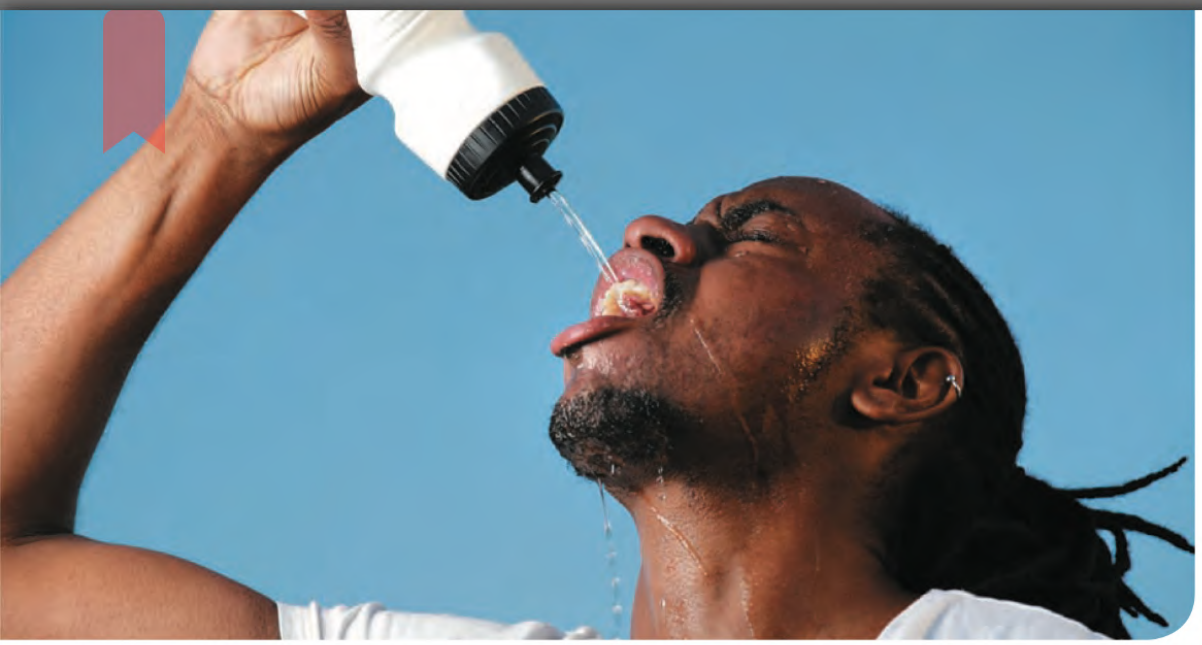


? El agua hace posible la vida: Las células de nuestro cuerpo no podrían funcionar sin agua donde se disolvieran las moléculas biológicas esenciales. El agua es tan buen solvente porque sus moléculas **i.** tienen carga neta igual a cero; **ii.** tienen carga neta igual a cero, pero están separadas las cargas positiva y negativa; **iii.** tienen carga neta diferente de cero; **iv.** no responden a las fuerzas eléctricas; **v.** ejercen fuerzas eléctricas de repulsión entre sí.

# 21 CARGA ELÉCTRICA Y CAMPO ELÉCTRICO

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**21.1** Lanat uraleza de la carga eléctrica y cómo sabemos que ésta se conserva.

**21.2** Cómos ecar gan eléctricamente los objetos.

**21.3** Cómou sar la ley de Coulomb para calcular la fuerza eléctrica entre cargas.

**21.4** La diferencia entre fuerza eléctrica y campo eléctrico.

**21.5** Cómo calcular el campo eléctrico generado por un conjunto de cargas.

**21.6** Cómo usar la idea de las líneas de campo eléctrico para visualizar e interpretar los campos eléctricos.

**21.7** Cómoca lcular las propiedades de los dipolos eléctricos.

***Repase lo estudiado en la sección…***

**1.7 a 1.10** Álgebra vectorial, incluyendo el producto escalar (o producto punto) y producto vectorial (o producto cruz).

**4.3** Segunda ley deN ewton.

**7.5** Equilibrios estable e inestable.

**12.5** Líneasd e flujo de fluidos.

En el capítulo 5 vimos las cuatro clases de fuerzas fundamentales. Hasta este momento, la única de tales fuerzas que hemos estudiado con cierto detalle es la gravitacional. Ahora estamos listos para analizar la fuerza del *electromagnetismo*, que incluye tanto la electricidad como el magnetismo.

Las interacciones electromagnéticas implican partículas que tienen *carga eléctrica*, un atributo que es tan fundamental como la masa. De la misma forma que los objetos con masa son acelerados por las fuerzas gravitacionales, los objetos cargados eléctricamente se ven acelerados por las fuerzas eléctricas. La descarga eléctrica que usted siente cuando frota sus zapatos contra una alfombra y luego toca una perilla metálica, se debe a partículas cargadas que saltan de su dedo a la perilla. Las corrientes eléctricas simplemente son flujos de partículas cargadas, que corren por cables en respuesta a las fuerzas eléctricas. Incluso las fuerzas que mantienen unidos a los átomos para formar la materia sólida, y que evitan que los átomos de objetos sólidos se atraviesen entre sí, se deben básicamente a interacciones eléctricas entre las partículas cargadas en el interior de los átomos.

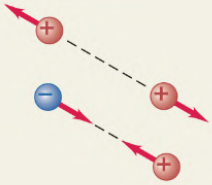
En este capítulo comenzaremos nuestro estudio del electromagnetismo analizando la naturaleza de la carga eléctrica. Veremos que la carga está cuantizada y obedece a cierto principio de conservación. Cuando las cargas eléctricas están en reposo en nuestro marco de referencia, ejercen fuerzas *electrostáticas* entre sí, las cuales tienen demasiada importancia en la química y la biología, además de tener diversas aplicaciones tecnológicas. Las fuerzas electrostáticas se rigen por una relación sencilla que se conoce como *ley de Coulomb*, y es mucho más conveniente describirlas mediante el concepto de *campo eléctrico*. En capítulos posteriores ampliaremos nuestro análisis para incluir cargas eléctricas en movimiento, lo cual nos llevará a entender el magnetismo y, de manera sorprendente, la naturaleza de la luz.

Si bien las ideas clave del electromagnetismo son sencillas en lo conceptual, su aplicación a cuestiones prácticas requerirá muchas de nuestras destrezas matemáticas, sobre todo el conocimiento de la geometría y del cálculo integral. Por tal razón, el lector verá que este capítulo y los siguientes son más demandantes en cuanto al nivel matemático que los anteriores. La recompensa por el esfuerzo adicional será una mejor comprensión de los principios que se encuentran en el corazón de la física y la tecnología modernas.

**Carga eléctrica, conductores y aislantes:** La cantidad fundamental en electrostática es la carga eléctrica. Hay dos clases de carga: positiva y negativa. Las cargas del mismo signo se repelen mutuamente; las cargas de signo opuesto se atraen. La carga se conserva; la carga total en un sistema aislado es constante.

Toda la materia ordinaria se compone de protones, neutrones y electrones. Los protones positivos y los neutrones eléctricamente neutros del núcleo de un átomo se mantienen unidos por la fuerza nuclear; los electrones negativos circundan el núcleo a distancias mucho mayores que el tamaño de éste. Las interacciones eléctricas son las principales responsables de la estructura de átomos, moléculas y sólidos.

Los conductores son materiales donde la carga eléctrica se mueve con facilidad; en los aislantes la carga no se mueve con facilidad. La mayoría de los metales son buenos conductores, en tanto que la mayoría de los no metales son aislantes.

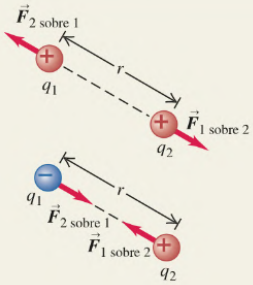


**Leyd eC oulomb:** Para las cargas $q_1$ y $q_2$ separadas por una distancia $r$, la magnitud de la fuerza eléctrica sobre cualquiera de ellas es proporcional al producto $q_1q_2$ e inversamente proporcional a $r^2$. La fuerza sobre cada carga ocurre a lo largo de la línea que las une, de repulsión si $q_1$ y $q_2$ tienen el mismo signo, y de atracción si tienen signos opuestos. En unidades del SI la unidad de la carga eléctrica es el coulomb, que se representa como C (vea los ejemplos 21.1 y 21.2).

Cuando dos cargas o más ejercen una fuerza sobre una carga, la fuerza total sobre esa carga es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por las cargas individuales (vea los ejemplos 21.3 y 21.4).

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1q_2|}{r^2} \qquad (21.2)$$

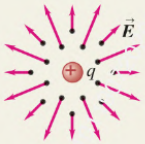
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$$



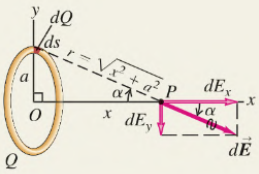

**Campoe léctrico:** El campo eléctrico $\vec{E}$ es una cantidad vectorial y es la fuerza por unidad de carga que se ejerce sobre una carga de prueba en cualquier punto. El campo eléctrico producido por una carga puntual está dirigido radialmente alejándose de la carga o bien hacia ella (vea los ejemplos 21.5 a 21.7).

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \qquad (21.3)$$

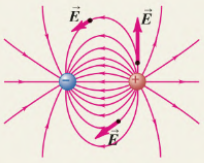
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad (21.7)$$




**Superposición de campos eléctricos:** Elc ampo eléctrico $\vec{E}$ de cualquier combinación de cargas es la suma vectorial de los campos producidos por las cargas individuales. Para calcular el campo eléctrico generado por una distribución continua de carga, se divide la distribución en elementos pequeños, se calcula el campo producido por cada elemento, y luego se realiza la suma vectorial, por lo general con técnicas de integración. Las distribuciones de carga están descritas por la densidad lineal de carga, $\lambda$, la densidad superficial de carga, $\sigma$, o la densidad volumétrica de carga, $\rho$ (vea los ejemplos 21.8 a 21.12).




**Líneas de campo eléctrico:** Las líneas de campo proporcionan una representación gráfica de los campos eléctricos. En cualquier punto sobre una línea de campo, la tangente a la línea está en dirección de $\vec{E}$ en ese punto. El número de líneas por unidad de área (perpendicular a su dirección) es proporcional a la magnitud de $\vec{E}$ en ese punto.

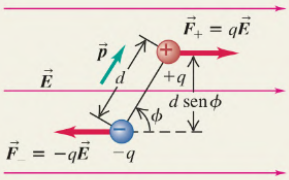



**Dipolos eléctricos:** Un dipolo eléctrico consiste en un par de cargas eléctricas de igual magnitud $q$ pero signo contrario, separadas por una distancia $d$. El momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ tiene magnitud $p = qd$. La dirección de $\vec{p}$ va de la carga negativa a la carga positiva. Un dipolo eléctrico en un campo eléctrico $\vec{E}$ experimenta un par de torsión $\vec{\tau}$ igual al producto vectorial de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. La magnitud del par de torsión depende del ángulo $\phi$ entre $\vec{p}$ y $\vec{E}$. La energía potencial, $U$, para un dipolo eléctrico en un campo eléctrico también depende de la orientación relativa de $\vec{p}$ y $\vec{E}$ (vea los ejemplos 21.13 y 21.14).

$$\tau = pE \operatorname{sen} \phi \qquad (21.15)$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \qquad (21.16)$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \qquad (21.18)$$



## PROBLEMA PRÁCTICO CÁLCULO DE UN CAMPO ELÉCTRICO: MEDIO ANILLO CARGADO

SOLUCIÓN

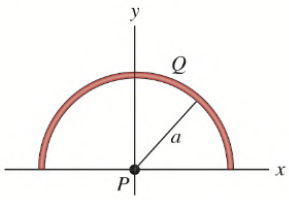
Una carga positiva $Q$ está uniformemente distribuida alrededor de un semicírculo de radio $a$ como se muestra en la **figura 21.34**. Determine la magnitud y la dirección de la resultante del campo eléctrico en el punto $P$, el centro de curvatura del semicírculo.

### GUÍA DE SOLUCIÓN

#### IDENTIFICAR y PLANTEAR

1. Las incógnitas son las componentes del campo eléctrico en $P$.
2. Divida el semicírculo en segmentos infinitesimales, cada uno de los cuales es un arco circular pequeño de radio $a$ y ángulo $d\theta$. ¿Cuál es la longitud de este segmento? ¿Cuál es la cantidad de carga del segmento?

**21.34** Carga uniformemente distribuida alrededor de un semicírculo.




3. Considere un segmento infinitesimal situado en una posición angular $\theta$ sobre el semicírculo, medido a partir de la esquina inferior derecha del semicírculo en $x = a$, $y = 0$ (por lo tanto, $\theta = \pi/2$ en $x = 0$, $y = a$, y $\theta = \pi$ en $x = -a$, $y = 0$). ¿Cuáles son las componentes $x$ y $y$ del campo eléctrico en $P$ ($dE_x$ y $dE_y$) producidas por este segmento?

#### EJECUTAR

4. Integre las expresiones de $dE_x$ y $dE_y$ desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \pi$. Los resultados serán las componentes $x$ y $y$ del campo eléctrico en $P$.
5. Use los resultados del paso 4 para determinar la magnitud y la dirección del campo en $P$.

#### EVALUAR

6. ¿El resultado de la magnitud del campo eléctrico tiene las unidades correctas?
7. Explique cómo podría haber encontrado la componente $x$ del campo eléctrico usando un argumento de simetría.
8. ¿Cuál sería el campo eléctrico en $P$ si el semicírculo se ampliara a un círculo completo con centro en $P$?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P21.1** Si usted desprende dos tiras de cinta adhesiva transparente del mismo carrete y de inmediato las deja colgando una cerca de la otra, se repelerán mutuamente. Si luego pega el lado con adhesivo de una con el lado brillante de la otra y las separa, se atraerán entre sí. Dé una explicación convincente donde intervenga la transferencia de electrones entre las tiras de cinta en esta secuencia de eventos.

**P21.2** Dos esferas de metal cuelgan de cordones de nailon, y cuando se acerca una a la otra tienden a atraerse. Con base en esta única información, analice todas las maneras posibles en que las esferas pudieran estar cargadas. ¿Sería posible que después de que las esferas se toquen quedaran pegadas? Justifique su respuesta.

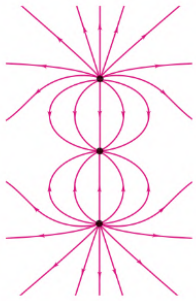
**P21.3** La fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas se hace más débil conforme aumenta la distancia. Suponga ahora que la fuerza eléctrica fuera *independiente* de la distancia. En este caso, ¿un peine cargado haría que un aislante neutro se polarizara, como en la figura 21.8? ¿Por qué? ¿El aislante neutro sería atraído por el peine? Otra vez, ¿por qué?

**P21.4** Su ropa suele pegarse entre sí cuando regresa de la tintorería. ¿Por qué? ¿Esperaría más o menos atracción si la ropa estuviera hecha del mismo material (por ejemplo, algodón), que si estuviera hecha con distintas telas? De nuevo, ¿por qué? (Tal vez usted querrá experimentar con su próximo envío a la tintorería).

**P21.5** Una esfera de metal sin carga cuelga de un cordón de nailon. Cuando se le acerca una varilla de vidrio con carga positiva, la esfera es atraída hacia la varilla. Pero si la esfera toca la varilla, de pronto se aleja de ésta. Explique por qué primero la esfera es atraída y luego repelida.

**P21.6** BIO Estime cuántos electrones hay en su cuerpo. Haga todas las suposiciones que crea necesarias; pero diga con claridad cuáles son. (*Sugerencia:* La mayoría de los átomos de su cuerpo tienen números iguales de electrones, protones y neutrones). ¿Cuál es la carga combinada de todos estos electrones?

Figura **P21.7**



**P21.7** La **figura P21.7** muestra algunas de las líneas del campo eléctrico generadas por tres cargas puntuales ubicadas a lo largo de un eje vertical. Las tres cargas tienen la misma magnitud. *a*) ¿Cuáles son los signos de las tres cargas? Explique su razonamiento. *b*) ¿En qué punto(s) el campo eléctrico tiene la menor magnitud? Explique su razonamiento. Explique de qué manera se combinan los campos generados por cada carga puntual para producir un campo neto pequeño en este punto o estos puntos.

**P21.8** Los buenos conductores eléctricos, como los metales, normalmente son buenos conductores del calor; asimismo, los aislantes eléctricos, como la madera, por lo general son malos conductores del calor. Explique por qué en estos materiales hay una relación entre la conducción eléctrica y la conducción del calor.

**P21.9** Suponga que la carga mostrada en la figura 21.28a se encuentra fija en su posición. Entonces, una partícula pequeña cargada positivamente se coloca en algún punto de la figura y se libera. ¿La trayectoria de la partícula seguirá una línea de campo eléctrico? ¿Por qué? Suponga ahora que la partícula se coloca en algún punto de la figura 21.28*b* y se libera (las cargas positiva y negativa mostradas están fijas en su posición). ¿Su trayectoria seguirá una línea de campo eléctrico? Nuevamente, por qué. Explique cualquier diferencia entre las respuestas de las dos situaciones.

**P21.10** Dos objetos metálicos idénticos están montados en soportes aislantes. Describa como podría colocar cargas de signo opuesto, pero de exactamente igual magnitud en los dos objetos.

**P21.11** Puesto que las cargas en el electrón y el protón tienen el mismo valor absoluto, los átomos son eléctricamente neutros. Suponga que esto no fuera cierto, y que el valor absoluto de la carga del electrón fuera 0.00100% menor que la carga del protón. Estime cuál sería la carga neta de este libro en tales circunstancias. Realice todas las suposiciones que crea usted que están justificadas, pero diga con claridad cuáles son. (*Sugerencia:* La mayoría de átomos en este libro tienen números iguales de electrones, protones y neutrones). ¿Cuál sería la magnitud de la fuerza eléctrica entre dos libros separados a 5.0 m? ¿Esta fuerza sería de atracción o de repulsión? Analice cómo el hecho de que la materia ordinaria sea estable demuestra que los valores absolutos de las cargas del electrón y el protón deben ser idénticos con un grado *muy* alto de exactitud.

**P21.12** Si usted camina sobre una alfombra de nailon y luego toca un objeto metálico grande, como una perilla, puede recibir una chispa y una descarga. ¿Por qué esto tiende a ocurrir más en los días secos que en los húmedos? (*Sugerencia:* Vea la figura 21.30). ¿Por qué es menos probable que reciba la descarga si toca un objeto metálico *pequeño*, como un clip sujetapapeles?

**P21.13** Usted tiene un objeto con carga negativa. ¿Cómo lo usa para colocar una carga negativa neta en una esfera metálica aislada? ¿Y para colocar una carga positiva neta en la esfera?

**P21.14** Cuando dos cargas puntuales de igual masa y carga se liberan en una mesa sin fricción, cada una tiene una aceleración (magnitud) inicial $a_0$. Si en vez de eso una se mantiene fija y la otra se libera, ¿cuál será su aceleración inicial: $a_0$, $2a_0$ o $a_0/2$? Explique su respuesta.

**P21.15** En una mesa libre de fricción, se liberan una carga puntual de masa $m$ y carga $Q$, y otra carga puntual de masa $m$ pero carga igual a $2Q$. Si la carga $Q$ tiene una aceleración inicial $a_0$, ¿cuál será la aceleración de $2Q$: $a_0$, $2a_0$, $4a_0$, $a_0/2$ o $a_0/4$? Explique su respuesta.

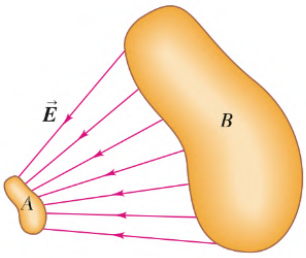
**P21.16** Se coloca un protón en un campo eléctrico uniforme y luego se libera. Después se sitúa un electrón en el mismo punto y también se libera. ¿Experimentan las dos partículas la misma fuerza? ¿Y la misma aceleración? ¿Se mueven en la misma dirección cuando se liberan?

**P21.17** En el ejemplo 21.1 (sección 21.3) se vio que la fuerza eléctrica entre dos partículas $\alpha$ es del orden de $10^{35}$ veces más fuerte que la fuerza gravitacional. Entonces, ¿por qué percibimos fácilmente la gravedad de la Tierra pero no su fuerza eléctrica?

**P21.18** ¿Qué similitudes hay entre las fuerzas eléctricas y las fuerzas gravitacionales? ¿Cuáles son sus diferencias más significativas?

**P21.19** Dos objetos irregulares $A$ y $B$ transportan cargas de signo opuesto. La **figura P21-19** muestra las líneas de campo eléctrico en las cercanías de cada uno de los objetos. *a*) ¿Cuál es el objeto positivo, $A$ o $B$? ¿Cómo lo sabe? *b*) ¿Dónde es más fuerte el campo eléctrico, cerca de $A$ o cerca de $B$? ¿Cómo lo sabe?

Figura **P21.19**

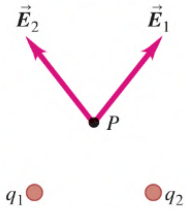



**P21.20** Los núcleos atómicos están formados por protones y neutrones. Esto demuestra que debe haber otra clase de interacción, además de las fuerzas gravitacional y eléctrica. ¿Cuáles son? Explique su respuesta.

**P21.21** Los campos eléctricos suficientemente fuertes hacen que los átomos se ionicen positivamente, es decir, que pierdan uno o más electrones. Explique cómo sucede esto. ¿Qué es lo que determina la intensidad que debe tener el campo para que esto suceda?

**P21.22** En la **figura P21.22** se muestran los campos eléctricos en el punto $P$ debidos a las cargas positivas $q_1$ y $q_2$. ¿El hecho de que se crucen entre sí contraviene el enunciado de la sección 21.6 acerca de que las líneas de campo eléctrico nunca se cruzan? Explique su respuesta.

Figura **P21.22**




**P21.23** La temperatura y la velocidad del aire tienen diferentes valores en lugares distintos de la atmósfera terrestre. ¿La velocidad del aire es un campo vectorial? ¿Por qué? ¿La temperatura del aire es un campo vectorial? De nuevo, ¿por qué?

## EJERCICIOS

### Sección 21.3 Ley de Coulomb

**21.1** •• En una esfera pequeña de plomo con masa de 8.00 g los electrones excedentes se colocan de modo que su carga neta sea de $-3.20 \times 10^{-9}$ C. *a*) Determine el número de electrones excedentes en la esfera. *b*) ¿Cuántos electrones excedentes hay por átomo de plomo? El número atómico del plomo es 82 y su masa atómica es de 207 g/mol.

**21.2** • Los relámpagos ocurren cuando hay un flujo de carga eléctrica (sobre todo electrones) entre el suelo y los nubarrones. La tasa máxima del flujo de carga en un relámpago es de alrededor de 20,000 C/s; esto dura 100 $\mu$s o menos. ¿Cuánta carga fluye entre el suelo y la nube en este tiempo? ¿Cuántos electrones fluyen en dicho periodo?

**21.3** •• Si un protón y un electrón se liberan cuando están separados $2.0 \times 10^{-10}$ m (una distancia atómica normal), determine la aceleración inicial de cada partícula.

**21.4** • **Partículas en un anillo de oro.** Usted tiene un anillo de oro puro (24 quilates) con masa de 10.8 g. El oro tiene una masa atómica de 197 g/mol y un número atómico de 79. *a*) ¿Cuántos protones hay en el anillo, y cuál es su carga total positiva? *b*) Si el anillo no tiene carga neta, ¿cuántos electrones hay en él?

**21.5** • BIO **Propagación de una señal en las neuronas.** Las *neuronas* son componentes del sistema nervioso del cuerpo que transmiten señales como impulsos eléctricos que viajan a lo largo de su longitud. Estos impulsos se propagan cuando la carga se precipita repentinamente hacia adentro y luego hacia afuera de una parte de la neurona llamada *axón*. Las mediciones han demostrado que en la parte de entrada del ciclo fluyen aproximadamente $5.6 \times 10^{11}$ $Na^+$ (iones de sodio) por metro, cada uno con una carga igual a $+e$. ¿Cuántos coulombs de carga entran a la longitud de 1.5 cm del axón durante este proceso?

**21.6** • Dos esferas pequeñas separadas por una distancia de 20.0 cm tienen cargas iguales. ¿Cuántos electrones excedentes debe haber en cada esfera, si la magnitud de la fuerza de repulsión entre ellas es de $3.33 \times 10^{-21}$ N?

**21.7** •• El peso medio de un ser humano es de alrededor de 650 N. Si dos personas comunes tienen, cada una, una carga excedente de 1.0 C, una positiva y la otra negativa, ¿qué tan lejos tendrían que estar para que la atracción eléctrica entre ellas fuera igual a su peso de 650 N?

**21.8** •• Dos esferas pequeñas de aluminio tienen, cada una, una masa de 0.0250 kg, y están separadas 80.0 cm. *a*) ¿Cuántos electrones contiene cada esfera? (La masa atómica del aluminio es de 26.982 g/mol, y su número atómico es 13). *b*) ¿Cuántos electrones tendrían que retirarse de una esfera y agregarse a la otra, para ocasionar una fuerza de atracción entre ellas con magnitud de $1.00 \times 10^4$ N (aproximadamente 1 tonelada)? Suponga que las esferas son cargas puntuales. *c*) ¿Qué fracción de todos los electrones en cada esfera representa esto?

**21.9** •• Se dan cargas eléctricas positivas a dos esferas pequeñas de plástico. Cuando están separadas una distancia de 15.0 cm, la fuerza de repulsión entre ellas tiene una magnitud de 0.220 N. ¿Cuál es la carga en cada esfera, *a*) si las dos cargas son iguales, y *b*) si una esfera tiene cuatro veces la carga de la otra?

**21.10** •• **¿Exactamente qué tan fuerte es la fuerza eléctrica?** Suponga que usted tiene dos cajas pequeñas con 1.0 g de protones en cada una. *a*) Si un astronauta colocara un protón en la Luna y otro a la izquierda de la Tierra, y se conectaran con un cordón muy ligero (¡y muy largo!), ¿cuál sería la tensión en el cordón? Exprese su respuesta en newtons y en libras. ¿Necesita tomar en cuenta las fuerzas gravitacionales de la Tierra y la Luna sobre los protones? ¿Por qué? *b*) ¿Qué fuerza gravitacional ejercería cada caja de protones sobre la otra?

**21.11** • En un experimento en el espacio, se mantiene fijo un protón y se libera otro a partir del reposo a una distancia de 2.50 mm. *a*) ¿Cuál es la aceleración inicial del protón después de liberarlo? *b*) Elabore diagramas cualitativos (¡sin números!) de aceleración-tiempo y velocidad-tiempo para el movimiento del protón liberado.

**21.12** • Una carga negativa de $-0.550\ \mu$C ejerce una fuerza ascendente de 0.600 N, sobre una carga desconocida que está a 0.300 m directamente debajo de la primera carga. *a*) ¿Cuál es la carga desconocida (magnitud y signo)? *b*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza que la carga desconocida ejerce sobre la carga de $-0.550\ \mu$C?

**21.13** •• Tres cargas puntuales están en línea. La carga $q_3 = +5.00$ nC está en el origen. La carga $q_2 = -3.00$ nC se encuentra en $x = +4.00$ cm. La carga $q_1$ está en $x = +2.00$ cm. ¿Cuáles son la magnitud y el signo de $q_1$, si la fuerza neta sobre $q_3$ es igual a cero?

**21.14** •• En el ejemplo 21.4, suponga que la carga puntual sobre el eje $y$ en $y = -0.30$ m tiene una carga negativa de $-2.0\ \mu$C, y las otras cargas permanecen iguales. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre $Q$. ¿En qué difiere su respuesta de la respuesta del ejemplo 21.4? Explique las diferencias.

**21.15** •• En el ejemplo 21.3, calcule la fuerza neta sobre la carga $q_1$.

**21.16** •• En el ejemplo 21.4, ¿cuál es la fuerza neta (magnitud y dirección) sobre la carga $q_1$ que ejercen las otras dos cargas?

**21.17** •• Tres cargas puntuales están alineadas a lo largo del eje $x$. La carga $q_1 = +3.00\ \mu$C está en el origen, y la carga $q_2 = -5.00\ \mu$C se encuentra en $x = 0.200$ m. La carga $q_3 = -8.00\ \mu$C. ¿Dónde está situada $q_3$ si la fuerza neta sobre $q_1$ es de 7.00 N en la dirección negativa del eje $x$?

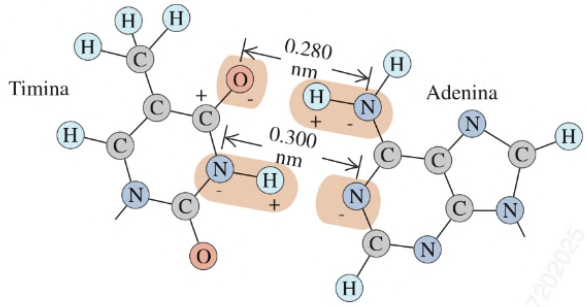
**21.18** •• Repita el ejercicio 21.17 para $q_3 = +8.00\ \mu$C.

**21.19** •• Dos cargas puntuales se ubican sobre el eje $y$ como sigue: la carga $q_1 = -1.50$ nC está en $y = -0.600$ m, y la carga $q_2 = +3.20$ nC está en el origen ($y = 0$). ¿Cuál es la fuerza total (magnitud y dirección) ejercida por estas dos cargas sobre una tercera $q_3 = +5.00$ nC que se ubica en $y = -0.400$ m?

**21.20** •• Dos cargas puntuales están situadas sobre el eje $x$ del modo siguiente: La carga $q_1 = +4.00$ nC se encuentra en $x = 0.200$ m, y la carga $q_2 = +5.00$ nC está en $x = -0.300$ m. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza total ejercida por estas dos cargas, sobre una carga puntual negativa $q_3 = -6.00$ nC que se encuentra en el origen?

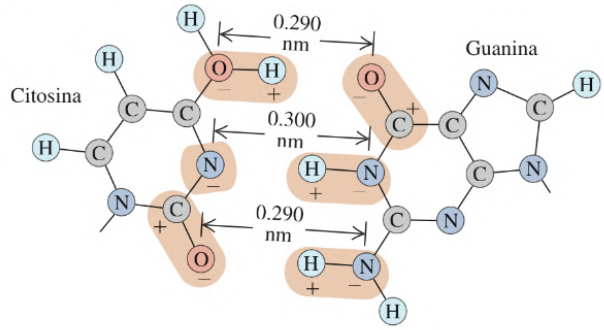
**21.21** •• BIO **Par de bases en el ADN I.** Los dos lados de la doble hélice del ADN están conectados por pares de bases (adenina, timina, citosina y guanina). Debido a la forma geométrica de las moléculas, la adenina se une con la timina y la citosina con la guanina. La **figura E21.21** muestra la unión timina-adenina. Cada carga mostrada es $\pm e$, y la distancia H—N es de 0.110 nm. *a*) Calcule la fuerza *neta* que la timina ejerce sobre la adenina. ¿Es de atracción o de repulsión? Para hacer los cálculos sencillos y razonables, sólo considere las fuerzas debidas a las combinaciones O—H—N y N—H—N, suponiendo que ambas son paralelas entre sí. Sin embargo, recuerde que en el grupo O—H—N, el $O^-$ ejerce una fuerza tanto sobre $H^+$ como sobre $N^-$, de la misma manera que en el grupo N—H—N. *b*) Calcule la fuerza sobre el electrón en el átomo de hidrógeno, el cual se encuentra a 0.0529 nm del protón. Luego compare la intensidad de la fuerza de unión del electrón en el hidrógeno con la fuerza de unión de las moléculas de adenina-timina.

Figura **E21.21**




**21.22** •• BIO **Par de bases en el ADN II.** Tome como referencia el ejercicio 21.21. La **figura E21.22** muestra la unión de las moléculas de la citosina y la guanina. Las distancias entre O—H y H—N son cada una de 0.110 nm. En este caso, suponga que la unión se debe sólo a las fuerzas entre las combinaciones O—H—O, N—H—N y O—H—N, y también que estas tres combinaciones son paralelas entre sí. Calcule la fuerza *neta* que ejerce la citosina sobre la guanina debido a las tres combinaciones anteriores. ¿Esta fuerza es de atracción o de repulsión?

Figura **E21.22**




## Sección 21.4 Campo eléctrico y fuerzas eléctricas

**21.23** • PA Se coloca un protón en un campo eléctrico uniforme de $2.75 \times 10^3$ N/C. Calcule: *a*) la magnitud de la fuerza eléctrica ejercida sobre el protón; *b*) la aceleración del protón; *c*) la rapidez del protón después de estar 1.00 $\mu$s en el campo, si se supone que parte del reposo.

