Fuerza Magnética sobre una partícula con carga

$B \rightarrow$ campo magnético (Teslas)

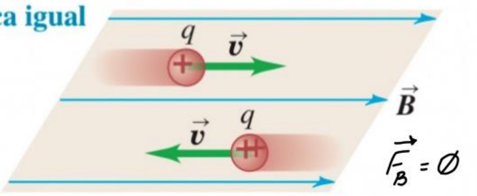
$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$ (fuerza magnética sobre una partícula con carga en movimiento)

$|F_B| = |q|\,|v|\,|B|\,\text{sen}\,\theta$

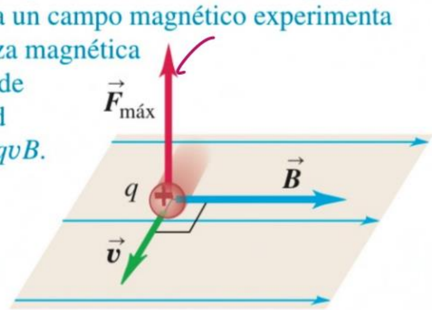
(antiparalelos) $\text{sen}\,180° = \emptyset$

$\text{sen}\,0° = 0$ (paralelos)

a) Una carga que se mueve en forma **paralela** al campo magnético experimenta una **fuerza magnética igual a cero**.



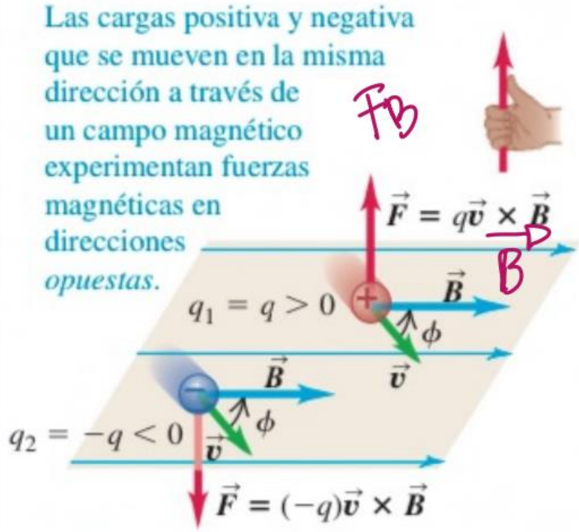
Una carga que se mueve de manera **perpendicular** a un campo magnético experimenta una fuerza magnética máxima de magnitud $F_{máx} = qvB$.



Fuerza Magnética sobre una partícula con carga

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$ (fuerza magnética sobre una partícula con carga en movimiento)

Las cargas positiva y negativa que se mueven en la misma dirección a través de un campo magnético experimentan fuerzas magnéticas en direcciones *opuestas*.

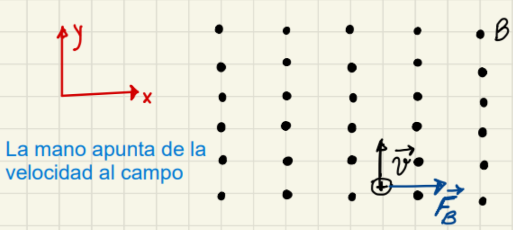


Repasemos la dirección de la fuerza

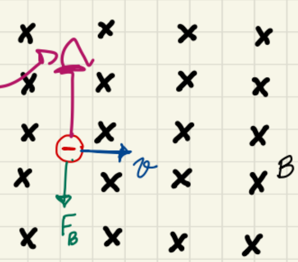
$\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$

$|F_B| = qvB\,\text{sen}\,\theta$

La mano apunta de la velocidad al campo

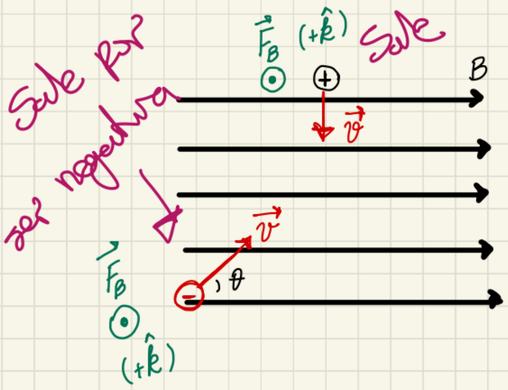


si fuera positiva

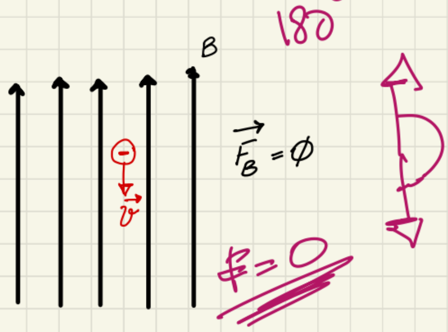


Sale por ser negativa

Sale



180°



$F = 0$

$F = qv \times B$

Problema 1. Una partícula con una carga de $3.2 \times 10^{-19} C$ tiene una velocidad $\vec{v} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k}) m/s$; a través de una región donde existe un campo magnético de $\vec{B} = (2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + \hat{k})T$ y un campo eléctrico de $\vec{E} = (4\hat{\imath} - \hat{\jmath} - 2\hat{k})V/m$. ¿Cuál es la fuerza neta sobre la partícula?

$q = +3.2 \times 10^{-19} C$

$\vec{v} = \langle 2, 3, -1 \rangle \, m/s$

$\vec{B} = \langle 2, 4, +1 \rangle \, T$

$\vec{E} = \langle 4, -1, -2 \rangle \, V/m$

$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B$ (fuerza de Lorentz)

$\vec{F}_E = q\vec{E} = 3.2 \times 10^{-19} [4\hat{\imath} - \hat{\jmath} - 2\hat{k}]$

$\rightarrow \vec{F}_E = (12.8 \times 10^{-19} \hat{\imath} - 3.2 \times 10^{-19} \hat{\jmath} - 6.4 \times 10^{-19} \hat{k}) \, N$

$\rightarrow \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = 3.2 \times 10^{-19} [7\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}]$

$\vec{F}_B = (22.4 \times 10^{-19} \hat{\imath} - 12.8 \times 10^{-19} \hat{\jmath} + 6.4 \times 10^{-19} \hat{k}) \, N$

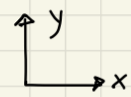
$$\begin{array}{c|ccc|} & \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \vec{v} & 2 & 3 & -1 \\ \vec{B} & 2 & 4 & +1 \end{array}$$

$\vec{v} \times \vec{B} = (3(1) - (-1)(4))\hat{\imath} - (2 - (-2))\hat{\jmath} + (8 - 6)\hat{k}$

$\vec{v} \times \vec{B} = 7\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$

$$\begin{array}{c|ccc|} & \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \vec{v} & 2 & 3 & -1 \\ \vec{B} & 2 & 4 & +1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc|} & \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \vec{v} & 2 & 3 & -1 \\ \vec{B} & 2 & 4 & +1 \end{array}$$

Continúa problema 1.

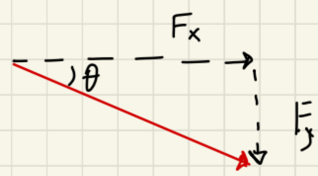


$\rightarrow \vec{F}_E = (12.8 \times 10^{-19} \hat{\imath} - 3.2 \times 10^{-19} \hat{\jmath} - 6.4 \times 10^{-19} \hat{k}) \, N \rightarrow F_E$

$\vec{F}_B = (22.4 \times 10^{-19} \hat{\imath} - 12.8 \times 10^{-19} \hat{\jmath} + 6.4 \times 10^{-19} \hat{k}) \, N \rightarrow F_B$

$$\vec{F}_R = (35.2 \times 10^{-19} \hat{\imath} - 16 \times 10^{-19} \hat{\jmath}) \, N$$

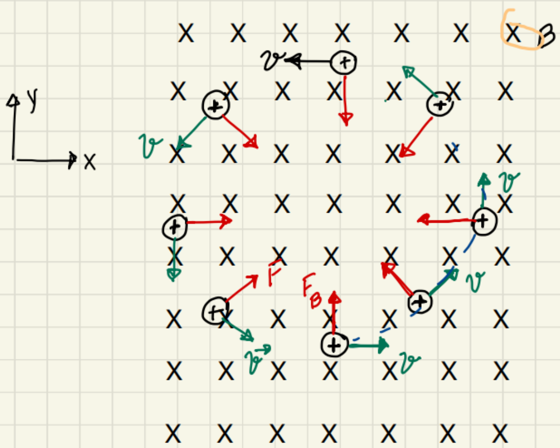
$|F_R| = \sqrt{(35.2 \times 10^{-19})^2 + (-16 \times 10^{-19})^2} = \underline{38.67 \times 10^{-19} N}$



$\theta = \tan^{-1} \dfrac{F_y}{F_x} = -24.44°$ ó $+335.56°$

Movimiento de partículas en un campo magnético uniforme

¿Cómo es el movimiento de una partícula que se mueve en un campo uniforme, cuando su velocidad es perpendicular al vector de campo magnético de la región?



MOVIMIENTO CIRCULAR

$\Sigma F_R = m a_R$

$q v B \,\mathrm{sen}\, 90° = \dfrac{m v^2}{R}$

$qB = \dfrac{mv}{R}$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$a_R = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2$

$v = R\omega$

$v = \dfrac{2\pi R}{T}$

$T = \dfrac{1}{f}$

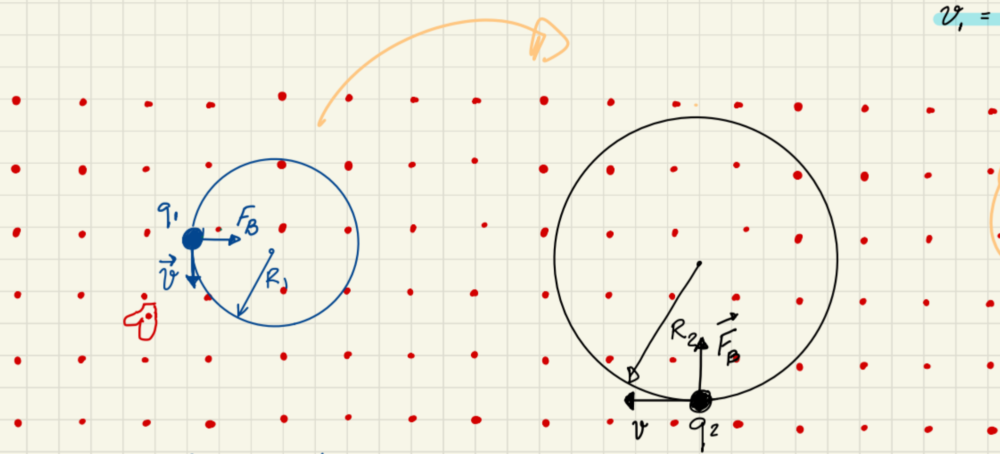
$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

Movimiento de partículas en un campo magnético uniforme

Si las partículas tiene igual masa y tienen la misma rapidez. Identifique cuál es el signo de cada partícula y cual es la relación entre sus magnitudes.

$m_1 = m_2$

$v_1 = v_2$



B

$q = \frac{mv}{RB}$

$R = \frac{mv}{qB}$

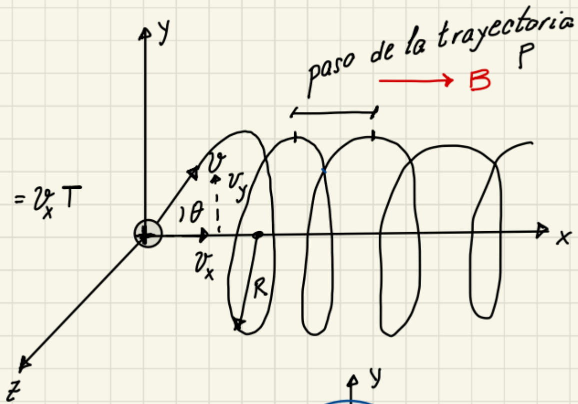
$q_1 \rightarrow$ negativa

$q_2 \rightarrow$ positiva

$q_1 > q_2$

¿Qué sucede si la partícula viaja en una región donde existe un campo magnético uniforme, pero su vector velocidad tiene una componente paralela al campo y otra perpendicular con éste?

$v_x \parallel B$ $\qquad$ $v_y \perp B$



<u>En "x"</u> $\quad a = \emptyset \qquad v_x = v\cos\theta$

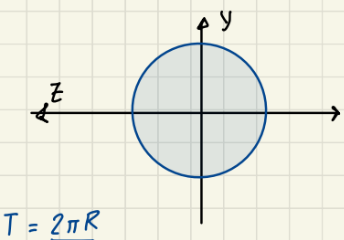
$v_x = \text{constante} \qquad v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad p_x = v_x T$

<u>En "y"</u> $\quad v_y \perp B \Rightarrow a_R = \frac{v_\perp^2}{R} = \frac{v_y^2}{R}$

$\Sigma F_R = m a_R$

$q \cancel{v} B \,\text{sen}\, 90 = m \frac{v_\perp^{\cancel{2}}}{R}$

$q B = m \frac{v_\perp}{R} \Rightarrow R = \frac{m v_y}{qB} = \frac{m v \,\text{sen}\,\theta}{qB} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v_y}$



Problema 2. Un protón de rayo cósmico en el espacio interestelar se desplaza con una energía cinética de 10MeV y ejecuta una órbita circular de radio 5.8x10^10m. ¿Cuál es el campo magnético en esa región en el espacio?

