Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Departamento de Física
Ing. Claudia Contreras

Física II-Sección C-

Material de Estudio No.2
Flujo Eléctrico y Ley de Gauss

Flujo Eléctrico

1. Un campo eléctrico en el espacio está dado por $E = (16N/C)\hat{\imath} + (24N/C)\hat{\jmath} + (30N/C)\hat{k}$, el flujo eléctrico en unidades del sistema internacional (SI) a través de un área de $2m^2$ en el **plano xy** es:

a) 60	b)83	c) 77	d)48	e)32

Solución: Para calcular el flujo eléctrico a través de una superficie plana:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

El vector de área en este caso, dado que la superficie se encuentra en el plano xy, apunta en dirección **z**. Es decir,

$$\vec{A} = A\hat{n} = 2m^2(\hat{k})$$

Realizamos entonces el producto punto entre el vector de campo y el vector de área anterior:

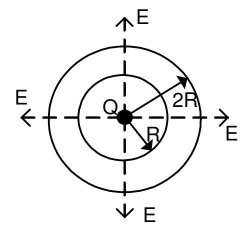
$$\Phi_E = (16\hat{\imath} + 24\hat{\jmath} + 30\hat{k}) \cdot 2\hat{k} = (16\hat{\imath} \cdot 2\hat{k} + 24\hat{\jmath} \cdot 2\hat{k} + 30\hat{k} \cdot 2\hat{k}) = 60\frac{N}{C}m^2$$

Puede observarse que únicamente la componente del campo paralela al vector de área es la única que causa un flujo eléctrico a través de esta superficie, las otras son cero debido a que son perpendiculares con el vector de área, ya que el producto punto entre dos vectores perpendiculares entre sí es cero.

2. Dos superficies esféricas concéntricas imaginarias, de radio R y 2R respectivamente rodean una carga puntual positiva Q, localizada en el centro de las esferas. Al comparar el flujo eléctrico Φ_1 a través de la superficie de radio R, el flujo eléctrico Φ_2 a través de la superficie de radio 2*R* es

a) $\Phi_2 = \frac{1}{4}\Phi_1$	b) $\Phi_2 = \frac{1}{2}\Phi_1$	c) $\underline{\Phi_2 = \Phi_1}$.	d) $\Phi_2 = 2\Phi_1$	e) $\Phi_2 = 4\Phi_1$

Solución. El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga encerrada por dicha superficie, si dibujamos las dos superficies esféricas y colocamos la carga puntual positiva en el centro de éstas, podemos ver claramente que la carga encerrada por la superficie de radio R, es Q. Asimismo, la carga encerrada por la superficie de radio 2R es igual a Q. Por lo que si ambas encierran la misma:



$$\Phi_1 = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o} \text{ y } \Phi_2 = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o} \rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$$

3. Una superficie esférica cerrada de radio *a* se encuentra en un campo eléctrico uniforme ***E***. ¿Qué flujo eléctrico ϕ_E atraviesa la superficie?

$\phi_E = \frac{4}{3}\pi a^3 E$	$\phi_E = 4\pi a^2 E$	$\phi_E = \pi a^2 E$	Faltan datos para resolverlo	$\underline{\phi_E = 0}$

Solución. Si en la región donde se encuentra la superficie esférica existe un campo eléctrico uniforme, esto implica que la esfera no tiene carga encerrada, al no tener carga encerrada el flujo neto a través de ella es igual a cero, ya que el flujo que entra a la superficie debe ser igual al flujo que sale de ella.

4. El flujo eléctrico total a través de una superficie cilíndrica cerrada (longitud = 1.2 m, diámetro = 0.20 m) es de **–**5.0 N · m^2/C. Determine la carga neta encerrada por el cilindro.

a) -62pC	b)-53pC	**c) -44pC**	d) -71pC	e) -16pC

Solución. Sabemos que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada puede calcularse: $\Phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o}$ De tal forma que ya que conocemos el flujo eléctrico podemos despejar la $q_{encerrada}$ por la superficie:

$$q_{encerrada} = \Phi_E \varepsilon_o = (-5)(8.85 \times 10^{-12}) = -44.25\,pC$$

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Departamento de Física
Ing. Claudia Contreras