**21.24** • Una partícula tiene una carga de −5.00 nC. *a*) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico debido a esta partícula, en un punto que está 0.250 m directamente arriba de ella. *b*) ¿A qué distancia de esta partícula su campo eléctrico tiene una magnitud de 12.0 N/C?

**21.25** • PA Un protón se mueve en forma horizontal hacia la derecha a $4.50 \times 10^6$ m/s. *a*) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico más débil que lleve al protón uniformemente al reposo en una distancia de 3.20 cm. *b*) ¿Cuánto tiempo le lleva al protón detenerse una vez que entra al campo eléctrico? *c*) ¿Cuál es el campo mínimo (magnitud y dirección) que sería necesario para detener un electrón en las condiciones del inciso *a*)?

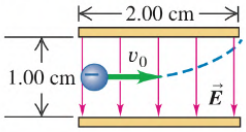
**21.26** • PA Un electrón parte del reposo en un campo eléctrico uniforme, acelera verticalmente hacia arriba y recorre 4.50 m en los primeros 3.00 $\mu$s después de que se libera. *a*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico? *b*) ¿Se justifica que se desprecien los efectos de la gravedad? Explique su respuesta cuantitativamente.

**21.27** •• *a*) ¿Cuál debe ser la carga (signo y magnitud) de una partícula de 1.45 g para que permanezca estacionaria, cuando se coloca en un campo eléctrico dirigido hacia abajo con magnitud de 650 N/C? *b*) ¿Cuál es la magnitud de un campo eléctrico donde la fuerza eléctrica sobre un protón tiene la misma magnitud que su peso?

**21.28** •• **Campo eléctrico de la Tierra.** La Tierra tiene una carga eléctrica neta que origina un campo, en los puntos cerca de su superficie igual a 150 N/C, dirigido hacia el centro del planeta. *a*) ¿Qué magnitud y signo de la carga tendría que adquirir un ser humano de 60 kg, para superar su peso con la fuerza ejercida por el campo eléctrico terrestre? *b*) ¿Cuál sería la fuerza de repulsión entre dos personas, cada una con la carga calculada en el inciso *a*), separadas por una distancia de 100 m? ¿Es factible el uso del campo eléctrico de nuestro planeta como un medio para volar? ¿Porq ué?

**21.29** •• PA Se lanza un electrón con rapidez inicial $v_0 = 1.60 \times 10^6$ m/s hacia el interior de un campo uniforme entre las placas paralelas de la **figura E21.29**. Suponga que el campo entre las placas es uniforme y está dirigido verticalmente hacia abajo, y que el campo fuera de las placas es igual a cero. El electrón ingresa al campo en un punto equidistante de ambas placas. *a*) Si el electrón apenas elude la placa superior al salir del campo, determine la magnitud del campo eléctrico. *b*) Suponga que en la figura E21.29 el electrón es sustituido por un protón con la misma rapidez inicial $v_0$. ¿Golpearía el protón una de las placas? Si el protón no golpea ninguna de las placas, ¿cuáles serían la magnitud y la dirección de su desplazamiento vertical, cuando sale de la región entre las placas? *c*) Compare las trayectorias que recorren el electrón y el protón, y explique las diferencias. *d*) Analice si es razonable ignorar los efectos de la gravedad en cada partícula.

Figura **E21.29**




**21.30** • *a*) Calcule la magnitud y la dirección (relativa al eje $+x$) del campo eléctrico del ejemplo 21.6. *b*) Una carga puntual de −2.5 nC está colocada en el punto *P* de la figura 21.19. Encuentre la magnitud y la dirección de **i.** la fuerza que la carga de −8.0 nC situada en el origen ejerce sobre esta carga, y **ii.** la fuerza que esta carga ejerce sobre la carga de −8.0 nC que está en el origen.

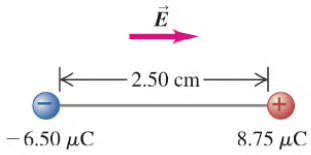
**21.31** •• PA En el ejercicio 21.29, ¿cuál es la rapidez del electrón cuando sale del campo eléctrico?

**21.32** •• PA En la región entre dos placas planas paralelas con carga opuesta, existe un campo eléctrico uniforme. Se libera un protón desde el reposo en la superficie de la placa con carga positiva, y golpea la superficie de la placa opuesta, que está a una distancia de 1.60 cm de la primera, en un intervalo de tiempo de $3.20 \times 10^{-6}$ s. *a*) Determine la magnitud del campo eléctrico. *b*) Calcule la rapidez del protón cuando golpea la placa con carga negativa.

**21.33** • Una carga puntual se encuentra en el origen. Si esta carga puntual se toma como fuente, ¿cuál es el vector unitario $\hat{r}$ en dirección del punto del campo situado *a*) en $x = 0$, $y = -1.35$ m; *b*) en $x = 12.0$ cm, $y = 12.0$ cm; *c*) en $x = -1.10$ m, $y = 2.60$ m? Exprese sus resultados en términos de los vectores unitarios $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$.

**21.34** •• Una carga puntual de +8.75 μC está adherida bajo una mesa horizontal sin fricción. Está unida a una carga puntual de −6.50 $\mu$C con un alambre ligero aislante de 2.50 cm. Un campo eléctrico uniforme de magnitud $1.85 \times 10^8$ N/C está dirigido en forma paralela al alambre, como se ilustra en la **figura E21.34**. *a*) Calcule la tensión en el alambre. *b*) ¿Cuál sería la tensión si las dos cargas fueran negativas?

Figura **E21.34**

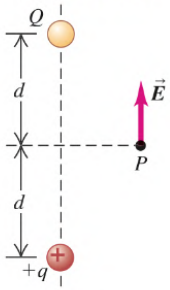



**21.35** •• *a*) Un electrón se mueve hacia el este en un campo eléctrico uniforme de 1.50 N/C, dirigido hacia el oeste. En el punto *A*, la velocidad del electrón es de $4.50 \times 10^5$ hacia el este. ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando alcanza el punto *B*, 0.375 m al este del punto *A*? b) Un protón se mueve en el campo eléctrico uniforme del inciso *a*). En el punto *A*, la velocidad del protón es de $1.90 \times 10^4$ m/s al este. ¿Cuál es la rapidez del protón en el punto *B*?

## Sección 21.5 Cálculos con el campo eléctrico

**21.36** • Dos cargas puntuales *Q* y $+q$ (donde *q* es positiva) producen el campo eléctrico neto mostrado en *P* en la **figura E21.36**. La dirección del campo es paralela a la línea que une ambas cargas. *a*) ¿Qué concluye acerca del signo y la magnitud de *Q*? Justifique su razonamiento. *b*) Si la carga más pequeña fuera negativa, ¿sería posible que el campo tuviera la dirección mostrada en la figura? Justifique su razonamiento.

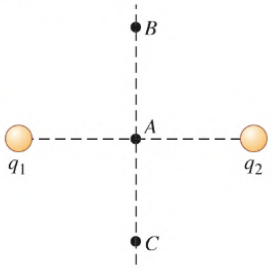
Figura **E21.36**




**21.37** •• Dos cargas puntuales positivas *q* están colocadas sobre el eje *x*, una en $x = a$ y la otra en $x = -a$. *a*) Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en $x = 0$. *b*) Determine la expresión para el campo eléctrico en puntos sobre el eje *x*. Use los resultados para graficar la componente *x* del campo eléctrico en función de *x*, para valores de *x* entre $-4a$ y $+4a$.

**21.38** • Las dos cargas $q_1$ y $q_2$ mostradas en la **figura E21.38** tienen magnitudes iguales. ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico neto debido a estas dos cargas en los puntos *A* (a la mitad de las cargas), *B* y *C*, si *a*) ambas cargas son negativas, *b*) ambas cargas son positivas, *c*) $q_1$ es positiva y $q_2$ es negativa.

Figura **E21.38**

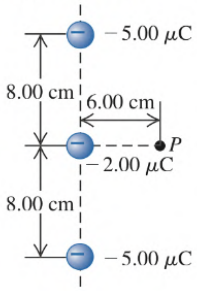



**21.39** • Una carga puntual de +2.00 nC está en el origen, y una segunda carga puntual de −5.00 nC está en el eje *x* en $x = 0.800$ m. *a*) Determine el campo eléctrico (magnitud y dirección) en cada uno de los puntos siguientes sobre el eje *x*: **i.** $x = 0.200$ m; **ii.** $x = 1.20$ m; **iii.** $x = -0.200$ m. *b*) Calcule la fuerza eléctrica neta que las dos cargas ejercerían sobre un electrón colocado en cada punto del inciso *a*).

**21.40** • Repita el ejercicio 21.39, pero ahora que la carga en el origen sea −4.00 nC.

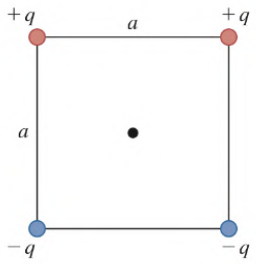
**21.41** • Tres cargas puntuales negativas están sobre una línea, como se ilustra en la **figura E21.41**. Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce esta combinación de cargas en el punto $P$, que está a 6.00 cm de la carga de $-2.00\ \mu$C medida en forma perpendicular a la línea que une las tres cargas.

Figura **E21.41**



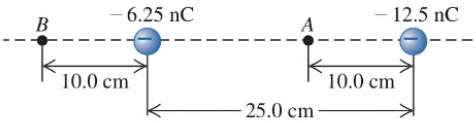

**21.42** •• Se coloca una carga puntual en cada esquina de un cuadrado de lado $a$. Todas las cargas tienen la misma magnitud $q$. Dos de las cargas son positivas y dos son negativas, como se muestra en la **figura E21.42**. ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico neto en el centro del cuadrado debido a las cuatro cargas, y cuál es su magnitud en términos de $q$ y $a$?

Figura **E21.42**




**21.43** • Dos cargas puntuales están separadas por 25.0 cm (**figura E21.43**). Determine el campo eléctrico neto que producen estas cargas *a*) en el punto $A$ y *b*) en el punto $B$. *c*) ¿Cuáles serían la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica de esta combinación de cargas sobre un protón situado en el punto $A$?

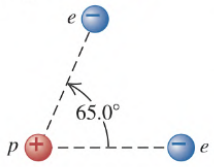
Figura **E21.43**




**21.44** •• La carga puntual $q_1 = -5.00$ nC se encuentra en el origen y la carga puntual $q_2 = +3.00$ nC está sobre el eje $x$ en $x = 3.00$ cm. El punto $P$ está sobre el eje $y$ en $y = 4.00$ cm. *a*) Calcule los campos eléctricos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ en el punto $P$ debidos a las cargas $q_1$ y $q_2$. Exprese los resultados en términos de vectores unitarios (vea el ejemplo 21.6). *b*) Utilice los resultados del inciso *a*) para obtener el campo resultante en $P$, expresado con notación de vectores unitarios.

**21.45** •• Si dos electrones se encuentran a $1.50 \times 10^{-10}$ m de un protón, como se muestra en la **figura E21.45**, determine la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica neta que ejercen sobre el protón.

Figura **E21.45**




**21.46** •• BIO **Campo eléctrico de los axones.** Se transmite una señal nerviosa a través de una neurona cuando un exceso de iones $Na^+$ entra repentinamente al axón, una parte cilíndrica grande de la neurona. Los axones tienen 10.0 $\mu$m de diámetro, y las mediciones muestran que aproximadamente $5.6 \times 10^{11}$ iones de $Na^+$ por metro (cada uno con una carga $+e$) entran durante este proceso. Aun cuando el axón es un cilindro grande, no toda la carga entra en cualquier lado al mismo tiempo. Un modelo adecuado sería una serie de cargas puntuales moviéndose a lo largo del axón. Sean 0.10 mm la longitud del axón modelado como una carga puntual. *a*) Si la carga que entra en cada metro del axón se distribuye uniformemente a lo largo de él, ¿cuántos coulombs de carga entran en 0.10 mm de longitud del axón? *b*) ¿Qué campo eléctrico (magnitud y dirección) produce la repentina entrada del flujo de carga en la superficie del cuerpo, si el axón está a 5.00 cm por debajo de la piel? *c*) Ciertos tiburones responden a campos eléctricos tan débiles como 1.0 $\mu$N/C. ¿A qué distancia de este segmento de axón puede estar un tiburón y todavía detectar su campoe léctrico?

**21.47** • En un sistema de coordenadas rectangulares, se coloca una carga puntual positiva $q = 6.00 \times 10^{-9}$ C en el punto $x = +0.150$ m, $y = 0$, y otra carga puntual idéntica se sitúa en $x = -0.150$ m, $y = 0$. Encuentre las componentes $x$ y $y$, la magnitud y la dirección del campo eléctrico en los siguientes puntos: *a*) el origen; *b*) $x = 0.300$ m, $y = 0$; *c*) $x = 0.150$ m, $y = -0.400$ m; *d*) $x = 0$, $y = 0.200$ m.

**21.48** •• Una carga puntual $q_1 = -4.00$ nC se encuentra en el punto $x = 0.600$ m, $y = 0.800$ m; mientras que una segunda carga $q_2 = +6.00$ nC está en el punto $x = 0.600$ m, $y = 0$. Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico neto en el origen debido a estas dos cargas puntuales.

**21.49** •• Una carga de −6.50 nC está distribuida de manera uniforme sobre la superficie de una cara de un disco aislante con radio de 1.25 cm. *a*) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce este disco en el punto $P$ sobre el eje del disco a una distancia de 2.00 cm de su centro. *b*) Suponga que toda la carga se colocara lejos del centro y se distribuyera de manera uniforme sobre el borde exterior del disco. Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto $P$. *c*) Si toda la carga se lleva al centro del disco, encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto $P$. *d*) ¿Por qué en el inciso *a*) el campo es más fuerte que en el inciso *b*)? ¿Por qué en el inciso *c*) el campo es el más fuerte de los tres?

**21.50** •• Un alambre recto y muy largo tiene una carga de $3.20 \times 10^{-10}$ C/m por unidad de longitud. ¿A qué distancia del alambre la magnitud del campo eléctrico es igual a 2.50 N/C?

**21.51** • Un conductor en forma de anillo con radio $a = 2.50$ cm tiene una carga positiva total $Q = +0.125$ nC, distribuida uniformemente en toda su circunferencia, como se ilustra en la figura 21.23. El centro del anillo está en el origen de coordenadas $O$. *a*) ¿Cuál es el campo eléctrico (magnitud y dirección) en el punto $P$, que está en el eje $x$ en $x = 40.0$ cm? *b*) En el punto $P$ del inciso anterior se coloca una carga puntual $q = -2.50\ \mu$C. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza ejercida *por* la carga $q$ *sobre* el anillo?

**21.52** •• Un alambre de plástico, aislante y recto mide 8.50 cm de longitud y tiene una densidad de carga de +175 nC/m, distribuidos uniformemente a lo largo de su longitud. Se encuentra sobre una mesa horizontal. *a*) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce este alambre en un punto que está 6.00 cm directamente arriba de su punto medio. *b*) Si el alambre ahora se dobla para formar un círculo que se coloca aplanado sobre la mesa, calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce en un punto que se encuentra 6.00 cm directamente arriba de su centro.

## Sección 21.7 Dipolos eléctricos

**21.53** • Las cargas puntuales $q_1 = -4.5$ nC y $q_2 = +4.5$ nC están separadas 3.1 mm, y forman un dipolo eléctrico. *a*) Calcule el momento dipolar eléctrico (magnitud y dirección). *b*) Las cargas están en un campo eléctrico uniforme, cuya dirección forma un ángulo de 36.9° con la línea que une las cargas. ¿Cuál es la magnitud de este campo, si el par de torsión que ejerce sobre el dipolo tiene una magnitud de $7.2 \times 10^{-9}$ N · m?

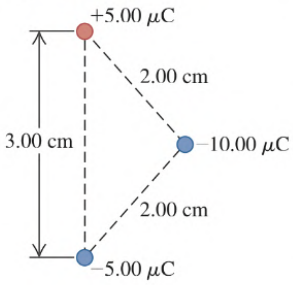
**21.54** • La molécula del amoniaco ($NH_3$) tiene un momento dipolar de $5.0 \times 10^{-30}$ C · m. Se colocan moléculas del amoniaco en fase gaseosa en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ con magnitud de $1.6 \times 10^6$ N/C. *a*) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial eléctrica, cuando el momento dipolar de una molécula cambia su orientación con respecto a $\vec{E}$ de paralela a perpendicular? *b*) ¿A qué temperatura absoluta $T$ la energía cinética media de traslación, $\frac{3}{2}kT$, de una molécula es igual al cambio en energía potencial calculado en el inciso *a*)? (*Nota:* Arriba de esta temperatura, la agitación térmica impide que los dipolos se alineen con el campo eléctrico).

**21.55** • **Par de torsión sobre un dipolo.** Un dipolo eléctrico con momento dipolar $\vec{p}$ está en un campo eléctrico externo uniforme $\vec{E}$. *a*) Encuentre las orientaciones del dipolo para las que el par de torsión sobre el dipolo es igual a cero. *b*) ¿Cuál de las orientaciones en el inciso *a*) es estable, y cuál es inestable? (*Sugerencia:* Considere un pequeño desplazamiento fuera de la posición de equilibrio y analice lo que ocurre). *c*) Demuestre que para la orientación estable del inciso *b*), el propio campo eléctrico del dipolo tiende a oponerse al campo externo.

**21.56** • El momento dipolar de la molécula de agua ($H_2O$) es de $6.17 \times 10^{-30}$ C · m. Considere una molécula de agua localizada en el origen, cuyo momento dipolar $\vec{p}$ apunta en la dirección positiva del eje $x$. Un ion de cloro ($Cl^-$) de carga $-1.60 \times 10^{-19}$ C está ubicado en $x = 3.00 \times 10^{-9}$ m. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica que la molécula de agua ejerce sobre el ion de cloro. ¿Esta fuerza es de atracción o de repulsión? Suponga que $x$ es mucho mayor que la separación $d$ entre las cargas en el dipolo, por lo que se puede usar la expresión aproximada para el campo eléctrico a lo largo del eje del dipolo que se obtuvo en el ejemplo 21.14.

**21.57** • Tres cargas se encuentran en los vértices de un triángulo isósceles como se muestra en la **figura E21.57**. Las cargas de $\pm 5.00\ \mu$C forman un dipolo. *a*) Determine la fuerza (magnitud y dirección) que la carga de $-10.00\ \mu$C ejerce sobre el dipolo. *b*) Para un eje perpendicular a la línea que une las cargas de $\pm 5.00\ \mu$C en el punto medio de dicha línea, obtenga el par de torsión (magnitud y dirección) ejercido sobre el dipolo por la carga de $-10.00\ \mu$C.

Figura **E21.57**



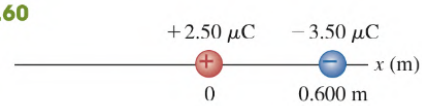

**21.58** •• Considere el dipolo eléctrico del ejemplo 21.14. *a*) Obtenga una expresión para la magnitud del campo eléctrico producido por el dipolo en un punto localizado en el eje $x$ de la figura 21.33. ¿Cuál es la dirección de este campo eléctrico? *b*) ¿Cómo el campo eléctrico, en puntos que están sobre el eje $x$, depende de $x$ cuando $x$ es muy grande?

## PROBLEMAS

**21.59** ••• Se colocan cuatro cargas idénticas $Q$ en las esquinas de un cuadrado de lado $L$. *a*) En un diagrama de cuerpo libre, muestre todas las fuerzas que actúan sobre una de las cargas. *b*) Obtenga la magnitud y dirección de la fuerza total ejercida sobre una carga por las otras tres cargas.

**21.60** ••• Se colocan dos cargas, una de $2.50\ \mu$C y otra de $-3.50\ \mu$C, sobre el eje $x$, una en el origen y la otra en $x = 0.600$ m, como se muestra en la **figura P21.60**. Determine la posición sobre el eje $x$ donde la fuerza neta sobre una pequeña carga $+q$ sería igual a cero.

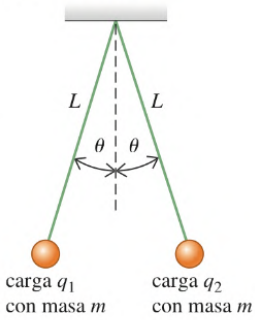
Figura **P21.60**




**21.61** •• Se coloca una carga $q_1 = +5.00$ nC en el origen de un sistema de coordenadas $xy$, y una carga $q_2 = -2.00$ nC se sitúa sobre la parte positiva del eje $x$, en $x = 4.00$ cm. *a*) Si ahora se coloca una tercera carga $q_3 = +6.00$ nC en el punto $x = 4.00$ cm, $y = 3.00$ cm, determine las componentes $x$ y $y$ de la fuerza total ejercida sobre esta carga por las otras dos. *b*) Calcule la magnitud y la dirección de esta fuerza.

**21.62** •• PA Dos esferas idénticas con masa $m$ cuelgan de cordones de seda con longitud $L$, como se indica en la **figura P21.62**. Cada esfera tiene la misma carga, por lo que $q_1 = q_2 = q$. El radio de cada esfera es muy pequeño en comparación con la distancia entre las esferas, por lo que pueden considerarse cargas puntuales. Demuestre que si el ángulo $\theta$ es pequeño, la separación de equilibrio $d$ entre las esferas es $d = (q^2L/2\pi\epsilon_0 mg)^{1/3}$. (*Sugerencia:* Si $\theta$ es pequeña, entonces $\tan\theta \cong \operatorname{sen}\theta$).

Figura **P21.62**

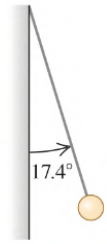



**21.63** ••• PA Dos esferas pequeñas con masa $m = 15.0$ cuelgan de cordones de seda con longitud $L = 1.20$ m desde un punto común (figura P21.62). Cuando se da a las esferas cantidades iguales de carga negativa, de modo que $q_1 = q_2 = q$, cada cordón forma un ángulo $\theta = 25.0°$ con respecto a la vertical. *a*) Elabore un diagrama que muestre las fuerzas sobre cada esfera. Trate las esferas como cargas puntuales. *b*) Encuentre la magnitud de $q$. *c*) Ahora se acortan ambos cordones a una longitud $L = 0.600$ m, en tanto que las cargas $q_1$ y $q_2$ permanecen iguales. ¿Qué nuevo ángulo formará cada cordón con la vertical? (*Sugerencia:* Esta parte del problema se puede resolver numéricamente usando valores de prueba para $\theta$ y ajustándolos hasta que se obtenga una respuesta consistente).

**21.64** •• PA Dos esferas idénticas están atadas a cordones de seda de longitud $L = 0.500$ m y cuelgan de un punto común (figura P21.62). Cada esfera tiene masa $m = 8.00$ g. El radio de cada esfera es muy pequeño en comparación con la distancia entre ambas, por lo que pueden considerarse cargas puntuales. Se da carga positiva $q_1$ a una esfera, y a la otra una carga positiva diferente $q_2$; esto hace que las esferas se separen, de manera que cuando están en equilibrio cada cordón forma un ángulo $\theta = 20.0°$ con la vertical. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada esfera cuando están en equilibrio, e indique todas las fuerzas que actúan sobre cada esfera. *b*) Determine la magnitud de la fuerza electrostática que actúa sobre cada esfera, y determine la tensión en cada cordón. *c*) Con base en la información proporcionada, ¿qué puede decirse sobre las magnitudes de $q_1$ y $q_2$? Justifique sus respuestas. *d*) Ahora se conecta un alambre pequeño entre las esferas, lo cual permite que se transfiera carga de una a otra, hasta que ambas esferas tengan la misma carga; entonces se quita el conductor. Ahora, cada cordón forma un ángulo de 30.0° con la vertical. Determine las cargas originales. (*Sugerencia:* Se conserva la carga total sobre el par de esferas).

**21.65** •• PA Una bola de plástico pequeña de 12.3 g está sujeta a un cordón muy ligero de 28.6 cm que a su vez está atado a la pared vertical de una habitación (**figura P21-65**). En esta habitación hay un campo eléctrico horizontal uniforme. Cuando se proporciona a la bola una carga excesiva de $-1.11\ \mu$C, se observa que permanece suspendida, con un ángulo entre el cordón y la pared igual a 17.4°. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en la habitación.

Figura **P21.65**



**21.66** •• La carga puntual $q_1 = -6.00 \times 10^{-6}$ C está en $x = -0.200$ m. La carga puntual $q_2$ está en $x = +400$ m. La carga puntual $q_3 = +3.00 \times 10^{-6}$ está en el origen. ¿Cuáles son la magnitud y el signo de $q_2$ si *a*) la fuerza neta sobre $q_3$ es de 6.00 N en la dirección $+x$; *b*) la fuerza neta sobre $q_3$ es de 6.00 N en la dirección $-x$.

**21.67** •• Dos partículas que tienen cargas $q_1 = 0.500$ nC y $q_2 = 8.00$ nC se encuentran a una distancia de 1.20 m. ¿En qué punto de la línea que une las dos cargas el campo eléctrico total, debido a ambas cargas, es igual a cero?

**21.68** •• Una carga puntual de $-3.00$ nC se encuentra sobre el eje $x$ en $x = 1.20$ m. Una segunda carga puntual $Q$ se ubica sobre el eje $x$ en $x = -0.600$ m. ¿Cuáles deben ser el signo y la magnitud de $Q$ para que la resultante del campo eléctrico en el origen sea *a*) 45.0 N/C en la dirección $+x$, *b*) 45.0 N/C en la dirección $-x$.

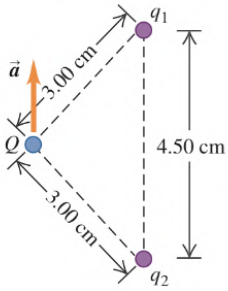
**21.69** ••• Una carga $+Q$ se encuentra en el origen y una carga de $+4Q$ se encuentra a una distancia $d$ del origen en el eje $x$. ¿Dónde se debería colocar una tercera carga $q$ y cuáles deberían ser su signo y magnitud, de modo que las tres cargas estén en equilibrio?

**21.70** •• Una carga de $-3.00$ nC se coloca en el origen de un sistema de coordenadas $xy$ y una carga de 2.00 nC se coloca sobre el eje $y$ en $y = 4.00$ cm. Si ahora se coloca una tercera carga de 5.00 nC en el punto $x = 3.00$ y $y = 4.00$, *a*) determine las componentes $x$ y $y$ de la fuerza total ejercida sobre esta carga por las otras dos cargas. *b*) Obtenga la magnitud y la dirección de esta fuerza.

**21.71** • Se colocan tres cargas puntuales idénticas $q$ en tres esquinas de un cuadrado de lado $L$. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre una carga puntual de $-3q$ que se sitúa *a*) en el centro del cuadrado, y *b*) en la esquina vacía del cuadrado. En cada caso, dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre las fuerzas ejercidas sobre la carga de $-3q$ por cada una de las otras tres cargas.

**21.72** ••• Dos cargas puntuales $q_1$ y $q_2$ se colocan a una distancia de 4.50 m entre sí. Otra carga puntual $Q = -1.75\ \mu$C con masa de 5.00 g se sitúa inicialmente a 3.00 cm de cada una de estas cargas (**figura P21.72**) y se libera del reposo. Usted observa que la aceleración inicial de $Q$ es de 324 m/s$^2$ hacia arriba, paralela a la línea que une las dos cargas puntuales. Calcule $q_1$ y $q_2$.

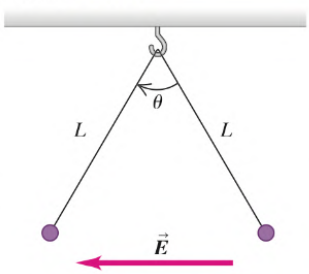
Figura **P21.72**




**21.73** •• PA **Intensidad de la fuerza eléctrica.** Imagine dos bolsas con 1.0 g de protones, una en el Polo Norte de la Tierra y la otra en el Polo Sur. *a*) ¿Cuántos protones hay en cada bolsa? *b*) Calcule la atracción gravitacional y la repulsión eléctrica que una bolsa ejerce sobre la otra. *c*) ¿Las fuerzas del inciso *b*) son lo suficientemente grandes para que las percibiera usted, si cargara una de las bolsas?

**21.74** ••• PA Dos esferas diminutas de masa igual a 6.80 mg tienen cargas iguales pero opuestas, de magnitud igual a 72.0 nC. Se atan al mismo gancho del techo con cuerdas ligeras de longitud igual a 0.530 m. Cuando se activa un campo eléctrico horizontal y uniforme $E$, dirigido a la izquierda, las esferas cuelgan en reposo con un ángulo $\theta$ entre las cuerdas igual a 58.0° (**figura P21.74**). *a*) ¿Cuál esfera (la de la derecha o la de la izquierda) tiene carga positiva? *b*) ¿Cuál es la magnitud $E$ del campo?

Figura **P21.74**



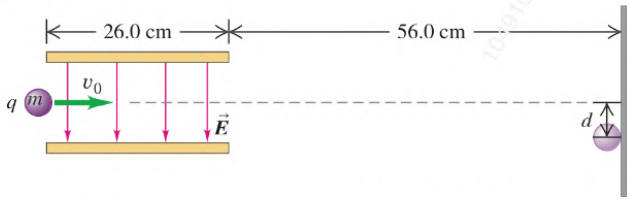

**21.75** •• PA Considere el modelo de un átomo de hidrógeno donde un electrón se encuentra en una órbita circular de radio $r = 5.29 \times 10^{-11}$ m alrededor de un protón estacionario. ¿Cuál es la rapidez del electrón en esta órbita?

**21.76** •• La Tierra tiene un campo eléctrico dirigido hacia abajo y cerca de su superficie de 150 N/C aproximadamente. Si una gota de lluvia con un diámetro de 0.020 mm se encuentra suspendida sin movimiento en este campo, ¿cuántos electrones sobrantes debe tener en su superficie?

**21.77** •• PA Un protón se proyecta en un campo eléctrico uniforme que apunta verticalmente hacia arriba y tiene magnitud $E$. La velocidad inicial del protón tiene una magnitud $v_0$ y está dirigida con un ángulo $\alpha$ por debajo de la horizontal. *a*) Encuentre la distancia máxima $h_{máx}$ que el protón desciende verticalmente por debajo de su elevación inicial. Ignore las fuerzas gravitacionales. *b*) ¿Después de qué distancia horizontal $d$ el protón regresa a su elevación original? *c*) Haga un diagrama de la trayectoria del protón. *d*) Determine los valores numéricos de $h_{máx}$ y $d$ si $E = 500$ N/C, $v_0 = 4.00 \times 10^5$ m/s y $\alpha = 30.0°$.

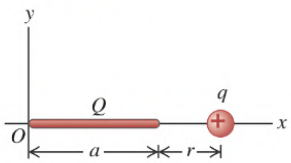
**21.78** ••• Un objeto pequeño de masa $m$, carga $q$ y rapidez inicial $v_0 = 5.00 \times 10^3$ m/s se proyecta hacia un campo eléctrico uniforme entre dos placas metálicas paralelas con longitud de 26.0 m (**figura P21.78**). El campo eléctrico entre las placas está dirigido hacia abajo y tiene una magnitud $E = 800$ N/C. Suponga que el campo es igual a cero afuera de la región entre las placas. La separación entre las placas es lo suficientemente grande para que el objeto pase entre ellas sin golpear la placa inferior. Después de pasar por la región del campo, el objeto se curva hacia abajo una distancia vertical $d = 1.25$ cm a partir de la dirección original del movimiento y alcanza una placa recolectora que está a 56.0 cm del extremo de las placas paralelas. Ignore la gravedad y la resistencia del aire. Calcule la razón carga-masa $q/m$ del objeto.

Figura **P21.78**




**21.79** •• CALC Una carga positiva $Q$ está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje $x$, de $x = 0$ a $x = a$. Una carga puntual positiva $q$ se localiza en la parte positiva del eje $x$, en $x = a + r$, una distancia $r$ a la derecha del extremo de $Q$ (**figura P21.79**). *a*) Calcule las componentes $x$ y $y$ del campo eléctrico producido por la distribución de carga $Q$ en puntos sobre el eje $x$ positivo, donde $x > a$. *b*) Calcule la fuerza (magnitud y dirección) que la distribución de carga $Q$ ejerce sobre $q$. *c*) Demuestre que si $r \gg a$, la magnitud de la fuerza en el inciso *b*) es aproximadamente $Qq/4\pi\epsilon_0 r^2$. Explique cómo se obtiene este resultado.

