- Material de Estudio No.1 –
Fuerza Eléctrica y Campo Eléctrico de partículas con carga

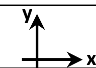
1. Calcule la carga neta (en μC) en una sustancia que está formada por una combinación de 2.5×10^{14} protones y 4.3×10^{14} electrones.

a) -8	b) +8	**c)-28.8**	d)+28.8	e)-6.88

Solución. La carga neta se calcula como la sumatoria algebraica de la carga debida a los protones (carga positiva) y la correspondiente a los electrones (carga negativa).

$$Q = 2.5 \times 10^{14}(1.6 \times 10^{-19}) + 4.3 \times 10^{14}(-1.6 \times 10^{-19}) = -2.88 \times 10^{-5} C$$

2. ¿Cuál es la magnitud (en N/C) y dirección del campo eléctrico que compensa el peso de un electrón?



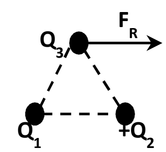
a)$1.024 \times 10^{-7}(+\hat{\jmath})$	b)$1.024 \times 10^{-7}(-\hat{\jmath})$	c) $5.58 \times 10^{-11}(+\hat{\jmath})$	d) $\mathbf{5.58 \times 10^{-11}(-\hat{\jmath})}$	NEC

Solución: La dirección de la fuerza eléctrica para compensar el peso del electrón debe apuntar en dirección $+\hat{\jmath}$. Por lo tanto, dado que electrón tiene carga negativa, para que éste experimente una fuerza eléctrica en dirección $+\hat{\jmath}$, el campo debe apuntar en dirección opuesta, es decir en $-\hat{\jmath}$.
La magnitud de la fuerza eléctrica debe ser igual que el peso del electrón, de tal forma que:

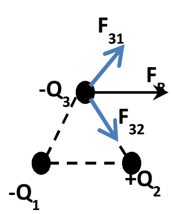
$$qE = mg$$

$$|E| = \frac{mg}{q} = \frac{(9.1\times10^{-31})(9.8)}{1.6\times10^{-19}} = 5.574 \times 10^{-11} N/C$$

3. Se tienen dos cargas sobre la base de un triángulo equilátero de 1.5cm de longitud, de la carga Q_1 no se conoce su signo solamente su magnitud 3.5 nC. La carga Q_2= +3.5nC. En el vértice superior, se coloca una tercera carga Q_3, se desconoce su signo y magnitud. Si la fuerza resultante sobre Q_3 es $\boldsymbol{F_r = 0.8N(+\hat{\imath})}$, la magnitud en $\boldsymbol{\mu C}$ y signo de Q_3 es:



a)-47.67	b)+47.67	c)-3.30	**d)-5.71**	e)+5.71



Solución. Con base a la fuerza resultante podremos definir el signo de Q_1 y el signo de Q_3. Observe que para poder tener una fuerza resultante en la dirección indicada Q_1 debe ser negativa y Q_3 ***negativa***. De tal forma que las fuerzas F_{31} y F_{32} apunten en las direcciones mostradas en la figura.

Para encontrar la magnitud de Q_3, observe que la suma vectorial de las componentes en "x" de F_{31} y F_{32} es igual a la F_r que únicamente tiene componentes en "x". Por lo que:

$$\vec{F}_{31x} + \vec{F}_{32x} = 0.8\,\hat{\imath}$$

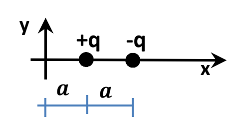
$$\frac{kq_3q_1\cos(60°)}{{r_{31}}^2}\hat{\imath} + \frac{kq_3q_2\cos(60°)}{{r_{32}}^2}\hat{\imath} = 0.8\hat{\imath}$$

De la ecuación anterior, podemos despejar q_3

$$q_3 = \frac{0.8}{\left(\frac{kq_1\cos(60°)}{{r_{31}}^2} + \frac{kq_2\cos(60°)}{{r_{32}}^2}\right)} = \frac{0.8}{\left(\frac{9\times10^9(3.5\times10^{-9})\cos(60°)}{0.015^2} + \frac{9\times10^9(3.5\times10^{-9})\cos(60°)}{0.015^2}\right)} = 5.71\mu C$$

Entonces, q_3 es una ***carga negativa con magnitud de*** $\boldsymbol{5.71\mu C}$.

4. Dos cargas +q y –q se colocan en las posiciones mostradas sobre el eje "x" como lo muestra en la figura. ¿En qué posición en m sobre el eje "x" se deberá colocar una tercera carga +3q para que en el origen de coordenadas el campo eléctrico resultante sea cero?



a) $\boldsymbol{-2a}$	b)$+2a$	c)$+2\sqrt{3}a$	d)$-2\sqrt{3}a$	e) No importa E=0 en el origen debido a +q y -q

Solución. El campo eléctrico resultante en el origen debe ser la suma de los campos eléctricos de las tres cargas, denominaremos q_1 a la carga +q localizada en $x = a$ y q_2 a la carga negativa localizada en $x = 2a$ y finalmente q_3 a la carga positiva de +3q localizada a una distancia x_o del origen, es este último valor x_o el que necesitamos encontrar.

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$$

Encontremos la magnitud y dirección del campo $\vec{E}_3$:

$$\frac{kq}{a^2}(-\hat{\imath}) + \frac{kq}{4a^2}(+\hat{\imath}) + \vec{E}_3 = 0$$

$$\frac{3kq}{4a^2}(-\hat{\imath}) + \vec{E}_3 = 0$$

Por lo que al despejar E_3

$$\vec{E}_3 = \frac{3kq}{4a^2}(+\hat{\imath})$$

Observe que el campo producido por esta tercera carga debe apuntar en dirección positiva de "x", por lo que dado que q_3 es positiva esta debe estar localizada **<u>sobre el eje negativo de "x"</u>** para que pueda tener E_3 esta dirección.
Ahora encontremos la distancia x_o:

$$E_3 = \frac{kq_3}{x_o^2} = \frac{3kq}{4a^2}$$

Despejando x_o y sustituyendo el valor de q_3:

$$x_o = \sqrt{4a^2} = 2a$$

---

5. Para este problema considere que +q y –q se encuentran como lo indica la figura anterior, y que la carga +3q es colocada en el origen de coordenadas, tomar q = 2nC y $a = 1.0m$ ¿Cuál es la dirección de la aceleración inicial que experimentará la carga +3q cuando se coloque en el origen de coordenadas?

a)<u>$-\hat{\imath}$</u>	b) en $(-\hat{\imath}\,)\;y(+\hat{\imath})$	c) $+\hat{\imath}$	d)Faltan datos para resolverlo	e) cero

<u>Solución</u>. La fuerza que experimentará la carga q3 cuando se coloque en el origen de coordenadas es igual a:

$$\vec{F}_3 = q_3\vec{E}_{origen}$$

Por ser una carga positiva la fuerza tendrá la misma dirección que el campo y por lo tanto se acelerará en la misma dirección del campo eléctrico.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_3}{m}$$

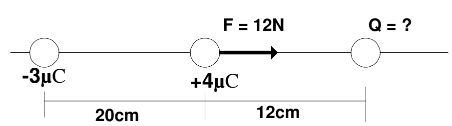
Entonces debemos encontrar la dirección del campo en el origen producido por las cargaras q_1 y q_2 y esa será la dirección de la aceleración

$$\vec{E}_{origen} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{kq}{a^2}(-\hat{\imath}) + \frac{kq}{4a^2}(+\hat{\imath}) = \frac{3kq}{4a^2}(-\hat{\imath})$$

Por lo que la carga q3 si se coloca en el origen se acelerará en dirección $-\hat{\imath}$.