5. Una carga puntual de 5μC está situada en la esquina inferior de un cubo. El flujo eléctrico total (en Nm²/C) a través de todos los lados del cubo es:

a) Cero	b) 7.1×10^4	c) 9.4×10^4	d) 1.4×10^5	e) $\underline{5.6\times10^5}$

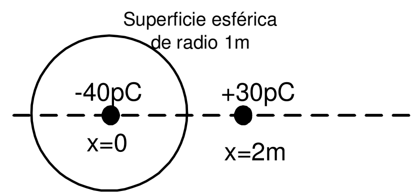
Solución. El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga encerrada por la superficie, por lo cual el flujo a través del cubo es:

$$\Phi_E = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o} = \frac{5\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}} = 5.65\times10^5\,\frac{Nm^2}{C}$$

6. Las cargas q y Q están localizadas en el eje "x". La carga q=-40pC está en x=0 y la carga Q=+30pC está en x=2.0m. El flujo neto (en Nm^2/C) a través de una superficie esférica de radio 1.0m centrada en el origen es:

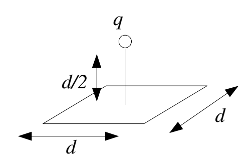
a)-1.1	b)-6.8	c)-8.5	**d)-4.5**	e)-9.6

Solución. Sabemos que $\Phi_E = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o}$, en este caso la carga que está siendo encerrada por nuestra superficie es únicamente la carga de -40pC (observe figura), por lo que:



$$\Phi_E = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o} = \frac{-40\times10^{-12}}{8.85\times10^{-12}} = -4.52\,\frac{Nm^2}{C}$$

7. Una carga puntual +q está a una distancia d/2 de una superficie cuadrada de lado y está directamente arriba del centro del cuadrado como se muestra en la figura. Halle la magnitud del flujo eléctrico a través del cuadrado. Considere el cuadrado como una cara de un cubo de arista d.



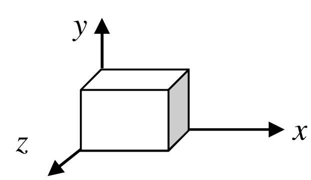
a)cero	b) $\frac{q}{\varepsilon_o}$	c) $\underline{\frac{q}{6\varepsilon_o}}$	d) $\frac{q}{2\varepsilon_o}$	e)NEC

Solución. Observemos la simetría del problema, dándonos cuenta que la carga se encuentra colocada en el centro de un cubo de arista d; y considerando que nuestro cuadrado representa una de las caras del cubo. Entonces el flujo eléctrico lo podemos encontrar calculando el flujo eléctrico total a través del cubo y dividiendo el resultado en seis, ya que sólo nos interesa el flujo a través de una de las caras.

$\Phi_{Ecubo} = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o} = \frac{+q}{\varepsilon_o}$, entonces el flujo eléctrico a través de una cara será→ $\Phi_{E(1cara)} = \frac{\Phi_{Ecubo}}{6} = \frac{+q}{6\varepsilon_o}$

8. En una región del espacio $E_y = (+12-16y)\hat{j}$, si se coloca un cubo de arista *a=10 cm*, en esa región, de manera que una de sus caras descansa totalmente sobre el plano horizontal, como se muestra en la figura. La magnitud del flujo en el SI a través de la cara superior, tiene un valor de:

a) 0.104	b) -0.228	c) 0.879	d) 0.342	e) NEC



Solución. El flujo eléctrico en la cara superior será igual al producto punto entre el vector de área de la cara superior del cubo y el campo eléctrico en esa cara del cubo. Observemos cuidadosamente que el campo varía con respecto a "y", por lo que debemos calcular cuál es la magnitud del campo en la cara superior del cubo donde y=0.1m. Asimismo el vector de área de la cara superior del cubo debe ser perpendicular a la cara y saliendo de la superficie (apuntará en dirección positiva de "y"):

$$E_y = -16y + 12$$

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A}_n$$

En la cara superior y=0.1m es decir y = a por lo tanto el campo eléctrico en la cara superior es:

$$E = -16(0.1) + 12 = +10.4\ N/C$$

$$\Phi_E = 10.4*(0.1)(0.1)\cos(0^o) = 0.104\,(N/C)*m^2$$

9. Para las condiciones del problema anterior, ¿cuál es la magnitud de la carga encerrada dentro del cubo expresada en *femto C* (10^{-15}C)?

