Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
FISICA II **Ing. Claudia Contreras**

Material de Estudio 3 - POTENCIAL ELÉCTRICO
Distribuciones de Carga, Gradiente de Potencial, Potencial de Esferas Conductoras Aisladas

1. El campo eléctrico en una región en el espacio está dado por $E_x = (3x)N/C,\ E_y = E_z = 0$ donde x está dado en metros. Los puntos A, B están sobre el eje x, donde $x_a = 3.0m$ y $x_b = 5.0m$. La diferencia de potencial $V_b - V_a$ en Volts es:

a)+30	b)-6	**c) -24**	d)+24	e)-18

Solución. En este problema debemos encontrar la diferencia de potencial entre dos puntos a partir del campo eléctrico, observemos que el campo solamente tiene componentes en x, por lo que:

$$V_a - V_b = \int_{x_a}^{x_b} E \cdot dl$$

$$V_a - V_b = \int_3^5 3x dx = \frac{3}{2}x^2 \Big|_3^5 = \frac{3}{2}(25-9) = 24V$$

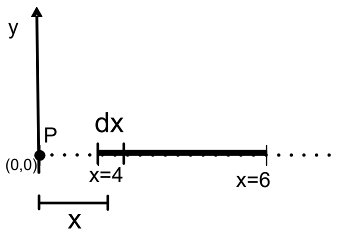
Pero debido a que lo que solicitan es $V_b - V_a$, entonces la diferencia de potencial es **-24 Volts**.

---

2. Una carga de 4.0 nC es distribuida uniformemente a lo largo del eje *"x"* de *x= +4m* hasta *x=+6m*. ¿Cuál de las siguientes expresiones es la correcta para calcular el potencial eléctrico en el origen de coordenadas (considere el potencial cero en el infinito)?

a) $\int_4^6 \frac{18dx}{4-x}$	b) $\int_4^6 \frac{36dx}{x}$	c) $\int_4^6 \frac{18dx}{x}$	d) $\int_4^6 \frac{36dx}{6-x}$	e) $\int_4^6 \frac{36dx}{4+x}$

Solución: Para una mejor comprensión representaremos la distribución de carga en forma gráfica. Como observamos se trata de una distribución lineal de carga, por lo que utilizaremos la densidad lineal de carga de la distribución:



$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{4\times10^{-9}C}{2m} = 2\times10^{-9}C$$

Ahora encontraremos el potencial de la siguiente forma:

$$V = \int dV = \int \frac{kdq}{r}$$

Pero $dq = \lambda dx$, asimismo $r = x$ por lo tanto al sustituir valores se tiene que

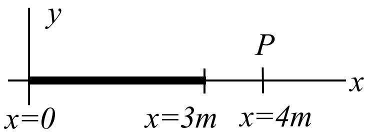
$$V = \int \frac{k\lambda dx}{r} = \int_4^6 \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-9})dx}{x} = \int_4^6 \frac{18dx}{x}$$

---

3. Una línea de carga de densidad uniforme 3.0 nC/m está colocada a lo largo del eje *"x",* desde el origen hasta el punto *x=3m*. ¿Cuál de las siguientes expresiones es la correcta para encontrar el potencial eléctrico (en V) en un punto *"P"* situado en *x=4m*?

a) $\int_0^3 \frac{27dx}{x}$	b) $\int_0^3 \frac{9dx}{4-x}$	c) $\int_0^3 \frac{27dx}{4+x}$	d) $\int_0^3 \frac{27dx}{4-x}$	e) NEC

Solución:
Se trata de una distribución lineal de carga, para la cual ya nos indican la densidad lineal de carga:λ.