$eV = 1.6 \times 10^{-19}\,J$

$K = 10 \times 10^6\,eV * \frac{1.6 \times 10^{-19}\,J}{1\,eV} = 1.6 \times 10^{-12}\,J$

$K = \frac{1}{2} m_p v^2 = 1.6 \times 10^{-12} \qquad v = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-12} * 2}{1.67 \times 10^{-27}}} = 43.774 \times 10^6\,m/s$

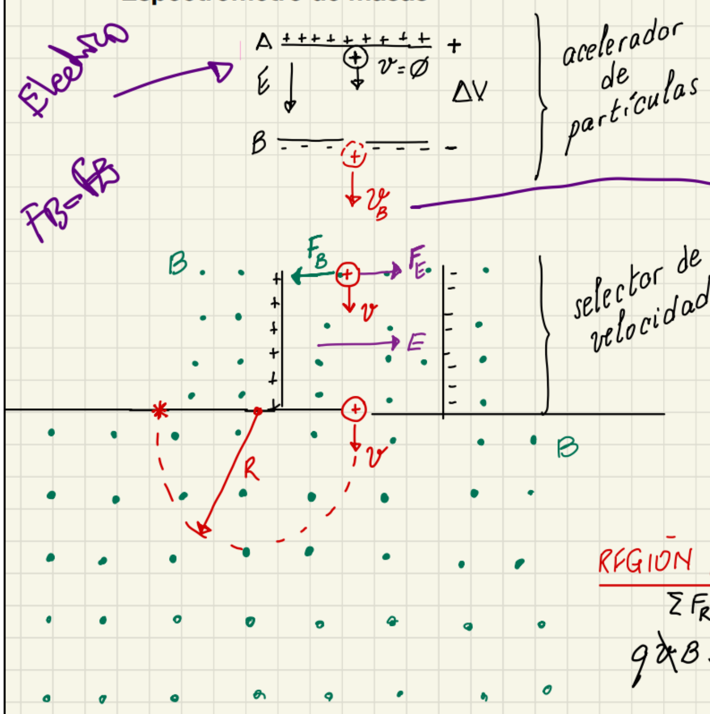
$\Sigma F_R = m a_R$

$q \cancel{v} B \,\text{sen}\, 90 = m \frac{v^{\cancel{2}}}{R}$

$q B = m \frac{v}{R}$

$B = \frac{mv}{qR} = \frac{1.67 \times 10^{-27} (43.774 \times 10^6)}{1.6 \times 10^{-19} (5.8 \times 10^{10})} = 7.88 \times 10^{-12}\,T$

Espectrómetro de masas



CONSERV. DE LA ENERGIA

$$E_{MEC_A} = E_{MEC_B}$$

$$U_A + \cancel{K_A} = U_B + K_B$$

$$qV_A = qV_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}}$$

SELECTOR DE VELOCIDAD

$$|F_E| = |F_B|$$

$$\cancel{q}E = \cancel{q}vB\,\cancel{\text{sen}\,90}^{\,1}$$

$$\boxed{v = \frac{E}{B}}$$

REGIÓN DE LA CÁMARA

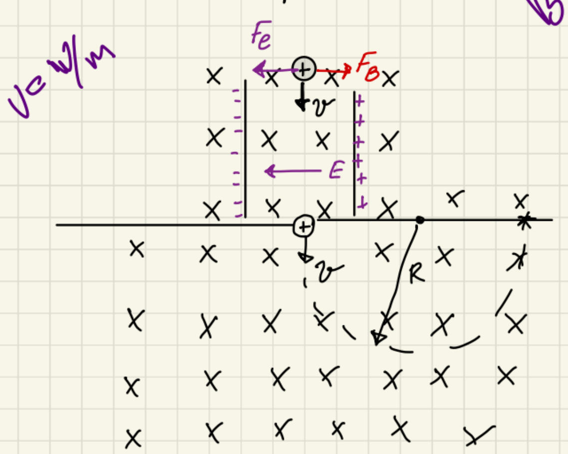
$$\Sigma F_R = ma_R$$

$$q\cancel{v}B\,\cancel{\text{sen}\,90} = \frac{mv^{\cancel{2}}}{R}$$

$$m = \frac{qBR}{v}$$

Problema 3. El campo eléctrico en las placas de un selector de velocidad de un espectrómetro de masas es de 1.12x10^5 V/m y el campo magnético es 0.540T. En la región de la cámara iones positivos de Selenio describen una trayectoria con un radio de 0.31m. Determine la masa del ión.

$(q = +1.6\times10^{-19}C)$



$$F_E = F_B$$

$$\cancel{q}E = \cancel{q}vB\,\cancel{\text{sen}\,90}^{\,1}$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1.12\times10^5}{0.54} = 207{,}407.4\ m/s$$

En la cámara

$$\Sigma F_R = ma_R$$

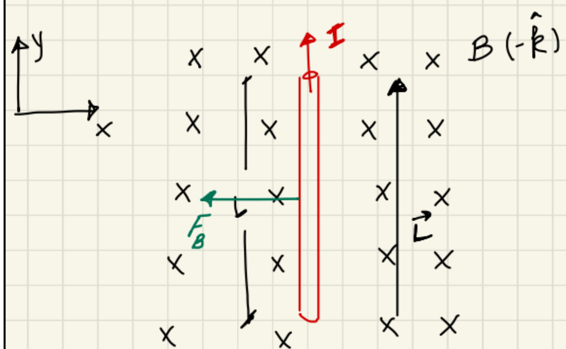
$$q\cancel{v}B\,\text{sen}\,90 = \frac{mv^{\cancel{2}}}{R}$$

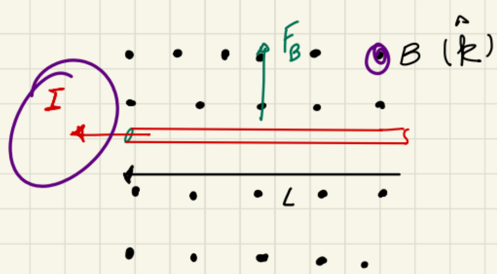
$$m = \frac{RqB}{v} = \frac{0.31(1.6\times10^{-19})(0.54)}{207{,}407.4}$$

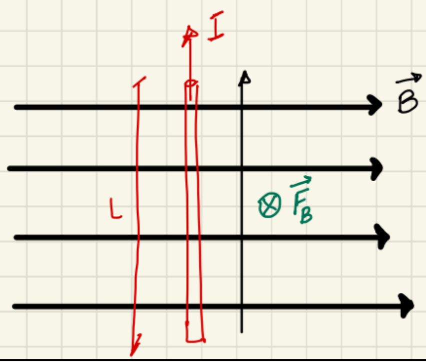
$$m = 1.29\times10^{-25}\,kg$$

Fuerza Magnética sobre un alambre recto

$$\vec{F_B} = I\vec{L}\times\vec{B}$$

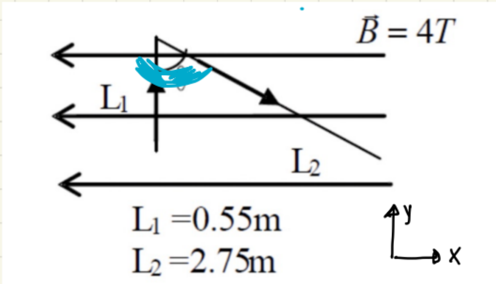






Problema 1.

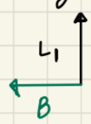
Un conductor transporta una corriente de 10 Amperios en la dirección mostrada en cada segmento. El conductor se encuentra en una región donde existe un campo magnético de 4Teslas en dirección negativa de "x". La parte corta del conductor mide 55cm y la parte larga 2.75 m. Calcule la fuerza neta sobre todo el conductor si el ángulo es 25 grados.



$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

Sale

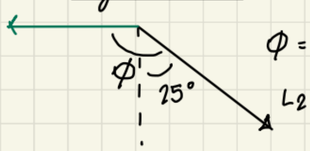
segmento 1



$\vec{F_1} = I L_1 B \operatorname{sen} 90 \odot (+\hat{k})$

$\vec{F_1} = (10)(0.55)4 = 22\ N\ (+\hat{k})$

segmento 2



$\phi = 90 + 25 = 115°$

$\vec{F_2} = I L_2 B \operatorname{sen} 115° \otimes (-\hat{k})$

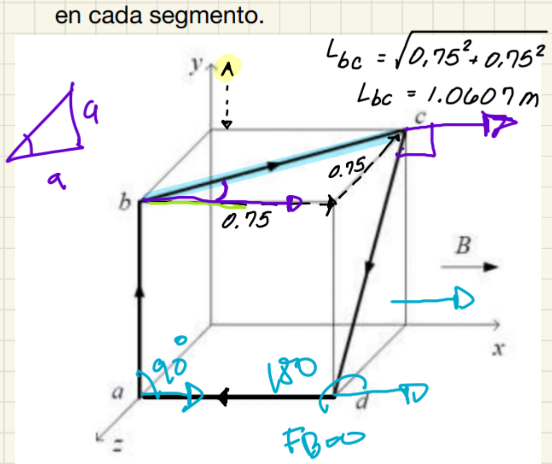
$\vec{F_2} = (10)(2.75)(4) \operatorname{sen} 115° = 99.694 N\ (-\hat{k})$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

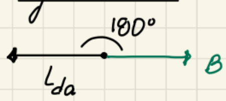
$= (+22 - 99.694)\hat{k}\ N$

$= 77.694\ (-\hat{k})\ N$

Problema 2. El cubo de la figura tiene 75cm por lado y está inmerso en un campo magnético de 0.86T paralelo al eje positivo de "x". El alambre conduce una corriente de 6.58A. Encuentre la fuerza en cada segmento.

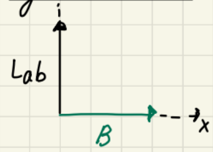


segmento da



$\vec{F}_{da} = 0N$

segmento ab

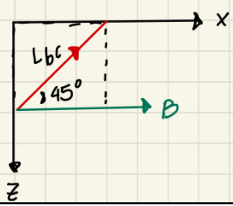


$\vec{F}_{ab} = I L_{ab} B \operatorname{sen} 90\ (-\hat{k})$

$\vec{F}_{ab} = (6.58)(0.75)(0.86)(-\hat{k})$

$\vec{F}_{ab} = 4.2441\ N\ (-\hat{k})$

segmento bc

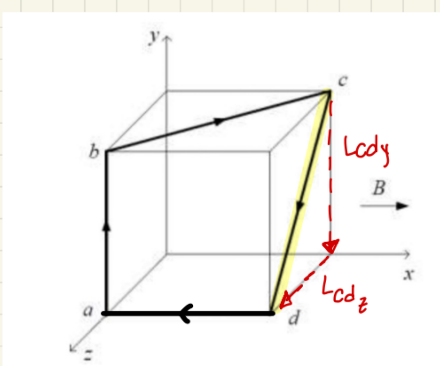


$F_{bc} = I L_{bc} B \operatorname{sen} 45°$

$= 6.58(1.0607)(0.86) \operatorname{sen} 45\ (-\hat{j})$

$\vec{F}_{bc} = 4.2441\ N\ (-\hat{j})$

Problema 2. Continuación El cubo de la figura tiene 75cm por lado y está inmerso en un campo magnético de 0.86T paralelo al eje positivo de "x". El alambre conduce una corriente de 6.58A. Encuentre la fuerza en cada segmento.



segmento cd

$L_{cd} = (-0.75\hat{j} + 0.75\hat{k})m$

$B = 0.86\hat{i}\ T$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \emptyset & -0.75 & +0.75 \\ 0.86 & \emptyset & \emptyset \end{vmatrix}$$

$\vec{L} \times \vec{B}$

$= 0\hat{i} - (0 - 0.645)\hat{j} + (0 - (-0.645))\hat{k}$

$= 0\hat{i} + 0.645\hat{j} + 0.645\hat{k}$

$\vec{F}_{cd} = I \vec{L} \times \vec{B} = (0\hat{i} + 4.2441\hat{j} + 4.2441\hat{k})\ N$

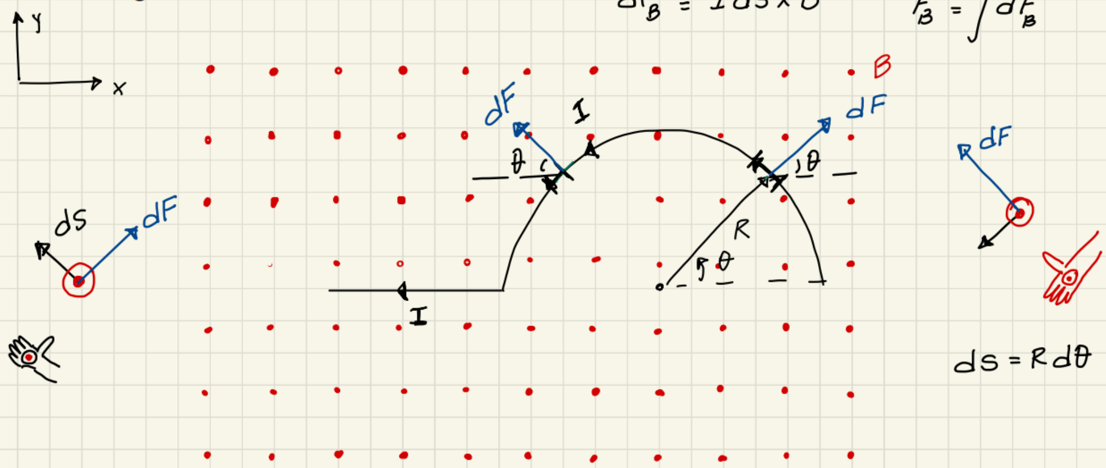
$\sqrt{4.2441^2 + 4.2441^2} =$

$\vec{F}_{NETA} = \vec{F}_{ab} + \vec{F}_{bc} + \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{DA} = \emptyset$

La fuerza neta sobre una espira de corriente que transporta una corriente I y que se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme es cero.