a) 118.5	b) 47.6	c) 85.75	**d) 141.6**	e) NEC

Solución. $\Phi = \frac{q_{neta}}{\varepsilon_o}$

El campo sólo tiene componentes en "y" por lo que el flujo eléctrico de las caras laterales del cubo es igual a cero y solamente tendremos el flujo correspondiente a las caras superior e inferior,

$$\Phi_{E_{Total}} = \Phi_{E_{cara\,superior}} + \Phi_{E_{CaraInferior}} \Rightarrow \quad \Phi_{E_{CaraInferior}} = E \cdot A_n$$

El flujo eléctrico en la cara inferior donde y=0, será:

$$E = +12 - 16y \text{ pero } y=0$$

$$E = 12\ N/C$$

$$E \cdot A_n = 12 * (0.1)(0.1)\cos 180^o = -0.12 (N/C)m^2$$

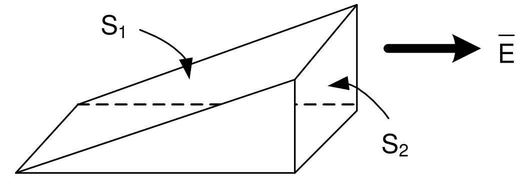
El flujo eléctrico en la cara superior se calculó en el problema anterior, de tal forma que el flujo total es:

$$\Phi_{E_{Total}} = 0.104 (N/C)m^2 - 0.12 (N/C)m^2 = -0.016 = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o}$$

Se puede observar que el cubo tiene carga encerrada negativa, sin embargo como solo se solicita la magnitud de la carga encerrada es:

$$q_{enc} = -141.6 \times 10^{-15} C \rightarrow |q_{enc}| = 141.6 \times 10^{-15} C$$

10. Se tiene una cuña como se muestra en la figura, sumergida en un campo eléctrico uniforme. La base y las caras paralelas de la cuña son paralelas a la dirección del campo eléctrico. ¿Cuál es la relación que existe entre los tamaños de flujo eléctrico en la superficie 1 (Φ1) superficie inclinada y la superficie 2 (Φ2)?



a) $\Phi_1 < \Phi_2$	b) $\Phi_1 > \Phi_2$	c) $\underline{\Phi_2 = \Phi_1}$.	d) Falta información	e) NEC

Solución. Si en la región donde se encuentra la cuña existe un campo eléctrico uniforme, el interior de la cuña no tiene carga encerrada, por lo cual el flujo entrante a la cuña debe ser igual al flujo saliente de ésta. Observe que el flujo entra por la superficie 1 y sale de la cuña por la superficie 2, por lo tanto estos dos flujos deben ser de la misma magnitud.

11. Se observa que las líneas de campo que salen de un cubo entran nuevamente a dicho cubo. De lo observado es posible afirmar:

a) El campo en la superficie del cubo tiene magnitud cero.	b) La carga encerrada tiene valor positivo	c) El flujo neto que pasa por la superficie es cero	d) La carga neta encerrada es cero	e) **Las respuestas c y d son correctas.**

12. Una superficie esférica cerrada imaginaria **S** de radio R se centra en el origen. Una carga positiva +q se halla inicialmente en el origen y el flujo por la superficie es Φ_E**.** Si la carga +q no se mueve y se agregan tres cargas más en el eje "x": $-3q\ en\ x = -R/2$, $+5q\ en\ x = \frac{R}{2}$ y $+4q\ en\ x = 3R/2$. Ahora el flujo que pasa por **S** es:

a) $2\Phi_E$	**b) $3\Phi_E$**	c) $6\Phi_E$	d) $7\Phi_E$	e) No puede determinarse por no ser simétrica la figura.

Solución: Para las condiciones iniciales descritas en el problema:

$$\Phi_E = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{+q}{\varepsilon_0}$$

Posteriormente de haber agregado las otras cargas debemos observar cuál es la carga total encerrada en estas condiciones, incluya solamente las cargas encerradas por la superficie esférica de radio R:

$$\Phi_{E\ final} = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0} = \frac{+q - 3q + 5q}{\varepsilon_0} = \frac{+3q}{\varepsilon_0} = +3\Phi_E$$

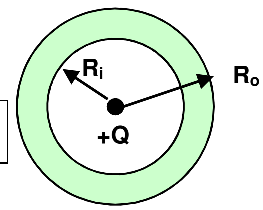
13. Suponga que una carga puntual positiva se ubica en el centro de una superficie esférica y que están determinados el campo eléctrico en la superficie de la esfera y el flujo total a través de la esfera. Ahora el radio de la esfera se reduce a la mitad. ¿Qué sucede con el flujo a través de la esfera y la magnitud del campo eléctrico en la superficie de la esfera?