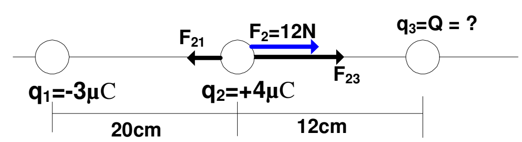
---

6. Tres cargas se localizan a lo largo de una línea recta como se muestra en la figura, la fuerza resultante que actúa sobre la carga de +4µC es 12.0 N y se dirige hacia la derecha. ¿Cuál es el signo y magnitud de la carga Q (en µC)?



a)+5.9	b)-2.7	c)+2.7	**<u>d) -5.9</u>**	e)14.7 no importa el signo

<u>Solución</u>. Empezaremos por denominar $\mathbf{q_1}$ a la carga de -3µC y $\mathbf{q_2}$ a la carga de +4 µC, finalmente $\mathbf{q_3}$ a la carga Q. La fuerza neta que experimenta $\mathbf{q_2}$ será la suma vectorial de la fuerza eléctrica debida a $\mathbf{q_1}$, más la debida a $\mathbf{q_3}$.
La fuerza F_{21} es una fuerza que apunta hacia el eje negativo de "x" ya que por ser q_1 y q_2 de signos opuestos, q_2 experimenta una fuerza de atracción hacia q_1:



$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}$$

$$12\hat{\imath} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2}(-i) + \vec{F}_{23}$$

$$12\hat{\imath} = 2.7(-i) + \vec{F}_{23}$$

Para que la fuerza resultante sea en dirección positiva de +i, la F_{23} debe apuntar en esta dirección (+i) por lo tanto la carga Q debe ser "**<u>negativa</u>**" y tener una magnitud de:

$$\vec{F}_{23} = 14.7N(+\hat{\imath})$$

$$|F_{23}| = \frac{kq_2q_3}{r_{23}^2}$$

Por lo tanto la magnitud de Q (q_3) debe ser:

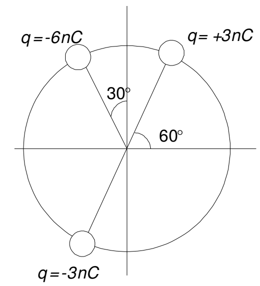
$$|Q| = |q_3| = \frac{F_{23}(r_{23})^2}{k|q_2|} = \frac{(14.7)(0.12)^2}{(9\times10^9)(4\times10^{-6})} = 5.88\mu C$$

7. Refiriéndonos al problema anterior, ¿Cuál es la fuerza eléctrica (en N) en magnitud y dirección, de la carga de -3μC sobre la carga de +4μC?

a)2.7 →	b)14.7 →	c)9.3 ←	**d) 2.7 ←**	e)9.3 →

Solución: La fuerza $\mathbf{F_{21}}$ de acuerdo a lo calculado en el inciso anterior apunta hacia la izquierda y tiene una magnitud de 2.7N.

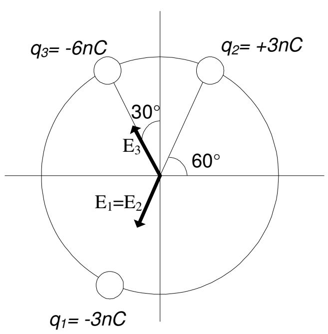
8. Se tienen tres cargas como lo muestra en la figura en un círculo de radio 1m. La magnitud del campo eléctrico resultante en el origen (en N/C) es de:



a)13.5	b)27	**c)54**	d) 93.5	e)108

Solución: empezaremos enumerando las cargas como se muestra en la figura. El campo eléctrico resultante en el origen es la suma vectorial de los campos debido q_1, más el debido a q_2 y el de q_3:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$



Las direcciones de los vectores de campo eléctrico se muestran en la figura.

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{r_1^2}\cos(60°)(-\hat{\imath}) + \frac{kq_1}{r_1^2}sen(60°)(-\hat{\jmath}) = 13.5N/C(-\hat{\imath}) + 23.38N/C(-\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{r_1^2}\cos(60°)(-\hat{\imath}) + \frac{kq_2}{r_1^2}sen(60°)(-\hat{\jmath}) = 13.5N/C(-\hat{\imath}) + 23.38N/C(-\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_3 = \frac{kq_3}{r_1^2}sen(30°)(-\hat{\imath}) + \frac{kq_3}{r_1^2}\cos(30°)(+\hat{\jmath}) = 27N/C(-\hat{\imath}) + 46.76N/C(+\hat{\jmath})$$

$$\vec{E} = 54N/C(-\hat{\imath}).$$

Este problema también puede resolverse más fácilmente tomando ventaja de la simetría que presenta, se deja al estudiante para su análisis.

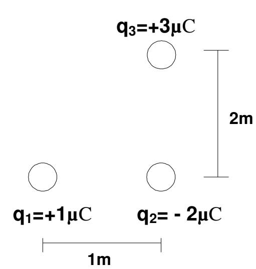
9. Refiriéndonos al problema anterior, si en el centro del círculo se coloca una carga de $q = -9\times10^{-2}C$, ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica resultante (en N) sobre esta carga en el centro del semicírculo?

a)4.86 ←	b)2.43 ←	c)8.42 ↗	**d)4.86 →**	e)2.43→

Solución: Recordemos que las partículas con carga negativa en una región donde existe un campo eléctrico, experimentan una fuerza eléctrica en dirección opuesta al campo.

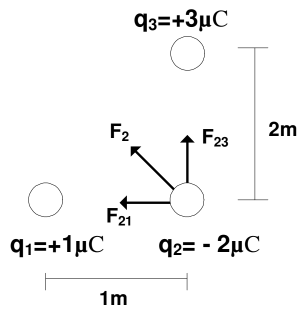
$$\vec{F} = q\vec{E} = (9\times10^{-2})(54)(+\hat{\imath}) = 4.86N(+\hat{\imath})$$

10. Tres cargas se colocan como indica la figura, la magnitud de la fuerza resultante F (en N), que experimenta q_2 tiene un valor de:



a)0.018	b)0.0135	**c)0.0225**	d) 0.50	e)NEC

Solución: la fuerza que experimenta q_2 es la suma vectorial de la fuerza que experimenta debido a q_1, más la debida a q_3.



$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} = \frac{kq_2q_1}{r_{21}^2}(-\hat{\imath}) + \frac{kq_2q_3}{r_{23}^2}(+\hat{\jmath})$$

$$\vec{F}_2 = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{1^2}(-\hat{\imath}) + \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})(3\times10^{-6})}{2^2}(+\hat{\jmath})$$

$$\vec{F}_2 = 0.018N(-\hat{\imath}) + 0.0135N(+\hat{\jmath})$$

$$|F_2| = \sqrt{(0.018)^2 + (0.0135)^2} = 0.0225N$$

11. La magnitud del campo eléctrico resultante (en N/C) sobre la carga q_2 tiene una magnitud de:

a) 4.1×10^5 b) 7.32×10^3 **c)** $\underline{11.25\times10^3}$ d) 14.85×10^3 e)NEC

Solución: Recordemos a partir de la definición de campo eléctrico:

$$|E| = \frac{|F_2|}{|q_2|} = \frac{0.0225}{2\times10^{-6}} = 11250N/C$$

12. Dos partículas cargadas Q_1 y Q_2, están separadas una distancia r, con $Q_2 = 5Q_1$. Si F_1 es la fuerza que ejerce Q_2 sobre Q_1 y F_2 es la fuerza de Q_1 sobre Q_2 la relación de las fuerzas que ejercen una sobre otra es:

a) $F_2 = 5F_1$	b) $F_2 = -5F_1$	c) $F_2 = F_1$	d) $\underline{F_2 = -F_1}$	e) 5 $F_2 = F_1$

Solución:
Denominemos F_{12} magnitud de la fuerza eléctrica que experimenta la carga 1 debida a la carga 2, la cual está dada por:

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

De igual forma la magnitud de la fuerza que experimenta la carga 2:

$$F_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

Se observa que las dos cargas experimentan fuerzas de igual magnitud, pero en direcciones opuestas.

13. Se coloca una partícula de 20mg en un campo eléctrico de intensidad 1000N/C (-j) ¿Cuántos electrones en exceso deben colocarse en la partícula a fin de que se equilibren las fuerzas gravitacional y eléctrica?

a) 1.23×10^{15}	b) $\underline{\mathbf{1.23\times10^{12}}}$	c) 1.96×10^{12}	d) 6.25×10^{15}	e) 6.25×10^{12}

Solución: Para que la fuerza del peso se equilibre con la fuerza eléctrica, éstas deben ser de la misma magnitud pero de signo contrario, de tal forma que:

$$F_{eléctrica} = mg$$

$$qE = mg$$

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{(20\times10^{-6})(9.8)}{(1000)} = 1.96\times10^{-7}C$$

La partícula debe tener la magnitud de carga calculada anteriormente pero de signo negativo, para que se equilibre la fuerza gravitacional y la eléctrica en la región donde el campo eléctrico apunta en dirección (-j). De tal forma que la cantidad de electrones a adicionar a la partícula sería:

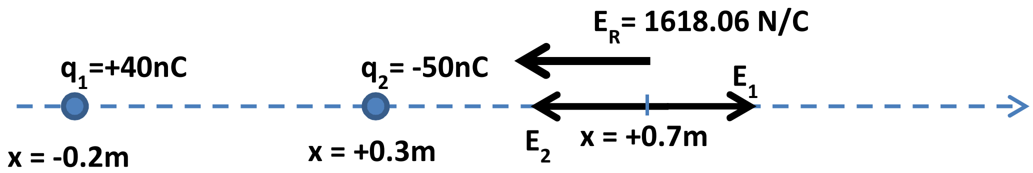
$$\#\,electrones = \frac{Q}{e} = \frac{-1.96\times10^{-7}}{-1.6\times10^{-19}} = 1.225\times10^{12} electrones$$