Fuerza magnética sobre un alambre curvo

$$d\vec{F}_B = I\, d\vec{s} \times \vec{B} \qquad \vec{F}_B = \int d\vec{F}_B$$



$$ds = R\, d\theta$$

$$|d\vec{F}| = I\, d\vec{s} \times \vec{B} = I\, ds\, B \operatorname{sen} 90$$

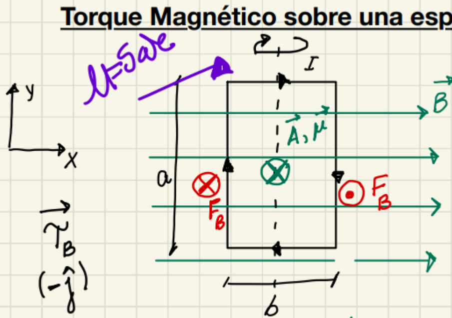
$$dF_x = |dF| \cos\theta \qquad F_{Bx} = \emptyset$$

$$dF_y = |dF| \operatorname{sen}\theta \qquad \vec{F}_{By} = \int I\, ds\, B \operatorname{sen}\theta = \int_0^{\pi} I B \operatorname{sen}\theta\, R\, d\theta = IBR\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}$$

$$\vec{F}_B = 2IBR\ (+\hat{j})$$

Torque Magnético sobre una espira que transporta corriente

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



$$\vec{A} = ab\ (-\hat{k})$$

$$\Sigma F_B = \emptyset$$

$\vec{\mu} \Rightarrow$ momento dipolar magnético

$$|\mu| = NIA \qquad N: \#\ \text{vueltas}$$

$$(A \cdot m^2)$$

$$\vec{\mu} = NI\vec{A}$$

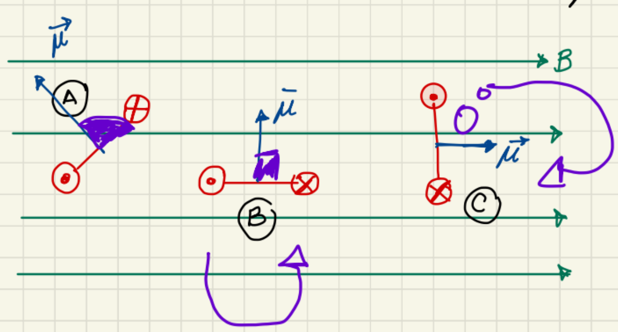
$$|\tau| = \mu B \operatorname{sen}\theta$$

$$\tau_{MAX} = \mu B \operatorname{sen} 90$$

N

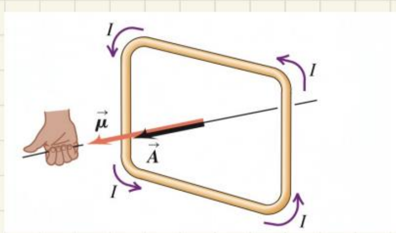
A

I



$$\tau_B > \tau_A > \tau_C$$

Momento dipolar magnético de una espira



$$\vec{\mu} = NI\vec{A} \rightarrow (A \cdot m^2)$$

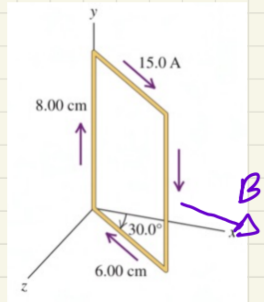
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \rightarrow N \cdot m$$

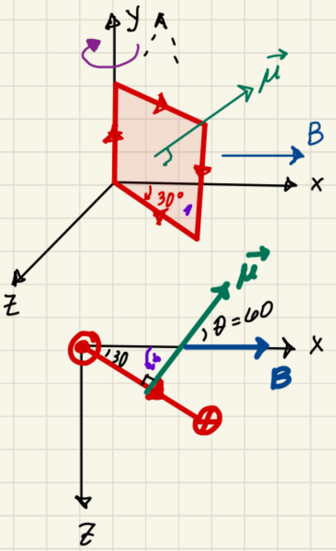
Energía Potencial Magnética de la Espira

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\phi$$

$$U = -\left[\mu_x B_x + \mu_y B_y + \mu_z B_z\right]$$

Problema 1. Una bobina rectangular de 8cm x 6cm conduce una corriente de 15 A en la dirección mostrada y se encuentra en una región donde existe un campo magnético de 0.48 Teslas en dirección +"x". Encuentre la magnitud y dirección del momento de torsión que experimenta la espira en la posición que se muestra. La bobina gira en torno al eje "+y".





$|\vec{\mu}| = NI\vec{A}$

$= (1)(15)(0.08 * 0.06)$

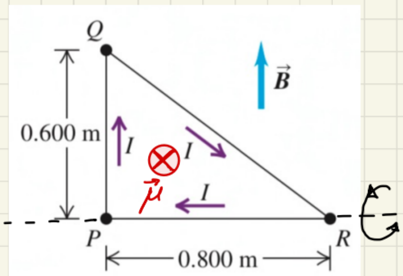
$|\mu| = 0.072\ A\cdot m^2$

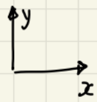
$\tau = |\mu||B|\,\text{sen}\,\theta\ (-\hat{j})$

$\vec{\tau} = (0.072)(0.48)\,\text{sen}\,60\ N\cdot m\ (-\hat{j})$

$\vec{\tau} = 0.0299\ N\cdot m\ (-\hat{j})$

Problema 2. Una espira triangular de alambre conduce una corriente de 5 A en la dirección que se indica. La espira se encuentra inmersa en un campo magnético de 3T, orientado en la misma dirección que en el lado PQ. ¿Cuál es la magnitud y dirección del momento de torsión que experimenta la espira? ¿Hacia a dónde hace girar el momento de torsión el punto Q?





$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

$\vec{\mu} = NI\vec{A}\ (-\hat{k})$

$\vec{\mu} = \dfrac{(1)(5)(0.6 * 0.8)}{2}\,A\cdot m^2\,(-\hat{k}) = 1.2\ A\cdot m^2\ (-\hat{k})$

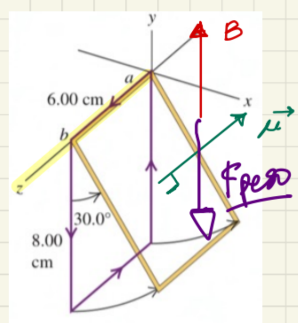
$\vec{\tau} = \mu B\,\text{sen}\,90\ \hat{i}$

$\vec{\tau} = (1.2)(3)\ N\cdot m\ \hat{i}$

$= 3.6\ N\cdot m\ \hat{i}$

El punto Q está girando hacia afuera del plano de la página.

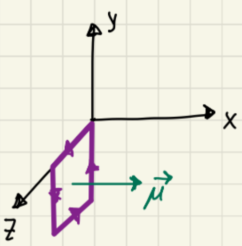
Problema 3. La espira rectangular tiene una masa de 0.15 g por centímetro de longitud y gira sobre el lado ab en un eje sin fricción. La corriente en el alambre es de 8.2A en la dirección que se ilustra. Encuentra la magnitud y dirección del campo magnético, paralelo al eje "y" que mantendrá la espira en equilibrio cuando su plano forme un ángulo de 30 grados con el plano yz.

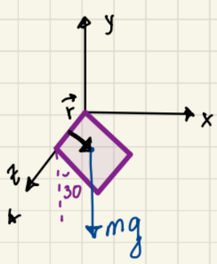


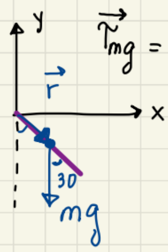
$masa = 28\,cm * 0.15\,\dfrac{g}{cm} = 4.2\,g$

$28 \cdot 0.15 = 4.2\,g.$

$\vec{\tau}_{mg} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m\vec{g}$







$\vec{\tau}_{mg} = 0.04\,(4.2\times10^{-3})(9.8)\,\text{sen}\,30°\ \ (-\hat{k})$

$\vec{\tau}_{mg} = 8.232\times10^{-4}\,N\cdot m\,(-\hat{k})$

$\vec{\tau}_B = 8.232\times10^{-4}\,N\cdot m\ \ (+\hat{k})$

$\Sigma\vec{\tau} = \varnothing$

$\vec{\tau}_{mg} + \vec{\tau}_B = \varnothing$

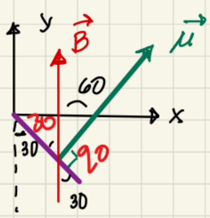
$\boxed{\tau_{mg} = \tau_B}$

$8.232\times10^{-4} = \mu B\,\text{sen}\,\alpha$

$8.232\times10^{-4} = (1)(8.2)(0.06 * 0.08)\,B\,\text{sen}\,60$

$|B| = 0.0241\ T$

$\vec{B} = 0.0241\ T\ (+\hat{j})$

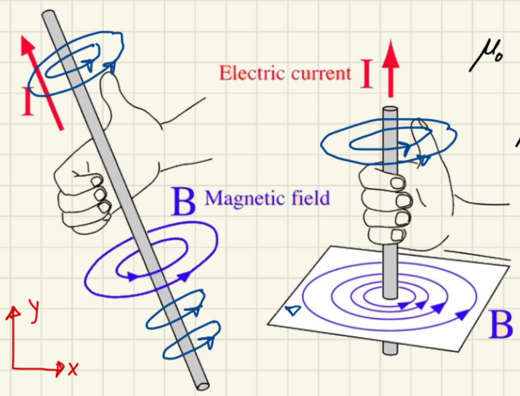


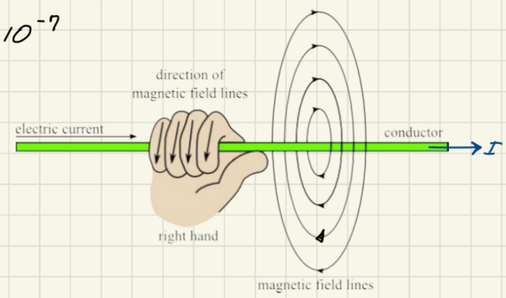
Campos Magnéticos de alambres largos que transportan corriente

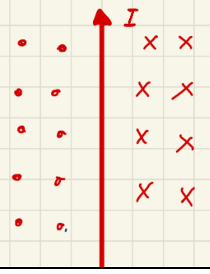
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

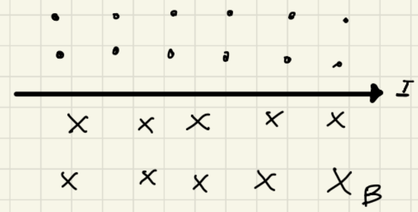
μ_0 = permeabilidad del espacio libre

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$

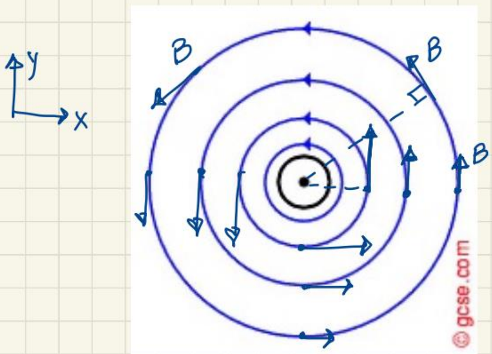




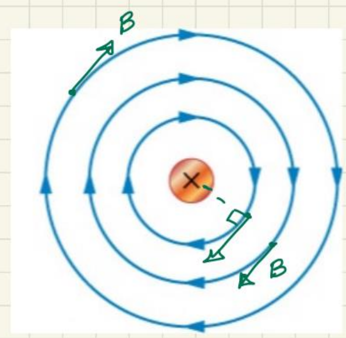




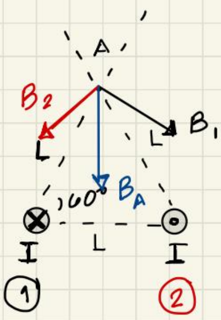
Campos Magnéticos de alambres largos que transportan corriente



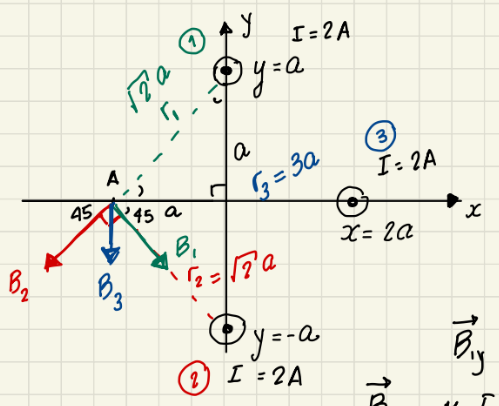
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$$\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$



Problema 1. Tres largos conductores paralelos portan corrientes de 2A en las direcciones mostradas, si a=0.01m. Determine el campo magnético en el punto A.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

$$\vec{B}_{1x} + \vec{B}_{2x} = \emptyset$$

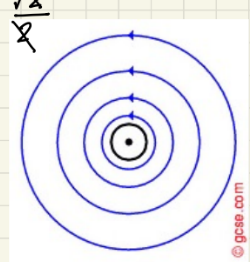
$$\vec{B}_{1y} + \vec{B}_{2y} = 2B_{1y}(-\hat{j})$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi r_3}(-\hat{j}) = \frac{4\cancel{\pi}\times 10^{-7}\cancel{(2)}}{\cancel{2}\cancel{\pi}[3*0.01]} = 13.\overline{33}\,\mu T(-\hat{j})$$

$$\vec{B}_{1y} = |B_1| \text{ sen } 45\,(-\hat{j})$$

$$\vec{B}_{1y} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \text{ sen } 45\,(-\hat{j}) = \frac{\cancel{4\pi}\times 10^{-7}(2)}{\cancel{2\pi}\cancel{\sqrt{2}}(0.01)} * \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}}$$

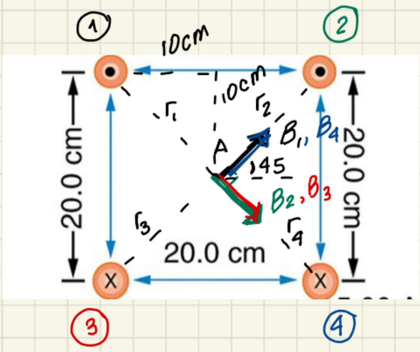
$$\vec{B}_{1y} = 20\,\mu T(-\hat{j})$$



$$\vec{B}_A = 2\vec{B}_{1y} + \vec{B}_3 = 40\mu T(-\hat{j}) + 13.33\mu T(-\hat{j})$$

$$\vec{B}_A = -53.33\,\mu T(\hat{j})$$

Problema 2.
En la figura se muestra cuatro conductores largos paralelos que transportan una corriente de 10 Amperios en la dirección mostrada si el cuadrado tiene lado de 20 cm, ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo resultante en el centro del cuadrado?