a)El flujo y el campo aumentan	b) El flujo y el campo disminuyen	c) El flujo aumenta y el campo disminuye	d) El flujo y el campo permanecen igual	**e) El flujo permanece igual y el campo aumenta**

Solución: El flujo eléctrico depende de la carga neta encerrada por la superficie, la cual se encuentra en el centro de la superficie esférica. Por tanto aún y cuando se reduzca a la mitad el radio de la esfera la carga neta sigue siendo la misma, por lo que el flujo eléctrico permanece constante.
El campo eléctrico de una carga puntual varía inversamente proporcional con el cuadrado de la distancia, por lo cual al reducirse a la mitad el radio de la esfera, nos encontramos más cerca de la carga puntual y el campo de ésta resultará de mayor magnitud.

Aplicaciones de la Ley de Gauss

14. En el centro de una esfera metálica sin carga, que posee una cavidad interior, se coloca una carga puntual positiva Q. De las siguientes afirmaciones cuál es la correcta:

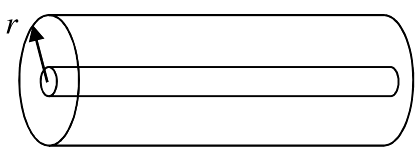


a) E=0 si $r > R_o$; E≠0 si $r < R_i$	b) E≠0 si $r > R_o$; E=0 si $r < R_i$	**c) E≠0 si $r > R_o$; E≠0 si $r < R_i$**	d) El campo E siempre es cero	e) NEC

Solución. Utilizando la Ley de Gauss y escogiendo una superficie gausiana esférica de radio $r > R_o$, podemos observar que la carga encerrada por la superficie gausiana es +Q, por lo tanto a esa distancia r, E≠0.
Asimismo escogiendo una superficie gausiana esférica de radio $r < R_i$, la carga encerrada por la superficie gausiana es +Q, por lo tanto a esa distancia r, E≠0.

15. Una carga esta distribuida uniformemente en un alambre muy largo. Si el campo eléctrico a 2 cm del alambre es de 20N/C ¿Cuál será la magnitud del campo eléctrico a 4cm del alambre?

a) 10	b) 5	c) 120	d)80	e) 40



Solución:
Se construye una superficie gausiana cilíndrica de radio r=0.02m, que es la distancia a la cual conocemos la magnitud de $\vec{E}$, posteriormente aplico la Ley de Gauss.

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o}$$

$$EA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o} \text{ ; pero } q_{enc} = \lambda L$$

$$E * 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_o} \text{ ; despejando } \lambda$$

$$\lambda = E\varepsilon_o 2\pi r = (20)(8.85\times10^{-12})2\pi(0.02) = 2.22\times10^{-11}\, C/m$$

Ahora calculamos el campo a una distancia de 0.04m, utilizando un cilindro gausiano de r=0.04m

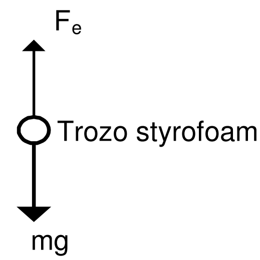
$$E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

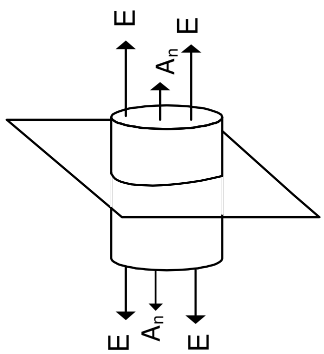
$$E(r = 0.04) = \frac{\lambda}{\varepsilon_o 2\pi r} = 9.98 N/C$$

16. Un trozo de styrofoam de 10g tiene una carga neta de -0.700mC y flota por encima de una gran lámina horizontal de plástico que tiene una densidad de carga uniforme en su superficie. ¿Cuál es la carga por unidad de superficie (en nC/m^2) presente en la lámina de plástico?

