma un ángulo de 85 grados con el eje x. Se espera que el movimiento de la partícula sea helicoidal. a) Calcule el paso p y b) el radio r de la trayectoria.



Solución: *La* fuerza magnética que experimenta una partícula en presencia de un campo magnético está dada por:

$$F = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Observe que la velocidad tiene una componente en "x" que es paralela al campo magnético y que no ocasiona fuerza magnética sobre la partícula. Sin embargo la velocidad también tiene una componente en "y" que es perpendicular al campo y que produce una fuerza magnética sobre la partícula. La magnitud de la velocidad y sus componentes en "x" y "y"(esta última es la componente perpendicular) respectivamente son:

$$v = 5\times10^6 m/s$$
$$v_x = v\cos 85^o$$
$$v_\perp = vsen85^o$$

De tal forma que la fuerza magnética sobre la partícula hace que describa en el plano yz un movimiento circular, cuyo radio es:

$$F = qv_\perp B = m\frac{{v_\perp}^2}{R}$$
$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{(9.1\times10^{-31})(5\times10^6 sen85^o)}{(1.6\times10^{-19})(0.150)}$$
$$R = 1.89\times10^{-4} m$$

Por lo que podemos encontrar ahora la velocidad angular de la partícula y su período:

$$w = \frac{v_\perp}{R} = \frac{5\times10^6 sen85^o}{1.89\times10^{-4}} = 2.635\times10^{10} rad/seg$$
$$T = \frac{2\pi}{w} = 2.38\times10^{-10} seg$$

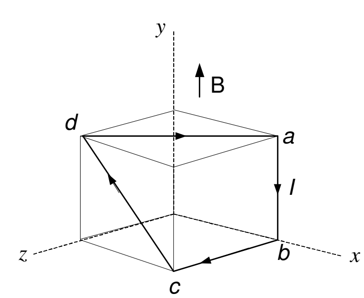
Y el paso de la trayectoria será la multiplicación de la componente en "x" de la velocidad por el período del movimiento.

$$p = (v\cos 85^o)*T = 1.04\times10^{-4} m$$

Fuerza Magnética sobre un alambre que transporta corriente

14. El cubo de la figura tiene aristas de 50 cm. Cuatro segmentos rectos de alambre, ***ab, bc, cd*** y ***da***, foran un lazo cerrado que conduce una corriente I=3.0 A en la dirección que se muestra. En la dirección positiva de las "y" existe um campo magnético uniforme de magnitud B=4.0T. Determine la magnitud (en N) y dirección de la fuerza magnética en el segmento ***cd***.

a) 4.24 (-k)	**b) 6 (-k)**	c) 6 (+k)	d) 8.48 (j+k)	e) 4.24 (+k)



Solución: La fuerza magnética sobre un alambre que transporta corriente está dada por:

$$\vec{F_B} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Para el segmento cd: $\vec{L}_{cd} = 0.5m(-\hat{\imath} + \hat{\jmath})$, entonces

$$\vec{F} = 3\big(0.5(-i) + 0.5(j)\big) \times 4j = 3(0.5)(4)(-i \times j) + 3(0.5)(4)(j \times j)$$

$$\vec{F} = 6N(-\hat{k})$$

15. Referido al problema anterior, determine la magnitud (en N) y dirección de la fuerza magnética en el segmento ***bc***.

a) 6 (+i)	b) 60 (+i)	c) 60 (-i)	d) 60 (i+k)	e) **6 (-i)**

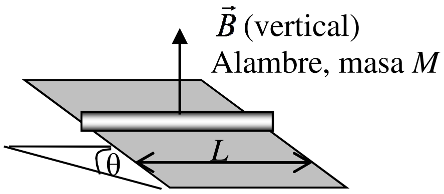
Solución: La fuerza magnética sobre un alambre que transporta corriente está dada por:

$$\vec{F_B} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Para el segmento cd: $\vec{L}_{bc} = 0.5m(\hat{k})$, entonces

$$\vec{F} = 3(0.5(k) \times 4j) = 3(0.5)(4)(k \times j) = 6N(-\hat{\imath})$$

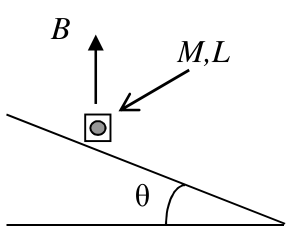
16. Se coloca un tramo recto de alambre conductor de masa M y longitud L sobre una pendiente sin fricción que forma un ángulo θ con la horizontal, según la figura. Hay un campo magnético vertical uniforme $\vec{B}$ en todos los puntos (creado por un arreglo de imanes que no se muestran en la figura). Para evitar que el alambre se resbale por la pendiente, se acopla a una fuente de voltaje a los extremos del alambre. Cuando fluye exactamente la cantidad adecuada de corriente por el alambre, este permanece en reposo. Halle la magnitud y dirección de la corriente en el alambre que mantendrá a éste en reposo.