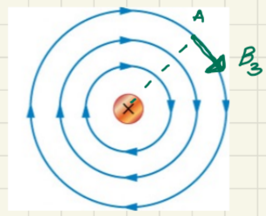
$B_{1y} + B_{2y} + B_3 + B_{4y} = \varnothing$

$\sum B_{iy} = \varnothing$

$B_{1x} = B_{2x} = B_{3x} = B_{4x}$

$\vec{B}_A = 4 B_{1x}\ \hat{\imath}$

$\vec{B}_{1x} = |B_1| \cos 45\ \hat{\imath}$



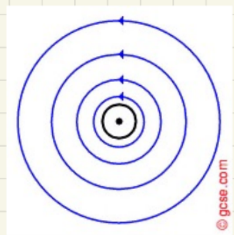
$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{2}\,(0.1)\ m$

$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 10A$

$\vec{B}_A = 4 B_{1x}\,\hat{\imath}$

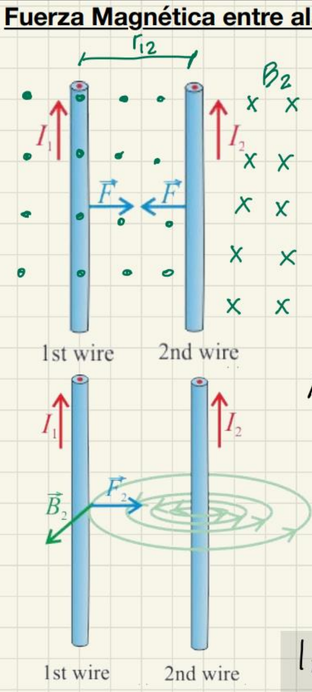
$= 4\,\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} \cos 45\ \hat{\imath}$

$= 4\left[\dfrac{\cancel{4}\pi \times 10^{-7}(10)}{\cancel{2}\pi \cancel{\sqrt{2}}(0.1)} * \dfrac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}}\right] T\ \hat{\imath}$



$B_A = 40\,\mu T\ (\hat{\imath})$

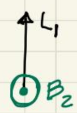
Fuerza Magnética entre alambres paralelos



$\vec{B}_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi r_{12}}\ \odot$

$\vec{F}_{12}$ → fuerza q' siente ① debido a $\vec{B}_2$

$\vec{F}_{12} = I_1 \vec{L}_1 \times \vec{B}_2$

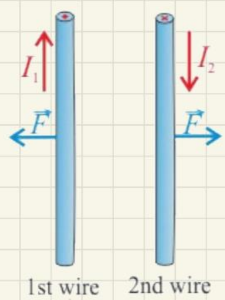


$F_{12} = I_1 L_1 B_2 \operatorname{sen} 90 \longrightarrow$

$\vec{F}_{12} = I_1 L_1 \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi r_{12}} \longrightarrow$

$|F_{12}| = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 L_1}{2\pi r_{12}}$

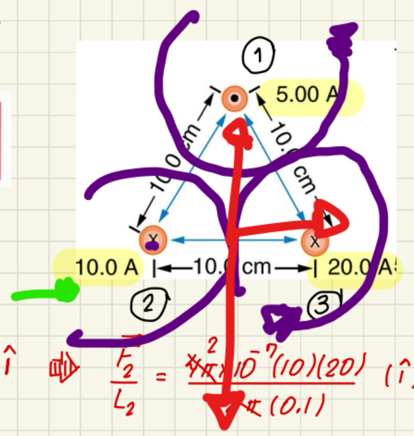
$|F_{21}| = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 L_2}{2\pi r_{12}}$



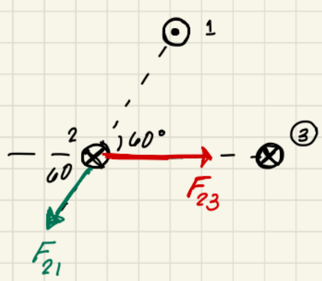
$$F_{parallel\ wires} = \frac{\mu_0 l I_1 I_2}{2\pi d}$$

Problema 3. a)Calcule la fuerza magnética por unidad de longitud que experimenta el conductor que se encuentra en el vértice inferior izquierdo. b) Calcule el campo magnético en el punto medio de la base del triángulo.

$$F_{parallel\ wires} = \frac{\mu_0 l I_1 I_2}{2\pi d}$$



$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}$

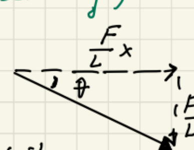


$\vec{F}_{23} = \dfrac{\mu_0 I_2 I_3 L_2}{2\pi r_{23}}\ \hat{\imath} \Rightarrow \dfrac{\vec{F}_2}{L_2} = \dfrac{\cancel{4}^{2}\cancel{\pi} \times 10^{-7}(10)(20)}{\cancel{2}\cancel{\pi}(0.1)}\ (\hat{\imath}) = 400\ \dfrac{\mu N}{m}\ \hat{\imath}$

$\dfrac{\vec{F}_{21}}{L_2} = \dfrac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi r_{12}} \left(\cos 60\,(-\hat{\imath}) + \operatorname{sen} 60\,(-\hat{\jmath})\right) = \dfrac{4\pi \times 10^{-7}(10)(5)}{2\pi\,(0.1)} \left(-\cos 60\,\hat{\imath} - \operatorname{sen} 60\,\hat{\jmath}\right)$

$\dfrac{\vec{F}_{21}}{L_2} = -50 \times 10^{-6}\,\dfrac{N}{m}\,\hat{\imath} - 86.6 \times 10^{-6}\,\dfrac{N}{m}\,\hat{\jmath}$

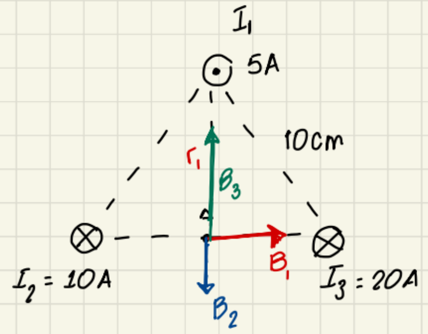
$\dfrac{\vec{F}_2}{L_2} = 350\,\dfrac{\mu N}{m}\,\hat{\imath} - 86.6\,\dfrac{\mu N}{m}\,\hat{\jmath}$

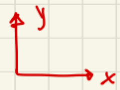


$\left|\dfrac{\vec{F}_2}{L_2}\right| = 360.55\,\dfrac{\mu N}{m}$

$\theta = \tan^{-1} \dfrac{-86.6}{350} = -13.9°$

Continúa **Problema 3.**



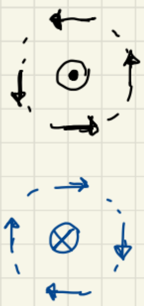


b) $\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$

$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r_1}\,\hat{\imath} = \frac{\cancel{4}^{2}\pi \times 10^{-7}(5)}{\cancel{2}\pi\sqrt{0.1^2-0.05^2}} = 11.55\mu T\,\hat{\imath}$

$\vec{B}_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi r_2}(-\hat{\jmath}) = -\frac{\cancel{4}^{2}\pi \times 10^{-7}(10)}{\cancel{2}\pi(0.05)}\hat{\jmath} = -40\mu T\,\hat{\jmath}$

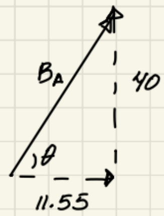
$\vec{B}_3 = +80\mu T\,\hat{\jmath}$



$r_1 = \sqrt{0.1^2-0.05^2}$

$r_2 = 0.05m$

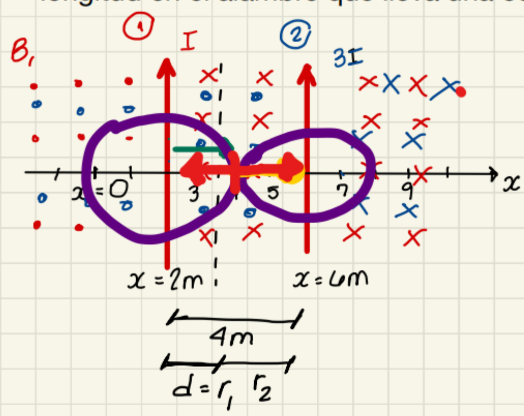
$\boxed{\vec{B}_A = 11.55\mu T\,\hat{\imath} + 40\mu T\,\hat{\jmath}}$



$|B_A| = 41.6\mu T$

$\theta = \tan^{-1}\frac{40}{11.55} = 73.9°$

Problema 4. Dos alambres rectos y largos llevan corrientes de I y 3I en la dirección mostrada y se encuentran como se muestra en la figura. ¿En qué valor de x en metros el campo magnético es cero? ¿Si I=10A, cuál es la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en el alambre que lleva una corriente I?



a) $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \emptyset$

$|B_1| = |B_2|$

$\frac{\cancel{\mu_o} I_1}{2\cancel{\pi} r_1} = \frac{\cancel{\mu_o} I_2}{2\cancel{\pi} r_2}$

$\frac{\cancel{I}}{d} = \frac{3\cancel{I}}{4-d} \rightarrow 4-d = 3d$

$4d = 4$

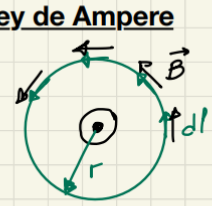
$d = 1m$

En $\boxed{x = 3m}$ el $\vec{B} = \emptyset$

b) $I_1 = 10$ $\quad I_2 = 30A$

$\frac{\vec{F}_1}{L_1} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi r_{12}}\,\hat{\imath} = \frac{\cancel{4}^{2}\pi \times 10^{-7}(10)(30)}{\cancel{2}\pi\,(4)}\,\frac{N}{m}\,\hat{\imath} = 15\frac{\mu N}{m}\,\hat{\imath}$

Ley de Ampere



$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$

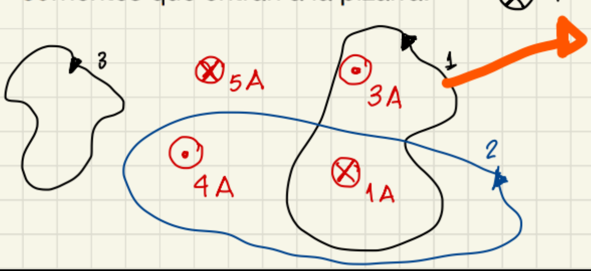
$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint B\,dl\cos 0° = B\oint dl = B(2\pi r)$

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_o I}{\cancel{2\pi r}}(\cancel{2\pi r})$

$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o I_{enc}}$

Si se evalúa la integral del lado izquierdo en sentido anti-horario, entonces considere positivas las corrientes que salen de la pizarra. $\odot$ +

Si se evalúa la integral del lado izquierdo en sentido horario, entonces considere positivas las corrientes que entran a la pizarra. $\otimes$ +

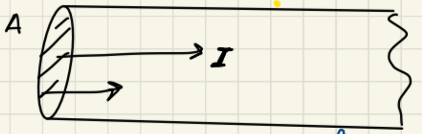


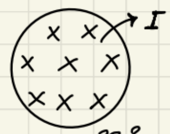
1) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o(3-1) = 2\mu_o$

2) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o(4-1) = 3\mu_o$

3) $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \emptyset$

Problema 5. Un conductor cilíndrico largo, de radio R, transporta una corriente I. La corriente se distribuye uniformemente en toda el área de la sección transversal del conductor. Encuentre el campo magnético para r<R y para r > R





a) $B(r<R)$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(2\pi \cancel{r}) = \mu_0 \frac{I r^{\cancel{2}}}{R^2}$$

$$\boxed{\vec{B}(r<R) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}}$$

$$\pi R^2 \rightarrow I$$

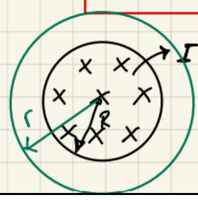
$$\pi r^2 \rightarrow I_{enc} = ?$$

$$I_{enc} = \frac{\cancel{\pi} r^2 I}{\cancel{\pi} R^2} = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$J = \frac{I}{\pi R^2}$$

$$I_{enc} = J\,Area = J\pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}$$

b) $B(r>R)$

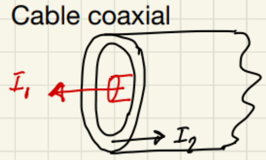


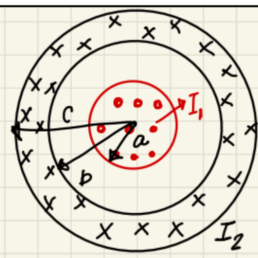
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Cable coaxial





$\vec{B}\ (a<r<b)$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_1$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}$$

$B\,(r>c)$

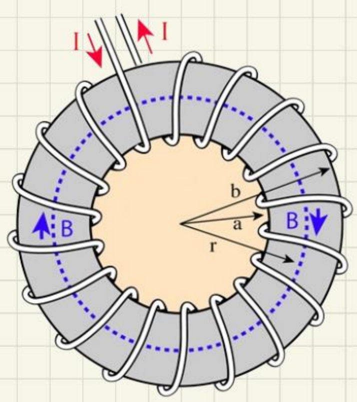
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