El potencial será entonces:

$$V = \int dV = \int \frac{kdq}{r}$$

Pero $dq = \lambda dx$, asimismo $r = 4 - x$ por lo tanto al sustituir valores se tiene que

$$V = \int \frac{k\lambda dx}{r} = \int_0^3 \frac{(9\times 10^9)(3\times 10^{-9})dx}{4-x} = \int_0^3 \frac{27dx}{4-x}$$

4. Dos esferas conductoras, una de 5 cm de radio y la otra de 10 cm de radio, contienen entre ambas una carga de 12nC y están muy lejos una de otra. Si las esferas se conectan por medio de un alambre conductor, el valor de la carga que adquiere la esfera de radio 10 cm es (en nC)

a)4	**b)8**	c)10	d)12	e)NEC

Solución: Debemos recordar que cuando las esferas se conectan por medio del cable conductor, adquieren el mismo potencial, por lo cual denominando a las esferas 1(radio de 5 cm) y 2 (radio de 10cm):

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2}$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$q_1 = q_2 \frac{r_1}{r_2}$$

Asimismo la suma de las cargas de cada esfera es igual a:

$$q_1 + q_2 = 12\times 10^{-9} C$$

$$q_1 = 12\times 10^{-9} C - q_2$$

Tenemos entonces un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$12\times 10^{-9} - q_2 = \frac{r_1}{r_2} q_2 = \frac{0.05}{0.1} q_2$$

$$12\times 10^{-9} = \frac{1}{2} q_2 + q_2 = \frac{3}{2} q_2$$

$$q_2 = \frac{2(12\times 10^{-9})}{3} = 8nC$$

$$q_1 = 12nC - 8nC = 4nC$$

5. Refiriéndonos al problema anterior, el voltaje que adquiere la esfera de 5 cm es de:

a)2400	b)1800	c)1440	**d)720**	e)cero

<u>Solución</u>: *Ya conociendo la carga de cada esfera podemos calcular el potencial en la superficie de éstas. Así para la esfera de 5 cm (esfera 1):*

$$V_1 = \frac{kq_1}{r_1} = \frac{(9\times10^9)(4\times10^{-9}C)}{0.05m} = 720V$$

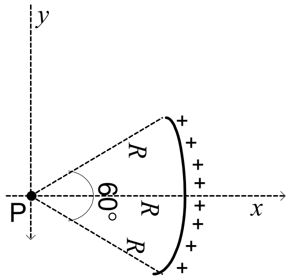
---

6. Dos esferas conductoras una de 6cm de radio y otra de 12 cm de radio, contienen entre ambas cargas de 15nC, y están muy lejos la una de las otra. Si las esferas se conectan por un cable conductor, se concluye que:

a)el potencial es mayor en la esfera pequeña	b)el potencial es mayor en la esfera grande	c)el potencial es cero en ambas esferas	**<u>d)la diferencia de potencial de las esferas es cero</u>**	e)NEC

---

7. Una línea de carga uniforme de densidad 3.5 nC/m es colocada a lo largo del segmento circular mostrado. ¿Cuál es el potencial eléctrico (en V) en el punto "P" (considere el potencial cero en el infinito):



a)61	b)42	c)52	**<u>d)33</u>**	e)22

<u>Solución:</u> Se trata de una distribución lineal de carga, para la cual ya nos indican la densidad lineal de carga:λ.

El potencial será entonces: $V = \int dV = \int \frac{kdq}{r}$

Pero $dq = \lambda ds$, donde ds representa un diferencial de arco por lo cual $ds = Rd\theta$, asimismo $r = R$ por lo tanto al sustituir valores se tiene que:

$$V = \int \frac{kdq}{r} = 2\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{k\lambda R d\theta}{R} = 2\int_0^{\frac{\pi}{6}} k\lambda d\theta = 2k\lambda(\frac{\pi}{6}) = 2(9\times10^9)(3.5\times10^{-9}C/m)(\frac{\pi}{6}) = 33Volts$$

Se puede observar que al integrar lo hicimos de 0 a $\pi/6$ es decir de 0 a 30° y por ello multiplicamos por dos.

---

8. El potencial eléctrico *V* en el espacio situado entre las placas de un tubo al vacío, está dado por *V=(1530 x^2+10)*, en Volts, donde *x* (en m) es la distancia de una de las placas. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico (en V/m) cuando *x*= 1.28 cm.

a) 10.25(-*x*)	b) 800.83(-*x*)	c) 800.83(+*x*)	d) 39.17(+*x*)	e) **<u>39.17(-*x*)</u>**

<u>Solución</u>: Para resolver este problema utilizaremos el concepto de gradiente de potencial::