Figura **P21.79**

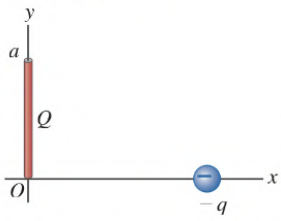



**21.80** •• Un objeto pequeño se proyecta hacia arriba, con una rapidez inicial de 1.92 m/s, en una región donde hay un campo eléctrico uniforme dirigido hacia arriba y que tiene una magnitud de $3.60 \times 10^4$ N/C. El objeto viaja hacia arriba una distancia de 6.98 cm en 0.200 s. ¿Cuál es la razón carga/masa del objeto $q/m$? Suponga que $g = 9.8$ m/s$^2$ e ignore la resistencia del aire.

**21.81** • Una carga puntual negativa $q_1 = -4.00$ nC está en el eje $x$ en $x = 0.60$ m. Una segunda carga puntual $q_2$ está sobre el eje $x$ en $x = -1.20$ m. ¿Cuáles deben ser el signo y la magnitud de $q_2$ para que el campo eléctrico neto en el origen sea de *a*) 50.0 N/C en la dirección $+x$, y de *b*) 50.0 N/C en la dirección $-x$?

**21.82** •• CALC Una carga positiva $Q$ está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje $y$ positivo entre $y = 0$ y $y = a$. Una carga puntual negativa $-q$ se encuentra sobre la parte positiva del eje $x$, a una distancia $x$ del origen (**figura P21.82**). *a*) Calcule las componentes $x$ y $y$ del campo eléctrico producido por la distribución de carga $Q$ en puntos sobre la parte positiva del eje $x$. *b*) Calcule las componentes $x$ y $y$ de la fuerza que la distribución de carga $Q$ ejerce sobre $q$. *c*) Demuestre que si $x \gg a$, $F_x \cong -Qq/4\pi\epsilon_0 x^2$ y $F_y \cong +Qqa/8\pi\epsilon_0 x^3$. Explique por qué se obtiene este resultado.

Figura **P21.82**



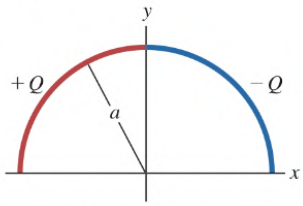

**21.83** ••• Un disco con carga uniforme como el de la figura 21.25 tiene un radio de 2.50 cm y una carga total de $7.0 \times 10^{-12}$ C. *a*) Determine el campo eléctrico (magnitud y dirección) sobre el eje $x$ en $x = 20.0$ cm. *b*) Demuestre que para $x \gg R$, la ecuación (21.11) se convierte en $E = Q/4\pi\epsilon_0 x^2$, donde $Q$ es la carga total en el disco. *c*) ¿La magnitud del campo eléctrico que usted obtuvo en el inciso *a*) es mayor o menor que la magnitud del campo eléctrico, que está a 20.0 cm de una carga puntual que tiene la misma carga total que este disco? En términos de la aproximación usada en el inciso *b*) para obtener $E = Q/4\pi\epsilon_0 x^2$ para una carga puntual de la ecuación (21.11), explique por qué ocurre esto. *d*) ¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre los campos eléctricos producidos por el disco finito y por una carga puntual con la misma carga en $x = 20.0$ cm y en $x = 10.0$ cm?

**21.84** •• PA Una esfera pequeña con masa $m$ tiene una carga positiva $q$ y está atada a un extremo de una cuerda de seda de longitud $L$. El otro extremo de la cuerda está atado a una lámina aislante, vertical y larga, que tiene una densidad superficial de carga positiva $\sigma$. Demuestre que cuando la esfera está en equilibrio, la cuerda forma un ángulo igual a arctan $(q\sigma/2mg\epsilon_0)$ con la lámina vertical.

**21.85** •• CALC La carga negativa $-Q$ está distribuida uniformemente alrededor de un cuarto de círculo de radio $a$ que se encuentra en el primer cuadrante, con el centro de curvatura en el origen. Calcule las componentes $x$ y $y$ del campo eléctrico neto en el origen.

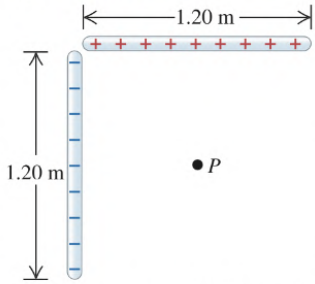
**21.86** •• CALC Un semicírculo de radio $a$ se encuentra en los cuadrantes primero y segundo, con el centro de curvatura en el origen. La carga positiva $+Q$ está distribuida uniformemente alrededor de la mitad izquierda del semicírculo, y la carga negativa $-Q$ está distribuida uniformemente alrededor de la mitad derecha del semicírculo (**figura P21.86**). ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico neto en el origen generado por esta distribución de carga?

Figura **P21.86**




**21.87** •• Dos varillas no conductoras de 1.20 m forman un ángulo recto. Un segmento tiene $+2.50$ $\mu$C de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud; mientras que el otro segmento tiene $-2.50$ $\mu$C de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud, como se ilustra en la **figura P21.87**. *a*) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico que producen estas varillas en el punto $P$, que está a 60.0 cm de cada varilla. *b*) Si un electrón se libera en $P$, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza neta que estas varillas ejercen sobre él?

Figura **P21.87**



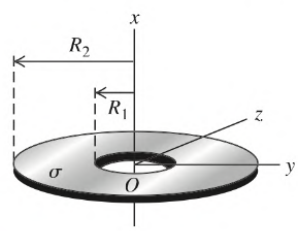

**21.88** • Dos láminas paralelas muy grandes están separadas 5.00 cm. La lámina $A$ tiene una densidad superficial de carga uniforme de $-8.80$ $\mu$C/m$^2$; y la lámina $B$, que está a la derecha de $A$, tiene una densidad carga uniforme de $-11.6$ $\mu$C/m$^2$. Suponga que las láminas son lo suficientemente grandes como para considerarse infinitas. Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico neto que las láminas producen en un punto *a*) 4.00 cm a la derecha de la lámina $A$; *b*) 4.00 cm a la izquierda de la lámina $A$; *c*) 4.00 cm a la derecha de la lámina $B$.

**21.89** • Repita el problema 21.88 para el caso en que la lámina $B$ seapos itiva.

**21.90** • Dos láminas horizontales muy grandes están separadas 4.25 cm y tienen densidades superficiales de carga uniforme, iguales pero de signo contrario, de magnitud $\sigma$. Usted desea usar las láminas para mantener estacionaria en la región entre ellas una gotita de aceite con masa de 486 $\mu$g, que tiene cinco electrones excedentes. Suponga que la gotita está en el vacío. *a*) ¿Cuál debería ser la dirección del campo eléctrico entre las placas, y *b*) cuál debería ser el valor de $\sigma$?

**21.91** •• PA Un disco delgado con un orificio circular en el centro, llamado *corona circular*, tiene un radio interior $R_1$ y un radio exterior $R_2$ (**figura P21.91**). El disco tiene una densidad superficial de carga uniforme y positiva $\sigma$ en su superficie. *a*) Determine la carga eléctrica total en la corona circular. *b*) La corona circular se encuentra en el plano $yz$, con su centro en el origen. Para un punto arbitrario en el eje $x$ (el eje de la corona circular), determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$. Considere puntos arriba y abajo de la corona circular. *c*) Demuestre que en puntos sobre el eje $x$ que estén suficientemente cerca del origen, la magnitud del campo eléctrico es aproximadamente proporcional a la distancia entre el centro de la corona circular y el punto. ¿Qué tan cerca es "suficientemente cerca"? *d*) Una partícula puntual con masa $m$ y carga negativa $-q$ tiene libertad de movimiento a lo largo del eje $x$ (pero no puede apartarse del eje). Originalmente, la partícula está en reposo en $x = 0.01R_1$ y luego se libera. Encuentre la frecuencia de oscilación de la partícula. (*Sugerencia:* Repase la sección 14.2. La corona circular permanece estacionaria).

Figura **P21.91**

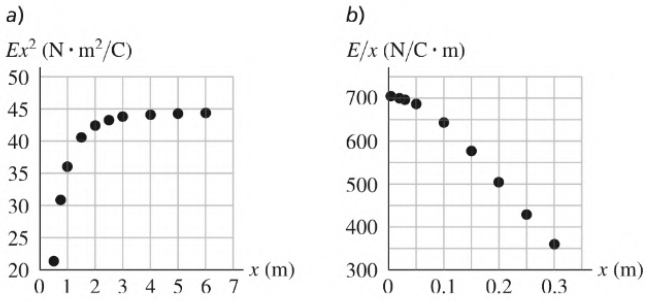



**21.92** ••• DATOS PA **Diseño de una impresora de inyección de tinta.** Las impresoras de inyección de tinta se pueden describir considerándolas como de inyección continua o a requerimiento. En una impresora de inyección de tinta continua, las letras se forman rociando tinta en el papel mediante una boquilla con movimiento rápido. Usted es parte del grupo de ingenieros que trabajan en el diseño de una impresora. Cada una de las gotas de tinta, que tienen una masa de $1.4 \times 10^{-8}$ g, salen de la boquilla y viajan hacia el papel a 50 m/s, pasando a través de un dispositivo de carga que da a cada gota una carga $q$ positiva al quitarle algunos de sus electrones. Las gotas pasan después entre placas deflectoras paralelas de 2.0 cm de largo, donde hay un campo eléctrico vertical y uniforme con magnitud de $8.0 \times 10^4$ N/C. Su equipo trabaja en el diseño de la unidad de carga que coloca la carga en las gotas. *a*) Si una gota se debe desviar 0.30 mm en el momento que alcance el extremo de las placas deflectoras, ¿qué magnitud de carga se tiene que dar a la gota? ¿Cuántos electrones se deben eliminar de la gota para darle esta carga? *b*) Si la unidad que produce el chorro de gotas se rediseñó de modo que produce gotas con una rapidez de 25 m/s, ¿qué valor de $q$ se necesita para alcanzar la misma deflexión de 0.30 mm?

**21.93** •• DATOS Cada una de dos esferas pequeñas, que transportan una carga positiva neta, están separadas 0.400 m. Se le ha pedido a usted que realice mediciones que le permitan determinar la carga en cada esfera. Usted utiliza un sistema de coordenadas con una esfera (carga $q_1$) en el origen y la otra (carga $q_2$) en $x = +0.400$ m. Usted dispone de una tercera esfera con una carga positiva neta $q_3 = 4.00 \times 10^{-6}$ C y un dispositivo que puede medir con precisión la ubicación de esta esfera y la fuerza neta sobre ella. Usted coloca primero la tercera esfera en el eje $x$ en $x = 0.200$ m; determina la fuerza neta sobre ella igual a 4.50 N en la dirección $+x$. Luego mueve la tercera esfera a $x = +0.600$ m y ahora la fuerza neta sobre ella es de 3.50 N en la dirección $+x$. *a*) Calcule $q_1$ y $q_2$. *b*) ¿Cuál es la fuerza neta (magnitud y dirección) sobre $q_3$ si está colocada en el eje $x$ en $x = -0.200$ m? *c*) En qué valor de $x$ (diferente de $x = \pm\infty$) se podría colocar $q_3$ de modo que la fuerza neta sobre ella sea cero?

**21.94** ••• DATOS Una carga positiva $Q$ está distribuida uniformemente alrededor de un anillo conductor muy delgado de radio $a$, como se ilustra en la figura 21.23. Usted mide el campo eléctrico $E$ en puntos sobre el eje del anillo a una distancia $x$ del centro, en un gran intervalo de valores de $x$. *a*) Los resultados para los valores más grandes de $x$ se grafican en la **figura P21.94*a*** como $Ex^2$ contra $x$. Explique por qué la cantidad $Ex^2$ se aproxima a un valor constante conforme $x$ aumenta. Utilice la figura P21.94*a* para calcular la carga neta $Q$ sobre el anillo. *b*) Los resultados para los valores menores de $x$ se grafican en la figura P21.94*b* como $E/x$ contra $x$. Explique por qué $E/x$ se aproxima a un valor constante conforme $x$ se aproxima a cero. Utilice la figura P21.94*b* para calcular $a$.

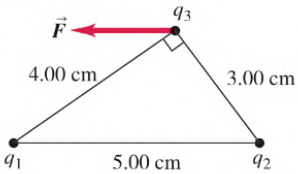
Figura **P21.94**




## PROBLEMAS DE DESAFÍO

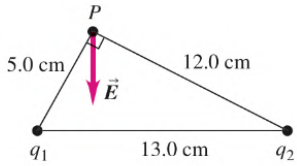
**21.95** ••• Tres cargas se colocan como se ilustra en la **figura P21.95**. La magnitud de $q_1$ es 2.00 $\mu$C, pero no se conocen el signo ni el valor de la carga $q_2$. La carga $q_3$ es de +4.00 $\mu$C, y la fuerza neta $\vec{F}$ sobre $q_3$ está por completo en la dirección negativa del eje $x$. *a*) Considere los diferentes signos posibles de $q_1$ y que hay cuatro posibles diagramas de fuerza que representan las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que $q_1$ y $q_2$ ejercen sobre $q_3$. Dibuje esas cuatro configuraciones de fuerza posibles. *b*) Con el empleo de los diagramas del inciso *a*) y la dirección de $\vec{F}$, deduzca los signos de las cargas $q_1$ y $q_2$. *c*) Calcule la magnitud de $q_2$. *d*) Determine $F$, la magnitud de la fuerza neta sobre $q_3$.

Figura **P21.95**




**21.96** ••• Dos cargas se colocan como se muestra en la **figura P21.96**. La magnitud de $q_1$ es 3.00 $\mu$C, pero se desconocen el signo y el valor de la carga $q_2$. La dirección del campo eléctrico neto $\vec{E}$ en el punto $P$ está por completo en la dirección negativa del eje $y$. Considerando los posibles signos diferentes de $q_1$ y $q_2$, hay cuatro diagramas posibles que podrían representar los campos eléctricos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ producidos por $q_1$ y $q_2$.

Figura **P21.96**




*a*) Dibuje las cuatro posibles configuraciones de campo eléctrico. *b*) Utilizando los diagramas del inciso *a*) y la dirección de $\vec{E}$, deduzca los signos de $q_1$ y $q_2$. *c*) Determine la magnitud de $\vec{E}$.

**21.97** ••• CALC Dos varillas delgadas de longitud $L$ están a lo largo del eje $x$, una entre $x = \frac{1}{2}a$ y $x = \frac{1}{2}a + L$, y la otra entre $x = -\frac{1}{2}a$ y $x = -\frac{1}{2}a - L$. Cada varilla tiene carga positiva $Q$ distribuida uniformemente en toda su longitud. *a*) Calcule el campo eléctrico producido por la segunda varilla en puntos a lo largo del eje $x$ positivo. *b*) Demuestre que la magnitud de la fuerza que ejerce una varilla sobre la otra es

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}\ln\left[\frac{(a+L)^2}{a(a+2L)}\right]$$

*c*) Demuestre que si $a \gg L$, la magnitud de esta fuerza se reduce a $F = Q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$. (*Sugerencia:* Use la expansión $\ln(1+z) = z - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{3}z^3 - \cdots$, válida para $|z| \ll 1$. Considere *todas* las expansiones al menos hasta el orden $L^2/a^2$. Interpretee ster esultado).

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

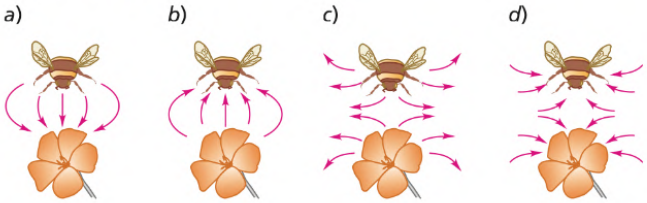
BIO **ABEJAS ELÉCTRICAS.** Algunos insectos voladores como las abejas acumulan una pequeña carga eléctrica positiva mientras vuelan. En un experimento se encontró que la carga eléctrica media de 50 abejas fue del orden de $+(30 \pm 5)$ pC por abeja. Los investigadores también estudiaron las propiedades eléctricas de una flor en la punta de un tallo largo. La carga sobre el tallo se midió cuando una abeja positivamente cargada se aproximó, aterrizó y se fue. Las plantas normalmente son eléctricamente neutras, de modo que la carga eléctrica neta medida en el tallo era cero cuando la abeja estaba muy lejos. Conforme la abeja se aproximó a la flor, se detectó una pequeña carga positiva neta en el tallo incluso antes de que se posara. Una vez que la abeja aterrizó, toda la planta se volvió positivamente cargada y su carga positiva permaneció en la planta después de que la abeja voló lejos. Al crear flores artificiales con cargas de diferentes valores, los investigadores encontraron que las abejas pueden distinguir entre flores cargadas y descargadas, y utilizan la carga eléctrica positiva dejada por abejas anteriores como un indicador para saber si una planta ya ha sido visitada (en cuyo caso quizás haya algo de polen).

**21.98** Considere una abeja con la carga eléctrica media igual a la encontrada en el experimento. ¿Representa esta carga cuántos electrones faltan aproximadamente? *a*) $1.9 \times 10^8$; *b*) $3.0 \times 10^8$; *c*) $1.9 \times 10^{18}$; *d*) $3.0 \times 10^{18}$.

**21.99** ¿Cuál es la mejor explicación para la observación de que la carga eléctrica en el tallo se volvió positiva cuando la abeja se aproximó (antes de posarse)? *a*) Porque el aire es buen conductor, la carga positiva en la superficie de la abeja fluyó a través del aire de la abeja a la flor. *b*) Porque la Tierra es un reservorio de grandes cantidades de carga, los iones positivos se extrajeron del tallo del suelo hacia la abeja cargada. *c*) La carga se polarizó eléctricamente cuando se aproximó la abeja cargada. *d*) Las abejas que han visitado la planta con anterioridad depositaron una carga positiva en el tallo.

**21.100** Después de que una abeja dejó una flor con carga positiva, esa abeja se alejó y otra con la misma cantidad de carga positiva voló cerca de la planta. ¿Cuál diagrama de la **figura P21.100** representa mejor las líneas del campo eléctrico entre la abeja y la flor?

Figura **P21.100**




**21.101** En el seguimiento de un experimento, una carga de +40 pC fue colocada en el centro de una flor artificial en el extremo de un tallo grande de 30 cm. Se observaron abejas que se aproximaron no más de 15 cm al centro de la flor antes de volar lejos. ¿Esta observación sugiere que el campo eléctrico externo más pequeño al cual las abejas son sensibles está más cerca de cuál de los siguientes valores? *a*) 2.4 N/C; *b*) 16 N/C; *c*) $2.7 \times 10^{-10}$ N/C; *d*) $4.8 \times 10^{-10}$ N/C.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**ii.** Las moléculas de agua tienen un momento dipolar eléctrico permanente: Un extremo de la molécula tiene carga positiva; y el otro, carga negativa. Estos extremos atraen iones negativos y positivos, respectivamente, y los mantienen separados en una solución. El agua es menos eficaz como solvente para materiales cuyas moléculas no se ionizan (llamadas sustancias *no iónicas*), como los aceites.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**21.1 Respuesta iv.** Dos objetos cargados se repelen, si sus cargas son del mismo signo (ambas positivas o ambas negativas).

**21.2 Respuesta *a*) i., *b*) ii.** Antes de que las dos esferas se toquen, la esfera con carga negativa ejerce una fuerza de repulsión sobre los electrones de la otra esfera, lo cual origina zonas de carga inducida negativa y positiva (vea la figura 21.7*b*). La zona positiva está más cerca de la esfera cargada negativamente que la zona negativa, por lo que hay una fuerza neta de atracción que jala a las esferas una hacia la otra, como en el caso del peine y el aislante de la figura 21.8*b*. Una vez que se tocan las dos esferas metálicas, algo del exceso de electrones de la esfera con carga negativa fluirá hacia la otra esfera (porque los metales son conductores). Entonces, ambas esferas tendrán una carga negativa neta y se repelerán mutuamente.

**21.3 Respuesta: iv.** La fuerza ejercida por $q_1$ sobre $Q$ es como en el ejemplo 21.4. La magnitud de la fuerza ejercida por $q_2$ sobre $Q$ es incluso igual a $F_{1\text{ sobre }Q}$, pero la dirección de la fuerza ahora es *hacia* $q_2$ con un ángulo $\alpha$ por debajo del eje $x$. Entonces, se anulan las componentes $x$ de las dos fuerzas, mientras que se suman las componentes y (negativas), y la fuerza eléctrica total ocurre en la dirección negativa del eje $y$.

**21.4 Respuestas: *a*) ii., *b*) i.** El campo eléctrico $\vec{E}$ producido por una carga puntual positiva apunta directamente alejándose de la carga (vea la figura 21.18*a*) y tiene una magnitud que depende de la distancia $r$ entre la carga y el punto del campo. De ahí que una segunda carga puntual negativa, $q < 0$, recibirá una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ que apunta directamente hacia la carga positiva y tiene una magnitud que depende de la distancia $r$ entre las dos cargas. Si la carga negativa se mueve directamente hacia la carga positiva, la dirección de la fuerza permanece igual, pero la magnitud de la fuerza se incrementa conforme disminuye la distancia $r$. Si la carga negativa se mueve en círculo alrededor de la carga positiva, la magnitud de la fuerza permanece igual (porque la distancia $r$ es constante); pero cambia la dirección de la fuerza.

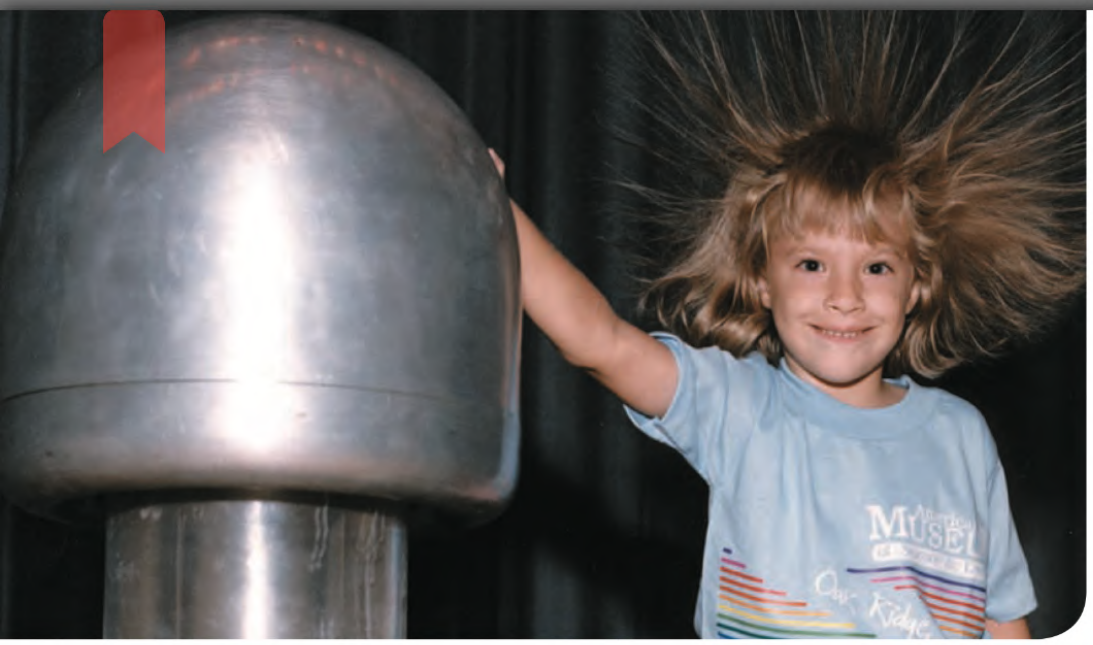
**21.5 Respuesta: iv.** Piense en un par de segmentos de longitud $dy$, uno en la coordenada $y > 0$ y el otro en la coordenada $-y < 0$. El segmento superior tiene carga positiva y produce un campo eléctrico $d\vec{E}$ en $P$, que apunta alejándose del segmento, por lo que $d\vec{E}$ tiene una componente $x$ positiva y una componente $y$ negativa, como el vector $d\vec{E}$ en la figura 21.24. El segmento inferior tiene la misma cantidad de carga negativa. Produce un $d\vec{E}$ que tiene la misma magnitud pero apunta *hacia* el segmento inferior, así que tiene una componente $x$ negativa y una componente $y$ también negativa. Por simetría, las dos componentes $x$ son iguales pero opuestas, de manera que se cancelan. Por lo tanto, el campo eléctrico total únicamente tiene una componente $y$ negativa.

**21.6 Respuesta: Sí** Cuando las líneas de campo son rectas, $\vec{E}$ debe apuntar en la misma dirección a través de la región. De ahí que la fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre una partícula de carga $q$ siempre esté en la misma dirección. Una partícula que parta del reposo acelera en línea recta en la dirección de $\vec{F}$, por lo que su trayectoria es una línea recta a lo largo de una línea de campo.

**21.7 Respuesta: ii.** Las ecuaciones (21.17) y (21.18) indican que la energía potencial para un dipolo en un campo eléctrico es $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \phi$, donde $\phi$ es el ángulo entre las direcciones de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. Si $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en direcciones opuestas, de manera que $\phi = 180°$, entonces $\cos \phi = -1$ y $U = +pE$. Éste es el valor máximo que $U$ puede tener. De nuestro análisis de los diagramas de energía en la sección 7.5, se desprende que se trata de una situación de equilibrio inestable.

## Problema práctico

**Respuesta:** $E = 2kQ/\pi a^2$ en dirección de $-y$



? Esta niña adquiere una carga eléctrica al tocar la esfera metálica con carga. Los cabellos cargados en su cabeza se repelen y se levantan. Si la niña estuviera *dentro* de una esfera de metal grande y con carga, adquiriría: **i.** una carga con el mismo signo de la carga de la esfera y sus cabellos se levantarían; **ii.** una carga de signo contrario a la carga de la esfera y sus cabellos se levantarían; **iii.** una carga igual a cero y sus cabellos estarían normales; **iv.** cualquiera de los casos anteriores, dependiendo de la cantidad de carga en la esfera.

# 22 LEY DE GAUSS

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**22.1** A determinar la cantidad de carga dentro de una superficie cerrada examinando el campo eléctrico en la superficie.

**22.2** Els ignificado de flujo eléctrico y cómo se calcula.

**22.3** Cómol al ey de Gauss relaciona el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga encerrada por la superficie.

**22.4** Cómo se usa la ley de Gauss para calcular el campo eléctrico debido a una distribución simétrica de carga.

**22.5** Dónde se localiza la carga en un conductor cargado.

***Repase lo estudiado en la sección …***

**21.4–21.6** Campos eléctricos y sus propiedades.

En física, una herramienta importante para simplificar problemas son las *propiedades de simetría* del sistema. Muchos sistemas físicos tienen simetría; por ejemplo, un cuerpo cilíndrico no se ve distinto después de hacerlo girar sobre su eje, y una esfera de metal con carga se ve igual después que se ha hecho girar alrededor de cualquier eje que pase por su centro.

En este capítulo utilizaremos ideas de simetría junto con un principio nuevo conocido como *ley de Gauss* para simplificar los cálculos del campo eléctrico. Por ejemplo, el campo de una distribución de carga en una línea recta o en una lámina plana, que se obtuvo en la sección 21.5 resolviendo algunas integrales un tanto difíciles, se obtiene en unos cuantos pasos con ayuda de la ley de Gauss. No obstante, la ley de Gauss es algo más que un método para realizar ciertos cálculos con facilidad. En realidad, es un enunciado fundamental acerca de la relación que existe entre las cargas eléctricas y los campos eléctricos. Entre otras cuestiones, la ley de Gauss ayuda a entender cómo se distribuye la carga en los cuerpos conductores.

La ley de Gauss se trata de lo siguiente. Dada cualquier distribución general de carga, se rodea con una superficie imaginaria que la encierre y, luego, se observa el campo eléctrico en distintos puntos de esa superficie imaginaria. La ley de Gauss es una relación entre el campo en *todos* los puntos de la superficie y la carga total que aquélla encierra. Tal vez esto suene como una forma indirecta de expresar los fenómenos, pero es una relación sumamente útil. En varios de los siguientes capítulos recurriremos continuamente a la comprensión que ofrece la ley de Gauss en relación con la naturaleza de los campos eléctricos.

En esta sección, el análisis de la ley de Gauss se basa e inspira en las ideas innovadoras de Ruth W. Chabay y Bruce A. Sherwood, en su obra *Electric and Magnetic Interactions* (John Wiley & Sons, 1994).

## 22.1 CARGA Y FLUJO ELÉCTRICO

En el capítulo 21 se planteó la siguiente pregunta: "Dada una distribución de carga, ¿cuál es el campo eléctrico que produce esa distribución en un punto $P$?". Vimos que la respuesta podía encontrarse si se representaba la distribución como un conjunto de cargas puntuales, cada una de las cuales producía un campo eléctrico $\vec{E}$ dado por la ecuación (21.7). Entonces, la suma vectorial de todos los campos originados por cada carga puntual es el campo total en $P$.

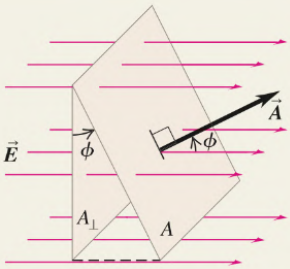
Sin embargo, hay una relación alterna entre las distribuciones de carga y los campos eléctricos. Para descubrir esta relación tenga en cuenta la pregunta del capítulo 21,

# CAPÍTULO 22 RESUMEN

SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

**Flujoe léctrico:** Elflu jo eléctrico es la medida de un campo eléctrico a través de una superficie. Es igual al producto de un elemento de área por la componente perpendicular de $\vec{E}$, integrando luego sobre la superficie (vea los ejemplos 22.1 a 22.3).

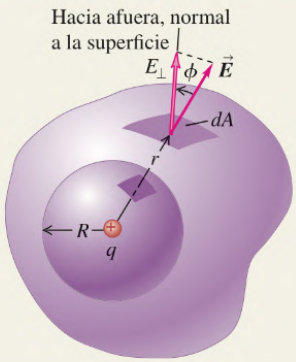
$$\Phi_E = \int E\cos\phi\, dA = \int E_\perp\, dA = \int \vec{E}\cdot d\vec{A} \qquad (22.5)$$




**Leyd eG auss:** Lale y de Gauss establece que el flujo eléctrico total a través de una superficie cerrada, que se expresa como la integral de superficie de la componente de $\vec{E}$ normal a la superficie, es igual a una constante multiplicada por la carga total $Q_{enc}$ encerrada por la superficie. La ley de Gauss es lógicamente equivalente a la ley de Coulomb, pero su uso simplifica mucho los problemas con alto grado de simetría (vea los ejemplos 22.4 a 22.10).

Cuando colocamos carga en exceso en un conductor sólido en reposo, ésta permanece totalmente en la superficie, y $\vec{E} = \mathbf{0}$ en todos los puntos del material del conductor (vea los ejemplos 22.11 a 22.13).

$$\Phi_E = \oint E\cos\phi\, dA = \oint E_\perp\, dA = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \qquad (22.8), (22.9)$$




**Campo eléctrico de varias distribuciones simétricas de carga:** En la siguiente tabla se listan los campos eléctricos generados por varias distribuciones simétricas de carga. En la tabla, $q$, $Q$, $\lambda$ y $\sigma$ se refieren a las *magnitudes* de las cantidades.