14. Dos cargas puntuales se encuentran en el eje "x", q_1 = +40nC en x = -20cm y q_2 = -50nC en x = +30cm. Si se coloca una tercera carga sobre el eje "x", el campo resultante de las tres cargas en x =+70cm será de 1618.06 N/C (-i). La magnitud y dirección del campo eléctrico (en N/C) producido por q_3 será:

a) 444.4 (-i)	b) 2368 (+i)	c)750 (-i)	d)**750 (+i)**	e)2368 (+i)

Solución: El campo eléctrico resultante en x=0.70m es la suma vectorial de los campos debidos a la carga 1, carga 2 y carga 3 respectivamente:

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$



Sustituyendo valores:

$$1618.06(-\hat{\imath}) = \frac{kq_1}{r_1^2}(\hat{\imath}) + \frac{kq_2}{r_2^2}(-\hat{\imath}) + \vec{E}_3$$

$$1618.06(-\hat{\imath}) = \frac{(9\times10^9)(40\times10^{-9})}{(0.9)^2}(\hat{\imath}) + \frac{(9\times10^9)(50\times10^{-9})}{(0.4)^2}(-\hat{\imath}) + \vec{E}_3$$

$$1618.06(-\hat{\imath}) = 444.44(\hat{\imath}) + 2812.5(-\hat{\imath}) + \vec{E}_3$$

$$1618.06\ (-\hat{\imath}) = 2368.06(-\hat{\imath}) + \vec{E}_3$$
$$750(\hat{\imath}) = \vec{E}_3$$

15. Refiriéndonos a la pregunta anterior ¿En qué posición sobre el eje "x" (en cm) deberá ser colocada la carga q_3=+30nC para que el campo resultante en x= +70cm sea de 1618.06 N/C (-i)?

a) -15	b) +20	c) 0	d) -10	e) **+10**

Solución:

$$\frac{kq_3}{r_3^2} = 750$$

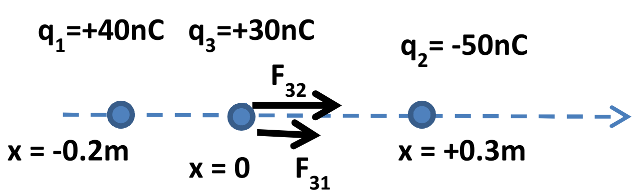
$$r_3 = \sqrt{\frac{kq_3}{750}} = \sqrt{\frac{(9\times10^9)(30\times10^{-9})}{750}} = 0.6m$$

Es decir la distancia de separación entre la carga 3 y el punto x = 70 cm, es de 60 cm por lo que la distancia desde el origen a la carga tres es de 10 cm.

16. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica (en µN) sobre la carga q_3 si ahora se coloca en el origen (x=0cm)?

a) 420 (-i)	b) **420 (+i)**	c)120 (-i)	d) 120 (+i)	e) 270 (-i)

Solución: La fuerza sobre la carga tres será la suma vectorial de las fuerzas que experimenta debidas a la carga 1 y a la carga 2.



$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{kq_3q_1}{r_{31}^2}(\hat{\imath}) + \frac{kq_3q_2}{r_{32}^2}(\hat{\imath})$$

Sustituyendo valores:

$$\vec{F}_3 = \left(\frac{9\times10^9(30\times10^{-9})(40\times10^{-9})}{(0.2)^2} + \frac{9\times10^9(30\times10^{-9})(50\times10^{-9})}{(0.3)^2}\right)\hat{\imath}$$

$$\vec{F}_3 = 4.2\times10^{-4}N\hat{\imath}$$

17. Una gota de aceite de masa 2×10^-4 kg está cargada y está suspendida en una región de campo eléctrico $E = 300N/C(-\hat{j})$. La carga en μC de la gota de aceite es:

a) +6.5	b) -1.5	c)+1.5	**d)-6.5**	e) Cero

Solución. Para resolver este problema, analizaremos las fuerzas que actúan sobre la gota de aceite. Hacia abajo se tiene el peso de la gota y para que la gota se encuentre suspendida, la fuerza eléctrica que ésta experimenta debe ser hacia arriba, de esta forma el sistema estará en equilibrio. Observemos que la fuerza eléctrica es opuesta a la dirección del campo, por ésta razón la carga debe ser negativa. Recordemos que una **carga negativa** experimenta una fuerza en dirección contraria al campo. Ahora encontremos la **magnitud** de la carga, haciendo sumatoria de fuerzas en el eje "y":

$$\sum F_y = 0$$

$$F_e - mg = 0$$

$$qE = mg$$

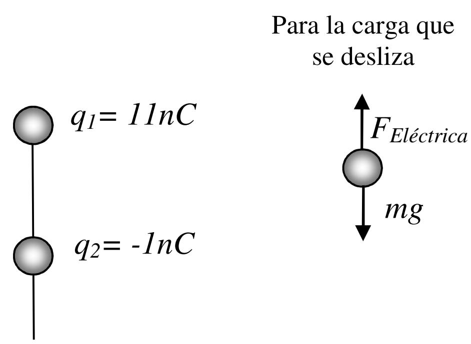
$$q = \frac{mg}{E} = \frac{(2\times10^{-4})(9.8)}{300} = 6.5\times10^{-6}C$$

La anterior es la magnitud de la carga, de acuerdo al análisis previamente realizado el signo de la carga es **negativo**.

18. Una bola pequeña de 11 gramos de masa se desliza libremente en un hilo vertical, debajo de otra bola pequeña fija con una carga de 11nC. Si la bola que se mueve con libertad tiene una carga de -1nC ¿A qué distancia (en m) flotará debajo de la bola fija?

a)9.58×10^-4	b) 1.1×10^-4	c)9.9×10^-5	d) 9.18×10^-7	e)NEC

Solución: Denominaremos q_1 la bola pequeña fija (q_1=+11 nC) y q_2 la bola pequeña que puede deslizarse verticalmente (q_2=-1nC). Por tratarse de cargas de signo contrario la bola que puede deslizarse experimentará una fuerza de atracción hacia la bola fija. Asimismo, experimentará la fuerza debido a su peso. Si hacemos un diagrama de cuerpo libre para la bola pequeña que se desliza tendremos, cuando alcance la condición de equilibrio.



$$F_{Eléctrica} = mg \qquad \frac{kq_1q_2}{r^2} = mg$$

$$r^2 = \frac{kq_1q_2}{mg} = \frac{(9\times10^9)(11\times10^{-9})(1\times10^{-9})}{(0.011)(9.8)}$$

$$r = 9.58\times10^{-4}m$$

19. Un campo eléctrico uniforme E_x apunta en dirección del eje positivo de x, un ión positivo es lanzado en dirección contraria al campo eléctrico. ¿Qué dirección tendrá la aceleración que experimenta el ión positivo debida al campo?

a)+x	b)-x	c) la aceleración es cero	d)En (-x) y (+x)	e)NEC

Solución. Por ser una partícula con carga positiva ésta experimentará una aceleración debida al campo en el mismo sentido que éste, es decir en dirección +x. Esto significa que debido a que fue lanzada en dirección contraria al campo, es decir en dirección (-x), se irá frenando por la aceleración que experimenta debido al campo y luego de llegar al reposo se moverá en la misma dirección que el campo.

20. Un campo eléctrico de 200N/C se encuentra en la dirección +x. La fuerza en N, sobre un electrón debida a este campo es de:

a) $+3.2\times10^{-17}(\hat{\imath})$	**b) $-3.2\times10^{-17}(\hat{\imath})$**	c) cero	d) $+200(\hat{\imath})$	e) $-200(\hat{\imath})$

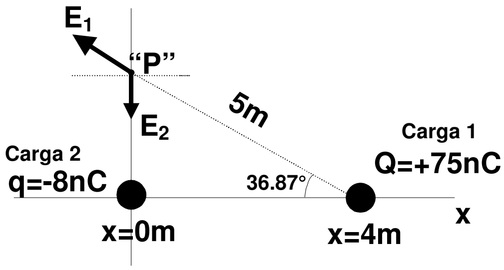
Solución. El electrón es una partícula con carga negativa por lo que experimentará una fuerza debida al campo ***en dirección opuesta a la dirección de éste*** y con una magnitud de:

$$F_e = qE = eE = (1.6\times10^{-19})(200) = 3.2\times10^{-17}C$$

Por lo que la magnitud y dirección de la fuerza es $3.2\times10^{-17}C(-\hat{\imath})$

21. Una carga eléctrica Q, es colocada en el eje "x" en el punto x = 4m. Una segunda carga q se coloca en el origen. Si Q = + 75nC y q = -8nC. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en N/C en el eje "y" en y = +3m?

a)19	**b)23**	c)32	d) 35	e)21



Solución. Denominaremos carga 1 a la carga Q y carga 2 a la carga q, como se muestra en la figura. En el punto P es donde necesitamos conocer el valor del campo eléctrico. El campo eléctrico total será la suma vectorial del campo eléctrico producido por la carga 1, más el producido por la carga 2.