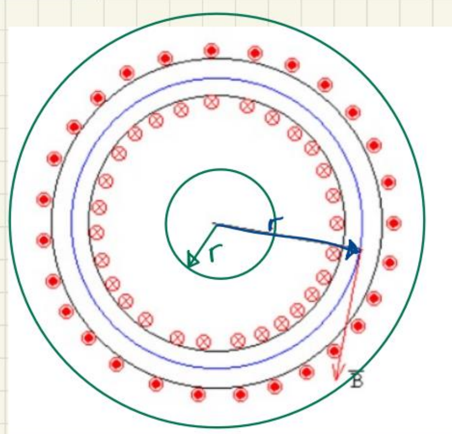
$$B(2\pi r) = \mu_0 (I_1 - I_2)$$

$$B = \frac{\mu_0 (I_1 - I_2)}{2\pi r}$$

Campo Magnético de un Solenoide Toroidal

$N \rightarrow$ # vueltas





$a<r<b$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

$B(r<a) \rightarrow I_{enc} = 0 \rightarrow B = \emptyset$

$B(a<r<b) = \boxed{\frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$

$B(r>b) \rightarrow I_{enc} = NI - NI = 0 \Rightarrow B(r>b) = \emptyset$

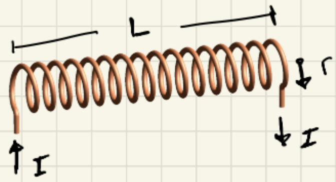
Campo Magnético de un Solenoide ideal

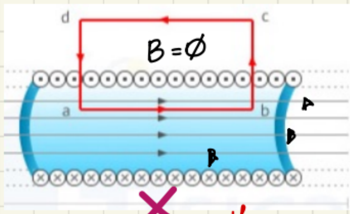
N : # vueltas radio $\to r$

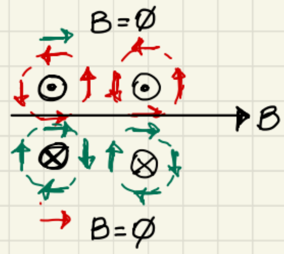
L : longitud

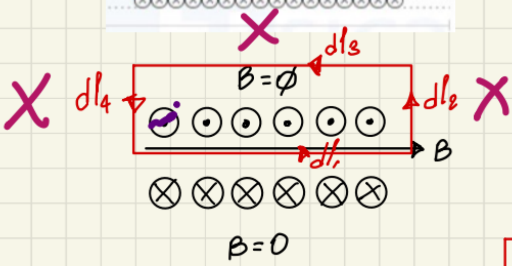
$n = \frac{N}{L} \frac{\text{vueltas}}{m}$

$r <<< L$









$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\int \vec{B}\cdot d\vec{l_1} + \cancel{\int \vec{B}\cdot d\vec{l_2}} + \cancel{\int \vec{B}\cdot d\vec{l_3}} + \cancel{\int \vec{B}\cdot d\vec{l_4}} = \mu_0 N I$$

$$BL = \mu_0 N I$$

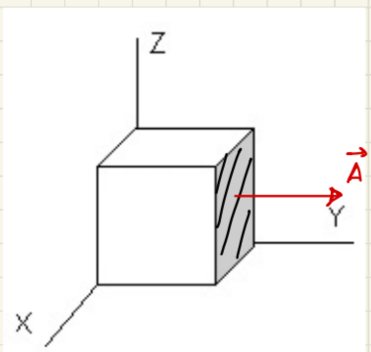
$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{L} I} \qquad \boxed{B = \mu_0 n I}$$

Flujo Magnético

$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A}$ $T\cdot m^2 = 1\,\text{Webber}$ $d\Phi_B = \vec{B}\cdot d\vec{A}$

$\Phi_B = |B||A|\cos\theta$ $\Phi_B = B_x A_x + B_y A_y + B_z A_z$

Un cubo de aristas de longitud 2.5 cm se coloca en una región donde existe un campo magnético dado por B = (5i +4j +3k) Teslas. Calcule el flujo magnético a través de la cara sombreada del cubo.



$$\vec{B} = (5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k})\,T$$

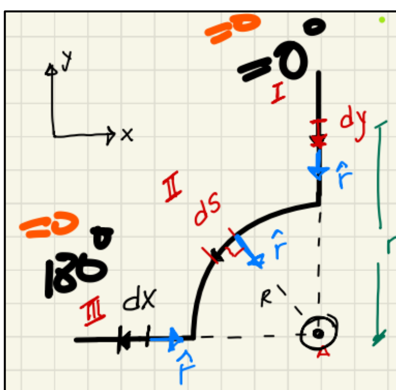
$$\vec{A} = 0.025^2\, m^2\, \hat{j}$$

$$\Phi_B = \cancel{B_x A_x} + B_y A_y + \cancel{B_z A_z}$$

$$\Phi_B = 4(0.025^2) = \underline{2.5\,mWb.}$$

$$\Phi_{CUBO} = \oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = \emptyset$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = \emptyset$$



Ley de Biot-Savart.

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$

$\hat{r} \to$ magnitud uno

segmento I

$\downarrow d\vec{y}$ $\downarrow \hat{r}$

$d\vec{l}\times\vec{r} = \emptyset$

$\Rightarrow \vec{B}_I = \emptyset = 0$

segmento III

$\leftarrow dx$ $\xrightarrow{180} \hat{r}$

$d\vec{l}\times\vec{r} = \emptyset$

$\Rightarrow \vec{B}_{III_A} = \emptyset = 0$

$\mu = 4\pi$

segmento II

$ds = R\,d\theta$

$$dB_{II} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,ds\,(1)\,\text{sen}\,90}{R^2} = \frac{\mu_0 I \cancel{R}\,d\theta}{4\pi R^{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\,d\theta \odot$$

$$\vec{B}_{II} = \int_0^{\pi/2} \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\,d\theta \odot = \frac{\mu_0 I}{4\cancel{\pi} R} * \frac{\cancel{\pi}}{2} = \frac{\mu_0 I}{8R} \odot$$

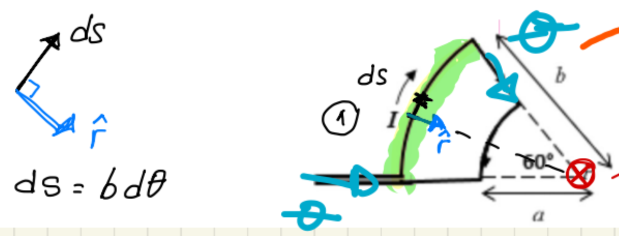
$$\vec{B}_A = \vec{B}_I + \vec{B}_{II} + \vec{B}_{III} = \underline{\frac{\mu_0 I}{8R}} \odot$$

2. Un alambre lleva una corriente de I=3 A y se dobla en la forma de un arco, como se muestra en la figura, el radio a= 4 cm y el b= 10 cm. Los segmentos rectos están a lo largo de sus radios. La magnitud (en µT) y la dirección del campo producido en P por el arco de radio b es:

a) 1.80 ⊗	b) 1.80 ⊙	c) 3.14 ⊗	d) 3.14 ⊙	e) 4.50 ⊗

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

$60° \rightarrow \frac{\pi}{3}$



dirección del B producido por el segmento de radio b

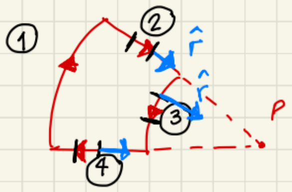
$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,ds\,(1)\,sen\,90}{b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\cancel{b}\,d\theta}{b^{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 I\,d\theta}{4\pi b}$$

$$B_1 = \int_0^{\pi/3}\frac{\mu_0 I\,d\theta}{4\pi b} = \frac{\mu_0 I}{\cancel{4}\pi b} * \frac{\cancel{\pi}}{3} = \frac{\mu_0 I}{12 b} \otimes = \frac{\cancel{4}\pi\times 10^{-7}(\cancel{3})}{\cancel{12}(0.1)}\,T \otimes$$

$$\vec{B}_1 = 3.142\,\mu T \otimes$$

3. La magnitud (en µT) y la dirección del campo magnético total resultante en P, producido por todo el alambre es:

a) Cero	b) 4.71⊙	c) 4.71 ⊗	d) 11.0 ⊙	e) 11.0 ⊗



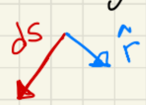
$ds = a\,d\theta$

$$\vec{B}_p = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

$\vec{B}_{2p} = \emptyset$ $\qquad \vec{B}_{1p} = 3.142\,\mu T \otimes$

$\vec{B}_{4p} = \emptyset$

segmento 3



$\odot B_{3p}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,ds\,(1)\,sen\,90}{a^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\cancel{a}\,d\theta}{a^{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 I\,d\theta}{4\pi a}$$

$$\vec{B}_3 = \int_0^{\pi/3}\frac{\mu_0 I\,d\theta}{4\pi a}\odot = \frac{\mu_0 I}{\cancel{4\pi} a} * \frac{\cancel{\pi}}{3} = \frac{\cancel{4}\pi\times 10^{-7}(\cancel{3})}{\cancel{12}(0.04)} \odot T$$

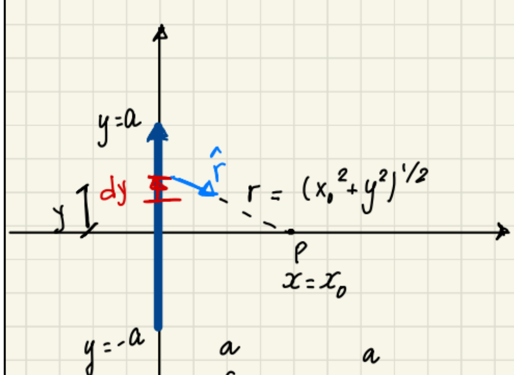
$$\vec{B}_3 = 7.854\,\mu T \odot$$

$$\vec{B}_p = 4.71\,\mu T \odot$$

para un segmento recto corto

$B_p = ?$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$



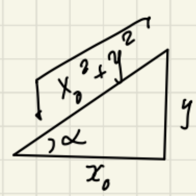
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dy\,(1)\,sen\,\theta}{(x_0^2+y^2)}$$

$$sen\,\theta = sen\,(180-\theta) = sen\,\phi$$

$$sen\,\theta = \frac{x_0}{r} = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2+y^2}}$$

$$B_p = \int_{-a}^{a} dB = 2\int_0^a \frac{\mu_0 I\,x_0\,dy}{4\pi\,(x_0^2+y^2)^{3/2}} \otimes$$

$$= \frac{\mu_0 I x_0}{2\pi}\int_0^a \frac{dy}{(x_0^2+y^2)^{3/2}}$$



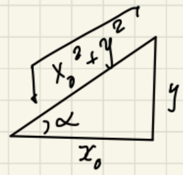
$$\tan\alpha = \frac{y}{x_0}$$

$$y = x_0 \tan\alpha$$

$$dy = x_0 \sec^2\alpha\,d\alpha$$

Simplifico y a

$$C_0 = \frac{\mu_0 I x_0}{2\pi} \int_0^a \frac{dy}{(x_0^2+y^2)^{3/2}}$$



$\tan\alpha = \frac{y}{x_0}$

$y = x_0 \tan\alpha$

$dy = x_0 \sec^2\alpha \, d\alpha$

$$\int \frac{x_0 \sec^2\alpha \, d\alpha}{[x_0^2 + x_0^2 \tan^2\alpha]^{3/2}}$$

$$\int \frac{\cancel{x_0} \sec^2\alpha \, d\alpha}{x^{\cancel{3}}(1+\tan^2\alpha)^{3/2}}$$

$$\frac{1}{x_0^2} \int \frac{\sec^2\alpha \, d\alpha}{\sec^3\alpha}$$

$$\frac{1}{x_0^2} \int \frac{d\alpha}{\sec\alpha} = \frac{1}{x_0^2} \int \cos\alpha \, d\alpha$$

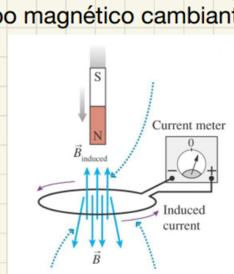
$$= \frac{1}{x_0^2} \operatorname{sen}\alpha$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cancel{x_0}}{2\pi} * \frac{1}{x_0^{\cancel{2}}} \left[\frac{y}{\sqrt{x_0^2+y^2}} \Big|_0^a \right]$$

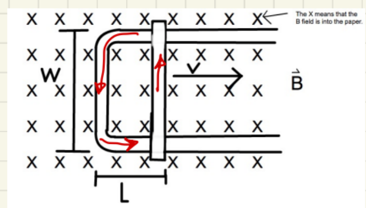
$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi x_0} \cdot \frac{a}{\sqrt{x_0^2+a^2}} \otimes$$

Ley de Inducción de Faraday

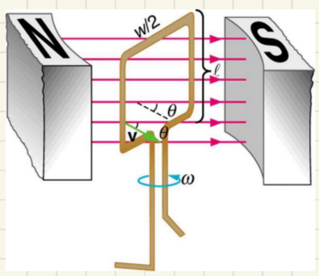
- Es posible inducir una corriente eléctrica en una espira si esta se encuentra en una región donde existe un campo magnético cambiante en el tiempo.



- Es posible inducir una corriente eléctrica en una espira si esta se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme y el área de la espira varía con el tiempo.



- Es posible inducir una corriente eléctrica en una espira de área A, si esta se encuentra en una región donde existe un campo uniforme, pero el ángulo entre el vector del área de la espira y el vector de campo de la espira varía con el tiempo.



$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \rightarrow \varepsilon_{IND}$$

Ley de Inducción de Faraday

Para resumir lo indicado con anterioridad se induce una corriente eléctrica en una espira si el flujo magnético a través de ésta varía con el tiempo.