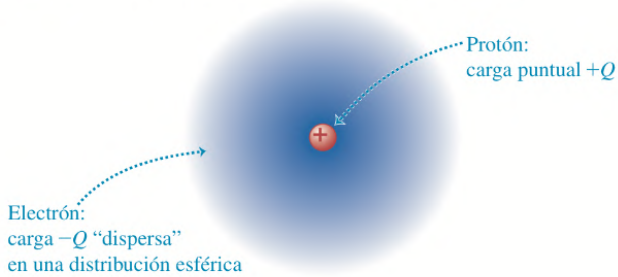
| Distribución de la carga | Punto en un campo eléctrico | Magnitud del campo eléctrico |
|---|---|---|
| Una sola carga puntual $q$ | Distancia $r$ desde $q$ | $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$ |
| Carga $q$ en la superficie de una esfera conductora de radio $R$ | Esfera exterior, $r > R$ | $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$ |
| | Esfera interior, $r < R$ | $E = 0$ |
| Alambre infinito, carga por unidad de longitud $\lambda$ | Distancia $r$ desde el alambre | $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$ |
| Cilindro conductor infinito con radio $R$, carga por unidad de longitud $\lambda$ | Cilindro exterior, $r > R$ | $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$ |
| | Cilindro interior, $r < R$ | $E = 0$ |
| Esfera aislante sólida con radio $R$, carga $Q$ distribuida de manera uniforme en todo el volumen | Esfera exterior, $r > R$ | $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ |
| | Esfera interior, $r < R$ | $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{R^3}$ |
| Lámina infinita con carga uniforme por unidad de área $\sigma$ | Cualquier punto | $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ |
| Dos placas conductoras con cargas opuestas y densidades superficiales de carga $+\sigma$ y $-\sigma$ | Cualquier punto entre las placas | $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ |
| Conductor cargado | Inmediatamente afuera del conductor | $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ |

## PROBLEMA PRÁCTICO CAMPO ELÉCTRICO DENTRO DE UN ÁTOMO DE HIDRÓGENO

SOLUCIÓN

Un átomo de hidrógeno está constituido por un protón de carga $+Q = 1.60 \times 10^{-19}$ C y un electrón de carga $-Q = -1.60 \times 10^{-19}$ C. El protón puede considerarse como una carga puntual en $r = 0$, el centro del átomo. El movimiento del electrón ocasiona que su carga se "disperse" hacia una distribución esférica alrededor del protón (**figura 22.29**), por lo que el electrón es equivalente a una carga por unidad de volumen de $\rho(r) = -(Q/\pi a_0^3)e^{-2r/a_0}$, donde $a_0 = 5.29 \times 10^{-11}$ m y se llama *radio de Bohr*. *a*) Determine la cantidad total de la carga del átomo de hidrógeno encerrada dentro de una esfera con radio $r$ centrada en el protón. *b*) Calcule el campo eléctrico (magnitud y dirección) generado por la carga del átomo de hidrógeno en función de $r$. *c*) Haga una gráfica del cociente entre la magnitud $E$ del campo eléctrico y la magnitud del campo generado sólo por el protón, en función de $r$.

**22.29** Distribución de carga en un átomo de hidrógeno.




### GUÍA DE SOLUCIÓN

#### IDENTIFICAR y PLANTEAR

1. La distribución de carga en este problema tiene simetría esférica, igual que en el ejemplo 22.9, por lo que se puede resolver usando la ley de Gauss.
2. La carga dentro de una esfera de radio $r$ incluye la carga del protón $+Q$ más la parte de la distribución de carga del electrón que se encuentra dentro de la esfera. La diferencia con el ejemplo 22.9 es que la distribución de carga del electrón *no* es uniforme, de modo que la carga encerrada dentro de una esfera de radio $r$ *no* es simplemente la densidad de carga multiplicada por el volumen $4\pi r^3/3$ de la esfera. Así que se debe resolver una integral.
3. Considere un cascarón esférico delgado con centro en el protón, de radio $r'$ y grosor infinitesimal igual a $dr'$. Como el cascarón es muy delgado, todos los puntos del mismo tienen esencialmente el mismo radio desde el protón. Así, la cantidad de carga del electrón dentro del cascarón *es* igual a la densidad de carga del electrón $\rho(r')$ en este radio, multiplicada por el volumen $dV$ del cascarón. ¿Cuál es $dV$ en términos de $r'$?
4. La carga total del electrón dentro de un radio $r$ es igual a la integral de $\rho(r')dV$ desde $r' = 0$ hasta $r' = r$. Defina esta integral (pero no la resuelva todavía) y úsela para escribir una expresión para la carga total (incluyendo el protón) dentro de una esfera de radio $r$.

#### EJECUTAR

5. Integre la expresión del paso 4 para obtener la carga dentro del radio $r$. (*Sugerencia:* Integre por sustitución: cambie la variable de integración de $r'$ a $x = 2r'/a_0$. Calcule la integral $\int x^2 e^{-x}\,dx$ usando integración por partes, o buscándola en una tabla de integrales o en internet).
6. Use la ley de Gauss y los resultados del paso 5 para obtener el campo eléctrico a una distancia $r$ del protón.
7. Calcule el cociente mencionado en el inciso *c*) y haga una gráfica en función de $r$ (verá que es más fácil graficar esta función contra la cantidad $r/a_0$).

#### EVALUAR

8. ¿Cómo se comportan los resultados de la carga encerrada y la magnitud del campo eléctrico en el límite $r \to 0$? ¿Y en el límite $r \to \infty$? Explique sus resultados.

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P22.1** Un globo de caucho tiene en su interior una carga puntual. ¿El flujo eléctrico a través del globo depende de si está inflado por completo o no? Explique su razonamiento.

**P22.2** Suponga que en la figura 22.15 ambas cargas son positivas. ¿Cuáles serían los flujos a través de cada una de las cuatro superficies del ejemplo?

**P22.3** En la figura 22.15, suponga que se coloca una tercera carga puntual fuera de la superficie gaussiana $C$ de color púrpura. ¿Afectaría esto el flujo eléctrico a través de cualquiera de las superficies $A$, $B$, $C$ o $D$ de la figura? ¿Porqué ?

**P22.4** Cierta región del espacio acotada por una superficie cerrada imaginaria no contiene carga. ¿El campo eléctrico siempre es igual a cero en todos los puntos de la superficie? Si no es así, ¿en qué circunstancias sería cero en la superficie?

**P22.5** Una superficie gaussiana esférica encierra una carga puntual $q$. Si la carga puntual se desplaza del centro de la esfera a un punto alejado de ahí, ¿cambia el campo eléctrico en un punto de la superficie? ¿Cambia el flujo total a través de la superficie gaussiana? Explique su respuesta.

**P22.6** Usted encuentra una caja cerrada ante su puerta. Sospecha que contiene varias esferas de metal con carga y empacadas en un

material aislante. ¿Cómo podría determinar la carga neta total dentro de la caja sin abrirla? ¿O no es posible hacerlo así?

**P22.7** Una esfera sólida de cobre tiene una carga neta positiva distribuida de manera uniforme sobre su superficie; el campo eléctrico en el interior de la esfera es igual a cero. Después, una carga puntual negativa fuera de la esfera se acerca a la superficie de la misma. ¿Toda la carga neta en la esfera seguirá en la superficie? De ser así, ¿se distribuiría de manera uniforme? Y si no fuera uniforme, ¿cómo se distribuiría? ¿El campo eléctrico dentro de la esfera seguiría siendo igual a cero? Explique su respuesta para cada caso.

**P22.8** Si el campo eléctrico de una carga puntual fuera proporcional a $1/r^3$ en vez de $1/r^2$, ¿seguiría siendo válida la ley de Gauss? Explique su razonamiento. (*Sugerencia:* Considere una superficie gaussiana esférica centrada en una sola carga puntual).

**P22.9** En un conductor, uno o más electrones de cada átomo tienen libertad para moverse por todo el volumen del conductor. ¿Contradice esto el enunciado de que cualquier carga en exceso en un conductor sólido debe permanecer en su superficie? ¿Porq ué?

**P22.10** Usted carga el generador Van de Graaff que se muestra en la figura 22.26, y luego le acerca una esfera conductora hueca idéntica, pero sin carga y sin dejar que las dos esferas se toquen. Elabore un diagrama de la distribución de cargas en la segunda esfera. ¿Cuál es el flujo neto a través de la segunda esfera? ¿Cuál es el campo eléctrico dentro de la segunda esfera?

**P22.11** Un pararrayos es una varilla de cobre redondeada que se monta en la parte alta de los edificios y va soldada a un cable grueso, también de cobre, que llega a tierra. Los pararrayos se utilizan para proteger casas y graneros de los relámpagos; la corriente de los relámpagos corre por el cable y no por el edificio. ¿Por qué? ¿Por qué el extremo de la varilla debería estar redondeado?

**P22.12** Un conductor sólido tiene una cavidad en su interior. ¿Afectaría la presencia de una carga puntual dentro de la cavidad al campo eléctrico fuera del conductor? ¿Por qué? ¿La presencia de una carga puntual fuera del conductor afectaría el campo eléctrico en el interior de la cavidad? De nuevo, ¿por qué?

**P22.13** Explique el siguiente enunciado: "En una situación estática, el campo eléctrico en la superficie de un conductor podría no tener ninguna componente paralela a la superficie, ya que esto transgrediría la condición de que las cargas en la superficie están en reposo". ¿Este mismo enunciado sería válido para el campo eléctrico en la superficie de un *aislante*? Explique su respuesta y la razón de cualquier diferencia entre los casos de un conductor y un aislante.

**P22.14** En cierta región del espacio, el campo eléctrico $\vec{E}$ es uniforme. *a*) Use la ley de Gauss para demostrar que esa región debe ser eléctricamente neutra; es decir, la densidad volumétrica de carga $\rho$ debe ser igual a cero. *b*) Lo contrario, ¿es verdadero? Es decir, en una región del espacio donde no hay carga, ¿$\vec{E}$ debe ser uniforme? Explique su respuesta.

**P22.15** *a*) En cierta región del espacio, la densidad volumétrica de carga $\rho$ tiene un valor positivo uniforme. En esa región, ¿$\vec{E}$ puede ser uniforme? Explique su respuesta. *b*) Suponga que en esa región donde $\rho$ es positiva y uniforme hay una "burbuja" dentro de la cual $\rho = 0$. En el interior de la burbuja, ¿$\vec{E}$ puede ser uniforme? Explique su respuesta.

**P22.16** Dentro de un sólido metálico hueco se coloca una carga negativa $-Q$. El exterior del sólido está conectado a tierra por un alambre conductor. ¿Hay alguna carga en exceso inducida en la superficie interior del metal? ¿Hay alguna carga en exceso en la superficie exterior del metal? ¿Por qué? ¿Podría alguien en el exterior medir un campo eléctrico debido a la carga $-Q$? ¿Es razonable decir que el conductor a tierra ha *blindado* la región exterior del conductor de los efectos de la carga $-Q$? En principio ¿se podría hacer lo mismo para la gravedad? ¿Por qué?

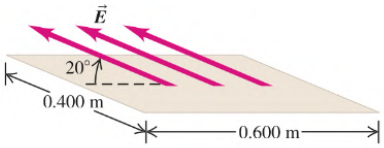
## EJERCICIOS

### Sección 22.2 Cálculo del flujo eléctrico

**22.1** • Una delgada hoja de papel tiene un área de 0.250 $m^2$ y está orientada de tal modo que la normal a la hoja forma un ángulo de 60° con un campo eléctrico uniforme de magnitud 14 N/C. *a*) Calcule la magnitud del flujo eléctrico a través de la hoja. *b*) ¿La respuesta del inciso *a*) depende de la forma de la hoja? ¿Por qué? *c*) ¿Para qué ángulo $\phi$ entre la normal a la hoja y el campo eléctrico, la magnitud del flujo a través de la hoja es: **i.** máxima y **ii.** mínima? Explique sus respuestas.

**22.2** •• Una lámina plana tiene forma rectangular con lados de longitud 0.400 m y 0.600 m. La lámina está inmersa en un campo eléctrico uniforme de magnitud 90.0 N/C dirigido a 20° con respecto al plano de la lámina (**figura E22.2**). Encuentre la magnitud del flujo eléctrico a través de la lámina.

Figura **E22.2**



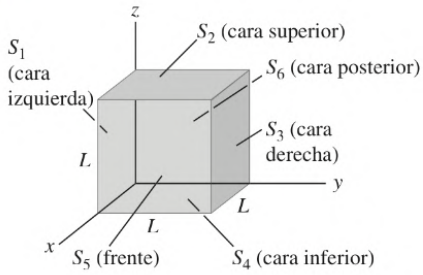

**22.3** • Se mide un campo eléctrico de $1.25 \times 10^6$ N/C a una distancia de 0.150 m de una carga puntual. No existe otra fuente de campo eléctrico en la región más que esta carga puntual. *a*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie de una esfera de radio 0.150 m y que tiene esa carga en su centro? *b*) ¿Cuál es la magnitud de esta carga?

**22.4** • En el ejemplo 21.10 (sección 21.5) se demostró que el campo eléctrico debido a una línea infinita de carga es perpendicular a ésta y su magnitud es $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$. Considere un cilindro imaginario con radio $r = 0.250$ m y longitud $l = 0.400$ m que tiene una línea infinita de carga positiva que va a lo largo de su eje. La carga por unidad de longitud en la línea es $\lambda = 3.00\ \mu$C/m. *a*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través del cilindro debido a esta línea infinita de carga? *b*) ¿Cuál es el flujo a través del cilindro si su radio se incrementa a $r = 0.500$ m? *c*) ¿Cuál es el flujo a través del cilindro si su longitud aumenta a $l = 0.800$ m?

**22.5** •• Una superficie hemisférica con radio $r$ en una región del campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ tiene su eje alineado en forma paralela con la dirección del campo. Calcule el flujo a través de la superficie.

**22.6** • El cubo de la **figura 22.6** tiene lados con longitud $L = 10.0$ cm. El campo eléctrico es uniforme, tiene magnitud $E = 4.00 \times 10^3$ N/C y es paralelo al plano $xy$ con un ángulo de 53.1° medido a partir del eje $+x$ hacia el eje $+y$. *a*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de cada una de las seis caras del cubo, $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$ y $S_6$? *b*) ¿Cuál es el flujo eléctrico total a través de todas las caras del cubo?

Figura **E22.6**

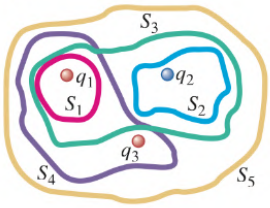


## Sección 22.3 Ley de Gauss

**22.7** • BIO Como vimos en la sección 22.5, las células nerviosas humanas tienen una carga negativa neta y el material en el interior de la célula es un buen conductor. Si una célula tiene una carga neta de −8.65 pC, ¿cuáles son la magnitud y dirección (hacia adentro o hacia afuera) del flujo neto a través de la frontera de la célula?

**22.8** • Las tres esferas pequeñas que se ilustran en la **figura E22.8** tienen cargas $q_1 = 4.00$ nC, $q_2 = -7.80$ nC y $q_3 = 2.40$ nC. Calcule el flujo eléctrico neto a través de cada una de las siguientes superficies cerradas que se ilustran en sección transversal en la figura: *a*) $S_1$; *b*) $S_2$; *c*) $S_3$; *d*) $S_4$; *e*) $S_5$. *f*) ¿Las respuestas para los incisos *a*) a *e*) dependen de la manera en que está distribuida la carga en cada esfera pequeña? ¿Por qué?

Figura **E22.8**




| Superficie | Encierra a: |
|---|---|
| $S_1$ | $q_1$ |
| $S_2$ | $q_2$ |
| $S_3$ | $q_1$ y $q_2$ |
| $S_4$ | $q_1$ y $q_3$ |
| $S_5$ | $q_1$ y $q_2$ y $q_3$ |

**22.9** •• Se rocía una capa muy delgada y uniforme de pintura con carga sobre la superficie de una esfera de plástico cuyo diámetro es de 12.0 cm, para obtener una carga de −49.0 $\mu$C. Encuentre el campo eléctrico *a*) apenas adentro de la capa de pintura; *b*) inmediatamente afuera de la capa de pintura; *c*) 5.00 cm afuera de la superficie de la capa de pintura.

**22.10** • Una carga puntual $q_1 = 4.00$ nC se localiza sobre el eje $x$ en $x = 2.00$ m, y una segunda carga puntual $q_2 = -6.00$ nC está en el eje $y$ en $y = 1.00$ m. ¿Cuál es el flujo eléctrico total debido a estas dos cargas puntuales a través de una superficie esférica con centro en el origen y con radio de *a*) 0.500 m, *b*) 1.50 m, *c*) 2.50m ?

**22.11** • Una carga puntual de 6.20 $\mu$C está en el centro de un cubo con lados cuya longitud mide 0.500 m. *a*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de una de las seis caras del cubo? *b*) ¿Cómo cambiaría su respuesta al inciso *a*) si los lados midieran 0.250 m? Explique su respuesta.

**22.12** • **Campos eléctricos en un átomo.** Los núcleos de los átomos grandes, como el del uranio, con 92 protones, se modelan como esferas simétricas de carga. El radio del núcleo de uranio mide aproximadamente $7.4 \times 10^{-15}$ m. *a*) ¿Cuál es el campo eléctrico que produce este núcleo justo afuera de su superficie? *b*) ¿Qué magnitud de campo eléctrico produce a la distancia de los electrones, que es alrededor de $1.0 \times 10^{-10}$ m? *c*) Los electrones se modelan como si formaran un cascarón uniforme de carga negativa. ¿Qué campo eléctrico neto producen en el sitio donde se ubica el núcleo?

## Sección 22.4 Aplicaciones de la ley de Gauss y Sección 22.5 Cargas en conductores

**22.13** •• Dos líneas uniformemente cargadas de longitud muy grande son paralelas y están separadas una distancia de 0.300 m. Cada línea tiene una carga por unidad de longitud igual a +5.20 $\mu$C/m. ¿Qué magnitud de fuerza ejerce una línea de carga en una longitud de 0.0500 m de la otra línea de carga?

**22.14** •• Una esfera metálica sólida con radio de 0.450 m tiene una carga neta de 0.250 nC. Determine la magnitud del campo eléctrico *a*) en un punto a 0.100 m fuera de la superficie, y *b*) en un punto dentro de la esfera, a 0.100 m bajo la superficie.

**22.15** •• ¿Qué exceso de electrones debe agregarse a un conductor esférico aislado de 26.0 cm de diámetro para producir un campo eléctrico de 1150 N/C de magnitud, apenas afuera de su superficie?

**22.16** • Algunos astrónomos han sugerido que Marte tiene un campo eléctrico parecido al de la Tierra y que se produce un flujo eléctrico neto de $-3.63 \times 10^{16}$ N·m²/C en su superficie. Calcule *a*) la carga eléctrica total sobre Marte; *b*) el campo eléctrico en la superficie del planeta (consulte los datos astronómicos en el apéndice G); *c*) la densidad de carga en Marte, suponiendo que toda la carga se distribuye de manera uniforme en su superficie.

**22.17** •• Una línea de carga uniforme y muy larga tiene 4.80 $\mu$C/m por unidad de longitud y se ubica a lo largo del eje $x$. Una segunda línea de carga uniforme tiene una carga por unidad de longitud de −2.40 $\mu$C/m y es paralela al eje $x$ en $y = 0.400$ m. ¿Cuál es el campo eléctrico neto (magnitud y dirección) en los siguientes puntos sobre el eje $y$: *a*) $y = 0.200$ m y *b*) $y = 0.600$ m?

**22.18** •• El campo eléctrico a 0.400 m de una línea de carga uniforme y muy larga es de 840 N/C. ¿Cuánta carga está contenida en una longitud de 2.00 cm de la línea?

**22.19** •• Una esfera hueca, conductora, con radio exterior de 0.250 m y radio interior de 0.200 m tiene una densidad superficial de carga uniforme de $+6.37 \times 10^{-6}$ C/m². Se introduce una carga de −0.500 $\mu$C en el centro de la cavidad interna de la esfera. *a*) ¿Cuál es la nueva densidad de carga en el exterior de la esfera? *b*) Calcule la intensidad del campo eléctrico justo afuera de la esfera. *c*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de una superficie esférica apenas adentro de la superficie interior de la esfera?

**22.20** • *a*) A una distancia de 0.200 cm del centro de una esfera conductora con carga y radio de 0.100 cm, el campo eléctrico es de 480 N/C. ¿Cuál es el campo eléctrico a 0.600 cm del centro de la esfera? *b*) A una distancia de 0.200 cm del eje de un cilindro conductor cargado muy largo con radio de 0.100 cm, el campo eléctrico es de 480 N/C. ¿Cuál es el campo eléctrico a 0.600 cm del eje del cilindro? *c*) A una distancia de 0.200 cm de una lámina grande cargada uniformemente, el campo eléctrico es de 480 N/C. ¿Cuál es el campo eléctrico a 1.20 cm de la lámina?

**22.21** •• El campo eléctrico a una distancia de 0.145 m de la superficie de una esfera sólida aislante, con radio de 0.355 m, es de 1750 N/C. *a*) Suponiendo que la carga de la esfera se distribuye uniformemente, ¿cuál es la densidad de carga en su interior? *b*) Calcule el campo eléctrico dentro de la esfera a una distancia de 0.200 m del centro.

**22.22** •• Una carga puntual de −3.00 $\mu$C se localiza en el centro de una cavidad esférica de radio 6.50 cm dentro de una esfera sólida aislante con carga. La densidad de carga en el sólido es $\rho = 7.35 \times 10^{-4}$ C/m³. Calcule el campo eléctrico dentro del sólido a una distancia de 9.50 cm del centro de la cavidad.

**22.23** •• PA A partir del reposo, se libera un electrón que se encuentra a una distancia de 0.300 m de una lámina grande aislante con carga que tiene una densidad superficial de carga uniforme de $+2.90 \times 10^{-12}$ C/m². *a*) ¿Cuánto trabajo realiza sobre el electrón el campo eléctrico de la lámina conforme el electrón se mueve de su posición inicial a un punto que se encuentra a 0.050 m de la lámina? *b*) ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando se encuentra a 0.050 m de la lámina?

**22.24** •• Una carga Q está distribuida uniformemente a través del volumen de una esfera aislante de radio $R = 4.00$ cm. A una distancia de $r = 8.00$ cm desde el centro de la esfera, el campo eléctrico debido a la distribución de carga tiene una magnitud de $E = 940$ N/C. ¿Cuáles son *a*) la densidad volumétrica de carga de la esfera y *b*) el campo eléctrico a una distancia de 2.00 cm del centro de la esfera?

**22.25** • Un conductor con una cavidad interna, como se ilustra en la figura 22.23*c*, tiene una carga total de +5.00 nC. La carga dentro de la cavidad, aislada del conductor, es de −6.00 nC. ¿Cuánta carga hay en *a*) la superficie interior del conductor, y *b*) la superficie exterior del conductor?

**22.26** •• Una lámina no conductora de carga, muy larga y horizontal, tiene una carga uniforme por unidad de área $\sigma = 5.00 \times 10^{-6}$ C/m². Una esfera pequeña de masa $m = 8.00 \times 10^{-6}$ kg y carga $q$ se coloca 3.00 cm arriba de la lámina cargada y luego se libera partiendo del reposo. *a*) Si la esfera no se mueve cuando se libera, ¿cuál debe ser el valor de $q$? *b*) ¿Y si la esfera se libera 1.50 cm arriba de la lámina?

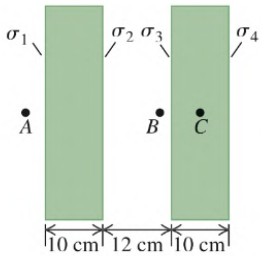
**22.27** • Aplique la ley de Gauss a las superficies gaussianas $S_2$, $S_3$ y $S_4$ en la figura 22.21*b*, para calcular el campo eléctrico entre las placas y afuera de ellas.

**22.28** • Una lámina aislante y cuadrada con lado de 80.0 cm se encuentra en posición horizontal. La lámina tiene una carga de 4.50 nC distribuida de manera uniforme sobre su superficie. *a*) Calcule el campo eléctrico en un punto localizado a 0.100 mm sobre el centro de la lámina. *b*) Estime el campo eléctrico en un punto a 100 m sobre el centro de la lámina. *c*) ¿Serían diferentes las respuestas para los incisos *a*) y *b*), si la lámina estuviera hecha de un material conductor? ¿Por qué?

**22.29** • Un conductor cilíndrico de longitud infinita tiene un radio $R$ y densidad superficial de carga uniforme $\sigma$. *a*) En términos de $\sigma$ y $R$, ¿cuál es la carga por unidad de longitud $\lambda$ para el cilindro? *b*) En términos de $\sigma$, ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico producido por el cilindro cargado a una distancia $r > R$ desde su eje? *c*) Exprese el resultado del inciso *b*) en términos de $\lambda$ y demuestre que el campo eléctrico fuera del cilindro es igual que si toda la carga estuviera sobre el eje. Compare su resultado con el que se obtuvo para una línea de carga en el ejemplo 22.6 (sección 22.4).

**22.30** • Dos láminas de plástico no conductoras, muy grandes, cada una con espesor de 10.0 cm, tienen densidades de carga uniforme $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\sigma_3$ y $\sigma_4$ en sus superficies, como se ilustra en la **figura E22.30**. Estas densidades superficiales de carga tienen los valores $\sigma_1 = -6.00\ \mu C/m^2$, $\sigma_2 = +5.00\ \mu C/m^2$, $\sigma_3 = +2.00\ \mu C/m^2$ y $\sigma_4 = +4.00\ \mu C/m^2$. Use la ley de Gauss para encontrar la magnitud y dirección del campo eléctrico en los siguientes puntos, lejos de los bordes de las láminas: *a*) punto $A$, a 5.00 cm de la cara izquierda de la lámina de la izquierda; *b*) punto $B$, a 1.25 cm de la superficie interior de la lámina de la derecha; *c*) punto $C$, a la mitad de la lámina de la derecha.

Figura **E22.30**



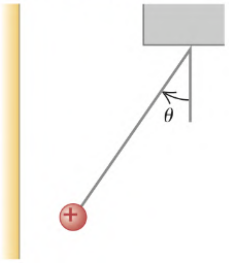

## PROBLEMAS

**22.31** •• PA En $t = 0$ un protón se encuentra a una distancia de 0.360 m de una lámina aislante cargada muy larga, y se mueve paralelamente a la lámina con rapidez de $9.70 \times 10^2$ m/s. La lámina tiene una densidad superficial de carga uniforme de $2.34 \times 10^{-9}$ C/m². ¿Cuál es la rapidez del protón en $t = 5.00 \times 10^{-8}$ s?

**22.32** •• PA Un objeto muy pequeño con masa igual a $8.20 \times 10^{-9}$ kg, y carga positiva de $6.50 \times 10^{-9}$ C, se proyecta directamente hacia una lámina aislante muy grande cargada positivamente y que tiene una densidad superficial de carga uniforme de $5.90 \times 10^{-8}$ C/m². El objeto se encuentra inicialmente a 0.400 m de la lámina. ¿Qué rapidez inicial debe tener el objeto para que la distancia más corta de aproximación a la lámina sea de 0.100 m?

**22.33** •• PA Una esfera pequeña con masa de $4.00 \times 10^{-6}$ kg tiene una carga de $5.00 \times 10^{-8}$ C y cuelga de un cordel cerca de una lámina muy grande, aislante y con carga, como se ilustra en la **figura P22.33**. La densidad de carga en la superficie de la lámina es uniforme de $-2.50 \times 10^{-9}$ C/m². Determine el ángulo que forma el cordel.

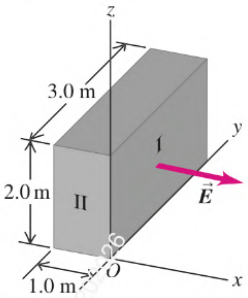
Figura **P22.33**




**22.34** •• Un cubo tiene lados con longitud $L = 0.300$ m. Se coloca con una esquina en el origen, como se muestra en la figura E22.6. El campo eléctrico no uniforme está dado por $\vec{E} = (-5.00\ \text{N/C}\cdot\text{m})x\hat{\imath} + (3.00\ \text{N/C}\cdot\text{m})z\hat{k}$. *a*) Calcule el flujo eléctrico a través de cada una de las seis caras del cubo, $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$ y $S_6$. *b*) Determine la carga eléctrica total dentro del cubo.

**22.35** • El campo eléctrico $\vec{E}$ en la **figura P22.35** es paralelo en todo lugar al eje $x$, por lo que las componentes $E_y$ y $E_z$ son iguales a cero. La componente $x$ del campo $E_x$ depende de $x$, pero no de $y$ ni de $z$. En los puntos del plano $yz$ (donde $x = 0$), $E_x = 125$ N/C. *a*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie I en la figura P22.35? *b*) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie II? *c*) El volumen que se ilustra en la figura es una sección pequeña de un bloque muy grande aislante de 1.0 m de espesor. Si dentro de ese volumen hay una carga total de −24.0 nC, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de $\vec{E}$ en la cara opuesta a la superficie I? *d*) ¿El campo eléctrico es producido sólo por cargas dentro del bloque, o también se debe a cargas fuera del bloque? ¿Cómo saberlo?

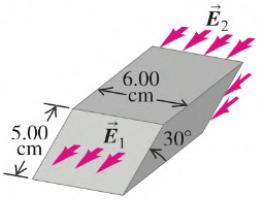
Figura **P22.35**




**22.36** •• CALC En una región del espacio existe un campo eléctrico $\vec{E}$ en dirección del eje $z$ y de magnitud $E = [964\ \text{N/(C}\cdot\text{m)}]x$. Obtenga el flujo de este campo a través de un cuadrado de lado igual a 0.350 m y que se encuentra en el plano $xy$ en $z = 0$. Un lado del cuadrado se encuentra sobre el eje $+x$ y otro sobre el eje $+y$.

**22.37** •• El campo eléctrico $\vec{E}_1$ en toda la cara de un paralelepípedo es uniforme y se dirige hacia afuera de la cara. En la cara opuesta, el campo eléctrico $\vec{E}_2$ también es uniforme en toda ella y se dirige hacia esa cara (**figura P22.37**). Las dos caras en cuestión están inclinadas 30.0° con respecto a la horizontal, en tanto que $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ son horizontales; $\vec{E}_1$ tiene una magnitud de $2.50 \times 10^4$ N/C, y $\vec{E}_2$ tiene una magnitud de $7.00 \times 10^4$ N/C. *a*) Suponiendo que ninguna otra línea de campo eléctrico cruza las superficies del paralelepípedo, determine la carga neta contenida dentro. *b*) ¿El campo eléctrico sólo es producido por las cargas en el interior del paralelepípedo, o también se debe a las cargas que están fuera de éste? ¿Cómo podría saberse?

Figura **P22.37**




**22.38** • Una línea larga tiene una densidad lineal de carga uniforme de $+50.0\ \mu C/m$ que es paralela y está a 10.0 cm de la superficie de una lámina de plástico plana y grande que tiene una densidad superficial de carga uniforme de $-100\ \mu C/m^2$ en un lado. Encuentre la ubicación de todos los puntos donde una partícula $\alpha$ no recibiría ninguna fuerza debido a este arreglo de objetos con carga.

**22.39** • **Cable coaxial.** Un cable coaxial largo consiste en un conductor cilíndrico interior con radio $a$, y un cilindro coaxial exterior con radio interior $b$ y radio exterior $c$. El cilindro exterior está montado en apoyos aislantes y no tiene carga neta. El cilindro interior tiene una carga positiva uniforme por unidad de longitud $\lambda$. Calcule el campo eléctrico *a*) en cualquier punto entre los cilindros a una distancia $r$ del eje, y *b*) en cualquier punto afuera del cilindro exterior. *c*) Elabore una gráfica de la magnitud del campo eléctrico en función de la distancia $r$ desde el eje del cable, de $r = 0$ a $r = 2c$. *d*) Determine la carga por unidad de longitud en las superficies interna y externa del cilindro exterior.

**22.40** • Un tubo conductor muy largo (un cilindro hueco) tiene radio interior $a$ y radio exterior $b$. Conduce una carga por unidad de longitud $+\alpha$, donde $\alpha$ es una constante positiva con unidades de C/m. Sobre el eje del tubo se encuentra una línea de carga, con carga por unidad de longitud de $+\alpha$. *a*) Calcule el campo eléctrico en términos de $\alpha$ y la distancia $r$ desde el eje del tubo para **i.** $r < a$; **ii.** $a < r < b$; **iii.** $r > b$. Muestre en una gráfica los resultados de $E$ en función de $r$. *b*) ¿Cuál es la carga por unidad de longitud sobre **i.** la superficie interior del tubo, y **ii.** la superficie exterior del tubo?

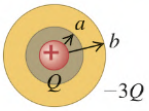
**22.41** • Un cilindro sólido y muy largo, con radio $R$, tiene carga positiva distribuida de manera uniforme, con carga por unidad de volumen de $\rho$. *a*) Determine la expresión para el campo eléctrico dentro del volumen a una distancia $r$ del eje del cilindro en términos de la densidad de carga $\rho$. *b*) ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto afuera del volumen en términos de la carga por unidad de longitud $\lambda$ en el cilindro? *c*) Compare las respuestas de los incisos *a*) y *b*) para $r = R$. *d*) Elabore una gráfica de la magnitud del campo eléctrico en función de $r$, de $r = 0$ a $r = 3R$.