a) +1.24	**b) -2.48**	c) +2.48	d)-1.24	e) NEC

Solución: Analicemos el trozo de styrofoam cuando el sistema está en equilibrio. En "x" no actúa ninguna fuerza, mientras que en "y", tenemos la fuerza eléctrica que experimenta el trozo de styrofoam debida al campo eléctrico producido por la lámina de plástico y la fuerza del peso. Para que el trozo de styrofoam flote por encima de la lámina la fuerza eléctrica debe ser hacia arriba, es decir el trozo experimentará una fuerza de repulsión, por lo cual deducimos que la densidad de carga que tiene la lámina es negativa. Encontremos ahora su magnitud:





$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$F_{electrica} = mg$$

$$qE = mg$$

El campo eléctrico producido por la lámina cargada lo calcularemos utilizando la Ley de Gauss. Dibujemos una superficie gausiana cilíndrica como la que se muestra en la figura:

El flujo eléctrico a través de la superficie gausiana es diferente de cero únicamente en las caras circulares superior e inferior del cilindro. En la parte curva el flujo eléctrico es cero debido a que los vectores de campo eléctrico y de área de la superficie son perpendiculares.

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o}$$

$$EA + EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$$

Sustituyendo el resultado anterior, en la expresión de la sumatoria de fuerzas en "y" para el sistema en equilibrio, se tiene:

$$q\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\right) = mg$$

Despejando σ de la expresión anterior y sustituyendo valores, encontramos que la magnitud de la densidad de carga de la lámina es:

$$\sigma = \frac{2\varepsilon_o mg}{q} = \frac{2(8.85\times10^{-12})(10\times10^{-3})(9.8)}{0.7\times10^{-3}} = 2.48\,\frac{\text{nC}}{\text{m}^2}$$

La densidad de carga anterior es una densidad de carga **negativa**, ya que la fuerza eléctrica que experimenta el trozo de styrofoam es de repulsión.

---

17. Se tiene un cilindro no conductor de radio $R = 2.4\ cm$ y de una longitud muy grande, que tiene una densidad volumétrica de carga $\rho = -1.5 \times 10^{-5}\ C/m^3$. La magnitud del campo eléctrico en un punto situado a *1.50 cm* del centro de la configuración, expresada en N/C tiene un valor de:

a) 51,725	b)26,310	**c)12,712**	d)15,840	e) NEC

Solución: $\vec{E}$ a una distancia de 1.5 cm, se escoge una superficie gaussiana cilíndrica de radio *r=1.5 cm*, la cual es menor al radio R del cilindro.

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o} \rightarrow EA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o}$$

Observe que solamente se está encerrando parte de la carga contenida por el cilindro no conductor por lo que $q_{enc} = \rho(\pi r^2 L)$

$$E(2\pi rL) = \frac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_o} \rightarrow \vec{E} = \frac{\rho r}{2\varepsilon_o} = -12{,}711.86\,N/C\ \ \hat{r}$$

18. Para las condiciones del problema anterior, la magnitud del campo eléctrico, en un punto situado a *3.0 cm* medidos a partir del centro del cilindro, expresada en N/C, tiene un valor de:

a) 5,321	**b)16,271**	c)25,420	d)19,308	e) NEC

Solución: Para r = 3 cm, se escoge una superficie gaussiana cilíndrica de radio 3 cm:

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o}$$

Observe que en este caso se está encerrando la totalidad de carga contenida en el cilindro por lo que: $q_{enc} = \rho(\pi R^2 L)$

$$EA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o} \qquad E(2\pi r L) = \frac{\rho \pi R^2 L}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon_o} = \frac{(-1.5\times10^{-5})(0.024)^2}{2(0.03)\varepsilon_o} = -16{,}271.18\ \hat{r}\ N/C$$

19. Una carga positiva Q está distribuida uniformemente en una esfera aislante de radio R, centrada en el origen. La magnitud del campo eléctrico en un punto x=R/2 es:

a) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$	b) $\frac{Q}{\pi\varepsilon_0 R^2}$	c) $\frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$	**d)** $\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$	e) $\frac{8Q}{\pi\varepsilon_0 R^2}$

Solución. Si se trata de una esfera aislante su densidad de carga es:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

Ahora dibujando una superficie gausiana esférica de radio r=R/2.

