POTENCIAL eléctrico

distribuciones de carga

EJERCICIOS

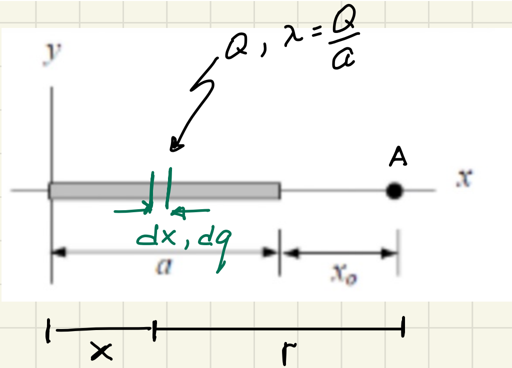
• PARA RESOLVER •

EN CLASE

INGA
claudia
contreras

Problema 1.

Se tiene una línea de carga eléctrica distribuida a lo largo de una varilla de longitud a, con una carga total Q. Halle el potencial eléctrico en un punto localizado a una distancia x_o a la derecha de la varilla.



$$dV_A = \frac{k\,dq}{r} \qquad dq = \lambda\,dx$$

$$r = a + x_0 - x$$

$$dV_A = \frac{k\lambda\,dx}{a+x_0-x}$$

$$V_A = \int dV_A = \int_0^a \frac{k\lambda\,dx}{a+x_0-x} = k\lambda \int_0^a \frac{dx}{a+x_0-x}$$

$$u = a+x_0-x$$

$$du = -dx$$

$$\int \frac{-du}{u}$$

$$= -\ln|u|$$

$$= -\ln|a+x_0-x|$$

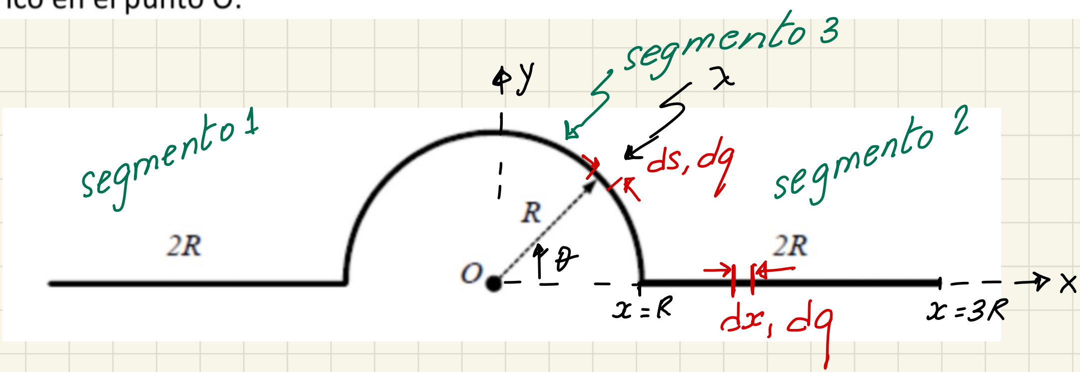
$$V_A = \frac{kQ}{a}\left(-\ln|a+x_0-x|\right|_0^a$$

$$V_A = \frac{kQ}{a}\left[-\ln|x_0| + \ln|a+x_0|\right]$$

$$V_A = \frac{kQ}{a}\ln\left|\frac{a+x_0}{x_0}\right|$$

Problema 2.

Un alambre con densidad de carga uniforme λ se dobla como se muestra en la figura. Determine el potencial eléctrico en el punto O.



r = x

$$V_0 = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1 = V_2 = k\lambda \ln 3$$

para el segmento 2

$$dV_2 = \frac{k\,dq}{r} \qquad dq = \lambda\,dx \qquad r = x$$

$$V_2 = \int_R^{3R} \frac{k\lambda\,dx}{x} = k\lambda \ln x \Big|_R^{3R} = k\lambda \ln 3$$

segmento 3

$$dV_3 = \frac{k\,dq}{r} \qquad r = R \qquad dq = \lambda\,ds = \lambda R\,d\theta$$

$$V_3 = \int_0^{\pi} \frac{k\lambda R\,d\theta}{R} = k\lambda\,\theta\Big|_0^{\pi} = k\lambda\pi$$

$$V_0 = k\lambda \ln 3 + k\lambda \ln 3 + k\lambda\pi$$

$$V_0 = k\lambda\,[2\ln 3 + \pi]$$

¿Cómo encontrar el potencial eléctrico a partir del campo eléctrico?

$$W_{A\to B} = -\Delta U = U_0 - U_f$$
$$= U_A - U_B$$
$$= qV_A - qV_B$$
$$= \underline{q\,(V_A - V_B)}$$