**22.42** • **Esfera dentro de otra esfera.** Una esfera sólida conductora tiene una carga $q$ y radio $a$. Se encuentra dentro de una esfera hueca conductora concéntrica, con radio interior $b$ y radio exterior $c$. La esfera hueca no tiene carga neta. *a*) Obtenga expresiones para la magnitud del campo eléctrico en términos de la distancia $r$ desde el centro para las regiones $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$, y $r > c$. *b*) Elabore la gráfica de la magnitud del campo eléctrico en función de $r$, desde $r = 0$ hasta $r = 2c$. *c*) ¿Cuál es la carga en la superficie interior de la esfera hueca? *d*) ¿Y en la superficie exterior? *e*) Represente la carga de la esfera pequeña mediante cuatro signos positivos. Elabore un diagrama de las líneas de campo del sistema dentro de un volumen esférico de radio $2c$.

**22.43** • Una esfera sólida conductora con radio $R$ que tiene carga positiva $Q$ es concéntrica con un cascarón aislante muy delgado de radio $2R$ que también tiene una carga $Q$. La carga $Q$ está distribuida de manera uniforme en el cascarón aislante. *a*) Encuentre el campo eléctrico (magnitud y dirección) en cada una de las regiones $0 < r < R$, $R < r < 2R$ y $r > 2R$. *b*) Elabore la gráfica de la magnitud del campo eléctrico en función de $r$.

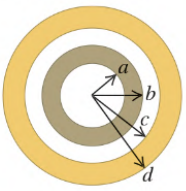
**22.44** • Un cascarón esférico conductor, con radio interior $a$ y radio exterior $b$, tiene una carga puntual positiva $Q$ localizada en su centro. La carga total en el cascarón es $-3Q$, y está aislada de su entorno (**figura P22.44**). *a*) Obtenga expresiones para la magnitud del campo eléctrico $E$, en términos de la distancia $r$ desde el centro, para las regiones $r < a$, $a < r < b$, y $r > b$. *b*) ¿Cuál es la densidad superficial de carga en la superficie interior del cascarón conductor? *c*) ¿Cuál es la densidad superficial de carga en la superficie exterior del cascarón conductor? *d*) Elabore un diagrama de las líneas de campo eléctrico y la ubicación de todas las cargas. *e*) Elabore una gráfica de $E$ en función de $r$.

Figura **P22.44**




**22.45** • **Cascarones esféricos concéntricos.** Un cascarón esférico conductor pequeño con radio interior $a$ y radio exterior $b$ es concéntrico con respecto a otro cascarón conductor esférico más grande, cuyo radio interior es $c$ y radio exterior $d$ (**figura P22.45**). El cascarón interior tiene una carga total $+2q$, y el cascarón exterior tiene carga de $+4q$. *a*) Calcule el campo eléctrico $\vec{E}$ (magnitud y dirección) en términos de $q$ y la distancia $r$ a partir del centro común de los dos cascarones para **i.** $r < a$; **ii.** $a < r < b$; **iii.** $b < r < c$; **iv.** $c < r < d$; **v.** $r > d$. Muestre sus resultados en una gráfica de la componente radial de $\vec{E}$ en función de $r$. *b*) ¿Cuál es la carga total en **i.** la superficie interior del cascarón pequeño; **ii.** la superficie exterior del cascarón pequeño; **iii.** la superficie interior del cascarón grande; **iv.** la superficie exterior del cascarón grande?

Figura **P22.45**




**22.46** • Repita el problema 22.45, pero ahora considere que el cascarón externo tiene una carga $-2q$. El cascarón interior todavía tiene una carga $+2q$.

**22.47** • Sobre la superficie de un cascarón esférico delgado y aislante de radio $R$, está distribuida uniformemente una carga negativa $-Q$. Calcule la fuerza (magnitud y dirección) que el cascarón ejerce sobre una carga puntual positiva $q$ ubicada a una distancia *a*) $r > R$ del centro del cascarón (afuera del cascarón), y *b*) $r < R$ del centro del cascarón (dentro del cascarón).

**22.48** • Una esfera conductora sólida con radio $R$ tiene una carga total positiva $Q$. La esfera está rodeada por un cascarón aislante con radio interior $R$ y radio exterior $2R$. El cascarón aislante tiene una densidad de carga uniforme $\rho$. *a*) Encuentre el valor de $\rho$ de manera que la carga neta de todo el sistema sea igual a cero. *b*) Si $\rho$ tiene el valor obtenido en el inciso *a*), calcule el campo eléctrico $\vec{E}$ (magnitud y dirección) en cada una de las regiones $0 < r < R$, $R < r < 2R$ y $r > 2R$. Presente sus resultados en una gráfica de la componente radial de $\vec{E}$ en función de $r$. *c*) Como regla general, el campo eléctrico es discontinuo sólo en lugares donde hay una lámina delgada de carga. Explique el modo en que concuerdan con esta regla sus resultados para el inciso *b*).

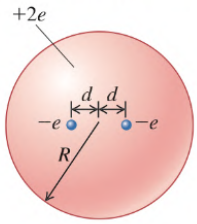
**22.49** ••• CALC Una esfera hueca, aislante, tiene un radio interior $a$ y un radio exterior $b$. Dentro del material aislante, la densidad volumétrica de carga está dada por $\rho(r) = \alpha/r$, donde $\alpha$ es una constante positiva. *a*) En términos de $\alpha$ y $a$, ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico a una distancia $r$ del centro del cascarón, donde $a < r < b$? *b*) Se coloca una carga puntual $q$ en el centro del hueco, en $r = 0$. En términos de $\alpha$ y $a$, ¿qué valor debe tener $q$ (en signo y magnitud) para que el campo eléctrico sea constante en la región $a < r < b$, y cuál es entonces el valor del campo constante en esta región?

**22.50** •• PA **Modelo atómico de Thomson.** En los primeros años del siglo XX, un modelo ampliamente aceptado de la estructura del átomo era el del físico inglés J. J. Thomson (el descubridor del electrón). En el modelo de Thomson, un átomo consistía en una esfera de material con carga positiva, en el cual estaban incrustados electrones con carga negativa, como chispas de chocolate en una bola de masa de galleta. Imagine que un átomo así consistía en un electrón con masa $m$ y carga $-e$, que puede considerarse una carga puntual, y una esfera con carga uniforme igual a $+e$ y radio $R$. *a*) Explique por qué la posición de equilibrio del electrón está en el centro del núcleo. *b*) En el modelo de Thomson se suponía que el material positivo ofrecía poca o ninguna resistencia al movimiento del electrón. Si el electrón se aparta del equilibrio una distancia menor que $R$, demuestre que el movimiento resultante del electrón sería armónico simple, y calcule su frecuencia de oscilación. (*Sugerencia:* Repase la definición del movimiento armónico simple en la sección 14.2). Si puede demostrarse que la fuerza neta sobre el electrón es de esta forma, entonces se infiere que el movimiento es armónico simple. Por el contrario, si la fuerza neta sobre el electrón no tiene esta forma, el movimiento no es armónico simple). *c*) En la época de Thomson se sabía que los átomos excitados emitían ondas de luz únicamente de ciertas frecuencias. En su

modelo, la frecuencia de la luz emitida es la misma que la frecuencia de oscilación del electrón o los electrones en el átomo. En el modelo de Thomson, ¿cuál tendría que ser el radio de un átomo para que produjera luz roja de frecuencia $4.57 \times 10^{14}$ Hz? Compare su respuesta con los radios de átomos reales, que son del orden de $10^{-10}$ m (consulte el apéndice F para datos sobre el electrón). *d*) Si el electrón se desplazara del equilibrio una distancia mayor que $R$, ¿oscilaría? ¿Este movimiento sería armónico simple? Explique su razonamiento. (*Nota histórica:* En 1910 se descubrió el núcleo atómico, lo que probó que el modelo de Thomson era incorrecto. La carga positiva de un átomo no estaba distribuida en su volumen, como suponía Thomson, sino que se concentraba en el diminuto núcleo de radio $10^{-14}$ a $10^{-15}$ m).

**22.51 • Modelo atómico de Thomson (continuación).** Utilizando el modelo de Thomson (actualmente caduco) del átomo que se describió en el problema 22.50, considere un átomo que contiene dos electrones, cada uno con carga $-e$, incrustados en una esfera de carga $+2e$ y radio $R$. En el equilibrio, cada electrón está a una distancia $d$ del centro del átomo (**figura P22.51**). Calcule la distancia $d$ en términos de las demás propiedades del átomo.

Figura **P22.51**




**22.52 •• *a*)** ¿Cuántos electrones en exceso deben distribuirse de manera uniforme dentro del volumen de una esfera de plástico aislada de 30.0 cm de diámetro, para producir un campo eléctrico de 1390 N/C justo afuera de la superficie de la esfera? *b*) ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto que está 10.0 cm fuera de la superficie de la esfera.

**22.53 •• CALC** Una distribución de carga no uniforme, pero con simetría esférica, tiene una densidad de carga $\rho(r)$ dada como sigue:

$$\rho(r) = \rho_0\left(1 - \frac{r}{R}\right) \qquad \text{para } r \le R$$

$$\rho(r) = 0 \qquad \text{para } r \ge R$$

donde $\rho_0 = 3Q/\pi r^3$ es una constante positiva. *a*) Demuestre que la carga total contenida en la distribución de carga es $Q$. *b*) Demuestre que el campo eléctrico en la región $r \ge R$ es idéntico al producido por una carga puntual $Q$ en $r = 0$. *c*) Determine una expresión para el campo eléctrico en la región $r \le R$. *d*) Elabore la gráfica de la magnitud $E$ del campo eléctrico en función de $r$. *e*) Calcule el valor de $r$ donde el campo eléctrico es máximo y determine el valor de este campomá ximo.

**22.54 • Bloque uniformemente cargado.** Un bloque de material aislante tiene un espesor $2d$ y está orientado de forma que sus caras quedan paralelas al plano $yz$ y dado por los planos $x = d$ y $x = -d$. Las dimensiones $y$ y $z$ del bloque son muy grandes en comparación con $d$ y pueden considerarse esencialmente infinitas. El bloque tiene una densidad de carga positiva uniforme $\rho$. *a*) Explique por qué el campo eléctrico debido al bloque es igual a cero en el centro del mismo ($x = 0$). *b*) Con base en la ley de Gauss, encuentre el campo eléctrico debido al bloque (magnitud y dirección) en todos los puntos del espacio.

**22.55 • CALC Bloque con carga no uniforme.** Repita el problema 22.54, pero ahora considere que la densidad de carga del bloque está dada por $\rho(x) = \rho_0(x/d)^2$, donde $\rho_0$ es una constante positiva.

**22.56 • CALC** Una distribución de carga no uniforme, pero con simetría esférica, tiene la densidad de carga $\rho(r)$ dada como sigue:

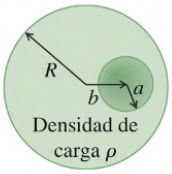
$$\rho(r) = \rho_0\left(1 - \frac{4r}{3R}\right) \qquad \text{para } r \le R$$

$$\rho(r) = 0 \qquad \text{para } r \ge R$$

donde $\rho_0$ es una constante positiva. *a*) Encuentre la carga total contenida en la distribución de carga. Obtenga una expresión para el campo eléctrico en *b*) la región $r \ge R$; *c*) $r \le R$. *d*) Elabore la gráfica de la magnitud del campo eléctrico $E$ en función de $r$. *e*) Encuentre el valor de $r$ para el que el campo eléctrico es máximo, y calcule el valor de ese campo máximo.

**22.57 • *a*)** Una esfera aislante con radio $a$ tiene una densidad de carga uniforme $\rho$. La esfera no está centrada en el origen, sino en $\vec{r} = \vec{b}$. Demuestre que el campo eléctrico en el interior de la esfera está dado por $\vec{E} = \rho(\vec{r} - \vec{b})/3\epsilon_0$. *b*) Una esfera aislante de radio $R$ tiene un hueco esférico de radio $a$ ubicado dentro de su volumen y con centro a una distancia $b$ del centro de la esfera, donde $a < b < R$ (en la **figura P22.57** se muestra una sección transversal de la esfera). La parte sólida de la esfera tiene una densidad volumétrica de carga uniforme $\rho$. Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$ dentro del agujero, y demuestre que $\vec{E}$ es uniforme en todo el hueco. [*Sugerencia:* Use el principio de superposición y el resultado del inciso *a*)].

Figura **P22.57**




**22.58 •** Un cilindro aislante sólido, muy largo, con radio $R$ tiene un hueco cilíndrico con radio $a$ perforado a lo largo de toda su longitud. El eje del agujero está a una distancia $b$ del eje del cilindro, donde $a < b < R$ (**figura P22.58**). El material sólido del cilindro tiene densidad volumétrica de carga uniforme $\rho$. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico $\vec{E}$ dentro del agujero, y demuestre que $\vec{E}$ es uniforme en todo el hueco. (*Sugerencia:* Vea el problema 22.57).

Figura **P22.58**

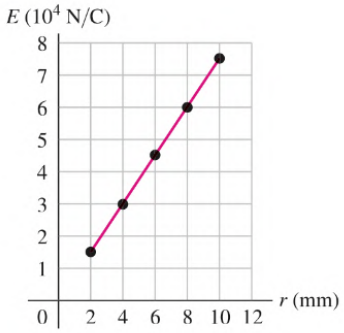
**22.59 •• DATOS** En un experimento se mide el campo eléctrico en puntos a distancias $r$ de una línea de carga uniforme que tiene una carga por unidad de longitud $\lambda$ y longitud $l$, donde $l \gg r$. En un segundo experimento, el campo eléctrico se mide en puntos a distancias $r$ del centro de una esfera aislante cargada uniformemente que tiene una densidad volumétrica de carga $\rho$ y radio $R = 8.00$ mm, donde $r > R$. Los resultados de las dos mediciones se listan en la tabla, pero no se indica qué datos corresponden a cada experimento:

| | $r$(cm) | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 2.50 | 3.00 | 3.50 | 4.00 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **MediciónA** | | | | | | | | |
| | $E(10^5$ N/C) | 2.72 | 1.79 | 1.34 | 1.07 | 0.902 | 0.770 | 0.677 |
| **Medición B** | | | | | | | | |
| | $E(10^5$ N/C) | 5.45 | 2.42 | 1.34 | 0.861 | 0.605 | 0.443 | 0.335 |

Para cada conjunto de datos dibuje dos gráficas: una para $Er^2$ contra $r$ y otra para $Er$ contra $r$. *a*) Utilice estas gráficas para determinar cuál conjunto de datos, A o B, corresponde a la línea de carga uniforme y cuál a la esfera cargada uniformemente. Explique su razonamiento. *b*) Utilice las gráficas del inciso *a*) para calcular $\lambda$ para la línea de carga uniforme y $\rho$ para la esfera cargadauni formemente.

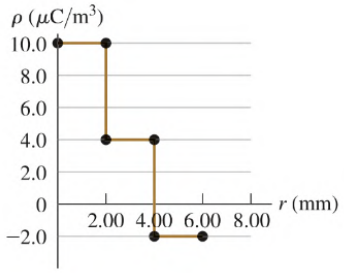
**22.60** •• DATOS Un campo eléctrico se mide en puntos a distancias $r$ del centro de una esfera aislante uniformemente cargada que tiene una densidad volumétrica de carga $\rho$ y radio $R$, donde $r < R$ (**figura P22.60**). Calcule $\rho$.

Figura **P22.60**




**22.61** •• DATOS La densidad volumétrica de carga $\rho$ de una distribución esférica de carga de radio $R = 6.00$ mm no es uniforme. La **figura P22.61** muestra $\rho$ como una función de la distancia $r$ desde el centro de la distribución. Calcule el campo eléctrico en los siguientes valores de $r$: **i.** 1.00 mm; **ii.** 3.00 mm; **iii.** 5.00 mm; **iv.** 7.00 mm.

Figura **P22.61**




## PROBLEMAS DE DESAFÍO

**22.62** ••• PA CALC Una región del espacio contiene una carga total positiva $Q$ distribuida esféricamente de manera que la densidad volumétrica de carga $\rho(r)$ está dada por

$$\rho(r) = 3\alpha r/2R \qquad \text{para } r \le R/2$$
$$\rho(r) = \alpha[1 - (r/R)^2] \qquad \text{para } R/2 \le r \le R$$
$$\rho(r) = 0 \qquad \text{para } r \ge R$$

Aquí $\alpha$ es una constante positiva que tiene unidades de $C/m^3$. *a*) Determine $\alpha$ en términos de $Q$ y $R$. *b*) Con base en la ley de Gauss, obtenga una expresión para la magnitud de $\vec{E}$ en función de $r$. Haga esto para las tres regiones por separado. Exprese sus respuestas en términos de $Q$. *c*) ¿Qué fracción de la carga total está contenida dentro de la región $R/2 \le r \le R$? *d*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$ en $r = R/2$? *e*) Si un electrón con carga $q' = -e$ es liberado del reposo en cualquier punto de cualquiera de las tres regiones, ¿el movimiento resultante será oscilatorio pero no armónico simple? ¿Porq ué?

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

**PROTECCIÓN CONTRA LA RADIACIÓN ESPACIAL.** Uno de los peligros que enfrentan los seres humanos en el espacio es la radiación espacial: partículas cargadas de alta energía emitidas por el Sol. Durante una erupción solar, la intensidad de esta radiación puede alcanzar niveles letales. Un método de protección propuesto para los astronautas en la superficie de la Luna o Marte es un arreglo de grandes esferas cargadas eléctricamente, colocadas encima de las áreas donde la gente vive y trabaja. Las esferas producirían un intenso campo eléctrico $\vec{E}$ para desviar las partículas cargadas que integran la radiación espacial. Las esferas serían algo parecido a un globo Mylar, con una capa delgada de conducción eléctrica en la superficie exterior, sobre la cual se colocaría una carga neta positiva o negativa. Una esfera típica tendría 5 m de diámetro.

**22.63** Suponga que para repeler electrones en la radiación de una erupción solar, cada esfera debe producir un campo eléctrico $\vec{E}$ de magnitud $1 \times 10^6$ N/C a 25 m del centro de la esfera. ¿Qué carga neta se necesita sobre cada esfera? *a*) −0.07 C; *b*) −8 mC; *c*) −80 $\mu$C; *d*) $-1 \times 10^{-20}$ C.

**22.64** ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$ inmediatamente afuera de la superficie de la esfera? *a*) 0; *b*) $10^6$ N/C; *c*) $10^7$ N/C; *d*) $10^8$ N/C.

**22.65** ¿Cuál es la dirección de $\vec{E}$ inmediatamente afuera de la superficie de la esfera? *a*) Tangente a la superficie de la esfera; *b*) perpendicular a la superficie, apuntando hacia la esfera; *c*) perpendicular a la superficie, alejándose de la esfera; *d*) no existe campo eléctrico inmediatamente afuera de la superficie.

**22.66** ¿Qué enunciado es verdadero acerca de $\vec{E}$ en el interior de una esfera cargada negativamente como la descrita? *a*) Apunta del centro de la esfera hacia la superficie y es mayor en el centro. *b*) Apunta de la superficie al centro de la esfera y es mayor en la superficie. *c*) Es igual a cero. *d*) Es diferente de cero pero constante.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**iii.** El campo eléctrico dentro de una cavidad interior de un conductor es igual a cero, por lo que no hay ningún efecto eléctrico en la niña (vea la sección 22.5).

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**22.1 iii.** Cada elemento de la superficie de la caja estará tres veces más lejos de la carga $+q$, por lo que el campo eléctrico será $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ de la intensidad. Pero el área de la caja se incrementará en un factor de $3^2 = 9$. Por lo tanto, el flujo eléctrico se multiplicará por un factor de $\left(\frac{1}{9}\right)(9) = 1$. En otras palabras, el flujo no cambiará.

**22.2 iv, ii, i, iii.** En cada caso, el campo eléctrico es uniforme, por lo que el flujo es $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$. Se usan las relaciones para los productos escalares de vectores unitarios: $\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = 1$, $\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 0$. En el caso **i.** se tiene $\Phi_E = (4.0\ \text{N/C})(6.0\ \text{m}^2)\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 0$ (el campo eléctrico y el vector área son perpendiculares, por lo que hay un flujo nulo). En el caso **ii.** se tiene $\Phi_E = [(4.0\ \text{N/C})\hat{\imath} + (2.0\ \text{N/C})\hat{\jmath}]\cdot(3.0\ \text{m}^2)\hat{\jmath} = (2.0\ \text{N/C})\cdot(3.0\ \text{m}^2) = 6.0\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. De manera similar, en el caso **iii.** se tiene $\Phi_E = [(4.0\ \text{N/C})\hat{\imath} - (2.0\ \text{N/C})\hat{\jmath}]\cdot[(3.0\ \text{m}^2)\hat{\imath} + (7.0\ \text{m}^2)\hat{\jmath}] = (4.0\ \text{N/C})(3.0\ \text{m}^2) - (2.0\ \text{N/C})(7.0\ \text{m}^2) = -2\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$, y en el caso **iv.** se tiene $\Phi_E = [(4.0\ \text{N/C})\hat{\imath} - (2.0\ \text{N/C})\hat{\jmath}]\cdot[(3.0\ \text{m}^2)\hat{\imath} - (7.0\ \text{m}^2)\hat{\jmath}] = (4.0\ \text{N/C})(3.0\ \text{m}^2) + (2.0\ \text{N/C})\cdot(7.0\ \text{m}^2) = 26\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$.

**22.3 $S_2$, $S_5$, $S_4$; $S_1$ y $S_3$ (vinculadas)** La ley de Gauss afirma que el flujo a través de una superficie cerrada es proporcional a la cantidad de carga encerrada dentro de esa superficie, por lo que ordenar estas superficies según sus flujos es lo mismo que hacerlo según la cantidad de carga que encierran. La superficie $S_1$ no encierra carga, la superficie $S_2$ encierra $9.0\ \mu\text{C} + 5.0\ \mu\text{C} + (-7.0\ \mu\text{C}) = 7.0\ \mu\text{C}$, la superficie $S_3$ encierra $9.0\ \mu\text{C} + 1.0\ \mu\text{C} + (-10.0\ \mu\text{C}) = 0$, la superficie $S_4$ encierra $8.0\ \mu\text{C} + (-7.0\ \mu\text{C}) = 1.0\ \mu\text{C}$ y la superficie $S_5$ encierra $8.0\ \mu\text{C} + (-7.0\ \mu\text{C}) + (-10.0\ \mu\text{C}) + (1.0\ \mu\text{C}) + (9.0\ \mu\text{C}) + (5.0\ \mu\text{C}) = 6.0\ \mu\text{C}$.

**22.4 No** Tal vez usted se sentiría tentado a dibujar una superficie gaussiana que fuera una versión grande del conductor, con la misma forma y colocada de manera que lo encerrara por completo. Si bien se conoce el flujo a través de esta superficie gaussiana (según la ley de Gauss, es $\Phi_E = Q/\epsilon_0$), la dirección del campo eléctrico no necesita ser perpendicular a la superficie, y tampoco es necesario que la magnitud del campo sea la misma en todos los puntos de la superficie. No es posible realizar la integral de flujo $\oint E_\perp\, dA$, por lo que no se puede calcular el campo eléctrico. La ley de Gauss es útil para obtener el campo eléctrico sólo cuando la distribución de la carga es *muy* simétrica.

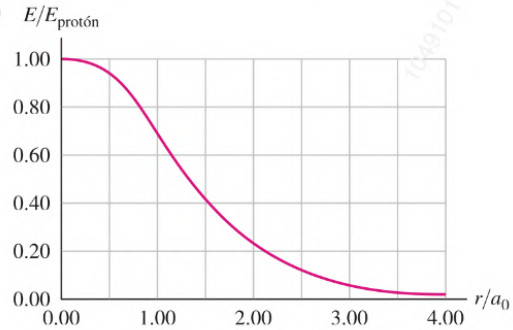
**22.5 No** Antes de conectar el alambre con la esfera, la presencia de la carga puntual induciría una carga $-q$ en la superficie interior de la esfera hueca y una carga $q$ en la superficie exterior (la carga neta en la esfera es igual a cero). Habrá un campo eléctrico fuera de la esfera que se debe a la carga en la superficie exterior. Sin embargo, una vez que el alambre conductor toque la esfera, los electrones fluirán de la tierra a la superficie exterior de la esfera para neutralizar la carga ahí presente (vea la figura 21.7*c*). Como resultado, la esfera no tendrá carga en su superficie externa, ni tampoco campo eléctrico en el exterior.

## Problema práctico

***a)*** $Q(r) = Qe^{-2r/a_0}[2(r/a_0)^2 + 2(r/a_0) + 1]$

***b)*** $E = \dfrac{kQe^{-2r/a_0}}{r^2}[2(r/a_0)^2 + 2(r/a_0) + 1]$

***c)***



**?** En cierto tipo de soldadura, fluye carga eléctrica entre la herramienta que suelda y las piezas metálicas por unir, lo cual produce un arco muy brillante, y su alta temperatura funde las piezas uniéndolas. ¿Por qué debe mantenerse la herramienta cerca de las piezas que se sueldan? **i.** para maximizar la diferencia de potencial entre la herramienta y las piezas; **ii.** para minimizar esta diferencia de potencial; **iii.** para maximizar el campo eléctrico entre la herramienta y las piezas; **iv.** para minimizar este campo eléctrico; **v.** más de una de estas opciones.

# 23 POTENCIAL ELÉCTRICO

## OBETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**23.1** Aca lcular la energía potencial eléctrica de un conjunto de cargas.

**23.2** Els ignificado y la importancia del potencial eléctrico.

**23.3** A determinar el potencial eléctrico que un conjunto de cargas produce en un punto en el espacio.

**23.4** Cómo utilizar las superficies equipotenciales para visualizar la forma en que varía el potencial eléctrico en el espacio.

**23.5** Ae mplear el potencial eléctrico para calcular el campo eléctrico.

***Repase lo estudiado en la sección ...***

**7.1–7.4** Fuerzas conservativas y energía potencial.

**21.1–21.6** Fuerza eléctrica y campos eléctricos.

**22.4, 22.5** Aplicaciones de la ley de Gauss.

Este capítulo trata de la energía asociada con las interacciones eléctricas. Cada vez que se enciende una luz, se habla por un teléfono móvil, o se tuesta algo en un tostador, se utiliza energía eléctrica, un elemento indispensable en nuestra sociedad tecnológica. En los capítulos 6 y 7 se presentaron los conceptos de *trabajo* y *energía* en el contexto de la mecánica; ahora se combinarán estos conceptos con lo que hemos aprendido sobre cargas eléctricas, fuerzas eléctricas y campos eléctricos. Como vimos en muchos problemas de mecánica, las ideas sobre la energía hacen más fácil la solución de diversos problemas; de manera análoga ocurre con la electricidad.

Cuando una partícula con carga se mueve en un campo eléctrico, este último ejerce una fuerza que efectúa un *trabajo* sobre la partícula. Dicho trabajo siempre se puede expresar en términos de la energía potencial eléctrica. Así como la energía potencial gravitacional depende de la altura de una masa sobre la superficie terrestre, la energía potencial eléctrica depende de la posición que ocupa la partícula con carga en el campo eléctrico. Describiremos la energía potencial eléctrica utilizando un concepto nuevo, llamado *potencial eléctrico* o simplemente *potencial*. En el estudio de los circuitos, es frecuente llamar *voltaje* a una diferencia de potencial entre un punto y otro. Los conceptos de potencial y voltaje son fundamentales para entender la manera en que funcionan los circuitos eléctricos, y tienen aplicaciones importantes en los haces de electrones que se utilizan en la radioterapia contra el cáncer, los aceleradores de partículas de alta energía y muchos otros dispositivos.

## 23.1 ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Se ha comprobado que los conceptos de trabajo, energía potencial y conservación de la energía son muy útiles en el estudio de la mecánica. En esta sección se verá que estos conceptos son igual de útiles para comprender y analizar las interacciones eléctricas.

Comencemos por revisar tres aspectos esenciales de los capítulos 6 y 7. En primer lugar, cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que se mueve de un punto $a$ a un punto $b$, el trabajo $W_{a\to b}$ efectuado por la fuerza está dado por la siguiente *integral de línea:*

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_a^b F\cos\phi\, dl \quad \text{(trabajo realizado por una fuerza)} \qquad (23.1)$$

donde $d\vec{l}$ es un desplazamiento infinitesimal a lo largo de la trayectoria de la partícula, y $\phi$ es el ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{l}$ en cada punto de la trayectoria.

# CAPÍTULO 23 RESUMEN

SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

**Energíap otenciale léctrica:** La fuerza eléctrica generada por cualquier conjunto de cargas en reposo es una fuerza conservativa. El trabajo $W$ realizado por una fuerza eléctrica sobre una partícula con carga que se mueve en un campo eléctrico se representa por el cambio en la función $U$ de energía potencial.

La energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales $q$ y $q_0$ depende de su separación $r$. La energía potencial eléctrica de una carga $q_0$ en presencia de un conjunto de cargas $q_1$, $q_2$, $q_3$ depende de la distancia de $q_0$ a cada una de las demás cargas (vea los ejemplos 23.1 y 23.2).

$$W_{a\to b} = U_a - U_b \qquad (23.2)$$

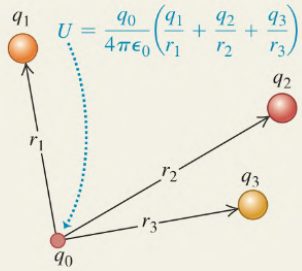
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r} \qquad (23.9)$$

(dos cargas puntuales)

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right)$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (23.10)$$

($q_0$ en presencia de otras cargas puntuales)




**Potenciale léctrico:** El potencial, que se denota como $V$, es la energía potencial por unidad de carga. La diferencia de potencial entre dos puntos es igual a la cantidad de trabajo que se requeriría para trasladar una unidad de carga positiva de prueba entre esos puntos. El potencial $V$ debido a una cantidad de carga se calcula mediante una suma (si la carga es un conjunto de cargas puntuales) o mediante integración (si la carga es una distribución). (Vea los ejemplos 23.3, 23.4, 23.5, 23.7, 23.11 y 23.12).

La diferencia de potencial entre dos puntos $a$ y $b$, también llamada potencial de $a$ con respecto a $b$, está dada por la integral de línea de. El potencial en un punto dado se obtiene determinando primero $\vec{E}$ y después resolviendo la integral (vea los ejemplos 23.6, 23.8, 23.9 y 23.10).

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (23.14)$$

(debido a una carga puntual)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (23.15)$$

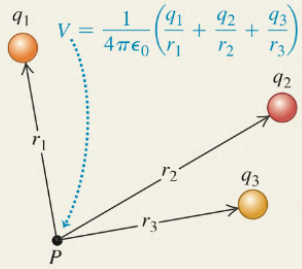
(debido a un conjunto de cargas puntuales)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r} \qquad (23.16)$$

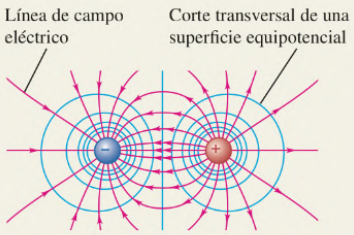
(debido a una distribución de carga)

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_a^b E\cos\phi\, dl \qquad (23.17)$$




**Superficiese quipotenciales:** Unas uperficie equipotencial es aquella en la cual el potencial tiene el mismo valor en cada punto. En el punto donde una línea de campo cruza una superficie equipotencial, ambas son perpendiculares. Cuando todas las cargas están en reposo, la superficie de un conductor siempre es una superficie equipotencial y todos los puntos en el interior del conductor están al mismo potencial. Cuando una cavidad dentro de un conductor no contiene carga, toda la cavidad es una región equipotencial y no hay carga superficial en ninguna parte de la superficie de la cavidad.




**Cálculo del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico:** Si se conoce el potencial $V$ en función de las coordenadas $x$, $y$ y $z$, las componentes del campo eléctrico $\vec{E}$ en cualquier punto están dadas por las derivadas parciales de $V$ (vea los ejemplos 23.13 y 23.14).

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (23.19)$$

$$\vec{E} = -\left(\hat{\imath}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right) \qquad (23.20)$$

(forma vectorial)

## PROBLEMA PRÁCTICO UNA CARGA PUNTUAL Y UNA LÍNEA DE CARGA

SOLUCIÓN

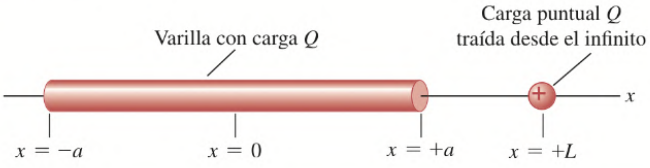
Una carga eléctrica positiva $Q$ está distribuida de manera uniforme a lo largo de una varilla delgada de longitud $2a$. La varilla se encuentra a lo largo del eje $x$ entre $x = -a$ y $x = +a$ (**figura 23.27**). Calcule la cantidad de trabajo que se debe realizar para traer una carga puntual positiva $q$ del infinito al punto $x = +L$ sobre el eje $x$ donde $L > a$.