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_o}$$

$$EA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o}; \quad E(4\pi r^2) = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3}{\varepsilon_o};$$

$$E = \frac{\rho r}{\varepsilon_0}$$

Sustituyendo r = R/2 y la densidad de carga encontrada previamente:

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o} = \frac{\left(\frac{3Q}{4\pi R^3}\right)\frac{R}{2}}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_o R^2}$$

20. Refiriéndonos al problema anterior, si se coloca una carga puntual +Q en x=2R, la nueva magnitud del campo resultante en x=R/2 es:

a) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$	b) $\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$	**c)** $\frac{Q}{72\pi\varepsilon_0 R^2}$	d) $\frac{17Q}{72\pi\varepsilon_0 R^2}$	e) $\frac{73Q}{9\pi\varepsilon_0 R^2}$

Solución: El campo eléctrico total será el campo debido a la esfera + el campo debida a la carga puntual. El campo debido a la carga puntual es:

$$E_{carga-puntual} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o\left(\frac{3}{2}R\right)^2}(-\hat{\imath}) = \frac{Q}{9\pi\varepsilon_o R^2}(-\hat{\imath})$$

$$E_{esfera} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_o R^2}(+\hat{\imath})$$

$$E_{Total} = \frac{Q}{72\pi\varepsilon_o R^2}(+\hat{\imath})$$

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Departamento de Física
Ing. Claudia Contreras

Física II-Sección C-

21. Un cilindro de longitud 12m y radio 6cm posee una densidad de carga superficial $\sigma = \frac{9nC}{m^2}$. La carga total sobre la corteza es (en nC).

a) +4.88	b)+1.22	c)-1.22	d)-40.71	**e)+40.71**

Solución: se trata de una distribución superficial de carga:

$$q = \sigma(\acute{a}rea\ curva\ cilindro) = 9(2\pi rh) = 9 \times 10^{-9}(2\pi)(0.06)(12) = 40.71nC$$

22. Utilizar la Ley de Gauss para determinar la magnitud del campo eléctrico para $r = 2\ cm.$

a) 339	b)1000	**c)cero**	d)30	e)120

Solución: Observe que la carga esta distribuida superficialmente en el cilindro, por lo que si dibuja una superficie gausiana de r =2cm, ésta última no tiene carga encerrada, y en consecuencia el campo eléctrico es cero.

23. Utilizar la Ley de Gauss para determinar la magnitud del campo eléctrico para $r = 6.1\ cm.$

a) 339	**b)1000**	c)cero	d)30	e)120

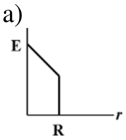
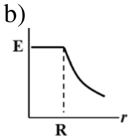
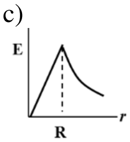
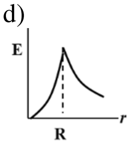
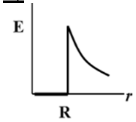
Solución: Dibujando una superficie gausiana de radio r = 6.1 cm

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$EA = \frac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi rL) = \frac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad E = \frac{\sigma R}{r\varepsilon_0} = \frac{9 \times 10^{-9}(0.06)}{0.061(8.85 \times 10^{-12})} = 1000.28N/C$$

24. ¿Cuál de las gráficas corresponde a la magnitud del campo eléctrico E, como función de la distancia r, a partir del centro del radio del cilindro?

a) 	b) 	c) 	d) 	**e)** 

Solución: debido a que se trata de un cilindro que únicamente tiene carga en su superficie, el campo eléctrico en el interior de éste es igual a cero (compruébelo dibujando una superficie gausiana cilíndrica con un radio r menor al radio R del cilindro, observará que su superficie gausiana no encierra carga). En el exterior del cilindro el campo eléctrico varía en función de la distancia, encontremos de qué forma varía dibujando un cilindro gausiano de radio r > R:

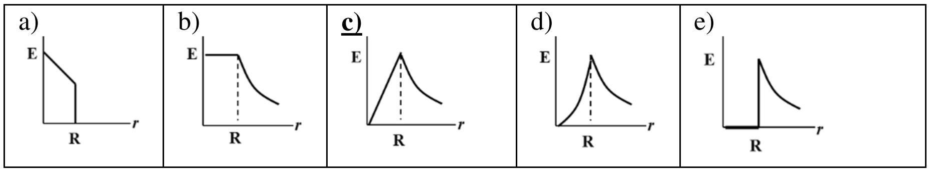
$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$EA = \frac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi rL) = \frac{\sigma 2\pi RL}{\varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad E = \frac{\sigma R}{r\varepsilon_0}$$

El campo varía inversamente con la distancia. Por lo que la gráfica que correctamente indica como varía E, es la e).