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = \frac{kQ}{r_1^2}\cos(36.87°)(-\hat{\imath}) + \frac{kQ}{r_1^2} sen(36.87°)(+\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_1 = 21.6\frac{N}{C}(-\hat{\imath}) + 16.2\frac{N}{C}(+\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_2 = \frac{kq}{r_2^2}(-\hat{\jmath}) = \frac{(9\times10^9)(8\times10^{-9})}{(3)^2}(-\hat{\jmath}) = 8\frac{N}{C}(-\hat{\jmath})$$

Por lo que:

$$\vec{E}_P = 21.6\frac{N}{C}(-\hat{\imath}) + 8.2\frac{N}{C}(+\hat{\jmath})$$

$$E_P = \left[(21.6)^2 + (8.2)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 23.1 N/C$$

Podemos también calcular el ángulo del vector de campo eléctrico resultante en el punto P sobre el eje negativo de "x":

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{8.2}{21.6}\right) = 20.79°$$

22. Los objetos *A, B y C* son tres conductores esféricos idénticos y aislados. Originalmente *A* y *B* tienen carga de +9mC, en tanto que *C* tiene una carga de -6mC. Se deja que los objetos *A* y *C* se toquen y luego se les separa. Después se deja que los objetos B y C se toquen y se les separa. Si se sostienen los objetos A y B cerca uno del otro entonces:

a) Se atraerán	**b) se repelerán**	c) no tendrán efecto recíproco	d) se necesita mas información	e) NEC

Solución: Al tocarse A y C, existe transferencia de carga entre éstos y cuando alcanzan el equilibrio su carga será:

$$q_{AC} = \frac{+9mC + (-6mC)}{2} = +1.5mC$$

Posteriormente al tocarse B y C (tomar en consideración que C ya cambió de carga al haberse tocado con A), éstos también quedarán cargados con la misma magnitud y signo de carga:

$$q_{BC} = \frac{+9mC + (1.5mC)}{2} = +5.25mC$$

Por lo que las cargas finales de los objetos son para A = +1.5mC, B = $+5.25mC$ y C $+5.25mC$. Entonces al sostener A y B, se repelerán.

23. Al frotar una barra de plástico con un paño de lana, la barra adquiere una carga de -0.8μC. ¿Cuántos electrones se transfieren del paño de lana a la barra de plástico?

a)-5×10^{12}	b) -1.28×10^{19}	c) 2.0×10^{13}	d) $\mathbf{5.0\times10^{12}}$	e) 1.28×10^{12}

Solución: la cantidad de electrones la encontramos dividiendo la carga de la barra entre la carga del electrón:

$$\#e^- = \frac{-0.8\times10^{-6}}{-1.6\times10^{-19}} = 5\times10^{12} electrones$$

24. Una gota de aceite tiene una masa de 4×10^{-14}Kg y una carga neta de $4.8 \times 10^{-14} C$. Una fuerza eléctrica dirigida hacia arriba equilibra justamente la fuerza dirigida hacia abajo por la gravedad de tal forma que la gota de aceite queda en equilibrio. La dirección y magnitud del campo eléctrico (en N/C) es de:

a)$3.92 \times 10^5(-j)$	b) 1.22 $(+j)$	c) 1.22 $(-j)$	d) 8.2 $(-j)$	e) **<u>$8.2\ (+j)$</u>**

<u>**Solución**</u>: Para que el cuerpo este en equilibrio la magnitud de la fuerza eléctrica debe ser de igual magnitud que la fuerza del peso. Al igualar entonces la magnitud de las fuerzas:

$$F_E = mg$$
$$qE = mg$$

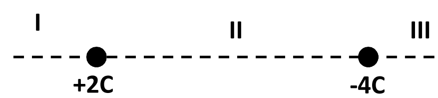
Despejando el campo eléctrico y sustituyendo valores se tiene:

$$E = \frac{mg}{q} = \frac{(4 \times 10^{-14})(9.8)}{4.8 \times 10^{-14}} = 8.17 N/C$$

Ahora debemos analizar la dirección del campo, observe que se trata de una partícula con carga positiva, la cual experimenta una fuerza eléctrica en dirección $+\hat{\jmath}.(hacia\ arriba)$ Las partículas positivas expermientan fuerza eléctrica en la misma dirección del campo, por lo que el campo eléctrico debe apuntar también en dirección $+\hat{\jmath}$.

---

25. Dos cargas puntuales, del mismo material conductor, igual forma y tamaño, se encuentran como en la figura. Si se ponen en contacto y luego se separan, la nueva carga (en C) que adquiere -4C es:



a)+2.0	b)−2.0	c)+1.0	d) **<u>−1.0</u>**	e)+3

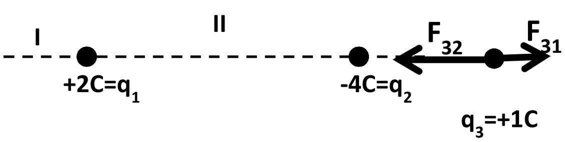
<u>**Solución**</u>: Debido a que son conductores al ponerse en contacto existirá tranferencia de carga entre éstas, ya que existe desequilibrio, por ser cargas idénticas la carga final de cada una será:

$$q_{1f} = q_{2f} = \frac{q_{1o} + q_{2o}}{2} = \frac{+2 - 4}{2} = -1C$$

26. Considerando las dos cargas que se muestran en la figura, ¿en qué región diferente del infinito podría ser colocada una tercera carga de +1C para que la fuerza eléctrica sobre la tercera carga sea cero.

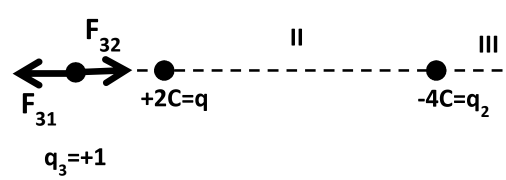
a)***<u>Solo en I</u>***	b)*En I y II*	c)*Solo en III*	d) *I y III*	e)*Solo en II*

<u>**Región II**</u>: Si colocamos q_3 en la región dos, la fuerza neta sobre ésta no puede ser igual a cero, ya que la fuerza que ejerce q_1 sobre ésta, al igual que la fuerza que ejerce q_2 son hacia la derecha.



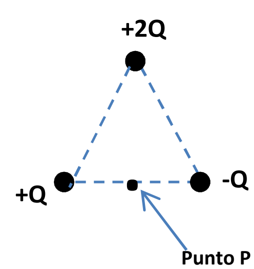
<u>**Región III**</u>: En esta región la carga que ejerce q_1 sobre q_3 es de repulsión, hacia la derecha (F_{31}) mientras que la fuerza que ejerce q_2 sobre q_3 es de atracción hacia la izquierda (F_{32}); sin embargo debido a que q_2 es de mayor mangintud y se encuentra más cerca de q_3 en esta región $F_{32} > F_{31}$. En esta región la fuerza neta sobre q_3 no puede ser igual a cero.

<u>**Región I**</u>: En esta región la carga que ejerce q_1 sobre q_3 es de repulsión, hacia la izquierda (F_{31}) mientras que la fuerza que ejerce q_2 sobre q_3 es de atracción hacia la derecha (F_{32}); no obstante q_2 es de mayor mangintud que q_1 , ésta última se encuentra más cerca de q_3, por lo que en esta región si puede darse una fuerza neta F_3 igual a cero.



---

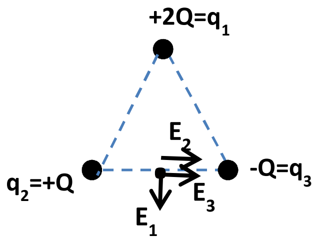
27. Se tienen tres cargas (Q =5nC) formando un triángulo equilátero de 1.5m por lado. El Campo Eléctrico resultante (en N/C) en el punto P, que es un punto medio del lado del triángulo tiene un valor de:



a)32	b)53.25	c)+90.0	d) **<u>168.63</u>**	e)183.58

Solución: El campo eléctrico resultante en P, es la suma de los campos eléctricos debido a cada una de las cargas. Enumeraremos las cargas como se muestra en la figura y sumaremos sus campos en P, vectorialmente. Observe que para dibujar las direcciones de los campos de cada carga se debe considerar el signo de la carga fuente.