### GUÍA DE SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR y PLANTEAR**

1. En este problema se debe calcular primero el potencial $V$ en $x = +L$ debido a la varilla con carga. Luego se determina el cambio en la energía potencial necesaria para llevar la carga puntual $q$ desde el infinito (donde $V = 0$) hasta $x = +L$.

**23.27** ¿Cuánto trabajo se debe realizar para traer una carga puntual positiva $q$ del infinito?




2. Para calcular $V$ se divide la varilla en segmentos infinitesimales de longitud $dx'$. ¿Cuánta carga existe sobre uno de estos segmentos? Considere un segmento ubicado en $x = x'$, donde $-a \leq x' \leq a$. ¿Cuál es el potencial $dV$ en $x = +L$ debido a este segmento?
3. El potencial total en $x = +L$ es la integral de $dV$, que incluye las contribuciones de todos los segmentos para $x'$ desde $-a$ hasta $+a$. Defina esta integral.

**EJECUTAR**

4. Integre la expresión del paso 3 para determinar el potencial $V$ en $x = +L$. Una sustitución normal sencilla hará la tarea; use una tabla de integrales sólo como último recurso.
5. Utilice el resultado del paso 4 para obtener la energía potencial para una carga puntual $q$ colocada en $x = +L$.
6. Use el resultado del paso 5 con la finalidad de obtener el trabajo que se debe realizar para llevar la carga puntual del infinito a $x = +L$.

**EVALUAR**

7. ¿Cómo cambia el resultado del paso 5 en el límite cuando $a \rightarrow 0$? ¿Esto es razonable?
8. Suponga que la carga puntual $q$ fuera negativa en vez de positiva. ¿Cómo afectaría esto al resultado del paso 4? ¿Ya lde lpa so5?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P23.1** Un estudiante dijo: "Como el potencial eléctrico siempre es proporcional a la energía potencial, ¿por qué molestarse con el concepto de potencial?". ¿Qué respondería usted?

**P23.2** El potencial (en relación con un punto en el infinito) a media distancia entre dos cargas de igual magnitud y signo opuesto es igual a cero. ¿Es posible traer una carga de prueba del infinito a ese punto medio en forma tal que no se efectúe trabajo en ninguna parte del desplazamiento? Si es así, describa cómo se puede lograr. Si no es posible, explique por qué.

**P23.3** ¿Es posible tener una configuración de dos cargas puntuales separadas por una distancia finita, de manera que la energía potencial eléctrica del arreglo sea la misma que la de las dos cargas separadas por una distancia infinita? ¿Por qué? ¿Qué pasaría si hubiera tres cargas? Explique su razonamiento.

**P23.4** Como el potencial puede tener cualquier valor que se desee dependiendo de la elección del nivel de referencia de potencial cero, ¿cómo "sabe" un voltímetro qué lectura hacer cuando se conecta entre dos puntos?

**P23.5** Si $\vec{E}$ es igual a cero en cualquier lugar a lo largo de cierta trayectoria que vaya del punto $A$ al $B$, ¿cuál es la diferencia de potencial entre ambos puntos? ¿Significa esto que $\vec{E}$ es igual a cero en todos los puntos a lo largo de *cualquier* trayectoria de $A$ a $B$? Explique su respuesta.

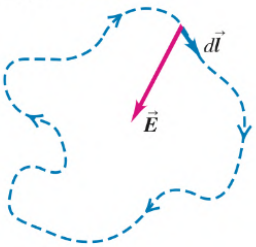
**P23.6** Si $\vec{E}$ es igual a cero a través de cierta región del espacio, ¿el potencial también es necesariamente igual a cero en esa región? ¿Por qué? Si no es así, ¿qué *puede* decirse acerca del potencial?

**P23.7** ¿En qué dirección apuntan las líneas de un campo eléctrico, del potencial más alto al potencial más bajo o del más bajo al más alto? Explique su razonamiento.

**P23.8** *a*) Si el potencial (en relación con el infinito) es cero en un punto, el campo eléctrico en ese punto es necesariamente cero? *b*) Si el campo eléctrico es cero en un punto, ¿el potencial (en relación con el infinito) es necesariamente cero ahí? Apoye sus respuestas con ejemplos sencillos.

**P23.9** Si se resuelve la integral del campo eléctrico $\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ para una trayectoria *cerrada* como la que se ilustra en la **figura P23.9**, la integral *siempre* será igual a cero, independientemente de la forma de la trayectoria y de dónde se localicen las cargas en relación con ésta. Explique por qué es así.

Figura **P23.9**




**P23.10** La diferencia de potencial entre dos terminales de una batería AA (de las que se usan en las linternas y los radios portátiles) es de 1.5 V. Si se colocan dos baterías AA extremo con extremo, con la terminal positiva de una batería en contacto con la terminal negativa de la otra, ¿cuál es la diferencia de potencial entre las terminales en los extremos expuestos de la combinación? ¿Qué pasa si las dos terminales positivas se tocan entre sí? Explique su razonamiento.

**P23.11** Es fácil producir una diferencia de potencial de varios miles de volts entre el cuerpo de una persona y el piso, frotando los zapatos sobre una alfombra de nailon. Cuando usted toca una perilla metálica, recibe una descarga moderada. Sin embargo, es probable que el contacto con una línea eléctrica de voltaje comparable sea mortal. ¿A qué se debe la diferencia?

**P23.12** Si se conoce el potencial eléctrico en un solo punto, ¿se puede determinar $\vec{E}$ en ese punto? Si es así, ¿cómo? Si no es posible, ¿por qué?

**P23.13** Como las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares, dos superficies equipotenciales nunca se cruzan; si lo hicieran, la dirección de $\vec{E}$ sería ambigua en los puntos de intersección. Pero dos superficies equipotenciales parecen cruzarse en el centro de la figura 23.23*c*. Explique por qué no hay ambigüedad acerca de la dirección de $\vec{E}$ en este caso específico.

**P23.14** Un campo eléctrico uniforme está dirigido hacia el este. El punto *B* está a 2.00 m al oeste del punto *A*, el punto *C* está a 2.00 m al este del punto *A*, y el punto *D* se localiza a 2.00 m al sur de *A*. En cada punto, *B*, *C* y *D*, ¿el potencial es mayor, menor o igual al del punto *A*? Exponga el razonamiento que sustenta sus respuestas.

**P23.15** Es frecuente que se diga que si un punto *A* tiene un potencial más elevado que un punto *B*, entonces *A* tiene un potencial positivo y *B* un potencial negativo. ¿Se concluye por fuerza que un punto con potencial positivo está cargado positivamente, o que un punto con potencial negativo está cargado negativamente? Ilustre sus respuestas con ejemplos claros y sencillos.

**P23.16** Una esfera conductora va a cargarse trayendo hacia ella poco a poco una carga positiva hasta que la carga total sea *Q*. Se afirma que el trabajo total que se requiere para tal efecto es proporcional a $Q^2$. ¿Esto es correcto? ¿Por qué?

**P23.17** En electrónica se acostumbra definir el potencial del suelo igual a cero (piense en la Tierra como en un conductor muy grande). ¿Esto es congruente con el hecho de que la Tierra tiene una carga eléctrica neta diferente de cero? (Consulte el ejercicio 21.28).

**P23.18** Se coloca una esfera conductora entre dos placas paralelas con carga como las que se ilustran en la figura 23.2. ¿El campo eléctrico dentro de la esfera depende precisamente de dónde se coloque la esfera entre las placas? ¿Qué pasa con el potencial eléctrico dentro de la esfera? ¿Las respuestas a estas preguntas dependen de si en la esfera hay o no una carga neta? Explique su razonamiento.

**P23.19** Un conductor con una carga neta Q tiene una cavidad hueca y vacía en su interior. ¿El potencial varía de un punto a otro dentro del material del conductor? ¿Qué sucede dentro de la cavidad? ¿Cómo se compara el potencial en el interior de la cavidad con el potencial dentro del material del conductor?

**P23.20** Una línea de cd de alto voltaje cae sobre un automóvil, por lo que toda la carrocería metálica del vehículo está a un potencial de 10,000 V con respecto al suelo. ¿Qué sucede a los ocupantes: *a*) cuando están sentados en el interior del automóvil, y *b*) cuando salen de éste? Explique su razonamiento.

**P23.21** Cuando se acerca una tormenta eléctrica, los marineros en altamar en ocasiones observan un fenómeno llamado "fuego de San Elmo", que consiste en un resplandor azuloso en las puntas de los mástiles. ¿Qué es lo que lo causa? ¿Por qué ocurre en los extremos de los mástiles? ¿Por qué es más pronunciado el efecto cuando los mástiles se encuentran húmedos? (*Sugerencia:* Considere que el agua de mar es un buen conductor de la electricidad).

**P23.22** Una carga puntual positiva se coloca cerca de un plano conductor muy grande. Un profesor de física asevera que el campo creado por esta configuración es el mismo que el que se obtendría si se retirara el plano y se colocara una carga puntual negativa de igual magnitud en la posición equivalente a una imagen de espejo detrás de la posición inicial del plano. ¿Es correcto esto? ¿Por qué? (*Sugerencia:* Estudie la figura 23.23*b*).

## EJERCICIOS

### Sección 23.1 Energía potencial eléctrica

**23.1** •• Una carga puntual $q_1 = +2.40\ \mu C$ se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual $q_2 = -4.30\ \mu C$ se mueve del punto $x = 0.150$ m, $y = 0$ al punto $x = 0.250$ m, $y = 0.250$ m. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre $q_2$?

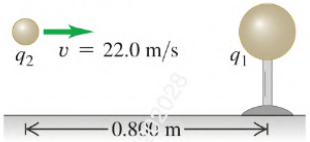
**23.2** • Una carga puntual $q_1$ se mantiene estacionaria en el origen. Se coloca una segunda carga $q_2$ en el punto *a*, y la energía potencial eléctrica del par de cargas es $+5.4 \times 10^{-8}$ J. Cuando la segunda carga se mueve al punto *b*, la fuerza eléctrica sobre la carga realiza $-1.9 \times 10^{-8}$ J de trabajo. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica del par de cargas cuando la segunda carga se encuentra en el punto *b*?

**23.3** •• **Energía del núcleo.** ¿Cuánto trabajo se necesita para ensamblar un núcleo atómico que contiene tres protones (como el del litio) si se modela como un triángulo equilátero de lado $2.00 \times 10^{-15}$ m con un protón en cada vértice? Suponga que los protones parten desde muy lejos.

**23.4** •• *a*) ¿Cuánto trabajo se requiere para empujar dos protones con mucha lentitud desde una separación de $2.00 \times 10^{-10}$ m (una distancia atómica común) hasta $3.00 \times 10^{-15}$ m (una distancia nuclear común)? *b*) Si los dos protones se liberan desde el reposo, cuando están separados la distancia del inciso *a*), ¿con qué rapidez se moverán cuando alcancen su separación original?

**23.5** •• Una esfera metálica pequeña tiene una carga neta $q_1 = -2.80\ \mu C$ y se mantiene en posición estacionaria por medio de soportes aislantes. Una segunda esfera metálica pequeña con carga neta $q_2 = -7.80\ \mu C$ y masa de 1.50 g es proyectada hacia $q_1$. Cuando las dos esferas están a una distancia de 0.800 m entre sí, $q_2$ se mueve hacia $q_1$ con una rapidez de 22.0 m/s (**figura E23.5**). Suponga que las dos esferas pueden considerarse como cargas puntuales y que se ignora la fuerza de gravedad. *a*) ¿Cuál es la rapidez de $q_2$ cuando las esferas están a 0.400 m una de la otra? *b*) ¿Qué tan cerca de $q_1$ llega $q_2$?

Figura **E23.5**




**23.6** •• BIO **Energía en el par de bases en el ADN.** (Vea el ejercicio 21.21). *a*) Calcule la energía potencial eléctrica del enlace adenina-timina, usando las mismas combinaciones de moléculas (O—H—N y N—H—N) del ejercicio 21.21. *b*) Compare esta energía con la energía potencial del par protón-electrón en el átomo de hidrógeno.

**23.7** •• Iniciando con una separación de varios metros, dos protones son lanzados uno en dirección del otro con una rapidez de $2.00 \times 10^5$ m/s medida con respecto a la Tierra. Encuentre la fuerza eléctrica máxima que ejercerá cada protón sobre el otro.

**23.8** •• Se colocan tres cargas puntuales iguales de 1.20 $\mu$C en las esquinas de un triángulo equilátero cuyos lados miden 0.400 m de longitud. ¿Cuál es la energía potencial del sistema? (Considere la energía potencial de las tres cargas igual a cero cuando se encuentren separadas por una distancia infinita).

**23.9** •• Dos protones se liberan a partir del reposo cuando están separados 0.750 nm. *a*) ¿Cuál es la rapidez máxima que alcanzan? ¿En qué instante se presenta esta rapidez? *b*) ¿Cuál es la aceleración máxima que alcanzan? ¿En qué instante se presenta esta aceleración?

**23.10** •• Cuatro electrones se localizan en las esquinas de un cuadrado de 10.0 nm de lado, con una partícula alfa en su punto medio. ¿Cuánto trabajo se necesita hacer para mover la partícula alfa al punto medio de uno de los lados del cuadrado?

**23.11** •• Tres cargas puntuales que al principio están infinitamente alejadas entre sí, se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero con lados iguales a *d*. Dos de las cargas puntuales son idénticas y tienen una carga *q*. Si se requiere un trabajo neto igual a cero para situar las tres cargas en las esquinas del triángulo, ¿cuál debe ser el valor de la tercera carga?

## Sección 23.2 Potencial eléctrico

**23.12** • Se coloca un objeto con carga $q = -6.00 \times 10^{-9}$ C en una región de campo eléctrico uniforme y se libera a partir del reposo en el punto $A$. Después de que la carga se ha movido al punto $B$, 0.500 m a la derecha, tiene una energía cinética de $3.00 \times 10^{-7}$ J. *a*) Si el potencial eléctrico en el punto $A$ es +30.00 V, ¿cuál es el potencial eléctrico en el punto $B$? *b*) ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo eléctrico?

**23.13** • Una partícula pequeña tiene una carga de $-5.00\ \mu$C y masa de $2.00 \times 10^{-4}$ kg. Se desplaza desde el punto $A$, donde el potencial eléctrico es $V_A = +200$ V, hasta el punto $B$, donde el potencial eléctrico es $V_B = +800$ V. La fuerza eléctrica es la única que actúa sobre la partícula, la cual tiene una rapidez de 5.00 m/s en el punto $A$. ¿Cuál es su rapidez en el punto $B$? ¿Se mueve más rápido o más lento en $B$ que en $A$? Explique su respuesta.

**23.14** • Una partícula con una carga de +4.20 nC está en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ dirigido hacia la izquierda. Se libera desde el reposo y se mueve a la izquierda; después de que se ha desplazado 6.00 cm, su energía cinética es de $+2.20 \times 10^{-6}$ J. *a*) ¿Qué trabajo realizó la fuerza eléctrica? *b*) ¿Cuál es el potencial del punto de inicio con respecto al punto final? *c*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$?

**23.15** • Una carga de 28.0 nC se coloca en un campo eléctrico uniforme que está dirigido verticalmente hacia arriba y tiene una magnitud de $4.00 \times 10^4$ V/m. ¿Qué trabajo realiza la fuerza eléctrica cuando la carga se mueve *a*) 0.450 m a la derecha; *b*) 0.670 m hacia arriba; *c*) 2.60 m con un ángulo de 45.0° hacia abajo con respecto a la horizontal?

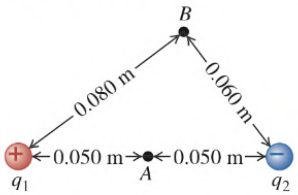
**23.16** • Dos cargas puntuales estacionarias de +3.00 nC y +2.00 nC están separadas por una distancia de 50.0 cm. Se libera un electrón desde el reposo en un punto a la mitad de camino entre las dos cargas y se mueve a lo largo de la línea que las conecta. ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando está a 10.0 cm de la carga de +3.00 nC?

**23.17** •• Las cargas puntuales $q_1 = +2.00\ \mu$C y $q_2 = -2.00\ \mu$C están colocadas en esquinas adyacentes de un cuadrado que tiene una longitud de 3.00 cm por lado. El punto $a$ se encuentra en el centro del cuadrado, y el punto $b$ en la esquina vacía más cercana a $q_2$. Tome el potencial eléctrico como cero a una distancia lejana de ambas cargas. *a*) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto $a$ debido a $q_1$ y $q_2$? *b*) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto $b$? *c*) Una carga puntual $q_3 = -5.00\ \mu$C se mueve del punto $a$ al punto $b$. ¿Cuánto trabajo se realiza sobre $q_3$ por las fuerzas eléctricas ejercidas por $q_1$ y $q_2$? ¿El trabajo es positivo o negativo?

**23.18** • Dos cargas puntuales de igual magnitud $Q$ se mantienen separadas una distancia $d$. Considere únicamente puntos sobre la línea que pasa a través de ambas cargas. *a*) Si las dos cargas tienen el mismo signo, encuentre la ubicación de todos los puntos (si los hay) donde **i.** el potencial (en relación con el infinito) es igual a cero (en estos puntos, ¿el campo eléctrico es cero?), y **ii.** el campo eléctrico es igual a cero (en estos puntos, ¿el potencial es cero?). *b*) Repita el inciso *a*) para dos cargas con signosopue stos.

**23.19** • Dos cargas puntuales $q_1 = +2.40$ nC y $q_2 = -6.50$ nC están separadas 0.100 m. El punto $A$ está a la mitad de la distancia entre ellas; el punto $B$ está a 0.080 m de $q_1$ y a 0.060 m de $q_2$ (**figura E23.19**). Considere el potencial eléctrico como cero en el infinito. Determine *a*) el potencial en el punto $A$; *b*) el potencial en el punto $B$; *c*) el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre una carga de 2.50 nC que viaja del punto $B$ al punto $A$.

Figura **E23.19**




**23.20** •• *a*) Un electrón se acelera de $3.00 \times 10^6$ m/s a $8.00 \times 10^6$ m/s. ¿A través de qué diferencia de potencial debe pasar el electrón para que esto suceda? *b*) ¿A través de qué diferencia de potencial debe pasar el electrón si tiene que disminuir su velocidad de $8.00 \times 10^6$ m/s hasta detenerse?

**23.21** •• Una carga positiva $q$ está fija en el punto $x = 0$, $y = 0$, y una carga negativa $-2q$ se encuentra fija en el punto $x = a$, $y = 0$. *a*) Señale las posiciones de las cargas en un diagrama. *b*) Deduzca una expresión para el potencial $V$ en puntos sobre el eje $x$ en función de la coordenada $x$. Considere $V$ igual a cero a una distancia infinita de las cargas. *c*) ¿En qué posiciones sobre el eje $x$, $V = 0$? *d*) Elabore la gráfica de $V$ en puntos sobre el eje $x$ en función de $x$ en el intervalo de $x = -2a$ a $x = +2a$. *e*) ¿Cuál es la respuesta para el inciso *b*) cuando $x \gg a$? Explique por qué se obtiene este resultado.

**23.22** • A cierta distancia de una carga puntual, el potencial y la magnitud del campo eléctrico debido a esa carga son 4.98 V y 16.2 V/m, respectivamente (considere el potencial como cero en el infinito). *a*) ¿Cuál es la distancia a la carga puntual? *b*) ¿Cuál es la magnitud de la carga? *c*) ¿El campo eléctrico está dirigido hacia la carga puntual o se aleja de ella?

**23.23** • Un campo eléctrico uniforme tiene una magnitud $E$ y está dirigido en la dirección negativa de $x$. La diferencia de potencial entre el punto $a$ (en $x = 0.60$ m) y el punto $b$ (en $x = 0.90$ m) es de 240 V. *a*) ¿Cuál punto, $a$ o $b$, tiene el potencial más alto? *b*) Calcule el valor de $E$. *c*) Una carga puntual negativa $q = -0.200\ \mu$C se desplaza de $b$ a $a$. Calcule el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre la carga puntual.

**23.24** • Para cada una de las siguientes configuraciones de dos cargas puntuales, encuentre todos los puntos a lo largo de la línea que pasa a través de ambas cargas, para los que el potencial eléctrico $V$ es igual a cero (considere que $V = 0$ a una distancia infinita de las cargas) y para los que el campo eléctrico $E$ es cero: *a*) cargas $+Q$ y $+2Q$ separadas por una distancia $d$, y *b*) cargas $-Q$ y $+2Q$ separadas por una distancia $d$. *c*) ¿$V$ y $E$ son iguales a cero en los mismos lugares?E xpliques ur espuesta.

## Sección 23.3 Cálculo del potencial eléctrico

**23.25** •• Un cascarón esférico delgado de radio $R_1 = 3.00$ cm es concéntrico con otro cascarón esférico delgado más grande de radio $R_2 = 5.00$ cm. Ambos cascarones están hechos con material aislante. El cascarón más pequeño tiene una carga $q_1 = +6.00$ nC distribuida de manera uniforme sobre su superficie, y el más grande tiene una carga $q_2 = -9.00$ nC distribuida de manera uniforme sobre su superficie. Considere el potencial eléctrico igual a cero a una distancia infinita de ambos cascarones. *a*) ¿Cuál es el potencial eléctrico debido a los dos cascarones a las siguientes distancias de su centro común **i.** $r = 0$; **ii.** $r = 4.00$ cm; **iii.** $r = 6.00$ cm? *b*) ¿Cuál es la magnitud de la diferencia de potencial entre las superficies de los dos cascarones? ¿Cuál cascarón tiene un potencial mayor: el interior o el exterior?

**23.26** • Una carga eléctrica total de 3.50 nC está distribuida de manera uniforme sobre la superficie de una esfera de metal con radio de 24.0 cm. Si el potencial es igual a cero en un punto en el infinito, encuentre el valor del potencial a las siguientes distancias desde el centro de la esfera: *a*) 48.0 cm; *b*) 24.0 cm; *c*) 12.0 cm.

**23.27** •• Un anillo delgado uniformemente cargado tiene un radio de 15.0 cm y una carga total de +24.0 nC. Se coloca un electrón sobre el eje del anillo a una distancia de 30.0 cm de su centro y queda restringido a permanecer sobre ese eje. Después se libera el electrón desde el reposo. *a*) Describa el movimiento posterior del electrón. *b*) Determine la rapidez del electrón cuando alcanza el centro del anillo.

**23.28** • Una esfera conductora sólida tiene una carga positiva neta y radio $R = 0.400$ m. En un punto a 1.20 m del centro de la esfera, el potencial eléctrico debido a su carga es de 24.0 V. Suponga que $V = 0$ en el infinito. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el centro de la esfera?

**23.29** • Una carga $Q = 5.00\ \mu C$ está distribuida de manera uniforme en el volumen de una esfera aislante que tiene un radio $R = 12.0$ cm. Una esfera pequeña con carga $q = +3.00\ \mu C$ y masa igual a $6.00 \times 10^{-5}$ kg se proyecta hacia el centro de la esfera grande desde una gran distancia inicial. La esfera grande se mantiene en una posición fija y la esfera pequeña puede considerarse como una carga puntual. ¿Qué rapidez mínima debe tener la esfera pequeña para acercarse a 8.00 cm de la superficie de la esfera grande?

**23.30** •• Una línea de carga infinitamente larga tiene una densidad de carga lineal de $5.00 \times 10^{-12}$ C/m. Un protón (masa de $1.67 \times 10^{-27}$ kg, carga de $+1.60 \times 10^{-19}$ C) se localiza a 18.0 cm de la línea y se mueve directamente hacia ella con una rapidez de $3.50 \times 10^3$ m/s. *a*) Calcule la energía cinética inicial del protón. *b*) ¿A qué distancia de la línea de carga llega el protón?

**23.31** • Un alambre muy largo tiene una densidad de carga lineal uniforme $\lambda$. Se utiliza un voltímetro para medir la diferencia de potencial y se encuentra que cuando un sensor del instrumento se coloca a 2.50 cm del alambre y el otro sensor se sitúa a 1.00 cm más lejos del alambre, el aparato lee 575 V. *a*) ¿Cuál es el valor de $\lambda$? *b*) Si ahora se coloca un sensor a 3.50 cm del alambre y el otro a 1.00 cm más lejos, ¿el voltímetro leerá 575 V? Si no es así, ¿la lectura estará por encima o por debajo de 575 V? ¿Por qué? *c*) Si se sitúan ambos sensores a 3.50 cm del alambre, pero a 17.0 cm entre sí, ¿cuál será la lectura del voltímetro?

**23.32** •• Un cilindro aislante muy largo y cargado tiene un radio de 2.50 cm y una densidad lineal uniforme de 15.0 nC/m. Si se coloca el sensor de un voltímetro en la superficie, ¿a qué distancia de la superficie debe situarse el otro sensor para que la lectura sea de 175 V?

**23.33** •• Un cascarón cilíndrico aislante muy largo con radio de 6.00 cm tiene una densidad de carga lineal de 8.50 $\mu$C/m distribuida de manera uniforme en su superficie exterior. ¿Cuál sería la lectura de un voltímetro si se conectara entre *a*) la superficie del cilindro y un punto a 4.00 cm por arriba de la superficie, y *b*) la superficie y un punto a 1.00 cm del eje central del cilindro?

**23.34** • Un anillo con diámetro de 8.00 cm está fijo en un lugar y tiene una carga de $+5.00\ \mu C$ distribuida de manera uniforme sobre su circunferencia. *a*) ¿Cuánto trabajo se requiere para desplazar una esfera diminuta con carga de $+3.00\ \mu C$ y masa de 1.50 g desde una distancia muy lejana hasta el centro del anillo? *b*) ¿Es necesario seguir una trayectoria a lo largo del eje del anillo? ¿Por qué? *c*) Si la esfera se desplaza ligeramente del centro del anillo, ¿qué haría y cuál sería la velocidad máxima que alcanzaría?

**23.35** •• Una esfera muy pequeña con carga positiva $q = +8.00\ \mu C$ se libera a partir del reposo en un punto a 1.50 cm de una línea muy larga con una densidad de carga lineal uniforme $\lambda = +3.00\ \mu C/m$. ¿Cuál es la energía cinética de la esfera cuando se encuentra a 4.50 cm de la línea de carga si la única fuerza sobre ella es la ejercida por la línea de carga?

**23.36** • PA Dos placas conductoras paralelas y grandes, que tienen cargas opuestas de igual magnitud, están separadas por una distancia de 2.20 cm. *a*) Si la densidad de carga superficial de cada placa tiene una magnitud de 47.0 nC/m$^2$, ¿cuál es la magnitud de $\vec{E}$ en la región entre las placas? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las dos placas? *c*) Si la separación entre las placas se duplica mientras la densidad de carga superficial se mantiene constante en el valor que se obtuvo en el inciso *a*), ¿qué sucede con la magnitud del campo eléctrico y con la diferencia de potencial?

**23.37** • Dos placas metálicas, grandes y paralelas tienen cargas opuestas de igual magnitud. Están separadas por una distancia de 45.0 mm, y la diferencia de potencial entre ellas es de 360 V. *a*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico (el cual se supone uniforme) en la región entre las placas? *b*) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que ejerce este campo sobre una partícula con carga de +2.40 nC? *c*) Utilice los resultados del inciso *b*) para calcular el trabajo realizado por el campo sobre la partícula conforme se desplaza de la placa de mayor potencial a la de menor potencial. *d*) Compare el resultado del inciso *c*) con el cambio de energía potencial de la misma carga, calculado a partir del potencial eléctrico.

**23.38** • BIO **Sensibilidad eléctrica de los tiburones.** Ciertos tiburones pueden detectar un campo eléctrico tan débil como 1.0 $\mu$V/m. Para entender qué tan débil es este campo, considere que se desea producirlo entre dos placas metálicas paralelas conectándolas a una batería normal AA de 1.5 V; ¿a qué distancia tendrían que estar las placas?

**23.39** • El campo eléctrico en la superficie de una esfera de cobre con carga, sólida y con radio de 0.200 m es de 3800 N/C, dirigido hacia el centro de la esfera. ¿Cuál es el potencial en el centro de la esfera si se considera un potencial igual a cero a una distancia infinitamente grande desde la esfera?

**23.40** •• *a*) ¿Cuánta carga excedente se debe colocar en una esfera de cobre de 25.0 cm de diámetro, de manera que el potencial de su centro, en relación con el infinito, sea de 3.75 kV? *b*) ¿Cuál es el potencial de la superficie de la esfera en relación con el infinito?

## Sección 23.4 Superficies equipotenciales y Sección 23.5 Gradiente de potencial

**23.41** •• CALC Una esfera metálica con radio $r_a$ está apoyada en un soporte aislante en el centro de un cascarón esférico, hueco, metálico y con radio $r_b$. En la esfera interior hay una carga $+q$ y en la exterior otra $-q$. *a*) Calcule el potencial $V(r)$ para **i.** $r < r_a$; **ii.** $r_a < r < r_b$; **iii.** $r > r_b$. (*Sugerencia:* El potencial neto es la suma de los potenciales debidos a las esferas individuales). Considere $V$ igual a cero cuando $r$ es infinito. *b*) Demuestre que el potencial de la esfera interior con respecto al de la esfera exterior es

$$V_{ab} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

*c*) Utilice la ecuación (23.23) y el resultado del inciso *a*) para mostrar que el campo eléctrico en cualquier punto entre las esferas tiene una magnitud de

$$E(r) = \frac{V_{ab}}{(1/r_a - 1/r_b)}\frac{1}{r^2}$$

*d*) Use la ecuación (23.23) y el resultado del inciso *a*) para determinar el campo eléctrico en un punto fuera de la esfera más grande a una distancia $r$ del centro, donde $r > r_b$. *e*) Suponga que la carga en la esfera exterior no es $-q$, sino una carga negativa de diferente magnitud, por ejemplo, $-Q$. Demuestre que las respuestas para los incisos *b*) y *c*) son las mismas que antes, pero la del inciso *d*) es distinta.

**23.42** • Una lámina muy grande de plástico tiene una densidad de carga uniforme de $-6.00$ nC/m$^2$ en una cara. *a*) Conforme usted se aleja de la lámina a lo largo de una línea perpendicular a ella, ¿el potencial aumenta o disminuye? ¿Cómo lo sabe, sin efectuar cálculos? ¿La respuesta depende del lugar que elija como punto de referencia para el potencial? *b*) Encuentre el espaciamiento entre superficies equipotenciales que difieren en 1.00 V una de otra. ¿Qué tipo de superficies son éstas?

**23.43** • CALC En cierta región del espacio, el potencial eléctrico está dado por $V(x, y, z) = Axy - Bx^2 + Cy$, donde $A$, $B$ y $C$ son constantes positivas. *a*) Calcule las componentes $x$, $y$ y $z$ del campo eléctrico. *b*) ¿En qué puntos el campo eléctrico es igual a cero?

**23.44** • CALC En cierta región del espacio, el potencial eléctrico está dado por $V = +Ax^2y - Bxy^2$, donde $A = 5.00$ V/m$^3$ y $B = 8.00$ V/m$^3$. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto de la región de coordenadas $x = 2.00$ m, $y = 0.400$ m y $z = 0$.

**23.45** • Una esfera metálica con radio $r_a = 1.20$ cm está sostenida por un soporte aislante en el centro de un cascarón esférico, hueco, metálico y con radio $r_b = 9.60$ cm. En la esfera interior se coloca una carga $+q$ y en la exterior otra $-q$. Se elige que la magnitud de $q$ sea tal que haga que la diferencia de potencial entre las esferas alcance los 500 V, con

la esfera interior a un mayor potencial. *a*) Use el resultado del ejercicio 23.41*b*) para calcular $q$. *b*) Con ayuda del resultado del ejercicio 23.41*a*), elabore un diagrama de las superficies equipotenciales que correspondan a 500, 400, 300, 200, 100 y 0 V. *c*) En el diagrama, muestre las líneas de campo eléctrico. ¿Las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales son perpendiculares entre sí? Cuando la magnitud de $\vec{E}$ es máxima, ¿las superficies equipotenciales están más cercanas?

## PROBLEMAS

**23.46** • PA Una carga puntual $q_1 = +5.00\ \mu C$ se encuentra fija en el espacio. Desde una distancia horizontal de 6.00 cm, una pequeña esfera con masa igual a $4.00 \times 10^{-3}$ kg y carga $q_2 = +2.00\ \mu C$ se dispara hacia la carga fija con una rapidez inicial de 40.0 m/s. Se ignora la gravedad. ¿Cuál es la aceleración de la esfera en el instante en que su rapidez es de 25.0 m/s?