25. Una esfera aislante de radio R tiene una densidad volumétrica de carga ρ, uniformemente distribuida en todo su volumen. ¿Cuál de las gráficas corresponde a la magnitud del campo eléctrico E, como función de la distancia r, a partir del centro del radio de la esfera?



Solución: Utilizaremos Gauss para encontrar como varía el campo eléctrico en función de la distancia para una distancia r < R; y para una distancia r >R.

Para una distancia r <R, dibujando una superficie gausiana esférica de radio r < R:

$$\int \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \;\rightarrow\; E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \;\; (El\ campo\ varía\ linealmente\ \ con\ r)$$

Para una distancia r > R, dibujamos una superficie esférica con radio r > R:

$$\int \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \rightarrow \; E = \frac{\rho R^3}{r^2\varepsilon_0}$$

$$Observe\ que\ para\ r > R\ el\ campo\ varia\ inversamente\ con\ el\ cuadrado\ de\ la\ distancia.$$

26. Una superficie esférica de radio 1.0 cm tiene una densidad uniforme de carga 40pC/m^2. Una segunda superficie esférica es concéntrica, tiene un radio de 3.0cm y tiene una densidad uniforme de carga de 60pC/m^2. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico (en N/C) en un punto situado a 2.0 cm del centro de las dos esferas?

a)0.50	b)5.67	c)cero	**d)1.13**	e)4.51

Solución. Denominaremos esfera 1, a la esfera de radio 1cm, con densidad de carga de 40pC/m^2 y esfera 2, a la que tiene un radio de 3.0cm y una densidad uniforme de carga de 60pC/m^2. Las esferas tiene densidad superficial de carga, la carga esta distribuida en su superficie. Este problema lo resolveremos utilizando la ley de Gauss y dibujando una superficie gausiana esférica de radio 2.00cm(r =0.02m). Observe que nuestra superficie gausiana se encuentra entre la esfera 1 y la esfera 2. Entonces:

$$\int E\cdot dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o}$$

La parte izquierda de la integral se refiere al flujo a través de la superficie gausiana y se reduce a un producto algebraico. Para calcular la carga encerrada, nuestra superficie gausiana únicamente encierra la carga de la esfera 1, la cual la podemos encontrar, a partir de su densidad superficial de carga:

$$q_{enc} = \sigma_1 A_1 = (40\times10^{-12})(4\pi R_1^2) = 5.02654\times10^{-14}C$$

Entonces:

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o} = \frac{5.02654\times10^{-14}}{8.85\times10^{-12}}$$

$$E = \frac{5.02654\times10^{-14}}{4\pi(0.02)^2 8.85\times10^{-12}} = 1.1299N/C$$

27. Una esfera sólida aislante de diámetro 28 cm, tiene una densidad de carga uniforme en todo su volumen. Si la magnitud del campo eléctrico a 7 cm de su centro es de $5.8 \times 10^4 N/C$, ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) a una distancia de 20 cm de su centro?

a) 40.60	**b)56.84**	c)Cero	d)1.74	e)165.71

Solución. Primero aplicando la ley de Gauss y utilizando el valor del campo eléctrico conocido a una distancia de 7cm encontraremos la densidad volumétrica de carga.
Dibujemos una superficie gausiana esférica de radio 7cm, r = 0.07m (punto en el cual conocemos el valor del campo) y apliquemos la ley de Gauss.

$$\int E \cdot dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Para encontrar la carga encerrada tenemos que poner atención ya que nuestra superficie gausiana no encierra la totalidad de carga de la esfera.

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\varepsilon_o}$$

Despenjando ρ:

$$\rho = \frac{3E\varepsilon_0}{r} = \frac{3(5.8 \times 10^4)(8.85 \times 10^{-12})}{0.07} = 2.1999 \times 10^{-5} C/m^3$$

Ahora, ya conociendo la densidad volumétrica de carga, calcularemos el campo a la distancia que nos lo solicita el problema. Dibujamos una superficie gausiana de radio r = 0.2m. Observe que esta superficie gausiana se encuentra encerrando la totalidad de carga de la esfera sólida aislante, de radio 14cm, R =0.14m.

$$\int E \cdot dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_o r^2} = \frac{2.1999 \times 10^{-5}(0.14)^3}{3(8.85 \times 10^{-12})(0.2)^2} = 56840 N/C$$