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = \underline{\int_A^B q\vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

$$\Delta V = V_B - V_A$$

$$\cancel{q}(V_A - V_B) = \int_A^B \cancel{q}\,\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

$$\downarrow$$

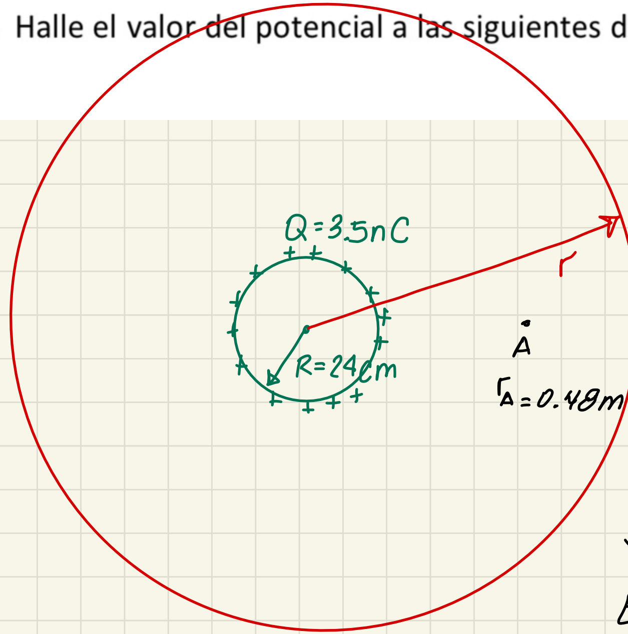
$$\boxed{\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

$$\Delta V = \int_B^A \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$-(V_B - V_A) = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Problema 3.

Una carga eléctrica total de $3.5nC$ se encuentra distribuida en una esfera metálica de $24cm$ de radio. Si el potencial es cero en un punto infinito. Halle el valor del potencial a las siguientes distancias del centro de la esfera: a) $48cm$; b) $24cm$; c) $12cm$.



a) $V_A - \cancel{V_B} = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E}\cdot d\vec{r}$

$r_B = \infty$

B

$V_B = 0$

$$V_A = \int_{r_A}^{\infty} \frac{kQ}{r^2}\,dr = kQ\int_{r_A}^{\infty}\frac{dr}{r^2}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$V_A = kQ\left[-\frac{1}{r}\Big|_{r_A}^{\infty}\right] = \frac{kQ}{r_A}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

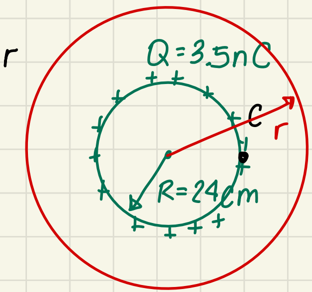
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\,\hat{r}$$

$$V_A = \frac{kQ}{r_A} = \frac{9\times10^{9}(3,5\times10^{-9})}{0,48} = 65,625\,V$$

b) $V_C - V_A = \int_{r_C}^{r_A} \vec{E} \cdot d\vec{r}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$V_C - 65.625 = \int_{0.24}^{0.48} \frac{kQ}{r^2}\, dr$$



$\dot{A}$

$V_A = 65.625\,V$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\,\hat{r}$$

$r_B = \infty$

$\dot{B}$

$V_B = \emptyset$

$$V_C = +65.625 + kQ\left[-\frac{1}{r}\Big|_{0.24}^{0.48}\right]$$

$$V_C = 65.625 + 9\times10^9(3.5\times10^{-9})\left[-\frac{1}{0.48} + \frac{1}{0.24}\right]$$

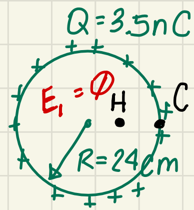
$$\underline{V_C = 131.25\,V}$$

c)

$$V_H - \cancel{V_B} = \int_{r_H}^{r_C} \cancel{\vec{E_1} \cdot d\vec{r}} + \int_{r_C}^{r_B} \vec{E_2} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E_2} = \frac{kQ}{r^2}$$

$$V_H = \int_{r_C}^{r_B} \frac{kq}{r^2}\, dr$$



A

$r_A = 0.48\, m$

$V_A = 65.625\ V$

B

$r_B = \infty$

$V_B = 0$

$$V_H = kq\left[-\frac{1}{r}\Big|_{0.24}^{\infty}\right]$$

$V_C = 131.25V$

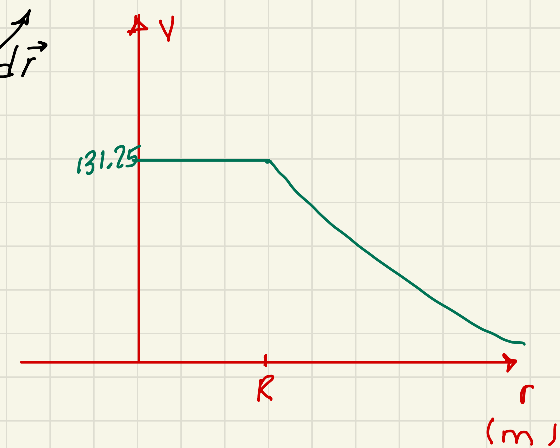
$$V_H = 9\times10^{9}(3.5\times10^{-9})\left(+\frac{1}{0.24}\right)$$