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$



$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{r_1^2}(-\hat{j}) = \frac{(9\times10^9)(2*5\times10^{-9})}{(1.5^2-0.75^2)} = 53.33(-\hat{j})N/C$$

$$\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{r_2^2}(+\hat{\imath}) = \frac{(9\times10^9)(5\times10^{-9})}{(0.75^2)} = 80N/C(+\hat{\imath})$$

$$\vec{E}_3 = \frac{kq_3}{r_3^2}(+\hat{\imath}) = \frac{(9\times10^9)(5\times10^{-9})}{(0.75^2)} = 80N/C(+\hat{\imath})$$

$$\vec{E}_p = [160(\hat{\imath}) + 53.33(-\hat{\jmath})]\mathrm{N/C}$$

$$|E| = \sqrt{160^2 + 53.33^2} = 168.65N/C$$

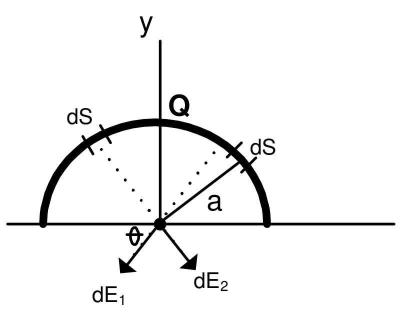
Campo Eléctrico de Distribuciones de Carga

28. Una carga Q está distribuida uniformemente a lo largo de un segmento de línea semicircular de radio a. ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta para calcular la magnitud del campo eléctrico (en N/C) en el centro del semicírculo?

a)$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{\pi a}$	b) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{\pi a^2}$	c) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2Q}{\pi a}$	**d)** $\boldsymbol{\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2Q}{\pi a^2}}$	e) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2Q}{a^2}$

Solución: Se trata de una distribución lineal de carga con una densidad de carga:

$$\lambda = \frac{Q}{\pi a}$$



Dividiremos el segmento en pequeños diferenciales de arco de longitud $ds = Rd\theta = ad\theta$, de tal forma que cada uno de estos segmentos tiene asociada una carga $dq = \lambda ds$. Estos diferenciales producen en el centro del semicírculo un diferencial de campo dE

$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda ad\theta}{a^2}$$

Por la simetría del semicírculo la componente en "x" se cancela y solo se tiene la componente en "y"

$$dE_y = dE sin\theta = \frac{k\lambda sin\theta d\theta}{a}$$

Por lo que el campo eléctrico es:

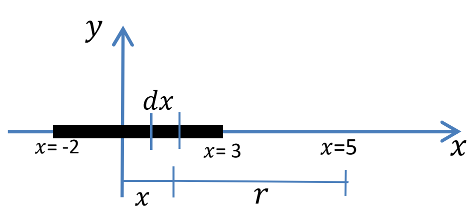
$$E_y = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\lambda sin\theta d\theta}{a} = \frac{-2k\lambda cos\theta}{a}$$

Al valuar tenemos:

$$E_y = \frac{2k\lambda}{a} = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_o a} = \frac{2Q}{4\pi^2\varepsilon_o a^2}$$

29. Una línea de carga tiene una densidad uniforme de 4nC/m está distribuida a lo largo del eje "x", a partir de $x = -2m$ hasta $x = +3m$ ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en N/C, en $x = +5m$

a)16.3	**b)12.85**	c)18.92	d)26.4	e)5.0



Solución: Dividiremos la varilla en pequeños segmentos de longitud dx, cada uno de los cuales tendrá asociada una carga $dq = \lambda dx$, y estará ubicado a una distancia $r = 5 - x$ del punto $x = +5m$ y producirá un diferencial de campo eléctrico:

$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda dx}{(5-x)^2}$$

Este diferencia únicamente tiene componentes en en el eje positivo de “x”. Asi que el campo eléctrico en el punto $x = +5m$ será:

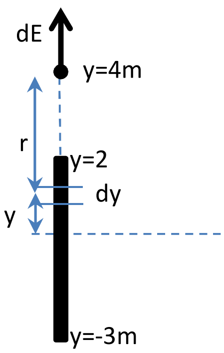
$$E = \int_{-2}^{3} \frac{k\lambda dx}{(5-x)^2} = \frac{k\lambda}{(5-x)}$$

Al evaluar los límites de la integral:

$$E = k\lambda\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{7}\right) = (9\times10^9)(4\times10^{-9})\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{7}\right) = 12.857\frac{N}{C}(\hat{\imath})$$

30. Una línea de carga uniforme de 3.0 nC/m está distribuida uniformemente cargada está distribuida sobre el eje “y” desde el punto y = -3m hasta y = 2m ¿Cuál de las siguientes integrales es correcta para calcular la magnitud del campo eléctrico en el punto y = 4m?

a) $\int_{3}^{2} \frac{27dy}{(4-y)^2}$	**b)** $\int_{-3}^{2} \frac{27dy}{(4-y)^2}$	c) $\int_{3}^{2} \frac{27dy}{16+y^2}$	d) $\int_{-3}^{2} \frac{135dy}{(4-y)^2}$	e) $\int_{-3}^{2} \frac{135dy}{16+y^2}$



Solución: Dividiremos la varilla en pequeños segmentos de varilla de longitud dy. Los diferenciales de campo eléctrico producidos por cada uno de estos segmentos son:

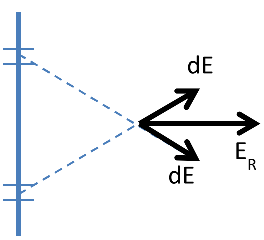
$$dE = \frac{kdq}{r^2}$$

Estos diferencianles apuntan en dirección +j, debido a que la varilla tiene carga positiva. Asimismo, $dq = \lambda dy$; $r = (4-y)$sustituyendo valores se tiene que la expresión que debemos utilizar para calcular la magnitud del campo es:

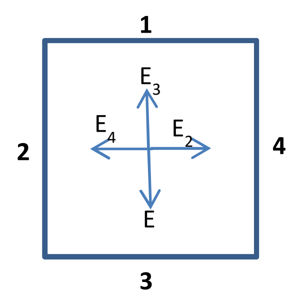
$$E = \int_{-3}^{2} \frac{k\lambda \mathrm{dy}}{(4-y)^2} = \int_{-3}^{2} \frac{(9\times10^9)(3\times10^{-9})\mathrm{dy}}{(4-y)^2} = \int_{-3}^{2} \frac{27\mathrm{dy}}{(4-y)^2}$$

31. Un alambre se ha doblado en forma de cuadrado cuyo lado es de 3m, tiene una carga de +36μC uniformemente distribuida. La magnitud del campo eléctrico en el centro del cuadrado en kN/C es:

a) cero	b) 17.19	c)40.5	d)81	e)NEC

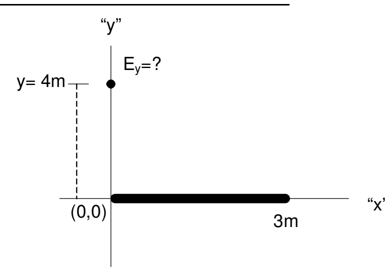


Solución: Consideraremos el cuadrado formado por 4 varillas rectas de 3 m de longitud. El campo eléctrico resultante en el centro del cuadrado será la suma vectorial, de los campos producidos por estas varillas. Si analizamos el vector de campo eléctrico producido por una varilla recta, a una distancia perpendicular al punto medio de la varilla podemos observar que una de sus componentes se cancela y el vector resultante sólo tiene componentes en un eje (observar figura de la izquierda, para una varilla con carga positiva).

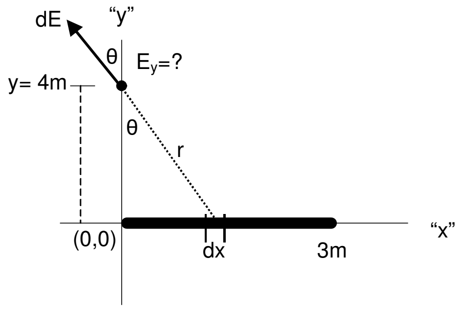


Si ahora analizamos la dirección de los campos resultantes en el centro del cuadrado producidos por las cuatro varillas tendremos lo que se muestra en la figura de la derecha. Se puede observar que debido a que la carga está uniformente distribuida en todo el alambre, cada uno de sus lados producirá campos en las direcciones mostradas con magnitudes iguales, que al sumarlas producirá un campo resultante en el origen igual a cero.