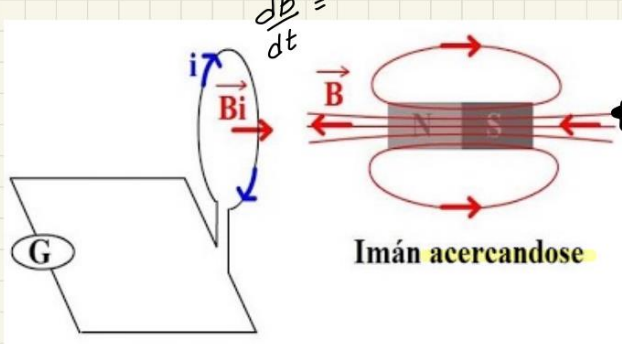
ε = Fuente = Voltaje

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon_{PROMEDIO} = -N \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

Ley de Lenz

$\frac{dB}{dt} = +$



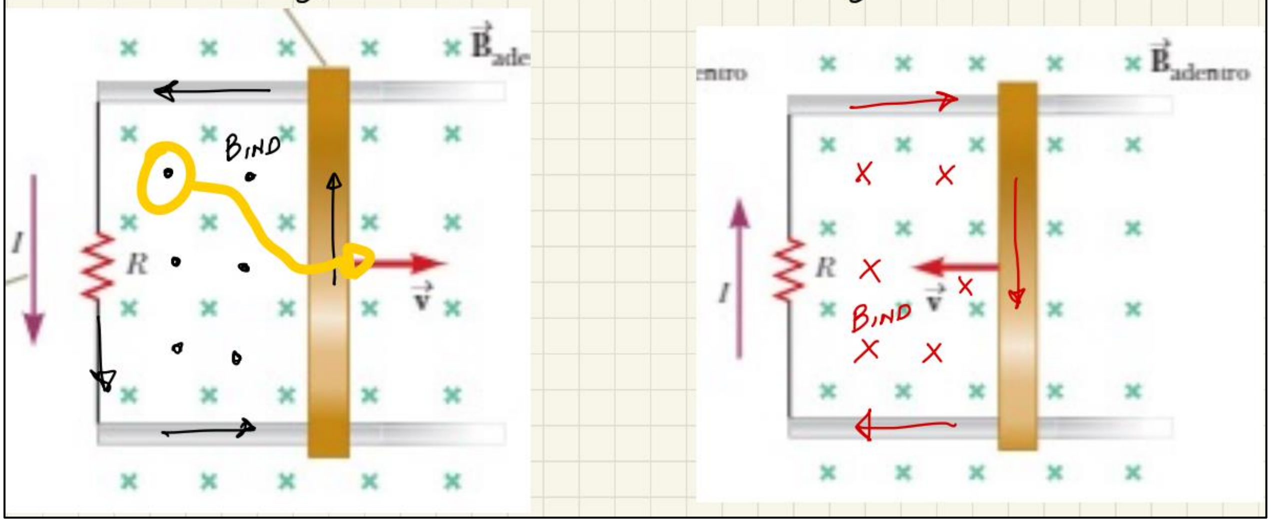
Si el flujo esta aumentando Bind va en dirección opuesta a B.

Si el flujo está disminuyendo Bind va en la misma dirección de B

Todo efecto de inducción se opone a la causa que lo provocó.

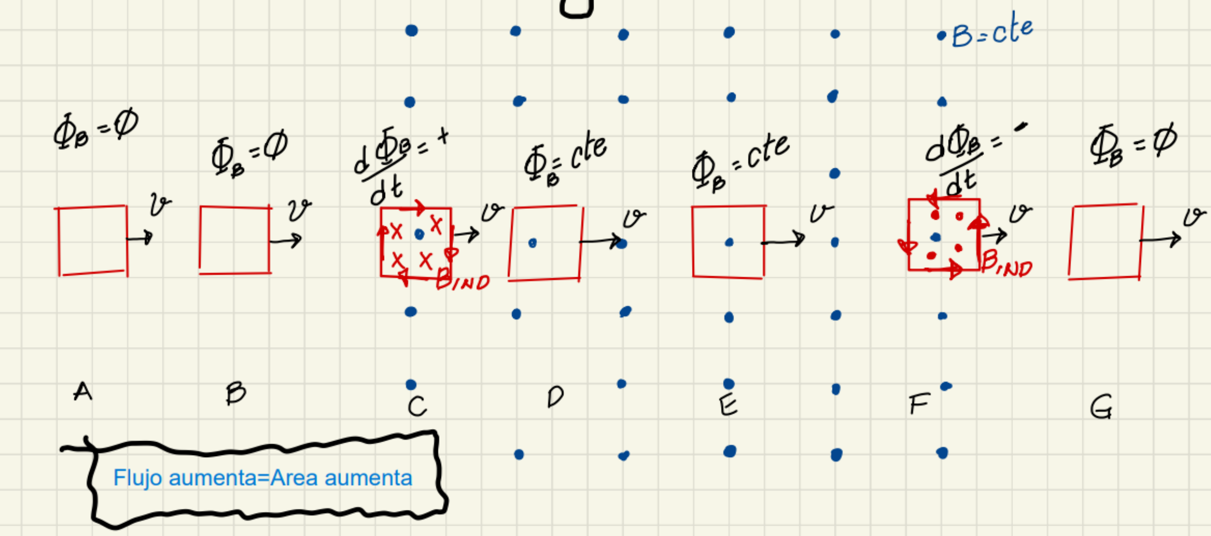
Ley de Lenz

$\frac{dA}{dt} = +$ $\quad \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \to +$ $\qquad\qquad \frac{dA}{dt} = -$ $\quad \frac{d\Phi}{dt} = -$

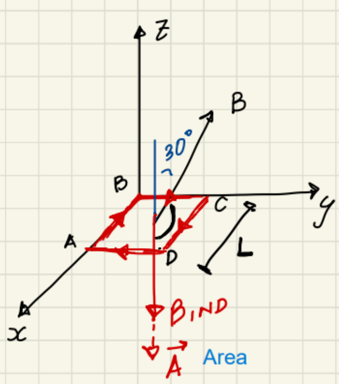


Flujo del Campo Φ ?

$\Phi_B = BA\cos\theta$



Ejemplo 1. Una bobina formada por 50 vueltas de alambre en forma de cuadrado se coloca en un campo magnético que aumenta de manera uniforme de 200 micro Teslas a 600 micro Teslas en 0.4s. En la bobina se induce una fem de 80 mV. La bobina yace en el plano xy y el campo magnético forma un ángulo de 30 grados con el eje positivo de "z". Calcule la longitud del alambre.



$N = 50 \qquad \frac{\Delta B}{\Delta t} = + \qquad B_0 = 200\mu T$

$B_f = 600\mu T$

$\vec{B}_{IND}$ misma dirección $\vec{A}$

$\mathcal{E}_{IND} = 80mV \qquad \Delta t = 0.4s$

$$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -NA\cos\theta\frac{dB}{dt} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

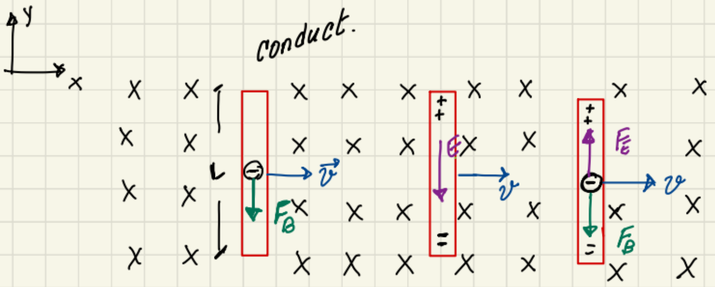
$$80\times10^{-3} = -(50)L^2\cos 150°\left[\frac{600\times10^{-6} - 200\times10^{-6}}{0.4}\right]$$

$L = 1.359\,m \qquad$ una vuela $4L$

longitud $= 50(4L) = \underline{271.8\,m}$

Fem de Movimiento

Ejemplo 2. Determine la fem inducida en una varilla metálica que se mueve con velocidad constante en dirección positiva de "x", en una región donde existe un campo magnético uniforme que apunta hacia adentro de la página ("-z").



$\Delta V = EL$

$$\boxed{\mathcal{E}_{IND} = vBL}$$

$\vec{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B}$

$= qvB \operatorname{sen} 90$

$F_E = F_B$

$\cancel{q}E = \cancel{q}vB$

$E = vB$

$\frac{\Delta V}{L} = vB$

$\Delta V = vBL$

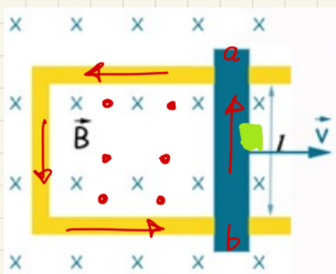
Fem de movimiento

Ejemplo 3. Una barra conductora de la figura hace contacto con dos rieles metálicos separados 50cm en un campo uniforme de B=1Tesla perpendicular al plano de la página. La resistencia total del circuito es de 0.4 ohms (supuesta constante).

a) ¿Cuál es la magnitud y el sentido de la fem inducida en la barra cuando se mueve a una rapidez de 8m/s? ¿Y la corriente inducida?

b) ¿Qué fuerza se necesita para mantener la barra en movimiento?

c) ¿Con qué ritmo se está convirtiendo energía mecánica en energía eléctrica?



$\frac{dA}{dt} = +$

a) $\mathcal{E}_{IND} = vBL$

$= (8)(1)(0.5) = 4\,V$

$L = 0.5\,m$

$B = 1\,T$

$R = 0.4\,\Omega$

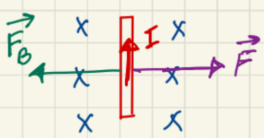
$I_{IND} = \frac{\mathcal{E}_{IND}}{R} = 10\,A$

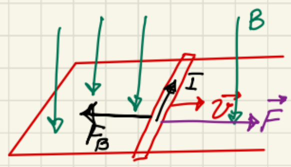
b) $\vec{F_B} = I\vec{L} \times \vec{B} = (10)(0.5)(1) \operatorname{sen} 90$

$= 5N$

$|F| = |F_B|$

$\vec{F} = 5\,N$ hacia la derecha





$\Sigma F = \emptyset$

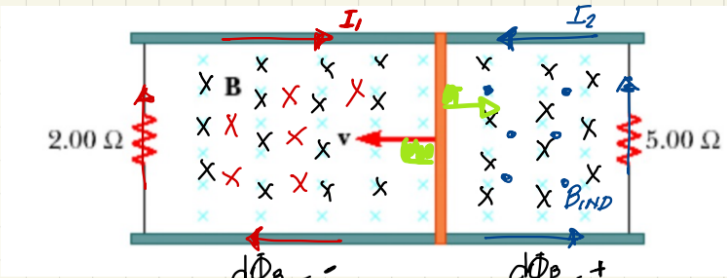
c) $\text{Potencia} = I^2R = 10^2(0.4) = 40 \text{ watts}$

$= \mathcal{E}_{IND} I_{IND} = 4(10) = 40\,W.$

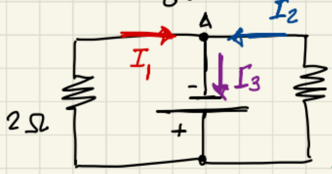
$\text{Potencia mecánica} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv = 5(8) = 40\,W$

Fem de movimiento

Ejemplo 4. Una varilla de longitud 35 cm se desplaza libremente como se muestra en la figura. Un campo magnético de 2.5 Teslas está dirigido perpendicularmente hacia la página. La varilla se mueve hacia la izquierda con una rapidez de 8 m/s. Determine la corriente en ambos resistores y la potencia entregada al circuito. Calcule la fuerza que se requiere para que la barra se mueva con rapidez constante.



$\frac{d\Phi_B}{dt} = -$ $\qquad$ $\frac{d\Phi_B}{dt} = +$



Nodos A

$I_3 = I_1 + I_2$

$I_3 = 4.9\,A$

Pot. entrega $= \mathcal{E}_{IND} * 4.9$

$= 34.3$ Watts

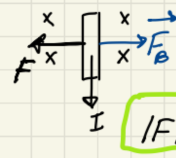
$L = 35cm$ $\qquad$ $v = 8\,m/s$

$\mathcal{E}_{IND} = vBL$

$= 8(2.5)(0.35) = 7V$

$I_1 = \frac{7}{2} = 3.5A$

$I_2 = \frac{7}{5} = 1.4A$



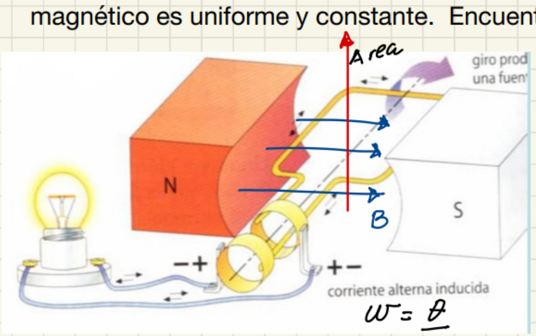
$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$

$|F| = |F_B|$

$\boxed{|F| = ILB \,sen\, 90}$

$|F| = 4.9(0.35)(2.5) = 4.29\,N$

Ejemplo 5. La versión simple de un alternador simple (generador) un dispositivo que genera una fem consta de una espira rectangular que gira con una rapidez angular *w* en torno a su eje. El campo magnético es uniforme y constante. Encuentre el valor de la fem inducida y su valor máximo.



$w = \frac{\theta}{t}$

$\theta = wt$

rad/s

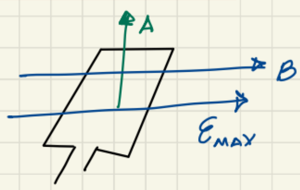
$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$

$= -N\frac{d(BA\cos\theta)}{dt} = -NBA\frac{d}{dt}\cos wt$

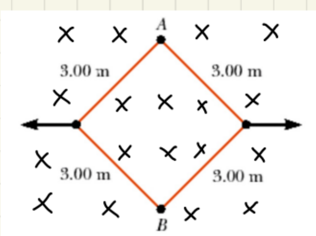
$\boxed{\mathcal{E}_{IND} = +NBAw\,sen\,wt}$

$wt = \theta = 90$

$\boxed{\mathcal{E}_{IND\,MAX} = NBAw}$



Ejemplo 6. La espira cuadrada de la figura tiene una resistencia de 10 ohms y se coloca en un campo magnético de 0.10 Teslas entrante al plano de la página. Si la espira se hala por los extremos hasta que la separación entre los puntos A y B es de 3.00 m en un tiempo de 0.1s. ¿Cuál es la fem inducida? ¿Cuál es la magnitud y dirección de la corriente inducida?