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d(1530x^2+10)}{dx}$$

$$E_x = -(3060x) = -3060x$$

$$E_x = -3060(0.0128) = -39.168V/m$$

---

9. Dos conductores esféricos de 4cm y 6cm, descargados y separados por una distancia muy grande se conectan con un alambre conductor. Una carga total de +20μC se coloca sobre esta combinación de esferas. En estas condiciones el potencial eléctrico en MV en la esfera de 4cm es:

a) 1.2	b)45	c) **<u>1.8</u>**	d) 20	e) NEC

<u>Solución</u>: Denominaremos esfera 1 a la de 4cm de radio y esfera 2 a la de 6cm de radio. Al conectar las esferas ambas adquieren el mismo potencial por lo que:

$$V_1 = V_2$$
$$\frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2}$$
$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$
$$q_1 = q_2 \frac{r_1}{r_2}$$

Asimismo la suma de las cargas de cada esfera es igual a:

$$q_1 + q_2 = 20\times 10^{-6} C$$
$$q_1 = 20\times 10^{-6} C - q_2$$

Tenemos entonces un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

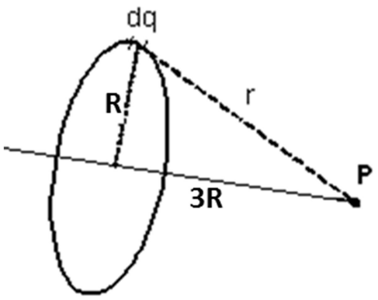
$$20\times 10^{-6} - q_2 = \frac{r_1}{r_2} q_2 = \frac{0.04}{0.06} q_2$$
$$20\times 10^{-6} = \frac{2}{3} q_2 + q_2 = \frac{5}{3} q_2$$
$$q_2 = \frac{3(20\times 10^{-6})}{5} = 12\mu C$$
$$q_1 = 8\mu C$$

El potencial de la esfera de 4cm es:

$$V_1 = \frac{kq_1}{r_1} = \frac{(9\times 10^9)(8\times 10^{-6})}{0.04} = 1.8MV$$

10. Considere un anillo de radio R con una carga total Q distribuida uniformemente sobre su perímetro. El potencial eléctrico (V) en un punto sobre el eje del anillo a una distancia 3R del centro del anillo:

a) Cero	**<u>b)</u>** $\boldsymbol{\frac{kQ}{R\sqrt{10}}}$	c) $\frac{kQ}{10R}$	d) $\frac{kQ}{3R}$	e) $\frac{kQ}{\sqrt{X^2+9R^2}}$



<u>Solución</u>: Dividiremos el anillo en segmentos de arco de longitud dS, cada uno de los cuales tiene un diferencial de carga dq. La densidad lineal de carga del anillo es $\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$; por lo tanto dq=λdS. Asimismo, la distancia r de cada uno de estos segmentos de arco al punto localizado a una distancia 3R del centro del anillo es: $r = ((R)^2 + (3R)^2)^{\frac{1}{2}} = R\sqrt{10}$.

Los diferenciales de potencial producidos por cada segmento de anillo están dados por:

$$dV = \frac{kdq}{r} = \frac{k\lambda dS}{R\sqrt{10}}$$

Integrando los diferenciales de potencial:

$$V = \int dV = \int \frac{k\lambda dS}{R\sqrt{10}} = \frac{k\lambda}{R\sqrt{10}} \int dS = \frac{k\lambda 2\pi R}{R\sqrt{10}}$$

Sustituyendo el valor de λ:

$$V = \frac{kQ}{R\sqrt{10}}$$

11. Existe un campo eléctrico en la dirección positiva del eje "y" y su magnitud está dada por $E = \frac{2y}{3}$, el potencial eléctrico para ese campo es(si V = 0 en y = 0):

a) $\frac{2}{3}$	b)$-\frac{2}{3}$	c) $\frac{3}{2}y$	d) $\frac{1}{3}y^2$	**<u>e)</u>** $\boldsymbol{-\frac{1}{3}y^2}$

<u>Solución</u>: Colocaremos el punto b, en y = 0 que es un punto donde conocemos que el potencial es igual a cero.

$$V_a - V_b = \int_{y_a}^{y_b} E \cdot dl$$

$$V_a = \int_{y}^{0} \frac{2y}{3} dx = \frac{2}{6} y^2 \Big|_{y}^{0} = -\frac{y^2}{3}$$