**23.47** ••• Una carga puntual $q_1 = 4.00$ nC está situada en el origen, y una segunda carga puntual $q_2 = -3.00$ nC está en el eje $x$ en $x = +20.0$ cm. Una tercera carga puntual $q_3 = 2.00$ nC se coloca sobre el eje $x$ entre $q_1$ y $q_2$ (considere la energía potencial de las tres cargas igual a cero, cuando estén separadas por una distancia infinita). *a*) ¿Cuál es la energía potencial del sistema de tres cargas si $q_3$ se coloca en $x = +10.0$ cm? *b*) ¿Dónde debería situarse $q_3$ para que la energía potencial del sistema sea igual a cero?

**23.48** •• Una carga puntual positiva $q_1 = +5.00 \times 10^{-4}$ C se mantiene en una posición fija. Un objeto pequeño de masa $4.00 \times 10^{-3}$ kg y carga $q_2 = -3.00 \times 10^{-4}$ C se proyecta contra $q_1$. Se ignora la gravedad. Cuando $q_2$ está a 0.400 m de distancia, su velocidad es de 800 m/s. ¿Cuál es su rapidez cuando está a 0.200 m de $q_1$?

**23.49** •• Un núcleo de oro tiene un radio de $7.3 \times 10^{-15}$ m y una carga de $+79e$. ¿Con qué voltaje debe acelerarse una partícula alfa con carga de $+2e$, para que alcance justamente la energía suficiente para recorrer una distancia de $2.0 \times 10^{-14}$ m a partir de la superficie del núcleo? (Se supone que el núcleo de oro se encuentra estacionario y se considera como una cargapuntua l).

**23.50** ••• Una esfera pequeña con masa de $5.00 \times 10^{-7}$ kg y carga de $+7.00\ \mu C$ se libera del reposo a una distancia de 0.400 m arriba de una lámina aislante horizontal grande con una carga que tiene una densidad de carga superficial uniforme $\sigma = +8.00\ pC/m^2$. Usando conceptos de energía, calcule la rapidez de la esfera cuando se encuentra a 0.100 m arriba de la lámina cargada.

**23.51** •• **Determinación del tamaño del núcleo.** Cuando el radio 226 se desintegra, emite una partícula alfa (el núcleo del helio), y el producto final es el radón 222. Esta desintegración se puede modelar visualizando el radio 226 formado por una partícula alfa emitida desde la superficie del núcleo simétricamente esférico del radón 222, y tratando a la partícula alfa como una carga puntual. La energía de la partícula alfa se ha medido en el laboratorio y el valor obtenido es de 4.79 MeV cuando la partícula alfa se encuentra infinitamente lejos del núcleo. Como el radón es mucho más pesado que la partícula alfa, podemos suponer que el núcleo de radón no se mueve significativamente con la desintegración. El núcleo del radón contiene 86 protones, mientras que la partícula alfa tiene dos protones, y el núcleo del radio tiene 88 protones. *a*) ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de la combinación alfa-radón justo antes de la desintegración, en MeV y en joules? *b*) Use el resultado del inciso *a*) para calcular el radio del núcleo del radón.

**23.52** •• PA Un protón y una partícula alfa se liberan a partir del reposo cuando están separados una distancia de 0.225 nm. La partícula alfa (un núcleo de helio) tiene prácticamente cuatro veces la masa y dos veces la carga de un protón. Calcule la *rapidez* y *aceleración* máximas de cada una de estas partículas. ¿Cuándo ocurren estos máximos: en seguida de la liberación de las partículas o después de un tiempo muy largo?

**23.53** • Una partícula con carga de +7.60 nC está en un campo eléctrico uniforme dirigido a la izquierda. Otra fuerza, además de la eléctrica, actúa sobre la partícula, de manera que cuando parte del reposo se desplaza hacia la derecha. Después de haberse movido 8.00 cm, la fuerza adicional ha efectuado un trabajo de $6.50 \times 10^{-5}$ J y la partícula tiene una energía cinética de $4.35 \times 10^{-5}$ J. *a*) ¿Qué trabajo realizó la fuerza eléctrica? *b*) ¿Cuál es el potencial del punto de inicio con respecto al del punto final? *c*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico?

**23.54** •• Se colocan cargas idénticas $q = +5.00\ \mu C$ en esquinas opuestas de un cuadrado que tiene lados de 8.00 cm de longitud. El punto $A$ está en una de las esquinas vacías, y el punto $B$ está en el centro del cuadrado. Se coloca una carga $q_0 = -3.00\ \mu C$ en el punto $A$ y se mueve a lo largo de la diagonal del cuadrado al punto $B$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica neta sobre $q_0$ cuando está en el punto $A$? Grafique la ubicación de las cargas y la dirección de la fuerza neta. *b*) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica neta sobre $q_0$ cuando está en el punto $B$? *c*) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre $q_0$ durante el movimiento de $A$ a $B$? ¿Este trabajo es positivo o negativo? Cuando la carga $q_0$ viaja de $A$ a $B$ se mueve a un potencial más alto o más bajo?

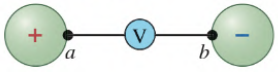
**23.55** •• CALC Un diodo de bulbo de vacío consiste en electrodos cilíndricos concéntricos, el cátodo negativo y el ánodo positivo. A causa de la acumulación de carga cerca del cátodo, el potencial eléctrico entre los electrodos está dado por

$$V(x) = Cx^{4/3}$$

donde $x$ es la distancia desde el cátodo, y $C$ es una constante característica de un diodo específico y de las condiciones de operación. Suponga que la distancia entre el cátodo y el ánodo es de 13.0 mm y que la diferencia de potencial entre los electrodos es de 240 V. *a*) Determine el valor de $C$. *b*) Obtenga una fórmula para el campo eléctrico entre los electrodos en función de $x$. *c*) Determine la fuerza sobre un electrón cuando éste se encuentra en el punto medio entre los electrodos.

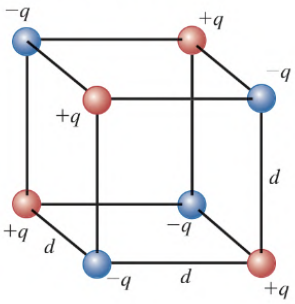
**23.56** •• Dos esferas aislantes idénticas con cargas opuestas, cada una de 50.0 cm de diámetro y con carga uniforme de magnitud 250 $\mu$C, están colocadas con sus centros separados por una distancia de 1.00 m (**figura P23.56**). *a*) Si se conecta un voltímetro entre los puntos más cercanos ($a$ y $b$) de sus superficies, ¿cuál será la lectura? *b*) ¿Cuál punto, $a$ o $b$, está en el potencial más elevado? ¿Cómo se puede saber esto sin efectuar cálculos?

Figura **P23.56**




**23.57** •• **Cristal iónico.** La **figura P23.57** muestra ocho cargas puntuales situadas en las esquinas de un cubo con lados de longitud $d$. Los valores de las cargas son $+q$ y $-q$, como se indica. Se trata de un modelo de la celda de un cristal cúbico iónico. Por ejemplo, en el cloruro de sodio (NaCl) los iones positivos son $Na^+$ y los negativos son $Cl^-$. *a*) Calcule la energía potencial $U$ de esta configuración (considere la energía potencial de las ocho cargas igual a cero cuando están separadas por una distancia infinita). *b*) En el inciso *a*), se debió haber calculado que $U < 0$. Explique la relación entre este resultado y la observación de que tales cristales iónicos existen en la naturaleza.

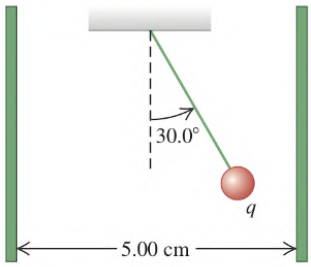
Figura **P23.57**



**23.58** • *a*) Calcule la energía potencial de un sistema de dos esferas pequeñas, una con carga de 2.00 $\mu$C y la otra con carga de $-3.50$ $\mu$C, con sus centros separados por una distancia de 0.180 m. Suponga una energía potencial igual a cero cuando las cargas están separadas por una distancia infinita. *b*) Suponga que una de las esferas permanece en su lugar y la otra, con masa de 1.50 g, se aleja de ella. ¿Qué rapidez inicial mínima sería necesario que tuviera la esfera en movimiento para escapar por completo de la atracción de la esfera fija? (Para escapar, la esfera en movimiento debería tener una velocidad igual a cero, cuando se encuentre a una distancia infinita de la esfera fija).

**23.59** •• PA Una esfera pequeña con masa de 1.50 g cuelga de una cuerda entre dos placas verticales paralelas separadas por una distancia de 5.00 cm (**figura P23.59**). Las placas son aislantes y tienen densidades superficiales de carga uniformes de $+\sigma$ y $-\sigma$. La carga sobre la esfera es $q = 8.90 \times 10^{-6}$ C. ¿Qué diferencia de potencial entre las placas ocasionará que la cuerda forme un ángulo de 30.0° con respecto a la vertical?

Figura **P23.59**




**23.60** •• Dos cascarones esféricos tienen un centro común. El cascarón interior tiene un radio $R_1 = 5.00$ cm y carga $q_1 = +3.00 \times 10^{-6}$ C; el cascarón exterior tiene un radio $R_2 = 15.00$ cm y carga $q_2 = -5.00 \times 10^{-6}$ C. Ambas cargas están distribuidas uniformemente sobre la superficie del cascarón. ¿Cuál es el potencial eléctrico debido a los dos cascarones en las siguientes distancias desde el centro común: *a*) $r = 2.50$ cm: *b*) $r = 10.0$ cm: *c*) $r = 20.0$ cm. En una distancia grande $V$ es igual a cero.

**23.61** • CALC **Cilindros coaxiales.** Un cilindro metálico largo con radio $a$ está apoyado en un soporte aislante sobre el eje de un tubo metálico largo y hueco de radio $b$. La carga positiva por unidad de longitud del cilindro interior es igual a $\lambda$, y en el cilindro exterior hay una carga negativa igual por unidad de longitud. *a*) Calcule el potencial $V(r)$ para **i.** $r < a$; **ii.** $a < r < b$; **iii.** $r > b$. (*Sugerencia:* El potencial neto es la suma de los potenciales debidos a los conductores individuales). Considere $V = 0$ en $r = b$. *b*) Demuestre que el potencial del cilindro interior con respecto al del exterior es

$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

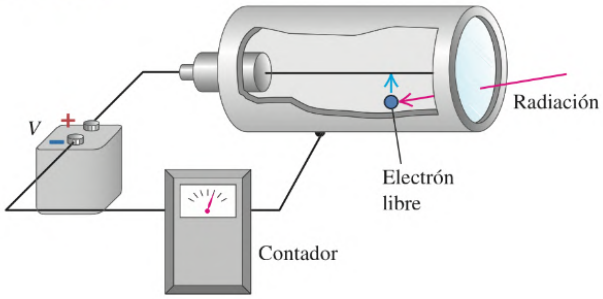
*c*) Use la ecuación (23.23) y el resultado del inciso *a*) para demostrar que el campo eléctrico en cualquier punto entre los cilindros tiene una magnitud igual a

$$E(r) = \frac{V_{ab}}{\ln(b/a)} \frac{1}{r}$$

*d*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los dos cilindros si el cilindro exterior no tiene carga neta?

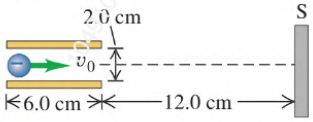
**23.62** •• Un *contador Geiger* detecta radiaciones como las partículas alfa utilizando el hecho de que la radiación ioniza el aire a lo largo de su trayectoria. Un alambre delgado está colocado en el eje de un cilindro de metal hueco y aislado de éste (**figura P23.62**). Entre el alambre y el cilindro exterior se establece una diferencia de potencial grande, con el alambre con el potencial más elevado; esto produce un campo eléctrico intenso dirigido radialmente hacia afuera. Cuando una radiación ionizante entra al dispositivo, se ionizan algunas moléculas de aire. Los electrones libres producidos son acelerados por el campo eléctrico hacia el alambre y, en el camino, ionizan mucho más moléculas de aire. Entonces se produce un pulso de corriente que puede detectarse mediante circuitos electrónicos adecuados y convertirse en un "clic" audible. Suponga que el radio del alambre central es de 145 $\mu$m y que el radio del cilindro hueco es de 1.80 cm. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el alambre y el cilindro que produce un campo eléctrico de $2.00 \times 10^4$ V/m a una distancia de 1.20 cm del eje del alambre? (El alambre y el cilindro son muy largos en comparación con sus radios, por lo que se aplican los resultados del problema 23.61).

Figura **P23.62**




**23.63** • PA **Desviación en un TRC.** Es frecuente que los osciloscopios y monitores de computadora tengan tubos de rayos catódicos (TRC). En la **figura P23.63** se proyecta un electrón con rapidez inicial de $6.50 \times 10^6$ m/s a lo largo de la mitad del eje de las placas deflectoras de un tubo de rayos catódicos. La diferencia de potencial entre ambas placas es de 22.0 V y la placa inferior es la de potencial más alto. *a*) ¿Cuál es la fuerza (magnitud y dirección) sobre el electrón cuando está entre las placas? *b*) ¿Cuál es la aceleración del electrón (magnitud y dirección) cuando actúa sobre él la fuerza del inciso *a*)? *c*) ¿Qué distancia por debajo del eje se ha movido el electrón cuando alcanza el extremo de las placas? *d*) ¿Con qué ángulo con respecto al eje se mueve cuando abandona las placas? *e*) ¿A qué distancia por debajo del eje golpeará la pantalla fluorescente S?

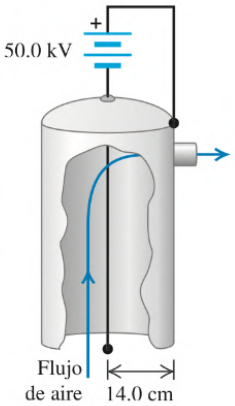
Figura **P23.63**




**23.64** •• PA **Placas deflectoras de un osciloscopio.** Las placas deflectoras verticales de un osciloscopio estudiantil común son un par de cuadrados metálicos paralelos con cargas iguales pero de signo contrario. Las dimensiones típicas son de unos 3.0 cm por lado, con una separación de 5.0 mm aproximadamente. La diferencia de potencial entre las placas es de 25.0 V. Las placas están lo suficientemente cerca para ignorar los efectos de borde. En estas condiciones: *a*) ¿cuánta carga hay en cada placa, y *b*) cuál es la intensidad del campo eléctrico entre las placas? *c*) Si un electrón es lanzado del reposo desde la placa negativa, ¿qué tan rápido se mueve cuando alcanza la placa positiva?

**23.65** •• Los *precipitadores electrostáticos* usan fuerzas eléctricas para eliminar partículas contaminantes de humo, sobre todo en las chimeneas de las plantas generadoras de energía a base de carbón. Un modelo de precipitador consiste en un cilindro metálico vertical hueco, con un alambre delgado aislado del cilindro, que recorre su eje (**figura P23.65**). Entre el alambre y el cilindro exterior se establece una diferencia de potencial elevada; el alambre tiene el menor potencial, lo cual genera un campo eléctrico radial intenso dirigido hacia adentro. El campo crea una región de aire ionizado cerca del alambre. El humo entra al precipitador por la base, la

Figura **P23.65**



ceniza y polvo capturan electrones, y los contaminantes cargados son acelerados por el campo eléctrico hacia la pared del cilindro exterior. Suponga que el radio del alambre central es 90.0 $\mu$m, el radio del cilindro es de 14.0 cm, y se establece una diferencia de potencial de 50.0 kV entre el alambre y el cilindro. También suponga que el alambre y el cilindro son muy largos en comparación con el radio del cilindro, por lo que se aplican los resultados del problema 23.61. *a*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el punto medio entre el alambre y la pared del cilindro? *b*) ¿Qué magnitud de carga debe tener una partícula de ceniza de 30.0 $\mu$g si el campo eléctrico calculado en el inciso *a*) debe ejercer una fuerza equivalente a 10 veces el peso de la partícula?

**23.66** •• CALC Un disco de radio $R$ tiene una densidad de carga superficial uniforme $\sigma$. *a*) Si el disco se considera como una serie de anillos concéntricos delgados, calcule el potencial eléctrico $V$ en un punto sobre el eje del disco a una distancia $x$ del centro del disco. Suponga que el potencial es igual a cero en el infinito. (*Sugerencia:* Use el resultado del ejemplo 23.11 en la sección 23.3). *b*) Calcule $-\partial V/\partial x$. Demuestre que el resultado concuerda con la expresión para Ex calculada en el ejemplo 21.11 (sección 21.5).

**23.67** ••• CALC **Autoenergía de una esfera de carga.** Una esfera sólida de radio $R$ contiene una carga total $Q$ distribuida de manera uniforme en todo su volumen. Calcule la energía necesaria para ensamblar esta carga trayendo cargas infinitesimales desde muy lejos. Esta energía se llama "autoenergía" de la distribución de carga. (*Sugerencia:* Después de ensamblar una carga $q$ en una esfera de radio $r$, ¿cuánta energía se necesitaría agregar a un cascarón esférico con espesor $dr$ y carga $dq$? Después, integre para obtener la energía total).

**23.68** • CALC Una varilla aislante delgada se dobla para formar un arco semicircular de radio $a$, y una carga eléctrica total $Q$ está distribuida de manera uniforme a lo largo de la varilla. Calcule el potencial en el centro de curvatura del arco, si se supone que el potencial es igual a cero en el infinito.

**23.69** •• Una carga $Q = +4.00\ \mu$C está distribuida de manera uniforme en el volumen de una esfera aislante que tiene un radio $R =$ 5.00 cm. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el centro de la esfera y su superficie?

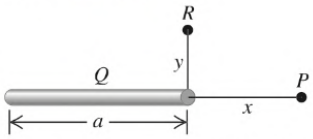
**23.70** • Un cascarón esférico aislante con radio interior de 25.0 cm y radio exterior de 60.0 cm tiene una carga de +150.0 $\mu$C distribuida con uniformidad sobre su superficie externa. El punto $a$ está en el centro del cascarón, el punto $b$ se encuentra en la superficie interna, y el punto $c$ se localiza en la superficie exterior. *a*) ¿Cuál será la lectura de un voltímetro si se conecta entre los siguientes puntos: **i.** $a$ y $b$; **ii.** $b$ y $c$; **iii.** $c$ y el infinito; **iv.** $a$ y $c$? *b*) ¿Cuál tiene mayor potencial: **i.** $a$ o $b$; **ii.** $b$ o $c$; **iii.** $a$ o $c$; *c*) ¿cuál de las respuestas cambiaría de signo, si es el caso, considerando que la carga es de $-150\ \mu$C?

**23.71** •• PA Dos esferas de plástico, cada una con carga distribuida de manera uniforme en su interior, entran en contacto inicialmente y luego se liberan. Una esfera mide 60.0 cm de diámetro, tiene masa de 50.0 g y contiene $-10.0\ \mu$C de carga. La otra esfera tiene un diámetro de 40.0 cm, masa de 150.0 g y contiene $-30.0\ \mu$C de carga. Determine la aceleración y la rapidez máximas que alcanza cada esfera (en relación con el punto fijo de su localización inicial en el espacio), suponiendo que no hay más fuerzas que actúen sobre ellas. (*Sugerencia:* Considere que las cargas distribuidas de manera uniforme se comportan como si estuvieran concentradas en los centros de las dos esferas).

**23.72** • *a*) Si una gota de lluvia esférica de radio 0.650 mm tiene una carga de $-3.60$ pC distribuida de manera uniforme en su volumen, ¿cuál es el potencial en su superficie? (Considere el potencial igual a cero a una distancia infinita de la gota). *b*) Dos gotas idénticas, cada una con el radio y la carga especificados en el inciso *a*), chocan y forman una gota más grande. ¿Cuál es el radio de esta gota más grande, y cuál es el potencial en su superficie, si su carga está distribuida de manera uniforme en su volumen?

**23.73** • CALC Una carga eléctrica se encuentra distribuida de manera uniforme a lo largo de una varilla delgada de longitud $a$, con carga total $Q$. Considere el potencial igual a cero en el infinito. Determine el potencial en los siguientes puntos (**figura P23.73**): *a*) punto $P$, a una distancia $x$ a la derecha de la varilla, y *b*) punto $R$, a una distancia $y$ arriba del extremo derecho de la varilla. *c*) En los incisos *a*) y *b*), ¿a qué se reduce el resultado conforme $x$ o $y$ se vuelve mucho más grande que $a$?

Figura **P23.73**




**23.74** • Una partícula alfa con energía cinética de 9.50 MeV (cuando está lejos) colisiona de frente contra un núcleo de plomo en reposo. ¿Cuál es la distancia de la aproximación máxima de las dos partículas? (Suponga que el núcleo del plomo permanece estacionario y que puede tratarse como una carga puntual. El número atómico del plomo es 82. La partícula alfa es un núcleo de helio, con número atómico 2).

**23.75** •• Dos esferas de metal de diferentes tamaños están cargadas de manera que el potencial eléctrico es el mismo en la superficie de cada una. La esfera $A$ tiene un radio tres veces mayor que el de la esfera $B$. Sean $Q_A$ y $Q_B$ las cargas de las dos esferas, y $E_A$ y $E_B$ las magnitudes de los campos eléctricos en las superficies de ambas esferas. ¿Cuál es *a*) la razón $Q_B/Q_A$ y *b*) la razón $E_B/E_A$?

**23.76** • Una esfera de metal de radio $R_1$ tiene una carga $Q_1$. Considere el potencial eléctrico igual a cero a una distancia infinita de la esfera. *a*) ¿Cuáles son el campo eléctrico y el potencial eléctrico en la superficie de la esfera? Esta esfera se conecta ahora mediante un alambre conductor largo y delgado con otra esfera de radio $R_2$ que está alejada varios metros de la primera. Antes de hacer la conexión, esta segunda esfera está descargada. Después de alcanzar el equilibrio electrostático, indique cuáles son *b*) la carga total en cada esfera; *c*) el potencial eléctrico en la superficie de cada esfera; *d*) el campo eléctrico en la superficie de cada esfera. Suponga que la cantidad de carga en el alambre es mucho menor que la carga en cada esfera.

**23.77** •• PA **Fusión nuclear en el Sol.** La fuente de la energía del Sol es una secuencia de reacciones nucleares que tienen lugar en su núcleo. La primera de ellas implica la colisión de dos protones, que se funden para formar un núcleo más pesado y liberan energía. Para que ocurra este proceso, llamado *fusión nuclear*, los dos protones primero deben acercarse hasta que sus superficies entren en contacto. *a*) Suponga que ambos protones se mueven con la misma rapidez y que colisionan de frente. Si el radio del protón es $1.2 \times 10^{-15}$ m, ¿cuál es la rapidez mínima que permitiría que la fusión nuclear ocurriera? La distribución de carga dentro de un protón tiene simetría esférica, por lo que el campo eléctrico y el potencial fuera del protón son los mismos que si se tratara de una carga puntual. La masa del protón es 1.67 $\times 10^{-27}$ kg. *b*) Otra reacción de fusión nuclear que sucede en el núcleo del Sol implica una colisión entre dos núcleos de helio, cada uno de los cuales tiene 2.99 veces la masa del protón, carga $+2e$ y radio de $1.7 \times 10^{-15}$ m. Si se supone la misma geometría de colisión que en el inciso *a*), ¿cuál es la rapidez mínima que se requiere para que tenga lugar esta reacción de fusión, si los núcleos deben aproximarse a una distancia de $3.5 \times 10^{-15}$ m entre sus centros? Igual que para el protón, la carga del núcleo de helio está distribuida de manera uniforme en todo su volumen. *c*) En la sección 18.3 se demostró que la energía cinética de traslación media de una partícula con masa $m$ en un gas a temperatura absoluta $T$ es $\frac{3}{2}kT$, donde $k$ es la constante de Boltzmann (que aparece en el apéndice F). Para que dos protones con energía cinética igual a este valor medio sean capaces de experimentar el proceso descrito en el inciso *a*), ¿cuál es la temperatura absoluta que se requiere? ¿Qué temperatura absoluta se necesita para que dos núcleos de helio sean capaces de experimentar el proceso que se describe en el inciso *b*)? (A estas temperaturas, los átomos están ionizados por

completo, por lo que los núcleos y los electrones se mueven por separado). *d*) La temperatura en el núcleo del Sol es aproximadamente de $1.5 \times 10^7$ K. ¿Cómo se compara ésta con las temperaturas calculadas en el inciso *c*)? ¿Cómo es posible que ocurran las reacciones descritas en los incisos *a*) y *b*) en el interior del Sol? (*Sugerencia:* Consulte el análisis de la distribución de rapidez molecular en la sección 18.5).

**23.78** • CALC El potencial eléctrico $V$ en cierta región del espacio está dado por

$$V(x, y, z) = A(x^2 - 3y^2 + z^2)$$

donde $A$ es una constante. *a*) Obtenga una expresión para el campo eléctrico $\vec{E}$ en cualquier punto de esta región. *b*) Se mide el trabajo realizado por el campo cuando una carga de prueba de 1.50 $\mu$C se mueve del punto $(x, y, z) = (0, 0, 0.250\text{ m})$ al origen y resulta ser de $6.00 \times 10^{-5}$ J. Calcule $A$. *c*) Determine el campo eléctrico en el punto (0, 0, 0.250 m). *d*) Demuestre que en todo plano paralelo al plano $xz$, las líneas equipotenciales son círculos. *e*) ¿Cuál es el radio de la línea equipotencial que corresponde a $V = 1280$ V y $y = 2.00$ m?

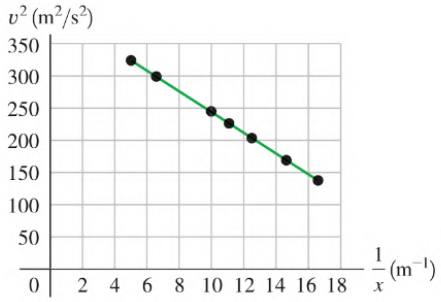
**23.79** •• DATOS El potencial eléctrico en una región que está a 2.00 m del origen en un sistema de coordenadas rectangulares, está dado por $V = Ax^l + By^m + Cz^n + D$, donde $A$, $B$, $C$, $D$, $l$, $m$, y $n$ son constantes. Las unidades de $A$, $B$, $C$, y $D$, son tales que si $x$, $y$, y $z$ están en metros, entonces $V$ está en volts. Se mide $V$ y cada componente del campo eléctrico en cuatro puntos y se obtienen los siguientes resultados:

| Punto | $(x, y, z)$ (m) | $V$ (V) | $E_x$ (V/m) | $E_y$ (V/m) | $E_z$ (V/m) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (0, 0, 0) | 10.0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | (1.00, 0, 0) | 4.0 | 12.0 | 0 | 0 |
| 3 | (0, 1.00, 0) | 6.0 | 0 | 12.0 | 0 |
| 4 | (0, 0, 1.00) | 8.0 | 0 | 0 | 12.0 |

*a*) Utilice los datos de la tabla para calcular $A$, $B$, $C$, $D$, $l$, $m$, y $n$. *b*) ¿Cuáles son las magnitudes de $V$ y $E$ en los puntos (0, 0, 0), (0.50 m, 0.50 m, 0.50 m) y (1.00 m, 1.00 m, 1.00m)?

**23.80** •• DATOS Una pequeña esfera estacionaria tiene una carga neta $Q$. Se realiza el siguiente experimento para determinar $Q$: Desde una gran distancia se dispara una partícula pequeña con masa $m = 4.00 \times 10^{-4}$ kg y carga $q = 5.00 \times 10^{-4}$ C directamente al centro de la esfera. El dispositivo que se usa mide la rapidez $v$ en función de la distancia $x$ desde la esfera. La masa de la esfera es mucho mayor que la masa de la partícula, por lo que se supone que la esfera permanece en reposo. Todos los valores medidos de $x$ son mucho mayores que el radio de los dos objetos, así que los dos objetos se tratan como partículas puntuales. Se grafican los datos en una gráfica de $v^2$ contra $(1/x)$ (**figura P23.80**). La recta $v^2 = 400\text{ m}^2/\text{s}^2 - [(15.75\text{ m}^3/\text{s}^2)/x]$ se ajusta bien a los datos puntuales. *a*) Explique por qué la gráfica es una línea recta. *b*) ¿Cuál es la rapidez inicial $v_0$ de la partícula cuando está muy lejos de la esfera? *c*) ¿Cuánto mide $Q$? *d*) ¿Qué tan cerca de la esfera llega la partícula? Se supone que esta distancia es mucho mayor que los radios de la esfera y de la partícula, por lo que se continúa tratándolas como partículas puntuales y se supone que la esfera permanece en reposo.

Figura **P23.80**




**23.81** ••• DATOS **Experimento de la gota de aceite de Millikan.** La carga de un electrón fue medida por primera vez por el físico estadounidense Robert Millikan entre 1909 y 1913. En su experimento, roció gotas muy finas (alrededor de $10^{-4}$ mm de diámetro) de aceite en el espacio entre dos placas paralelas en posición horizontal separadas por una distancia $d$. Mantuvo una diferencia de potencial $V_{AB}$ entre las placas paralelas, lo que ocasionó entre ellas un campo eléctrico dirigido hacia abajo. Algunas de las gotas de aceite adquirieron carga negativa por efecto de la fricción o por la ionización del aire circundante por medio de rayos $x$ o radiactividad. Se observaron las gotas con un microscopio. *a*) Demuestre que una gota de aceite de radio $r$ que esté en reposo entre las placas seguirá en reposo si la magnitud de la carga es

$$q = \frac{4\pi}{3}\frac{\rho r^3 g d}{V_{AB}}$$

donde $\rho$ es la densidad del aceite (ignore la fuerza de flotabilidad del aire). Al ajustar $V_{AB}$ para mantener una gota dada en reposo, es posible determinar la carga sobre ésta, si se conoce su radio. *b*) Las gotas de aceite de Millikan eran demasiado pequeñas como para medir sus radios en forma directa. En vez de ello, Millikan determinó $r$ eliminando el campo eléctrico y midiendo la *rapidez terminal* $v_t$ de la gota al caer (en la sección 5.3 se estudió el concepto de rapidez terminal). La fuerza de la viscosidad $F$ sobre una esfera de radio $r$ que se desplaza con rapidez $v$ a través de un fluido con viscosidad $\eta$ está dada por la ley de Stokes: $F = 6\pi\eta r v$. Cuando la gota cae con velocidad $v_t$, la fuerza de la viscosidad compensa exactamente el peso $w = mg$ de la gota. Demuestre que la magnitud de la carga sobre la gota es

$$q = 18\pi\frac{d}{V_{AB}}\sqrt{\frac{\eta^3 v_t^3}{2\rho g}}$$

*c*) Suponga que repite el experimento de Millikan. Cuatro de los valores medidos de $V_{AB}$ y $v_t$ se listan en la tabla:

| Gota | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $V_{AB}$(V) | 9.16 | 4.57 | 12.32 | 6.28 |
| $v_t$ ($10^{-5}$ m/s) | 2.54 | 0.767 | 4.39 | 1.52 |

En su dispositivo, la separación $d$ entre las placas horizontales es de 1.00 mm. La densidad del aceite que usted usa es de 824 kg/m³. Para la viscosidad $\eta$ del aire, use el valor $1.81 \times 10^{-5}$ N·s/m². Suponga que $g = 9.80$ m/s². Calcule la carga $q$ de cada gota. *d*) Si el campo eléctrico está *cuantizado* (es decir, sus valores son múltiplos de la magnitud de la carga de un electrón), entonces la carga en cada gota es $-ne$, donde $n$ es el número de electrones en exceso en cada gota. (las cuatro gotas de la tabla tienen carga negativa). De las 300 gotas en las que se tomaron las mediciones, la gota 2 tiene la magnitud más pequeña de carga observada en el experimento, de modo que se supone que su carga se debe a la carga en exceso de un electrón. Determine el número de electrones en exceso $n$ para cada una de las otras tres gotas. *e*) Use $q = -ne$ para calcular $e$ a partir de los datos de cada una de las cuatro gotas, y promedie estos valores para obtener el mejor valor experimental de $e$.

## PROBLEMAS DE DESAFÍO

**23.82** ••• CALC Un cilindro hueco, aislante, de paredes delgadas, radio $R$ y longitud $L$ (como el tubo de cartón de un rollo de papel sanitario) tiene carga $Q$ distribuida de manera uniforme sobre su superficie. *a*) Calcule el potencial eléctrico en todos los puntos a lo largo del eje

del tubo. Como origen tome el centro del tubo, y el potencial cero en el infinito. *b*) Demuestre que si $L \ll R$, el resultado del inciso *a*) se reduce al potencial sobre el eje de un anillo de carga de radio $R$ (vea el ejemplo 23.11 en la sección 23.3). *c*) Utilice el resultado del inciso *a*) para determinar el campo eléctrico en todos los puntos a lo largo del eje del tubo.