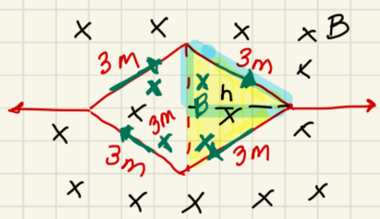


$R = 10\Omega$ $\qquad$ $\Delta t = 0.1s$

$B = 0.1\,T$

$A_0 = 9m^2$

$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{A_f - A_0}{\Delta t} = -12.058\,\frac{m^2}{s}$



$A_f = 2\left[\frac{3*h}{2}\right]$

$h = \sqrt{9-1.5^2}$

$A_f = \cancel{2}\left[\frac{3\sqrt{9-1.5^2}}{\cancel{2}}\right]$

$A_f = 7.7942\,m^2$

$\mathcal{E}_{PROMEDIO} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$

$\mathcal{E}_{PROMEDIO} = -(1)\frac{\Delta(BA\cos\theta)}{\Delta t}$

$\theta = 0°$

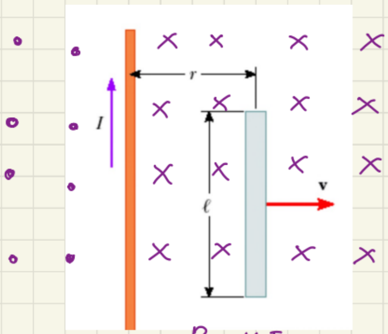
$\boxed{\mathcal{E}_{IND} = -B\cos 0°\frac{\Delta A}{\Delta t}}$

$= -0.1(1)(-12.058)$

$\mathcal{E}_{IND} = 1.2058\,V$

$I_{IND} = \frac{\mathcal{E}_{IND}}{R} = 120.6\,mA$

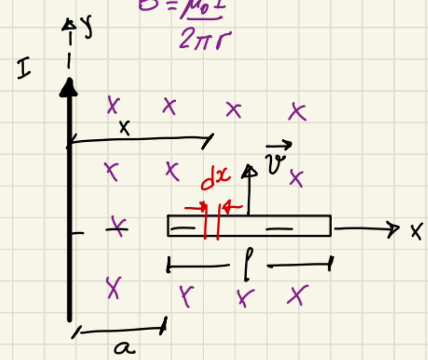
Ejemplo 7. Calcule la fem inducida en la barra metálica



$\mathcal{E}_{IND} = vBL$

$\mathcal{E}_{IND} = v\left[\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right]L$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

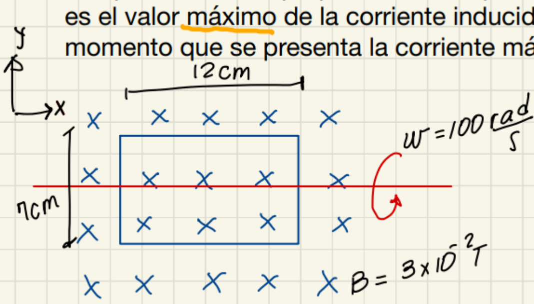


$\mathcal{E}_{IND} = ?$

$d\mathcal{E}_{IND} = vB\,dx = \frac{v\mu_0 I}{2\pi x}dx$

$\mathcal{E}_{IND} = \int_a^{a+L} \frac{v\mu_0 I}{2\pi x}dx = \frac{v\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$

Ejemplo 8.
Una espira cerrada de diez vueltas de alambre de 7 x 12 cm gira alrededor de un eje como se indica, con una velocidad angular de 100 rad/seg. La resistencia del alambre es de 7ohms. Se presenta un campo uniforme B perpendicular al eje de rotación, la magnitud de este campo es de 3 E-2 T. ¿Cuál es el valor máximo de la corriente inducida en la espira? ¿Cuál es la orientación de la espira en el momento que se presenta la corriente máxima?

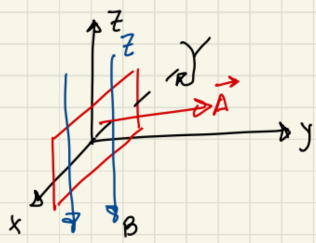


$R = 7\Omega$ $\quad w = \frac{\theta}{t}$ $\quad \theta = wt$

$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{d}{dt}(BA\cos wt)$

$\mathcal{E}_{IND} = +NBAw\,\text{sen}\,wt$ $\qquad \text{Sen}(90) = 1$

$\mathcal{E}_{IND_{MAX}} = NBAw$



$I_{IND_{MAX}} = \frac{\mathcal{E}_{IND_{MAX}}}{R} = \frac{NBAw}{R} = \frac{(10)(3\times10^{-2})(0.07\times0.12)(100)}{7}$

$I_{IND_{MAX}} = 36\,mA$

La orientación de la espira debe ser paralela al campo, para que el vector de área y el vector de campo sean perpendiculares.

PROBLEMA 8: (15 puntos) $\vec{A}$ va en la misma dirección B_{IND}

Dos rieles conductores rectos forman un ángulo θ en donde se unen sus extremos. Una barra conductora ***ab*** en contacto con los rieles y formando un triángulo isósceles con ellos arranca en el vértice en el momento t = 0 y se mueve a velocidad constante v = 4.20 m/s hacia la derecha, como lo muestra la figura. Un campo magnético ***B***= 352 mT apunta hacia afuera

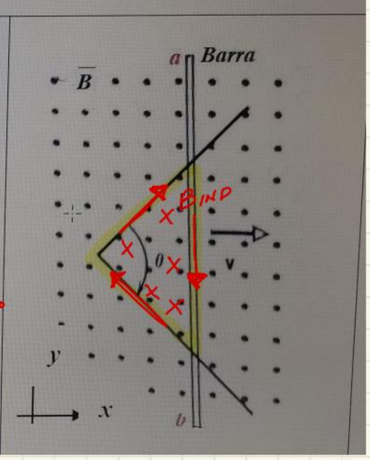
a) Encuentre la fem inducida en la barra (en V), cuando ha transcurrido un tiempo de t = 3.70 s y la barra hace un θ = 110° como lo muestra la figura. *(10 puntos)*

Respuesta: 65.62 ± 0.05

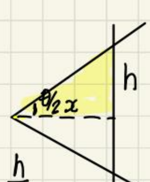
ϕ angulo entre $\vec{B}$ y $\vec{A}$ $\quad \phi = 180°$

b) Determine la dirección de la corriente inducida en la barra *(5 puntos)* (usar la referencia ± *i* , ± *j* , ± *k* , conforme los ejes indicados)

Respuesta: - *j*



$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -(1)\frac{d(BA\cos\phi)}{dt} = -B\cos\phi\frac{dA}{dt}$



$\frac{dx}{dt} = V_x = 4.2\frac{m}{s}$

$A = \cancel{2}\left(\frac{xh}{\cancel{2}}\right)$

$\tan 55° = \frac{h}{x}$

$A = x(x\tan 55) = x^2\tan 55$

$h = x\tan 55$

$\frac{dx}{dt} = V_x$

V_x = La direcion

$$\mathcal{E}_{IND} = -B\cos 180 \frac{d}{dt}(x^2 \tan 55)$$

$$= +B \tan 55 \frac{d}{dt}(x^2) = B\tan 55 * 2x\frac{dx}{dt}$$

v_x

$$= B\tan 55 * 2x v_x$$

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

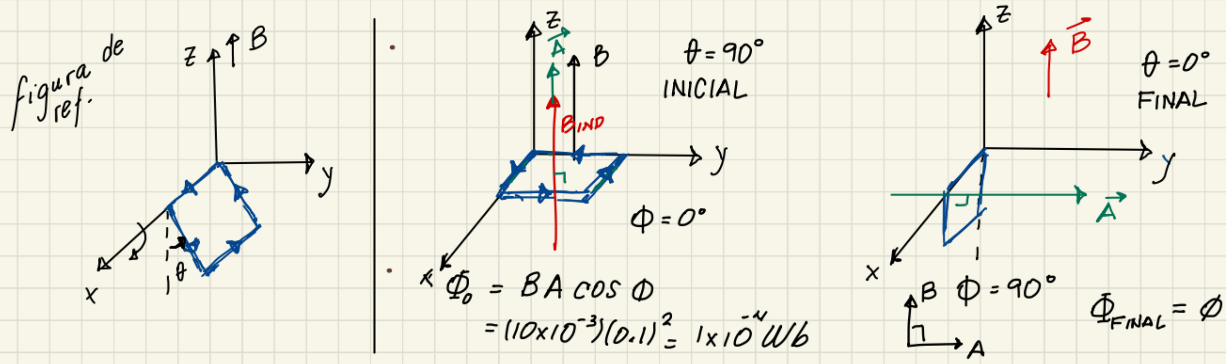
$$\mathcal{E}_{IND}(t=3.7) = (352\times10^{-3})\tan 55 * 2 * 15.54 * 4.2$$

$$x = v_x t$$

$$x = 4.2(3.7) = 15.54m$$

$$= 65.62V$$

Ejemplo 9. Una espira cuadrada de 10 cm por lado y 100 vueltas de alambre se encuentra en una región donde existe un campo magnético de 10mT en dirección "+z". La espira gira en torno el eje positivo de "x" con uno de sus vértices en el origen. La resistencia de la bobina es de 10 ohms. Si la bobina cambia de posición desde theta = 90 grados a theta = 0 grados en 200ms. Calcule la fem inducida en la espira, la corriente inducida y su dirección.



$$\Phi_0 = BA\cos\Phi$$

$$= (10\times10^{-3})(0.1)^2 = 1\times10^{-4}\,Wb$$

$$\Phi_{FINAL} = \emptyset$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$= -(100)\left[\frac{\Phi_f - \Phi_0}{\Delta t}\right]$$

$$= -100\left[\frac{-1\times10^{-4}}{200\times10^{-3}}\right] = 0.05V$$

$$I_{IND} = \frac{\mathcal{E}_{IND}}{R} = \frac{0.05}{10} = 5mA$$

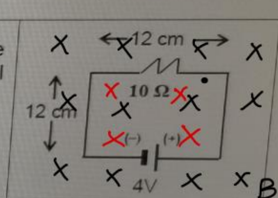
Webbers = Flujo

PROBLEMA 5: (15 puntos)

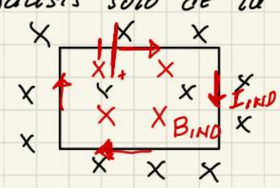
El circuito de la figura está en un campo magnético uniforme, que está dirigido hacia adentro de la página ⊗ , y disminuye a razón de 125 T/s. La corriente total resultante (en A) en el circuito es,

Respuesta = 0.22 tolerancia = ± 0.003

$$\frac{dB}{dt} = -125\,\frac{T}{s}$$



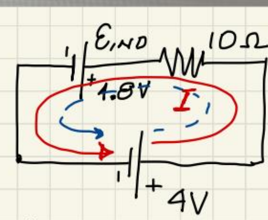
Análisis solo de la inducción



$\vec{A}$ entre $\vec{B}$

$\theta = 0°$

Misma direccion su angulo de campo magnetico es 0



$$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d(BA\cos\theta)}{dt}$$

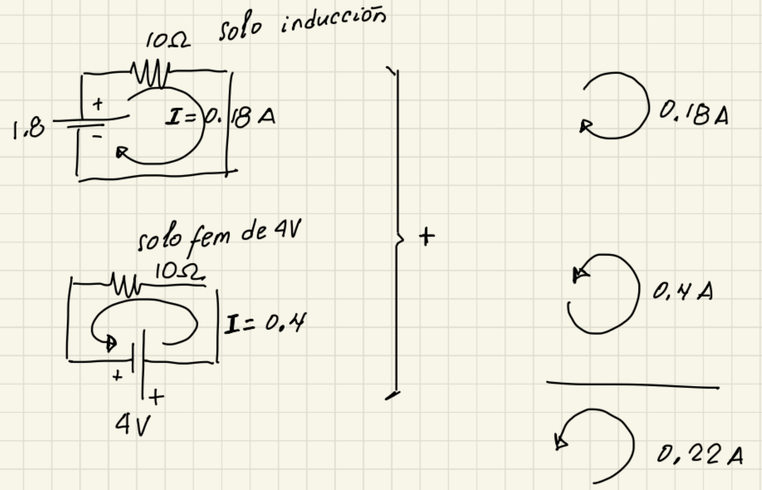
$$= -(1)(0.12)^2\cos 0°\frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -0.12^2(-125) = 1.8V$$

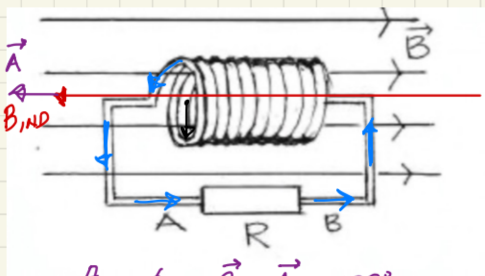
$$+4 - 10I - 1.8 = 0$$

$$2.2 = 10I$$

$$I = 0.22A$$



Ejemplo 10. Un solenoide de 10 vueltas de alambre y un centímetro de radio tiene conectado en sus extremos una resistencia de 0.3 ohms. El solenoide está inmerso en un campo magnético que varía de 0 Teslas a 2 Teslas en 5ms. Calcule el valor de la fem inducida. Calcule la dirección y magnitud de la corriente inducida.