32. Una línea uniforme de carga de 4.0 nC/m es distribuida a lo largo del eje x desde la posición x = 0 a x = 3m. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la magnitud de la componente en “y” del campo eléctrico (E_y=?) en un punto situado en y = 4m y x = 0.



a) $\int_0^3 \frac{144dx}{(16+x^2)^{3/2}}$	b) $\int_0^3 \frac{72dx}{(16+x^2)}$	c) $\int_0^3 \frac{36dx}{(16+x^2)}$	d) $\int_0^3 \frac{72dx}{(16+x^2)^{3/2}}$	e) NEC



Solución: Dividiremos la barra en pequeños segmentos de longitud dx. Debemos observar que se trata de una distribución lineal de carga, pero en este caso ya nos dan el valor de la densidad lineal de carga por lo que no tendremos que calcularla (observe las dimensionales en el problema).

$$dE = \frac{kdq}{r^2} \rightarrow dq = \lambda dx$$
$$r^2 = (x^2 + (4)^2) = (x^2 + 16)$$
$$dE = \frac{k\lambda dx}{(x^2+16)} = \frac{(9\times10^9)(4\times10^{-9}C/m)dx}{(x^2+16)} = \frac{36dx}{(x^2+16)}$$

Pero en este problema sólo nos piden la componente en y, por lo que:

$$dE_y = \frac{36dx}{(x^2+16)}\cos\theta = \frac{36dx}{(x^2+16)}\frac{4}{(x^2+16)^{1/2}} = \frac{144dx}{(x^2+16)^{3/2}}$$
$$E_y = \int_0^3 \frac{144dx}{(x^2+16)^{3/2}}$$

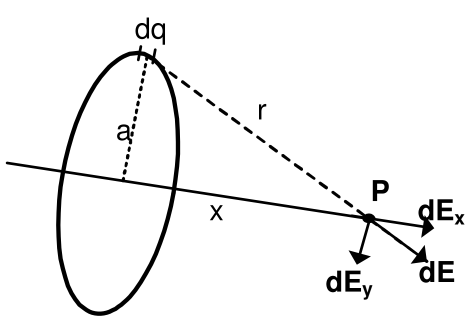
---

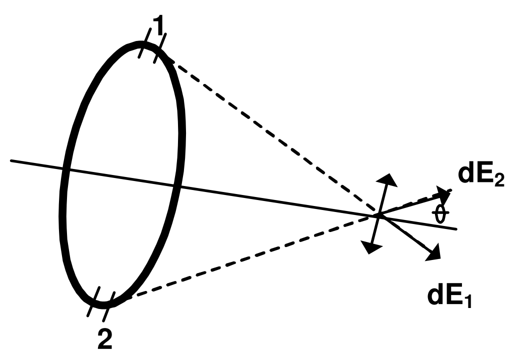
33. Una anillo cuyo radio es de 3m tiene una carga de +36μC uniformemente distribuida. La magnitud del campo eléctrico a una distancia de 5m del centro del anillo y perpendicular al plano que yace éste es:

a) 599.75	b)610.25	c)cero	d)220.7	**e)NEC**

Solución. Se trata de una distribución lineal de carga. Con una densidad $\lambda = \frac{q}{2\pi a}$. Denominaremos al radio del anillo a. Dividiremos nuestro anillo en pequeños segmentos de arco de longitud ds.
Cada uno de estos segmentos tiene asociada una carga dq, que produce un diferencial de campo dE en el punto en el cual calcularemos el campo. La carga dq asociada al segmento de anillo es dq=λds. Por lo que:

$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda ds}{r^2}$$





Asimismo, la distancia r del segmento de anillo al punto donde estamos calculando el campo es la hipotenusa del triángulo rectángulo que se muestra en la figura:

$$r = \sqrt{a^2 + x_o^2}$$

Observemos de la simetría del problema que las componentes del campo en "y" se cancelan y sólo nos queda la componente en "x". Entonces,

$$E_y = \int dE_y = 0$$
$$dE_x = dEcos\theta$$

En la ecuación anterior:

$$cos\theta = \frac{x_o}{\sqrt{a^2 + x_o^2}}$$

Observemos que $cos\theta$ es una constante, entonces al sustituir:

$$dE_x = \frac{kx_o\lambda ds}{(a^2 + x_o^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{E} = \int \frac{kx_o\lambda ds}{(a^2 + x_o^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{kx_o\lambda}{(a^2 + x_o^2)^{\frac{3}{2}}}\int ds\ (\hat{\imath})$$

Pero la integral de ds, no es más que el perímetro del anillo, es decir $2\pi a$; por lo que:

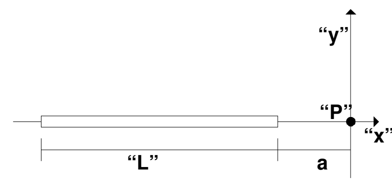
$$\vec{E} = \frac{kx_o\lambda(2\pi a)}{(a^2+x_o^2)^{\frac{3}{2}}}\,(\hat{\imath}) = \frac{kx_o q}{(a^2+x_o^2)^{\frac{3}{2}}}\,(\hat{\imath})$$

Sutituyendo valores:

$$\vec{E} = \frac{(9\times10^9)(5)(36\times10^{-6})}{((3)^2+(5)^2)^{\frac{3}{2}}} = 8171.4\frac{N}{C}\hat{\imath}$$

---

34. Una varilla de longitud L=30cm está situada sobre el eje "x" y está cargada con una densidad lineal de carga λ=5μC/m, la varilla se encuentra a una distancia a = 10cm del origen de coordenadas. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico (en kV/m) y su dirección en el punto "P" que es el origen de coordenadas?



a)337.5 ←	b) 422.3 ←	**c)337.5 →**	d)422.3→	e)NEC

Solución: Dividiremos la varilla en segmentos de longitud dx, cada uno de los cuales tiene un diferencial de carga dq y produce un diferencial de campo dE en el punto P, en la dirección positiva de "x". Observe que el campo sólo tiene componentes en "x". Asimismo por ser una distribución lineal de carga, dq=λdx, $r=|x|$. Entonces:

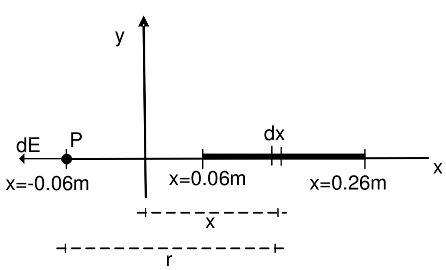
$$E=\int dE=\int_{-L-a}^{-a}\frac{kdq}{r^2}=\int_{-L-a}^{-a}\frac{k\lambda dx}{r^2}=\int_{-0.4}^{-0.1}\frac{(9\times10^9)(5\times10^{-6})}{x^2}dx$$

$$E=\left.\frac{-45000}{x}\right|_{-0.4}^{-0.1}=337{,}500N/C$$

---

35. Una varilla de longitud L=20cm está situada sobre el eje "x", desde x=0.06m hasta x= 0.26m y está cargada con una densidad lineal de carga λ=+2nC/m ¿Cuál es expresión que me permite calcular la magnitud del campo eléctrico en un punto "Q" situado a lo largo del eje de la varilla en x= -6cm del origen de coordenadas?

a) $\int_{0.06}^{0.26}\frac{90dx}{(x-0.06)^2}$	b) $\int_{0.06}^{0.26}\frac{90dx}{(x+0.06)^2}$	c) $\int_{0.06}^{0.26}\frac{18dx}{(x-0.06)^2}$	d) $\int_{0.06}^{0.26}\frac{18dx}{(x+0.06)^2}$	e) NEC



Solución: La distribución se muestra en la figura. Dividiendo la varilla en segmentos de longitud dx y calculando el diferencial de campo producido por uno de estos segmentos tendremos:

$$dE=\frac{kdq}{r^2}\rightarrow dq=\lambda dx\quad;$$

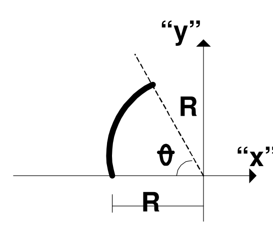
$$r^2=(x+0.06)^2$$

En donde r es la distancia desde el segmento de varilla hasta P. Note que el campo sólo tiene componentes en dirección negativa de "x" y su magnitud vendrá dada por:

$$E=\int\frac{kdq}{r^2}=\int_{0.06}^{0.26}\frac{(9\times10^9)(2\times10^{-9})dx}{(x+0.06)^2}=\int_{0.06}^{0.26}\frac{18dx}{(x+0.06)^2}$$

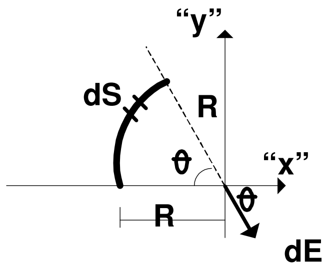
---

36. Una varilla de radio R, está doblada en forma de segmento circular como se muestra en la figura y tiene una densidad lineal de carga +λ. ¿Cuál de las siguientes expresiones, representa en el origen la magnitud de la componente del campo eléctrico en "y"?



a) $\frac{\lambda sen\theta}{4\pi\varepsilon_o r}$	b) $\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_o r}$	c) $\frac{\lambda(1-sen\theta)}{4\pi\varepsilon_o r}$	d) $\frac{\lambda(1-\cos\theta)}{4\pi\varepsilon_o r}$	e) $\frac{\lambda\theta}{4\pi\varepsilon_o r}$

Solución: Se trata de una distribución lineal de carga. Dividiremos la varilla en pequeños segmentos de arco de longitud dS.



$$E = \int dE \quad \Rightarrow dE = \frac{kdq}{r^2}$$

$$dq = \lambda dS; \quad r = R$$

Asimismo para un arco $\Rightarrow \quad R\theta = S; \quad Rd\theta = dS \therefore \quad dq = \lambda R d\theta$

$$dE = \frac{k\lambda R d\theta}{R^2} = \frac{k\lambda d\theta}{R}$$

Ahora observemos la dirección de los vectores de diferencial de campo eléctrico. El problema nos solicita únicamente la componente "y" del campo por lo tanto:

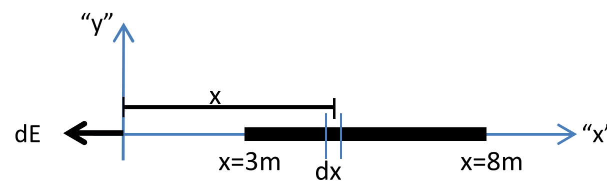
$$\vec{E} = \int dE sen\theta(-\hat{j}) = \frac{k\lambda}{R}\int_0^\theta sen\theta d\theta(-\hat{j}) = -\frac{k\lambda}{R}\cos\theta\Big|_0^\theta(-\hat{j}) = \frac{k\lambda}{R}(1-\cos\theta)(-\hat{j})$$

---

37. Una línea uniforme de carga de 3.0nC/m está distribuida a lo largo del eje "x" desde la posición x = 3m a x=8m. La magnitud y dirección del campo eléctrico (en N/C) en el origen de coordenadas (0,0) tiene valor de

a)1.66$(+i)$	b) 1.66 $(-i)$	c) 2.87 $(-i)$	d) **5.63 $(-i)$**	e)5.63 $(+i)$

Solución: dividiremos la varilla en pequeños segmentos de longitud dx, cada uno de los cuales produce en el origen un diferencial de campo eléctrico dE, por ser carga positiva la dirección del diferencial es $(-\hat{\imath})$.

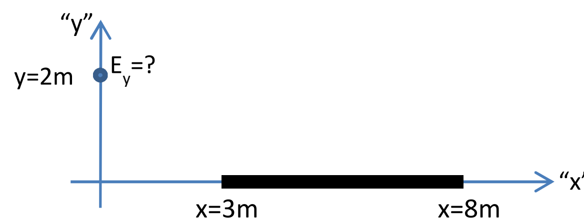


$$dE = \frac{kdq}{r^2}(-\hat{\imath})$$

Donde $dq = \lambda dx$; y $r = x$; por lo que

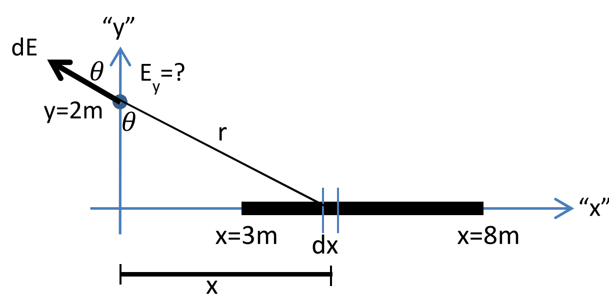
$$\vec{E} = \int_3^8 \frac{9\times10^9(3\times10^{-9})}{x^2}dx(-\hat{\imath}) = \frac{-27}{x}(-\hat{\imath}) = 5.625N/C(-\hat{\imath})$$

38. Refiriéndonos al problema anterior, ¿cuál de las siguientes expresiones permite calcular la componente en "y" del campo eléctrico ($\overrightarrow{E_y}$ =?) en un punto situado en y = 2m y x = 0m.



a)$\int_3^8 \frac{27dx}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$	**b)** $\int_3^8 \frac{54dx}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$	c)$\int_0^8 \frac{18xdx}{(x^2+4)}$	d) $\int_0^8 \frac{18dx}{x^2}$	e)$\int_0^4 \frac{54xdx}{(x^2+4)^{\frac{1}{2}}}$

Solución: Dividiremos la varilla en segmentos de longitud dx, cada uno de los cuales produce un diferencial de campo dE:



$$dE = \frac{kdq}{r^2}$$

Donde $dq = \lambda dx$; y $r = (x^2+2^2)^{1/2}$; este diferencial tiene componentes tanto en "y" como en "x", para encontrar la componente en "y":

$$dE_y = dEcos\theta = \frac{k\lambda dx}{(x^2+2^2)}cos\theta$$

Pero $cos\theta = \frac{2}{r} = \frac{2}{(x^2+2^2)^{1/2}}$; por lo que la componente que nos solicitan es:

$$E_y = \int_3^8 \frac{54dx}{(x^2+4)^{3/2}}$$

Movimiento de partículas en un Campo Eléctrico Uniforme

39. Una partícula con carga (+40mC, masa = 5g) se mueve en una región en el espacio donde el campo eléctrico es uniforme y está dado por E_y=2.5N/C, E_x=E_z=0. La velocidad de la partícula en t=0 es v_x=50m/s, v_y = v_z = 0, ¿Cuál es la rapidez de la partícula t=2s? (en m/s)

a) 90	**b) 64**	c) 72	d) 10	e) 40

Solución: Es una partícula con carga positiva que experimenta una Fuerza Eléctrica en la misma dirección del campo eléctrico. Por lo que en "x" se tendrá un movimiento con velocidad constante, mientras que en el eje "y" un movimiento con aceleración constante: La aceleración de la partícula en el eje "y" es:

$$\sum F_y = ma_y$$

$$a_y = \frac{qE}{m} = \frac{(40 \times 10^{-3})(2.5)}{5 \times 10^{-3}} = 20\frac{m}{s}(\hat{j})$$

La velocidad inicial en "y" de la partícula es igual a cero. Entonces la componente en "y" de la velocidad para t=2s es:

$$v_{fy} = v_{oy} + a_y t = (20)(2) = 40\frac{m}{s}(\hat{j})$$

Ahora encontrando la magnitud de la velocidad de la partícula:

$$v = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = \sqrt{(40)^2 + (50)^2} = 64.03 m/s$$

40. Refiriéndonos al problema anterior la magnitud y dirección de la aceleración de la partícula (en m/s^2) es:

a) 20(+j)	b) 20(-j)	c) 31(+j)	d)31 (-j)	e) 6(i+j)

Solución: refiérase al ejercicio anterior.

41. Se observa una carga puntual cerca de un plano infinito cargado uniformemente, la carga se encuentra a una distancia perpendicular de un metro del plano y su aceleración es "a" alejándose del plano. Cuando dicha carga se encuentra a una distancia perpendicular de 4m del plano su aceleración es de:

a) 2 a	b) a/2	**c) a**	d) 4a	e) a/4

Solución: Un plano infinito de carga, produce un campo eléctrico uniforme, por lo que la magnitud del campo no varía con la distancia, de esta forma la aceleración que experimenta una partícula de carga q y masa m, no variará $a = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m}$.

42. Una partícula (m = 20 mg, q = –5.0 μC) se mueve en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de 60N/C en dirección positiva de x. En t = 0, la partícula se está moviendo a 30 m/s en dirección positiva de +x y está pasando en el origen. Determine la máxima distancia mas allá de x = 0 que la partícula viaja en dirección positiva de x.

a) 25m	b) 20m	c) 15m	**d) 30m**	e) 60m

Solución. La partícula con carga negativa experimentará una fuerza en dirección contraria al campo, lo cual hará que se acelere en dicha dirección, siendo la magnitud de su aceleración:

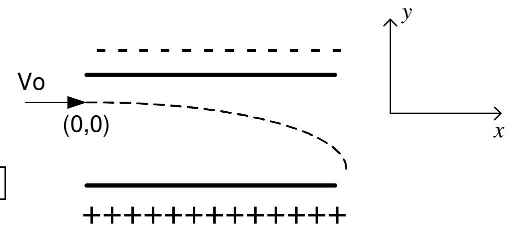
$$\sum F_x = ma_x \rightarrow qE = ma_x$$

$$\vec{a} = \frac{qE}{m}(-\hat{i}) = \frac{(5\times10^{-6})(60)}{(20\times10^{-6})} = 15\frac{m}{s^2}(-\hat{i})$$

Para determinar la máxima distancia que recorre mas allá de x=0, utilizaremos las ecuaciones de movimiento con aceleración constante. Se tiene: $v_f^2 = v_o^2 + 2a\Delta x$ por lo cual la distancia recorrida mas allá del origen antes de iniciar su movimiento en dirección contraria al campo será:

$$\Delta x = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2a} = \frac{0-(30)^2}{2(-15)} = 30m$$

43. Un electrón ingresa en una región en la que existe un Campo Eléctrico uniforme, como en la figura, con una velocidad Vo = 3.00 x10 ^{6} m/s y E = 200 N/C. La longitud horizontal de las placas L=0.10 m. El desplazamiento vertical del electrón mientras se encuentra en el interior del campo (en m) es de:



a) 0.0351	b) -0.0351	c) 0.0195	**d) -0.0195**	e) NEC

Solución: El campo eléctrico en la región de las placas apunta en dirección "+y", por lo tanto el electrón se acelerará en dirección contraria al campo:

$$a = \frac{qE}{m_e} = \frac{(1.6\times10^{-19})(200)}{9.1\times10^{-31}} = 3.516\times10^{13} m/s^2(-\hat{j})$$