$$V_H = 131.25\,V$$

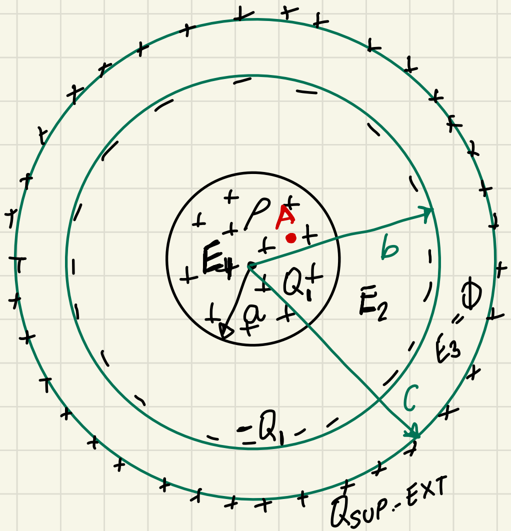
$$V_H - V_C = \int_{r_H}^{r_C} \cancel{\vec{E_1} \cdot d\vec{r}}$$

$$V_H - V_C = 0$$

$$V_H = V_C$$



Veamos si entendimos?



$$-Q_1 + Q_{SUP-EXT} = Q_2$$

E_4

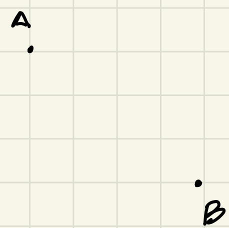
$r_B = \infty$

$V_B = 0$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{a} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{a}^{b} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} + \int_{b}^{c} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \int_{c}^{B} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r}$$

¿Qué pasa si el campo tiene componentes en x, y, z?

$$\rightarrow \vec{E} = E_x \hat{\imath} + E_y \hat{\jmath} + E_z \hat{k}$$

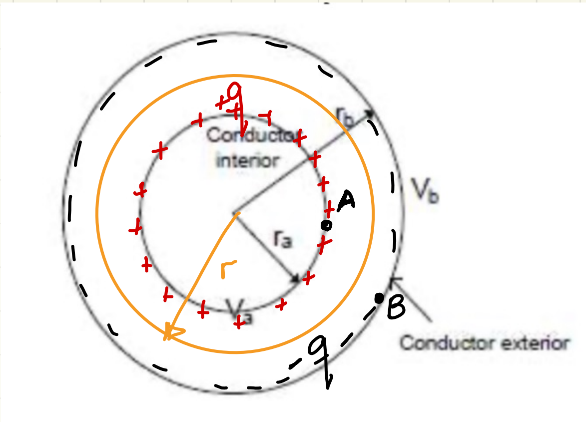


$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_A - V_B = \int_{x_A}^{x_B} E_x\,dx + \int_{y_A}^{y_B} E_y\,dy + \int_{z_A}^{z_B} E_z\,dz$$

Problema 4.

Una esfera metálica de radio interior $r_a = 1.2cm$ se encuentra en el interior y es concéntrica a una esfera hueca de radio $r_b = 9cm$. Se coloca una carga $+q$ en la esfera interior y una carga $-q$ en la esfera hueca. La magnitud de q se ha elegido de modo que la diferencia de potencial entre las esferas de $500V$, con la esfera interior al potencial más alto. Calcule el valor de q.



$$V_A - V_B = 500$$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \frac{kq}{r^2}\, dr$$

$$V_A - V_B = kq\left[-\frac{1}{r}\Big|_{r_A}^{r_B}\right] = kq\left[-\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A}\right]$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{+q}{\varepsilon_0}$$