θ entre $\vec{B}$ y $\vec{A} \Rightarrow 180°$

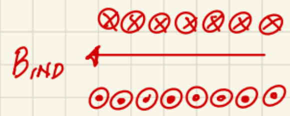
radio = 0.01 m
$N = 10$
$R = 0.3\,\Omega$

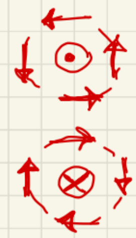
$B_0 = 0$
$B_f = 2T$
$\Delta t = 5ms$

$\frac{\Delta B}{\Delta T} = +$

$= \frac{2-0}{5\times10^{-3}}$

$\frac{\Delta B}{\Delta t} = +400\,\frac{T}{s}$





$$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{\Delta(BA\cos\theta)}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -NA\cos 180\,\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -(10)\pi(0.01)^2(-1)(400) = \underline{1.26\,V}$$

$$I_{IND} = \frac{\mathcal{E}_{IND}}{R} = \underline{4.19\,A}$$

SI EL FLUJO MAGNÉTICO ESTÁ AUMENTANDO, ENTONCES, LOS VECTORES DE CAMPO INDUCIDO DEBEN OPONERSE (IR EN DIRECCIÓN CONTRARIA) A LOS VECTORES DE CAMPO MAGNÉTICO DE LA REGIÓN.

SI EL FLUJO MAGNÉTICO DISMINUYE ENTONCES, LOS VECTORES DE CAMPO MAGNÉTICO INDUCIDO VAN EN LA MISMA DIRECCIÓN QUE LOS VECTORES DE CAMPO MAGNÉTICO DE LA REGIÓN.

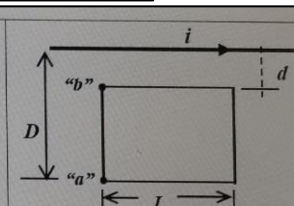
Una espira de resistencia 2.0 mΩ está situada como lo muestra la figura respecto de un alambre largo que transporta una corriente y en el instante mostrado $i = 0.80$ A.

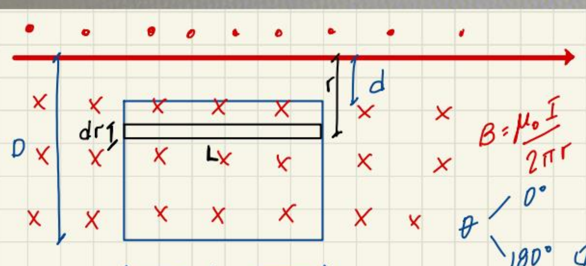
a) ¿Cuál es el flujo magnético (en μTm²) a través de la espira? Tomar d= 1cm, D= 6 cm, L = 1.5 m. Recuerde que el flujo magnético no es constante en la espira.

Respuesta= 0.43 tolerancia = ± 0.03

b) ¿Cuál es el valor absoluto de la FEM inducida en la espira (en μV) en el instante que la corriente se incrementa a razón de 100 A/s? Tomar d= 1cm, D= 6 cm, L = 1.5 m

Respuesta= 53.75 tolerancia = ± 0.05





$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

θ: 0°, 180°

$dA = L\,dr$

$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A}$ $\qquad d\Phi_B = B\,dA\cos\theta$

$d\Phi_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} L\,dr\cos\theta \qquad \Phi_B = \int d\Phi_B$

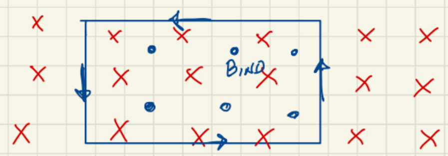
$$\Phi_B = \int_d^D \frac{\mu_0 I L\cos\theta\,dr}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I L\cos\theta}{2\pi}\int_d^D \frac{dr}{r}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I L\cos\theta}{2\pi}\ln\frac{D}{d}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I L\cos\theta}{2\pi}\ln\frac{D}{d} = \frac{4\pi\times10^{-7}(0.8)(1.5)(1)}{2\pi}\ln\frac{0.06}{0.01} = \underline{4.3\times10^{-7}\,Wb}$$

b)

$$\frac{dI}{dt} = +100\,\frac{A}{s}$$



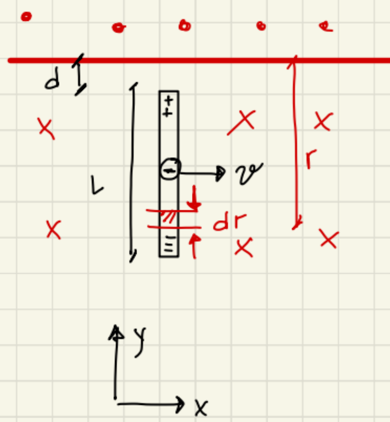
$\theta = 180°$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I L\cos\theta}{2\pi}\ln\frac{D}{d}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{N\mu_0 L\cos\theta}{2\pi}\ln\frac{D}{d}\,\frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -\frac{(1)\,4\pi\times10^{-7}(1.5)\cos 180°}{2\pi}\ln 6 \times 100$$

$$\mathcal{E}_{IND} = \underline{53.75\,\mu V}$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

problema 7 1Retra. 2022

$$\mathcal{E}_{IND} = vBL$$

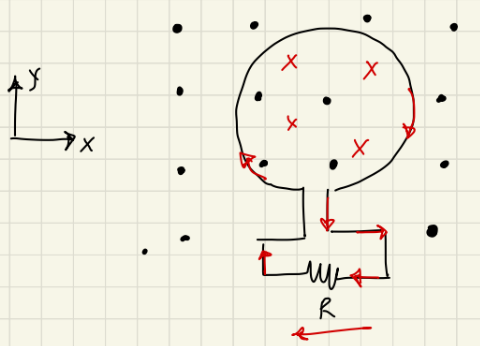
$$d\mathcal{E}_{IND} = v\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr$$

$$\mathcal{E}_{IND} = \int_d^{d+L} d\mathcal{E}_{IND} = \int_d^{d+L}\frac{v\mu_0 I}{2\pi r}dr$$

$$\mathcal{E}_{IND} = \frac{v\mu_0 I}{2\pi}\ln\left|\frac{d+L}{L}\right|$$

problema 6 2S - 2021

Φ_B aumenta



a) $\Phi_B = (3t+1)(t-2)$ Φ_B (miliwebers)

radio = 2m

$$\Phi_B = 3t^2 + t - 6t - 2$$

$$\Phi_B = 3t^2 - 5t - 2$$

$$\mathcal{E}_{IND}(t = 5.5s) = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -(1)[6t - 5]$$

$$\mathcal{E}_{IND} = -28\,mV$$

$$|\mathcal{E}_{IND}| = 28\,mV$$

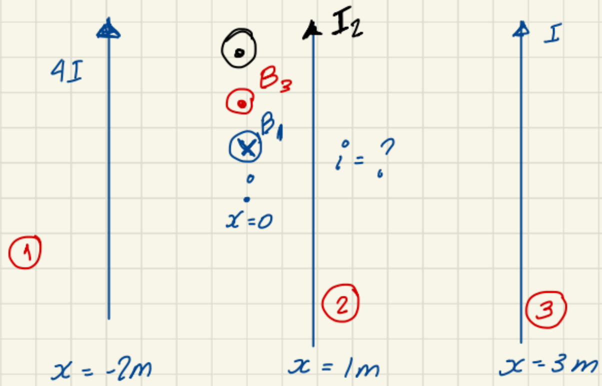
b) $L = 18\,m$

$\rho = 1.7\times10^{-8}\,\Omega\cdot m$

diametro = 6 mm

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1.7\times10^{-8})(18)}{\pi(3\times10^{-3})^2} = \underline{10.82\,m\Omega}$$

$$I_{IND} = \frac{\mathcal{E}_{IND}}{R} = \underline{2.587\,A}$$



$I = 2.5\,A$

$\vec{B}_0 = \varnothing$

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$

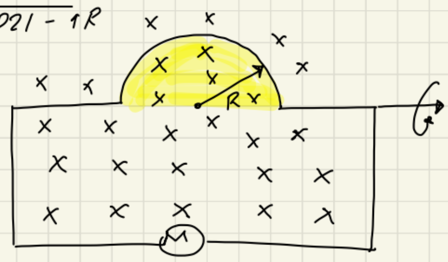
$\vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi(2)} (-\hat{k})$

$\vec{B}_3 = \dfrac{\mu_0 I_3}{2\pi(3)} (+\hat{k})$

$\vec{B}_1 + \vec{B}_3 = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\left(-\dfrac{4(2.5)}{2} + \dfrac{2.5}{3}\right)\hat{k}$

$\vec{B}_1 + \vec{B}_3 = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\left(-5 + \dfrac{5}{6}\right)\hat{k}$

Problema 6
Nov. 2021 - 1R



$R = 10cm$
$f = 60Hz$
$B = 0.4\,T$

$w = 2\pi f$
$\theta = wt$

$\mathcal{E}_{IND} = -N\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -(1)\dfrac{d\,BA\cos\theta}{dt}$

$\mathcal{E}_{IND} = -BA(-\text{sen}\,wt) * w$

$\mathcal{E}_{IND} = BAw\ \text{sen}\,wt$

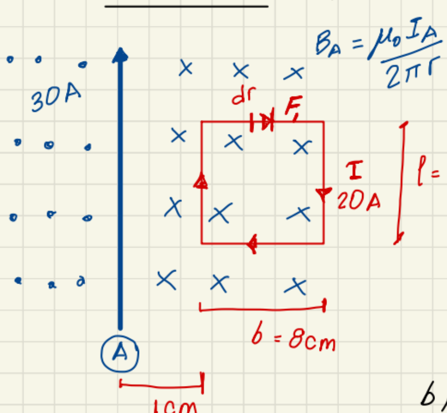
$\mathcal{E}_{IND_{MAX}} = BAw$

$= 0.4\left[\dfrac{\pi\,Radio^2}{\cancel{2}}\right]\cancel{2}\pi f$

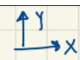
$= 0.4 * \pi^2 (0.1)^2 (60)$

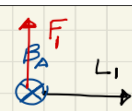
$\mathcal{E}_{IND_{MAX}} = 2.369\,V$

Problema 4   1R Nov. 2021



$B_A = \dfrac{\mu_0 I_A}{2\pi r}$





a) $\vec{F}_1 = I\vec{L}_1 \times \vec{B}$

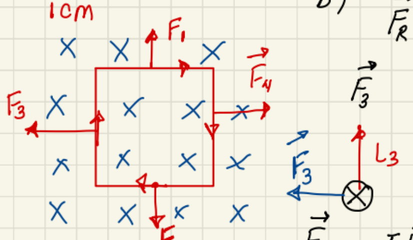
$F_1 = IL_1 B_A\,\text{sen}\,90\ \uparrow$

$dF_1 = I\,dr\,B_A = I\dfrac{\mu_0 I_A}{2\pi r}dr\ \uparrow$

$\vec{F}_1 = \dfrac{\mu_0 I I_A}{2\pi}\displaystyle\int_a^{a+b}\dfrac{dr}{r}\uparrow = \dfrac{\mu_0 I I_A}{2\pi}\ln\left|\dfrac{a+b}{a}\right|\uparrow$

$|F_1| = \dfrac{\cancel{4}^{2}\cancel{\pi}\times10^{-7}(20)(30)}{\cancel{2\pi}}\ln\left|\dfrac{0.09}{0.01}\right| = 2.64\times10^{-4}N$

b) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \varnothing$

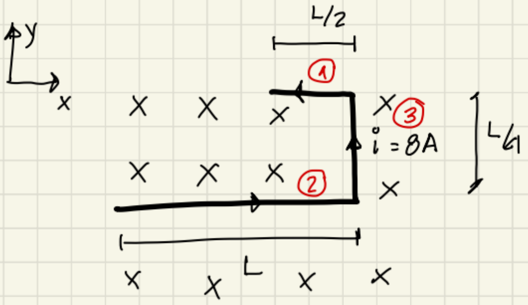


$\vec{F}_3 = I\vec{L}_3 \times \vec{B} = IL_3 B_A\,\text{sen}\,90° \leftarrow$

$= \dfrac{(20)(0.3)\mu_0(30)}{2\pi(0.01)}N \leftarrow = 3.6\,mN\,(-\hat{\imath})$

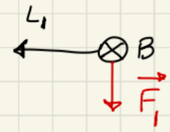
$\vec{F}_4 = I\vec{L}_4 \times \vec{B} = \dfrac{(20)(0.3)\mu_0(30)}{2\pi(0.09)}\text{sen}\,90° = 4\times10^{-4}N\ (\hat{\imath})$

$\vec{F}_R = -3.2\,mN\,\hat{\imath}$



$L = 2.5 m \quad B = 5.5 T$

a) $\vec{F_1} + \vec{F_2}$

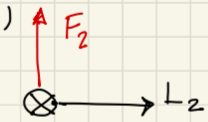


$\vec{F_1} = I\vec{L_1} \times \vec{B}$

$= I L_1 B \; (-\hat{j})$

$= (8)(1.25)(5.5) \; N \; (-\hat{j})$

$= -55 \; N \; \hat{j}$



$\vec{F_2} = I\,\vec{L_2} \times \vec{B}$

$\vec{F_2} = (8)(2.5)(5.5) \; (+\hat{j}) \; N$

$\vec{F_2} = 110 N \; (+\hat{j})$

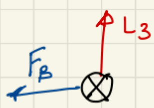
$\vec{F_1} + \vec{F_2} = 55 N \; (+\hat{j})$

b) $\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$

$\vec{F_3} = I\,\vec{L_3} \times \vec{B} = I L_3 B \, sen\, 90 \; (-\hat{i}) \; N$

$= -(8)(0.625)(5.5) \; \hat{i} \; N$

$= -27.5 \; N \; (\hat{i})$



$\vec{F_R} = (-27.5 \; \hat{i} + 55 \hat{j}) \; N$

$|F_R| = 61.5 \; N$