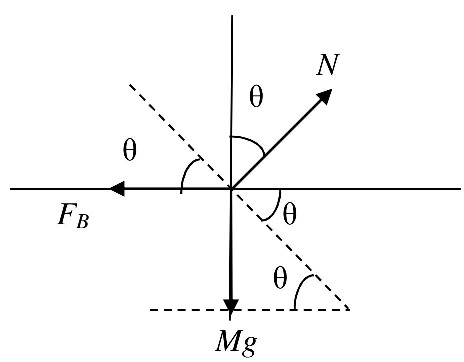


Solución:
La fuerza magnética que experimenta el alambre debido a la presencia del campo magnético es igual a:

$\vec{F}_B = I\vec{l} \times \vec{B} = IlBsen\varphi$ en este caso el ángulo φ=90° por lo que $F_B = ILB$

Para que el sistema pueda estar en equilibrio y el alambre no se deslice por la rampa, la fuerza magnética debe apuntar hacia la izquierda, por lo que la corriente debe circular saliendo del extremo izquierdo del alambre.





Ahora utilizaremos el diagrama de fuerzas para encontrar la magnitud de la corriente:

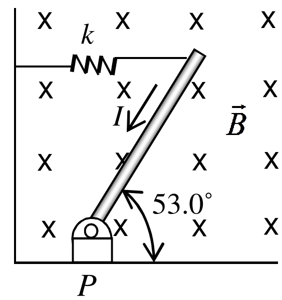
$$\sum F_x = 0 \rightarrow \quad ILB = Nsen\theta \rightarrow \quad N = \frac{ILB}{sen\theta}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow Mg = N\cos\theta \rightarrow N = \frac{Mg}{\cos\theta}$$

Igualando ambos términos y despejando I;

$$\frac{ILB}{sen\theta}=\frac{Mg}{\cos\theta} \rightarrow I=\frac{Mg\tan\theta}{LB}$$

17. Una varilla delgada uniforme de masa insignificante y de *0.2 metros* de largo está sujeta al suelo mediante una bisagra sin fricción en el punto *P*. Un resorte horizontal con constante de fuerza *K=4.80 N/m* enlaza el otro extremo de la varilla a un muro vertical. La varilla se encuentra en un campo magnético uniforme *B = 0.340 T* dirigido hacia el plano de la figura. Hay una corriente *I=6.50 A* en la varilla en el sentido en el que se indica. a) Calcule el momento de torsión debido a la fuerza magnética sobre la varilla con respecto a un eje en *P*. ¿Es correcto considerar que la fuerza magnética actúa en el centro de gravedad de la varilla al calcular el momento de torsión?. b) cuando la varilla está en equilibrio y forma un ángulo de 53˚ con el piso, ¿está el resorte estirado o comprimido? c) cuánta energía se halla almacenada en el resorte cuando la varilla está en equilibrio.



Solución

a) Consideraremos que la fuerza magnética total actúa en el centro de gravedad de la varilla, de tal forma que:

$$\vec{F}_B = I\vec{l}\times\vec{B} = ILBsen\varphi$$, de la figura se observa que φ=90° por lo que $F_B = ILB$

Calculemos ahora el torque debido a la fuerza magnética sobre el punto P:

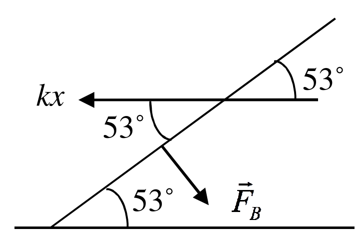
$$\tau = r\times F \rightarrow \tau = rFsen\varphi = rFsen(90°) = rF = \frac{L}{2}ILB = \frac{IL^2B}{2}$$

Para verificar si nuestra la consideración fue correcta dividiremos la varilla en segmentos infinitesimales de longitud dr, calculando posteriormente el dF de estos segmentos y posteriormente el torque que experimenta la varilla:

$dF = IdrB = IBdr$; también $d\tau = r\times dF = rdFsen(90°) = rdF = rIBdr$

$$\tau = \int d\tau = \int_0^L IBrdr = \frac{IBL^2}{2}$$ → lo que comprueba que nuestra consideración previa es correcta.

b) Cuando el sistema se encuentra en equilibrio la sumatoria de torques debe ser igual a cero. En este caso particular el torque debido al resorte hace que la varilla gire en contra de las manecillas del reloj, mientras que el torque debido a la fuerza magnética la hace girar en el mismo sentido que las manecillas del reloj. Por lo que:



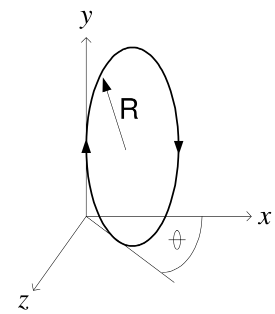
$$\sum\tau = 0 \rightarrow \frac{IBL^2}{2} = L\times Kx = LKxsen(53°)$$ → despejando x:

$$x=\frac{IBL}{2Ksen(53°)}=\frac{(6.5Amperios)(0.340T)(0.2m)}{2(4.8N/m)sen(53°)}=0.05765m$$

c) La energía almacenada en el resorte es ½Kx^2 por lo que:

$$U=\frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{2}(4.80N/m)(0.05765m)^2=7.98x10^{-3}\,Joules$$

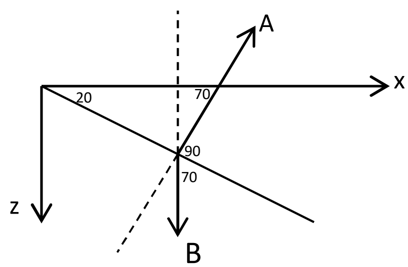
<u>Torque sobre una espira que transporta corriente</u>



18. La figura muestra la orientación de una bobina circular de 50 vueltas, y cada vuelta lleva una corriente ***I*** en la dirección indicada y se encuentra en un campo magnético de magnitud 50 mT dirigido en la dirección +z. La bobina puede girar alrededor del eje "y". Si Ө=20°, R= 0.50 m y ***I***= 12 A, la magnitud del torque (en Nm) ejercido sobra la bobina es:

a) 24	b) 22	c) 13	d) 16	**<u>e) 8.1</u>**

<u>Solución</u>: El torque experimenta una espira que transporta corriente en presencia de un campo magnético está dado por:



$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B sen\varphi = NIABsen\varphi$$

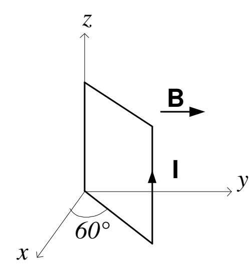
Debemos por tanto encontrar el ángulo entre el vector del momento dipolar magnético y el campo. El vector de momento dipolar magnético debe ser perpendicular al plano de la espira y su dirección depende de la dirección de la corriente. Si observamos el plano xz tendremos entonces que el ángulo $\varphi = 70 + 90 = 160°$, por lo cual:

$$\vec{\tau} = NIABsen\varphi = (50)(12)\pi(0.5)^2(50 \times 10^{-3})sen(160) = 8.09Nm(-\hat{\jmath})$$

19. Refiriéndonos al problema anterior, la magnitud del momento dipolar magnético es (en unidades del SI):

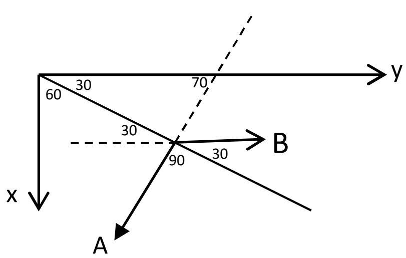
<u>a) 471.24</u>	b) 9.42	c) Cero	d) 150	e) 942.48

<u>Solución</u>: El momento dipolar magnético de la espira tiene una magnitude de:
$\mu = NIA = (50)(12)\pi(0.5)^2 = 471.238Am^2$



20. Una bobina cuadrada, de lado 0.20 m de longitud, tiene 50 vueltas, llevando una corriente I=0.50 A. La bobina está orientada como muestra la figura en un campo magnético uniforme B=0.40 T, dirigido en la dirección positiva "*y*". ¿Cuál es la magnitud del torque en la espira (en N.m).

<u>a) 0.35</u>	b) 1.73	c) 0.20	d) 1.00	e) 0.40



<u>Solución</u>: El torque experimenta una espira que transporta corriente en presencia de un campo magnético está dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B sen\varphi = NIABsen\varphi$$

Debemos por tanto encontrar el ángulo entre el vector del momento dipolar magnético y el campo. El vector de momento dipolar magnético debe ser perpendicular al plano de la espira y su dirección depende de la dirección de la corriente y es la misma dirección que la del vector de área.
Si observamos el plano xy tendremos entonces que el ángulo $\varphi = 30 + 90 = 120°$, por lo cual:

$$\vec{\tau} = NIABsen\varphi = (50)(0.5)(0.2)^2(0.4)sen(120) = 0.346Nm(\hat{k})$$

21. Referido al problema anterior. ¿Cuál es la magnitud del momento dipolar de la espira? (en unidades SI)

a) 0.35	b) 1.73	c) 0.20	**<u>d) 1.00</u>**	e) 0.40

<u>Solución</u>: El momento dipolar magnético de la espira tiene una magnitude de:

$$\mu = NIA = (50)(0.5)(0.2)^2 = 1Am^2$$