En el eje "y" el electrón experimenta un movimiento con aceleración constante mientras que en el eje "x" un movimiento con velocidad constante, el tiempo que el electrón se encuentra entre las placas lo podemos calcular a partir del movimiento en "x"

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{0.1}{3\times10^6} = 3.33\times10^{-8} s$$

Ahora utilizando las ecuaciones de movimiento con aceleración constante calculemos el desplazamiento vertical del electrón en este período de tiempo, recordemos que la velocidad inicial en "y" del electrón es cero:

$$\Delta y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}(-3.516\times10^{13})(3.33\times10^{-8})^2 = -0.0195m$$

44. Refiriéndonos al problema anterior, cuál es la magnitud de la velocidad del electrón cuando sale del campo en (m/s).

a) 1.17 x 10^6	b) 1.88 x 10^6	**c)3.22x10^6**	d)3.51x 10^6	e) NEC

Solución: Considerando los datos del problema anterior la velocidad en "x" es constante e igual a 3.00 x10 ^{6} m/s. Ahora bien la velocidad en "y" al momento de salir de la región de las placas es:

$$v_{fy} = v_{oy} + at = 0 + (-3.516\times10^{13})(3.33\times10^{-8}) = -1.171\times10^6 m/s(\hat{j})$$

De lo anterior la magnitud de la velocidad del electrón es:

$$v = \sqrt{(3\times10^6)^2 + (1.171\times10^6)^2} = 3.22\times10^6 m/s$$

Dipolo Eléctrico

45. Un momento de dipolo eléctrico tiene una magnitud de $7.2\mu Cm$ inicialmente está orientado en la dirección del campo eléctrico de magnitud $4\times10^7 N/C$. En las condiciones indicadas ¿Cuál es la energía potencial eléctrica del dipolo(en unidades SI)?

a)-576	b)+576	c)Cero	**d)-288**	e)+288

Solución: La energía potencial eléctrica del dipolo es:

$$U = -pE\cos\theta = -(7.2\times10^{-6})(4\times10^7)\cos(0°) = -288J$$

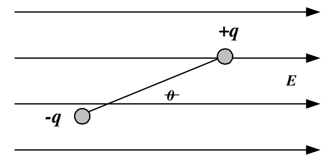
46. De acuerdo a los datos del problema anterior, ¿Cuánto trabajo en unidades SI, es necesario para girar el dipolo desde la orientación inicial indicada hasta una orientación en el que el momento del dipolo sea perpendicular al campo eléctrico?

a)-576	b)+576	c)Cero	d)-288	**e)+288**

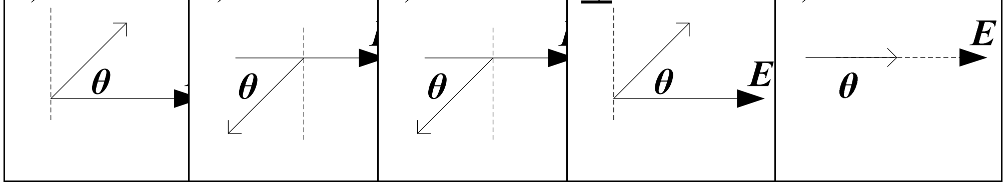
Solución: El trabajo es el cambio de energía potencial eléctrica del dipolo. En su posición final el momento dipolar y el campo forman un ángulo de 90° con el campo.

$$W = \Delta U = U_f - U_o = -(7.2\times10^{-6})(4\times10^7)\cos(90°) - (-(7.2\times10^{-6})(4\times10^7)\cos(0°)) = 288J$$

47. Un dipolo consta de cargas de +3μC y -3μC, separadas por 5.0 cm. Se encuentra como se muestra la figura, en un campo eléctrico externo de magnitud 6.0 x10^5 N/C. ¿Cuál es la magnitud del momento dipolar eléctrico (en unidades SI) y su dirección respecto del campo eléctrico?



a) 3.0 x 10^{-7}	b) 3.0 x 10^{-7}	c) 1.5 x 10^{-7}	**d)** 1.5 x 10^{-7}	c) 1.5 x 10^{-7}



Solución: La magnitud del momento dipolar eléctrico es: $p = qd = 3\times10^{-6}(0.05) = 1.5\times10^{-7}\,Cm$ y su dirección es de la carga negativa hacia la positiva, por lo que la respuesta correcta es la indicada en la literal d.

48. Cuánto trabajo (en J) se requiere para invertir el dipolo desde la posición paralela al campo eléctrico a la posición antiparalela al campo.

a) 2.52 x 10^{-4}	b) 2.52 x 10^{-4}	c) 0.36	**d) 0.18**	e) -0.18

Solución. El trabajo realizado por un agente externo para invertir el dipolo es igual al cambio de energía potencial.

$$W = \Delta U = U_f - U_o$$

En la expresión anterior la energía potencial final es cuando el dipolo se encuentra en posición antiparalela al campo y su energía potencial cuando se encuentra en posición paralela al campo.

Posición paralela → $U_o = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta = -qdE\cos(0^\circ) = -qdE$

Posición antiparalela → $U_f = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos(180^\circ) = qdE$

$$W = \Delta U = U_f - U_o = qdE - (-qdE) = 2qdE = 2(3\times10^{-6})(0.05)(6\times10^5) = 0.18J$$

---

49. Un dipolo consta de cargas ±5.5nC separadas por 3.6cm. Se encuentra en un campo eléctrico externo de magnitud 7.2×10^9 N/C. ¿Cuánto trabajo (en J) se requiere para invertir el dipolo desde la posición paralela al Campo Eléctrico a la posición perpendicular al campo eléctrico?

a) 3.67	**b)1.42**	c) 2.85	d)8.6	e)cero

Solución. El trabajo realizado por un agente externo para invertir el dipolo es igual al cambio de energía potencial.

$$W = \Delta U = U_f - U_o$$

En la expresión anterior la energía potencial final es cuando el dipolo se encuentra en posición perpendicular al campo y su energía potencial cuando se encuentra en posición paralela al campo.

Posición paralela → $U_o = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\theta = -qdE\cos(0^\circ) = -qdE$

Posición perpendicular → $U_f = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos(90^\circ) = 0$

$$W = \Delta U = U_f - U_o = 0 - (-qdE) = +(5.5\times10^{-9})(0.036)(7.2\times10^9) = 1.4256J$$

---

50. Un dipolo se encuentra en un campo eléctrico de 300 N/C y su momento dipolar es 2x10^{-9}Cm. Si en un instante la magnitud del momento de torsión es de 3x10-7Nm, el ángulo (en grados) que forma la recta que une las cargas del dipolo con el campo eléctrico es:

a) 60	b)90	c) 45	**d)30**	e)cero

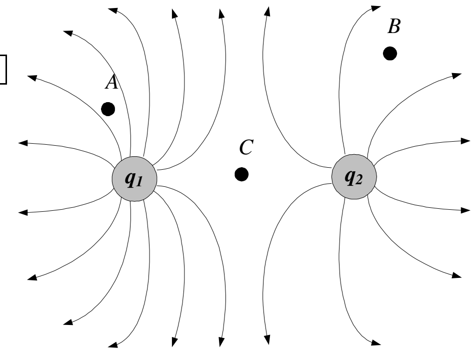
Solución: El momento de torsión que experimenta un dipolo eléctrico en una región donde existe un campo eléctrico uniforme es:

$$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$$
$$\tau = pEsen\theta$$
$$\theta = sen^{-1}\left(\frac{\tau}{pE}\right) = sen^{-1}\left(\frac{3\times10^{-7}}{(2\times10^{-9})(300)}\right) = 30^\circ$$

Líneas de Campo Eléctrico

51. La figura muestra líneas de campo eléctrico correspondiente a dos cargas puntuales con una pequeña separación, la relación y los signos entre q_1 y q_2 viene dada por:

a) $+2q_1 = -q_2$	**b) $+2q_1 = +3q_2$**	c) $-q_1 = +q_2$	d) $+q_1 = +q_2$	e) $+3q_1 = +2q_2$



Solución: De la figura se observa que ambas cargas son positivas, ya que las líneas de campo apuntan saliendo de las cargas. Asimismo, la cantidad de líneas de campo que salen de la carga uno son 12, mientras que las que salen de la carga dos son 8, por lo que:

$$\frac{+q_1}{12} = \frac{+q_2}{8}$$
$$+8q_1 = +12q_2$$
$$+2q_1 = +3q_2$$

52. En la figura en cual de los puntos mostrados A, B ó C se tendrá una mayor magnitud de campo eléctrico

a) en C	b) en A y C	c) En B	**d) En A**	e) Los campos son iguales

Solución: El campo eléctrico tiene mayor intensidad en las regiones donde existe mayor densidad de líneas de campo.