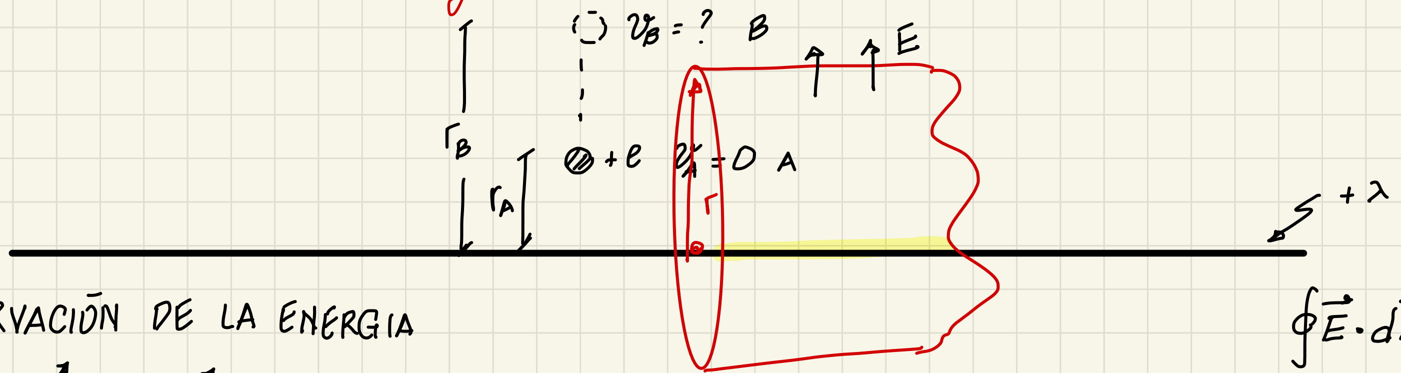
$$\vec{E} = \frac{+kq}{r^2}\hat{r}$$

$$q = \frac{V_A - V_B}{k\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]} = \frac{500}{9\times10^9\left[-\frac{1}{0.09} + \frac{1}{0.012}\right]}$$

$$\boxed{q = 7.69\times10^{-10}C}$$

Ejemplo Se suelta un protón $+e$, a una distancia r_A de una línea larga de carga con densidad $+\lambda$, encuentre la rapidez del protón cuando se ha alejado una distancia r_B de la línea?

$q = +e$



CONSERVACIÓN DE LA ENERGIA

$$U_A + \cancel{K_A} + \cancel{W_{OTRAS}} = U_B + K_B$$

$$qV_A = qV_B + \frac{1}{2} m_p v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m_p}}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr$$

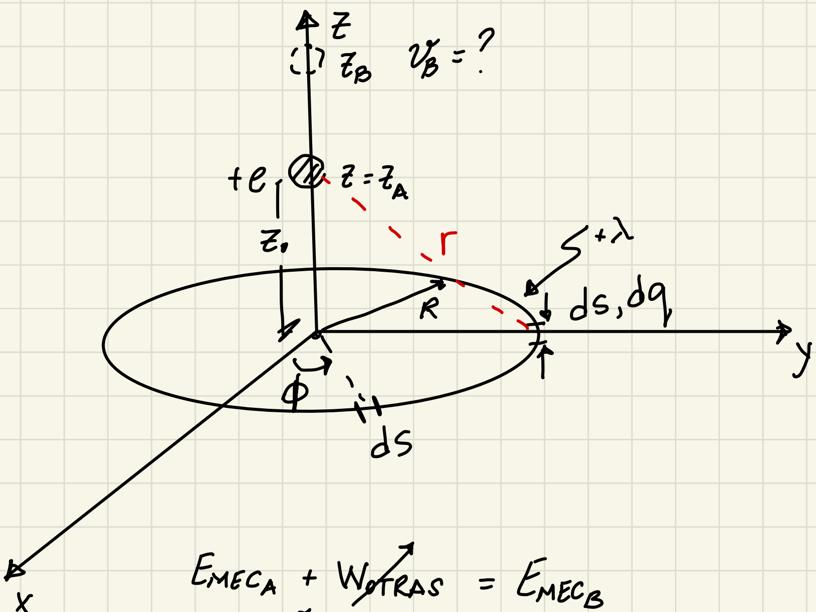
$$V_A - V_B = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_B}{r_A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r \cancel{h}) = \frac{\lambda \cancel{h}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} \hat{r}$$

Se suelta un protón en z_A, ¿cuál es su rapidez en z_B?



$$dV = \frac{k\,dq}{r} \qquad dq = \lambda\,ds = \lambda R\,d\phi$$

$$r = (R^2 + z_0^2)^{1/2}$$

$$dV = \frac{k \lambda R\,d\phi}{(R^2 + z_0^2)^{1/2}}$$

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{k\lambda R\,d\phi}{(R^2+z_0^2)^{1/2}} = \frac{k\lambda R}{(R^2+z_0^2)^{1/2}} * 2\pi$$

$$V_A = \frac{k\lambda R\,2\pi}{(R^2+z_A^2)^{1/2}}$$

$$V_B = \frac{k\lambda R\,2\pi}{(R^2+z_B^2)^{1/2}}$$

$$E_{MEC_A} + \cancel{W_{OTRAS}} = E_{MEC_B}$$

$$U_A + \cancel{K_A} = U_B + K_B$$

$$qV_A = qV_B + \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}}$$