**23.83** ••• PA En los experimentos en que colisionan núcleos atómicos, suceden choques de frente como los descritos en el problema 23.74, pero son más comunes los que "fallan". Suponga que la partícula alfa en ese problema no "acertó" en el centro del núcleo de plomo, sino que tuvo un momento angular inicial distinto de cero (con respecto al núcleo de plomo estacionario) de magnitud $L = p_0 b$, donde $p_0$ es la magnitud del momento lineal inicial de la partícula alfa y $b = 1.00 \times 10^{-12}$ m. ¿Cuál es la distancia de la máxima aproximación? Repita el ejercicio para $b = 1.00 \times 10^{-13}$ m y $b = 1.00 \times 10^{-14}$ m.

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

**ANÁLISIS DE MATERIALES CON IONES.** La *espectrometría de retrodispersión de Rutherford* (ERR) es una técnica utilizada para determinar la estructura y composición de materiales. Un haz de iones, (normalmente iones de helio) se acelera con alta energía apuntando a una muestra. Los investigadores pueden determinar la composición de la muestra analizando la distribución y energía de los iones dispersos (es decir, desviados por las colisiones) con los átomos en la muestra. Para acelerar los iones con altas energías se utilizan *aceleradores electrostáticos tándem*. En estos dispositivos los iones negativos ($He^-$) comienzan con un potencial $V = 0$ y se aceleran con una diferencia de potencial grande positiva (o alto voltaje positivo) en el punto medio del acelerador. Dicha diferencia de potencial produce un campo eléctrico constante en el tubo de aceleración donde se mueven los iones. Cuando los iones acelerados alcanzan el punto medio, se eliminan los electrones, volviendo a los iones negativos en iones con doble carga positiva ($He^{++}$). Estos iones positivos son repelidos del punto medio por el alto voltaje positivo ahí y continúa acelerándolos al extremo lejano del acelerador, donde otra vez, $V = 0$.

**23.84** En un experimento específico se proporciona a unos iones de helio una energía cinética de 3.0 MeV. ¿Cuál debería ser la diferencia de potencial (voltaje) en el centro del acelerador suponiendo que los iones parten del reposo? *a*) −3.0 MV; *b*) +3.0 MV; *c*) +1.5 MV; *d*) +1.0 MV.

**23.85** Un ion de helio ($He^{++}$) que viene con 10 fm aproximadamente del centro del núcleo de un átomo en una muestra puede inducir una reacción nuclear en vez de simplemente dispersarse. Imagine un ion de helio con una energía cinética de 3.0 MeV que viaja directamente hacia un átomo en reposo de la muestra. Se supone que el átomo permanece fijo. ¿Qué carga mínima puede tener el núcleo del átomo, de modo que el ion de helio no se aproxime más de 10 fm desde el centro del núcleo atómico? (1 fm = $1 \times 10^{15}$ m, y $e$ es la magnitud de la carga de un electrón o un protón). *a*) $2e$; *b*) $11e$; *c*) $20e$; *d*) $22e$.

**23.86** El voltaje máximo, en el centro de un acelerador electrostático tándem típico es de 60 MV. Si la distancia desde un extremo del tubo de aceleración al punto medio es de 12 m, ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico medio en el tubo en estas condiciones? *a*) 41,000 V/m; *b*) 250,000 V/m; *c*) 500,000 V/m; *d*) 6,000,000 V/m.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**iii.** Se mantiene una diferencia de potencial grande y constante $V_{ab}$ entre la herramienta de soldadura (*a*) y los elementos metálicos por soldar (*b*). Para una diferencia de potencial determinada entre los conductores *a* y *b*, cuanto menor sea la distancia que separa los conductores, mayor será la magnitud $E$ del campo entre ellos. Entonces, $d$ debe ser pequeña para que la magnitud del campo $E$ sea lo suficientemente grande para que ionice el gas entre los conductores *a* y *b* (vea la sección 23.3) y produzca un arco a través de este gas.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**23.1** ***a*) i., *b*) ii.** Las tres cargas $q_1$, $q_2$ y $q_3$ son positivas, de modo que los tres términos de la suma de la ecuación (23.11), $q_1q_2/r_{12}$, $q_1q_3/r_{13}$ y $q_2q_3/r_{23}$, son positivos. Por lo tanto, la energía potencial eléctrica total $U$ es positiva, lo cual significa que se requeriría trabajo positivo para llevar las tres cargas del infinito a las posiciones que se indican en la figura 21.14, y trabajo *negativo* para llevarlas de regreso de esas posiciones al infinito.

**23.2 No** Si $V = 0$ en cierto punto, $\vec{E}$ *no* tiene que ser igual a cero en ese punto. Un ejemplo de esto es el punto *c* en las figuras 21.23 y 23.13, para el que hay un campo eléctrico en dirección $+x$ (vea el ejemplo 21.9 en la sección 21.5) aun cuando $V = 0$ (vea el ejemplo 23.4). Este resultado no es sorprendente, ya que $V$ y $\vec{E}$ son cantidades muy diferentes: $V$ es la cantidad neta de trabajo que se requiere para llevar una carga unitaria del infinito al punto en cuestión, mientras que $\vec{E}$ es la fuerza eléctrica que actúa sobre una unidad de carga cuando llega a ese punto.

**23.3 No** Si $\vec{E} = \mathbf{0}$ en cierto punto, $V$ *no* tiene que ser igual a cero en ese punto. Un ejemplo es el punto $O$ en el centro del anillo con carga en las figuras 21.23 y 23.21. De acuerdo con el ejemplo 21.9 (sección 21.5), el campo eléctrico es igual a cero en $O$ ya que las contribuciones del campo eléctrico de las diferentes partes del anillo se anulan por completo. Sin embargo, en el ejemplo 23.11, el potencial en $O$ *no* es igual a cero: este punto corresponde a $x = 0$, por lo que $V = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/a)$. Este valor de $V$ corresponde al trabajo que se tendría que efectuar para desplazar una unidad de carga de prueba positiva a lo largo de una trayectoria del infinito al punto $O$; no es igual a cero porque el anillo con carga repele la carga de prueba, así que debe efectuarse trabajo positivo para llevar la carga de prueba en dirección del anillo.

**23.4 No** Si las cargas positivas en la figura 23.23 se sustituyeran por cargas negativas, y viceversa, las superficies equipotenciales serían iguales, pero se invertiría el signo del potencial. Por ejemplo, las superficies en la figura 23.23*b* con potencial $V = +30$ V y $V = -50$ V tendrían potenciales $V = -30$ V y $V = +50$ V, respectivamente.

**23.5 iii.** De acuerdo con las ecuaciones (23.19), las componentes del campo eléctrico son $E_x = -\partial V/\partial x = -(B + Dy)$, $E_y = -\partial V/\partial y = -(3Cy^2 + Dx)$ y $E_z = -\partial V/\partial z = 0$. El valor de $A$ no tiene efecto, lo cual significa que se puede sumar una constante al potencial eléctrico en todos los puntos sin que cambien $\vec{E}$ o la diferencia de potencial entre dos puntos. El potencial no depende de $z$, por lo que la componente $z$ de $\vec{E}$ es igual a cero. Observe que en el origen el campo eléctrico no es igual a cero porque tiene una componente $x$ distinta de cero: $E_x = -B$, $E_y = 0$, $E_z = 0$.

## Problema práctico

$$\frac{qQ}{8\pi\epsilon_0 a} \ln\left(\frac{L + a}{L - a}\right)$$

? La energía utilizada por el flash de una cámara fotográfica se almacena en un capacitor, el cual consiste en dos conductores cercanos entre sí, con cargas opuestas. Si la cantidad de carga en los conductores se duplica, ¿por qué factor se incrementa la energía almacenada? **i.** $\sqrt{2}$; **ii.** 2; **iii.** $2\sqrt{2}$; **iv.** 4; **v.** 8.

# 24 CAPACITANCIA Y DIELÉCTRICOS

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**24.1** La naturaleza de los capacitores y la forma de calcular una cantidad que mide su capacidad para almacenar carga.

**24.2** Cómoana lizar capacitores conectados en una red.

**24.3** A calcular la cantidad de energía almacenada en un capacitor.

**24.4** Qué son los dieléctricos y cómo contribuyen a elaborar capacitores más eficaces.

**24.5** Cómos e polariza un dieléctrico en el interior de un capacitor cargado.

**24.6** Cómoap licar las leyes de Gauss cuando hay dieléctricosp resentes.

***Repase lo estudiado en la sección ...***

**21.2, 21.5, 21.7** Polarización; campo de conductores con carga; dipolos eléctricos.

**22.3–22.5** Ley de Gauss.

**23.3, 23.4** Potencial de conductores con carga; potencial debido a una distribución cilíndrica de carga.

Cuando estiramos las bandas de goma de una honda o tensamos la cuerda de un arco, almacenamos energía mecánica en forma de energía potencial elástica. Un capacitor es un dispositivo que almacena energía potencial *eléctrica* y carga eléctrica. Para hacer un capacitor, basta aislar dos conductores uno del otro. Para almacenar energía en este dispositivo hay que transferir carga de un conductor al otro, de manera que uno tenga carga negativa y el otro tenga una cantidad igual de carga positiva. Debe realizarse trabajo para trasladar las cargas a través de la diferencia de potencial resultante entre los conductores, y el trabajo efectuado se almacena como energía potencial eléctrica.

Los capacitores tienen un gran número de aplicaciones prácticas en dispositivos tales como unidades electrónicas de flash fotográfico, láseres pulsados, sensores de bolsas de aire para automóviles, y receptores de radio y televisión. En capítulos posteriores revisaremos muchas de estas aplicaciones (específicamente en el capítulo 31, donde se verá el papel crucial que desempeñan los capacitores en los circuitos de corriente alterna que invaden nuestra sociedad tecnológica). No obstante, en este capítulo se hace énfasis en las propiedades fundamentales de los capacitores. Para un capacitor en particular, la razón entre la carga de cada conductor y la diferencia de potencial entre los conductores es una constante llamada *capacitancia*, la cual depende de las dimensiones y las formas de los conductores y del material aislante (si lo hay) entre ellos. En comparación con el caso en que sólo hay vacío entre los conductores, la capacitancia aumenta cuando está presente un material aislante (un *dieléctrico*). Esto sucede porque en el interior del material aislante ocurre una redistribución de la carga, llamada *polarización*. El estudio de la polarización ampliará nuestra comprensión de las propiedades eléctricas de la materia.

Los capacitores también ofrecen una forma nueva de pensar acerca de la energía potencial eléctrica. La energía almacenada en un capacitor con carga guarda relación con el campo eléctrico del espacio entre los conductores. Veremos que la energía potencial eléctrica puede considerarse almacenada *en el campo mismo*. La idea de que el campo eléctrico sea en sí un almacén de energía reside en el fundamento de la teoría de las ondas electromagnéticas y de nuestra concepción moderna de la naturaleza de la luz, que estudiaremos en el capítulo 32.

## EJEMPLO 24.12 CAPACITOR ESFÉRICO CON DIELÉCTRICO

SOLUCIÓN

Utilice la ley de Gauss para obtener la capacitancia en el capacitor esférico del ejemplo 24.3 (sección 24.1), si el volumen entre las esferas huecas está lleno de un aceite aislante cuya constante dieléctrica es igual a $K$.

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR y PLANTEAR:** La simetría esférica del problema no cambia con la presencia del dieléctrico, de modo que, al igual que en el ejemplo 24.3, se utiliza una superficie gaussiana esférica concéntrica de radio $r$ entre las esferas. Como hay un dieléctrico, la ley de Gauss se emplea en la forma de la ecuación (24.23).

**EJECUTAR:** Dea cuerdo con la ecuación (24.23),

$$\oint K\vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint KE\,dA = KE\oint dA = (KE)(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi K\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

donde $\epsilon = K\epsilon_0$. En comparación con el caso en que hay vacío entre las esferas huecas conductoras, el campo eléctrico se reduce en un factor de $1/K$. La diferencia de potencial $V_{ab}$ entre las esferas huecas disminuye en el mismo factor, por lo que la capacitancia $C = Q/V_{ab}$ se *incrementa* en un factor de $K$, al igual que para un capacitor de placas paralelas cuando se inserta un dieléctrico. Utilizando el resultado del ejemplo 24.3, se determina que la capacitancia con el dieléctrico es

$$C = \frac{4\pi K\epsilon_0 r_a r_b}{r_b - r_a} = \frac{4\pi\epsilon r_a r_b}{r_b - r_a}$$

**EVALUAR:** Si el dieléctrico llena por completo el volumen entre los dos conductores, la capacitancia es simplemente el producto de $K$ por el valor sin dieléctrico. El resultado es más complicado si el dieléctrico llena sólo parcialmente este volumen.

**EVALÚE SU COMPRENSIÓN DE LA SECCIÓN 24.6** Una sola carga puntual $q$ está incrustada en un bloque muy grande de dieléctrico cuya constante dieléctrica es $K$. En cierto punto dentro del dieléctrico a una distancia $r$ de la carga puntual, ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico? **i.** $q/4\pi\epsilon_0 r^2$; **ii.** $Kq/4\pi\epsilon_0 r^2$; **iii.** $q/4\pi K\epsilon_0 r^2$; **iv.** ninguna de las anteriores.

# CAPÍTULO 24 RESUMEN

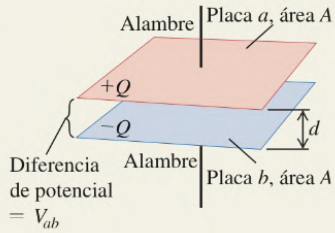
SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

**Capacitoresy cap acitancia:** Unc apacitor es cualquier par de conductores separados por un material aislante. Cuando el capacitor está cargado, hay cargas de igual magnitud $Q$ y signo opuesto en los dos conductores, y el potencial $V_{ab}$ del conductor con carga positiva con respecto al que tiene carga negativa es proporcional a $Q$. La capacitancia $C$ se define como la razón entre $Q$ y $V_{ab}$. La unidad del SI para la capacitancia es el farad (F): 1 F = 1 C/V.

Un capacitor de placas paralelas consiste en dos placas conductoras paralelas, cada una con área $A$, separadas por una distancia $d$. Si están separadas por vacío, la capacitancia sólo depende de $A$ y $d$. Para otras geometrías, la capacitancia se obtiene a partir de la definición $C = Q/V_{ab}$ (vea los ejemplos 24.1 a 24.4).

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \quad (24.1)$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \epsilon_0\frac{A}{d} \quad (24.2)$$



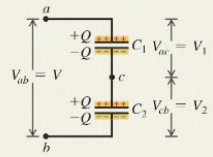

**Capacitores en serie y en paralelo:** Cuando se conectan en serie capacitores con capacitancias $C_1$, $C_2$, $C_3$,… el recíproco de la capacitancia equivalente $C_{eq}$ es igual a la suma de los recíprocos de las capacitancias individuales. Cuando los capacitores se conectan en paralelo, la capacitancia equivalente $C_{eq}$ es igual a la suma de las capacitancias individuales (vea los ejemplos 24.5 y 24.6).

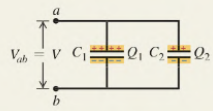
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \quad (24.5)$$

(capacitores en serie)

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \quad (24.7)$$

(capacitores en paralelo)

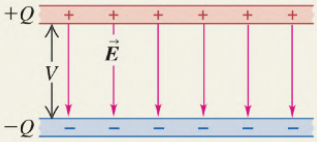


**Energía en un capacitor:** La energía $U$ que se requiere para cargar un capacitor $C$ a una diferencia de potencial $V$ y carga $Q$ es igual a la energía almacenada en el capacitor. Esta energía se puede considerar como si residiera en el campo eléctrico entre los conductores; la densidad de energía $u$ (energía por unidad de volumen) es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico (vea los ejemplos 24.7 a 24.9).

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}QV \qquad (24.9)$$

$$u = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \qquad (24.11)$$




**Dieléctricos:** Cuando el espacio entre conductores está ocupado por un material dieléctrico, la capacitancia se incrementa en un factor $K$, llamado constante dieléctrica del material. La cantidad $\epsilon = K\epsilon_0$ es la permitividad del dieléctrico. Para una cantidad fija de carga en las placas del capacitor, las cargas inducidas en la superficie del dieléctrico disminuyen el campo eléctrico y la diferencia de potencial entre las placas en el mismo factor $K$. La carga superficial proviene de la polarización, que es el reacomodo microscópico de la carga en el dieléctrico (vea el ejemplo 24.10).

Bajo la influencia de campos eléctricos suficientemente intensos, los dieléctricos se vuelven conductores, una situación que se conoce como ruptura del dieléctrico. El campo máximo que un material puede soportar sin sufrir ruptura se llama rigidez dieléctrica.

En un dieléctrico la expresión para la densidad de energía es la misma que en el vacío, pero sustituyendo $\epsilon_0$ por $\epsilon = K\epsilon_0$ (vea el ejemplo 24.11).

La ley de Gauss en un dieléctrico tiene casi la misma forma que en el vacío, con dos diferencias fundamentales: $\vec{E}$ se sustituye por $K\vec{E}$, y $Q_{enc}$ se sustituye por $Q_{enc\text{-}libre}$, que incluye sólo la carga libre (no la ligada) encerrada por la superficie gaussiana (vea el ejemplo 24.12).

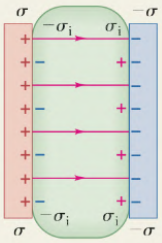
$$C = KC_0 = K\epsilon_0\frac{A}{d} = \epsilon\frac{A}{d} \qquad (24.19)$$

(capacitor de placas paralelas con un dieléctrico)

$$u = \tfrac{1}{2}K\epsilon_0 E^2 = \tfrac{1}{2}\epsilon E^2 \qquad (24.20)$$

$$\oint K\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc\text{-}libre}}{\epsilon_0} \qquad (24.23)$$

Dieléctrico entre las placas




## PROBLEMA PRÁCTICO ENERGÍA DEL CAMPO ELÉCTRICO Y CAPACITANCIA EN UN CONDUCTOR ESFÉRICO

SOLUCIÓN

Una esfera conductora sólida de radio $R$ tiene una carga $Q$. Calcule la densidad de energía del campo eléctrico en un punto a una distancia $r$ desde el centro de la esfera para *a*) $r < R$ y *b*) $r > R$. *c*) Calcule la energía total del campo eléctrico asociada con la esfera cargada. *d*) ¿Cuánto trabajo se requiere para colocar la carga $Q$ sobre la esfera? *e*) Use el resultado del inciso *c*) para calcular la capacitancia de la esfera (visualice el segundo conductor como una esfera hueca conductora de radio infinito).

### GUÍA DE SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR y PLANTEAR**

1. En este caso se conoce el campo eléctrico para todos los valores de $r$ por el ejemplo 22.5 (sección 22.4). Se usarán éstos para calcular la densidad de energía $u$ y la energía *total* $U$ del campo eléctrico. Luego se calcula la capacitancia a partir de la relación $U = Q^2/2C$.
2. Para calcular $U$, considere una esfera hueca de radio $r$ y espesor $dr$ que tiene un volumen $dV = 4\pi r^2 dr$. (Le ayudará dibujar una esfera concéntrica con la esfera conductora). La energía almacenada en este volumen es $u\,dV$, y la energía total es la integral de $u\,dV$ de $r = 0$ a $r \to \infty$. Defina esta integral.

**EJECUTAR**

3. Calcule $u$ para $r < R$ y para $r > R$. (*Sugerencia:* Piense cuál es el campo en el interior de un conductor sólido).
4. Sustituya los resultados del paso 3 en la expresión del paso 2. Luego resuelva la integral para obtener la energía total $U$ del campo eléctrico.
5. Con base en sus conocimientos de la energía almacenada en una distribución de carga, calcule el trabajo requerido para colocar la carga $Q$.
6. Calculel ac apacitancia de la esfera.

**EVALUAR**

7. ¿Dónde es mayor la densidad de energía del campo eléctrico? ¿Dónde es mínima?
8. ¿Cómo se verían afectados los resultados si la esfera sólida se sustituyera por una esfera conductora hueca con el mismo radio $R$?
9. Es posible calcular la diferencia de potencial entre la esfera y el infinito a partir de $C = Q/V$. ¿Esto concuerda con el resultado del ejemplo 23.8 (sección 23.3)?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P24.1** La ecuación (24.2) indica que la capacitancia de un capacitor de placas paralelas aumenta a medida que la separación $d$ entre las placas disminuye. Sin embargo, existe un límite práctico en cuanto a qué tan pequeña puede ser $d$, lo que también impone un límite superior a la magnitud de $C$. Explique qué es lo que fija los límites para $d$. (*Sugerencia:* Piense en lo que sucede con la magnitud del campo eléctrico cuando $d \rightarrow 0$).

**P24.2** Suponga que varios capacitores diferentes de placas paralelas se cargan con una fuente de voltaje constante. Pensando en el movimiento y la posición reales de las cargas a nivel atómico, ¿por qué es razonable que las capacitancias sean proporcionales a las áreas de las placas? ¿Por qué es razonable que las capacitancias sean *inversamente* proporcionales a la distancia entre las placas?

**P24.3** Suponga que las dos placas de un capacitor tienen áreas diferentes. Cuando el capacitor se carga conectándolo a una batería, ¿las cargas en las dos placas tienen magnitud igual o diferente? Explique su razonamiento.

**P24.4** Para almacenar la máxima cantidad de energía en un capacitor de placas paralelas con una batería (como fuente de voltaje), ¿sería mejor tener las placas alejadas o cercanas?

**P24.5** En el capacitor de placas paralelas de la figura 24.2, suponga que las placas se separan de manera que $d$ es mucho mayor que el tamaño de las placas. *a*) ¿Es todavía correcto decir que el campo eléctrico entre las placas es uniforme? ¿Por qué? *b*) En la situación que se ilustra en la figura 24.2, la diferencia de potencial entre las placas es $V_{ab} = Qd/\epsilon_0 A$. Si las placas se separan según la descripción anterior, ¿$V_{ab}$ es mayor o menor que lo que indica esta fórmula? Explique su razonamiento. c) Con las placas separadas de acuerdo con la descripción anterior, ¿la capacitancia es mayor, menor o igual a la que da la ecuación (24.2)? Explique su razonamiento.

**P24.6** Un capacitor de placas paralelas se carga con una batería y se mantiene conectado a ésta. Después, se duplica la separación entre las placas. ¿Cómo cambian el campo eléctrico, la carga en las placas y la energía total? Explique su razonamiento.

**P24.7** Un capacitor de placas paralelas se carga conectándolo a una batería y luego se desconecta de ésta. Después, se duplica la separación entre las placas. ¿Cómo cambian el campo eléctrico, la diferencia de potencial y la energía total? Dé una explicación de su razonamiento.

**P24.8** Dos capacitores de placas paralelas, idénticos, pero con la excepción de que uno tiene el doble de separación entre sus placas que el otro, se cargan con la misma fuente de voltaje. ¿Cuál capacitor tiene el campo eléctrico más intenso entre las placas? ¿Cuál capacitor tiene mayor carga? ¿Cuál tiene mayor densidad de energía? Explique su razonamiento.

**P24.9** Las placas con carga de un capacitor se atraen entre sí, por lo que el hecho de separarlas requiere trabajo realizado por alguna fuerza externa. ¿A dónde va la energía agregada por ese trabajo? Explique su razonamiento.

**P24.10** Se tienen dos capacitores y se desea conectarlos a través de una fuente de voltaje (una batería) para almacenar la cantidad máxima de energía. ¿Se deben conectar en serie o en paralelo?

**P24.11** Como se observa en la tabla 24.1, el agua tiene una constante dieléctrica muy grande, $K = 80.4$. ¿Por qué cree que no sea común utilizar agua como dieléctrico en los capacitores?

**P24.12** ¿La rigidez dieléctrica es lo mismo que la constante dieléctrica? Explique las diferencias entre ambas cantidades. ¿Existe alguna relación sencilla entre la rigidez dieléctrica y la constante dieléctrica? (Consulte la tabla 24.2).

**P24.13** Un capacitor construido con tiras de papel aluminio separadas por una película de PET estuvo sometido a una diferencia de potencial excesiva, y la ruptura resultante del dieléctrico hizo orificios en el PET. Después de esto, se observó que la capacitancia era aproximadamente la misma que antes, pero el voltaje de ruptura era mucho menor. ¿Porqué ?

**P24.14** Suponga que usted acerca un bloque dieléctrico al espacio entre las placas de un capacitor con carga y se prepara para introducirlo entre ellas. ¿Qué fuerza sentiría? ¿Qué le dice esta fuerza acerca de la energía almacenada entre las placas una vez que el dieléctrico esté en su lugar, en relación con el momento en que no lo estaba?

**P24.15** La frescura del pescado se puede determinar con precisión si se coloca un ejemplar entre las placas de un capacitor y se mide la capacitancia. ¿Cómo funciona esto? (*Sugerencia:* Considere que el pescado se seca conforme pasa el tiempo. Consulte la tabla 24.1).

**P24.16** Los capacitores *electrolíticos* usan como dieléctrico una capa muy delgada de óxido no conductor entre una placa metálica y una solución conductora. Analice la ventaja de un capacitor como éste en relación con uno construido usando un dieléctrico sólido entre las placas metálicas.

**P24.17** En términos de la constante dieléctrica $K$, ¿qué sucede con el flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana que se ilustra en la figura 24.22, cuando se inserta el dieléctrico en el espacio antes vacío entre las placas? Explique su respuesta.

**P24.18** Un capacitor de placas paralelas está conectado a una fuente de energía que mantiene una diferencia de potencial fija entre las placas. *a*) Si luego se coloca una lámina de dieléctrico entre las placas, ¿qué sucede con **i.** el campo eléctrico entre las placas, **ii.** la magnitud de la carga en cada placa y **iii.** la energía almacenada en el capacitor? *b*) Ahora suponga que, antes de insertar el dieléctrico, se desconecta el capacitor con carga de la fuente de energía. En tal caso, ¿qué ocurre con **i.** el campo eléctrico entre las placas, **ii.** la magnitud de la carga en cada placa, **iii.** la energía almacenada en el capacitor? Explique cualquier diferencia que exista entre las dos situaciones.

**P24.19** Los dieléctricos líquidos con moléculas polares (como el agua) siempre tienen constantes dieléctricas que disminuyen al aumentar la temperatura. ¿Por qué?

**P24.20** Un conductor es un caso extremo de dieléctrico ya que, si se le aplica un campo eléctrico, las cargas tienen libertad para moverse dentro del conductor generando "cargas inducidas". ¿Cuál es la constante dieléctrica de un conductor perfecto: $K = 0$, $K \rightarrow \infty$ o algún valor intermedio? Explique su razonamiento.

**P24.21** Las dos placas de un capacitor reciben cargas $\pm Q$. Después, se desconecta el capacitor del dispositivo de carga de manera que las cargas en las placas no cambien, y el capacitor se sumerge en un tanque de aceite. ¿El campo eléctrico entre las placas aumenta, disminuye o permanece igual? Explique su razonamiento. ¿Cómo podría medirse el campo?

### EJERCICIOS

#### Sección 24.1 Capacitores y capacitancia

**24.1** • Las placas de un capacitor de placas paralelas están separadas 2.50 mm y cada una tiene una carga de magnitud igual a 80.0 nC. Las placas están en el vacío. El campo eléctrico entre las placas tiene una magnitud de $4.00 \times 10^6$ V/m. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? *b*) ¿Cuál es el área de cada placa? *c*) ¿Cuál es la capacitancia?

**24.2** • Las placas de un capacitor de placas paralelas están separadas 3.28 mm, y cada una tiene un área de 9.82 $cm^2$. Cada placa tiene una carga de magnitud igual a $4.35 \times 10^{-8}$ C. Las placas están en el vacío. *a*) ¿Cuál es la capacitancia? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? *c*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico entre las placas?

**24.3** • Un capacitor de aire de placas paralelas y capacitancia de 245 pF tiene una carga con magnitud de 0.148 $\mu$C en cada placa. Las placas están separadas 0.328 mm. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? *b*) ¿Cuál es el área de cada placa? *c*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico entre las placas? *d*) ¿Cuál es la densidad de carga superficial en cada placa?

**24.4** •• Los osciloscopios con tubos de rayos catódicos tienen placas metálicas paralelas en su interior para desviar el haz de electrones. Estas placas se llaman *placas de desviación*, y generalmente son cuadrados de 3.0 cm por lado y están separadas 5.0 mm, con vacío entre ellas. ¿Cuál es la capacitancia de estas placas de desviación y, por lo tanto, del osciloscopio? (*Nota:* Esta capacitancia en ocasiones tiene un efecto en el circuito en estudio y debe tomarse en cuenta al efectuar los cálculos).

**24.5** • Un capacitor de placas paralelas circulares de 10.0 $\mu$F está conectado a una batería de 12.0 V. *a*) ¿Cuál es la carga en cada placa? *b*) ¿Cuánta carga habría en las placas si se duplicara la separación y el capacitor siguiera conectado a la batería? *c*) ¿Cuánta carga habría en las placas si el capacitor se conectara a la batería de 12.0 V, después de duplicar el radio de cada placa sin modificar su separación?

**24.6** • Un capacitor de placas paralelas de 5.00 $\mu$F está conectado a una batería de 12.0 V. Después de que el capacitor se carga por completo, la batería se desconecta sin que haya pérdida de carga en las placas. *a*) Se conecta un voltímetro a través de las dos placas sin descargarlas. ¿Cuál es su lectura? *b*) ¿Cuál sería la lectura del voltímetro si **i.** la separación de las placas se duplica; **ii.** el radio de cada placa se duplica, pero la separación entre ellas permanece igual?

**24.7** • Un capacitor de aire de placas paralelas almacena una carga de magnitud 240.0 pC en cada placa, cuando la diferencia de potencial entre las placas es de 42.0 V. *a*) Si el área de la placa es de 6.80 $cm^2$, ¿cuál es la separación entre las placas? *b*) Si la separación entre las dos placas es el doble del valor calculado en el inciso *a*), ¿qué diferencia de potencial se requiere para que el capacitor almacene una carga de 240.0 pC en cada placa?

**24.8** • Un capacitor lleno de aire, con placas circulares paralelas de 5.00 pF, va a usarse en un circuito donde estará sometido a potenciales de hasta $1.00 \times 10^2$ V. El campo eléctrico entre las placas no va a ser mayor que $1.00 \times 10^4$ N/C. Suponga que, como ingeniero eléctrico en ciernes de Live-Wire Electronics, se le asignan las siguientes tareas: *a*) diseñar el capacitor determinando las dimensiones físicas y la separación que requiere; *b*) calcular la carga máxima que pueden tener sus placas.

**24.9** • Un capacitor está construido con dos cilindros coaxiales huecos de hierro, uno dentro del otro. El cilindro interior tiene carga negativa y el exterior tiene carga positiva; la magnitud de la carga en cada uno es 10.0 pC. El cilindro interior tiene un radio de 0.50 mm y el exterior de 5.00 mm, y la longitud de cada cilindro es de 18.0 cm. *a*) ¿Cuál es su capacitancia? *b*) ¿Qué diferencia de potencial es *necesaria* aplicar para generar tales cargas en los cilindros?

**24.10** • Un capacitor cilíndrico consiste en un núcleo interior sólido de un conductor con radio de 0.250 cm, rodeado por un tubo conductor exterior hueco. Los dos conductores están separados por aire, y la longitud del cilindro es de 12.0 cm. La capacitancia es de 36.7 pF. *a*) Calcule el radio interior del tubo hueco. *b*) Cuando el capacitor está cargado a 125 V, ¿cuál es la carga por unidad de longitud $\lambda$ del capacitor?

**24.11** •• Un capacitor esférico contiene una carga de 3.30 nC cuando está conectado a una diferencia de potencial de 220 V. Si sus placas están separadas por vacío y el radio interno de la esfera exterior es de 4.00 cm, calcule: *a*) la capacitancia, *b*) el radio de la esfera interior y *c*) el campo eléctrico inmediatamente afuera de la superficie de la esfera interior.

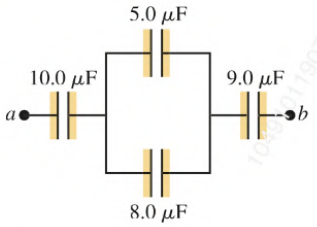
**24.12** •• Un capacitor cilíndrico tiene un conductor interno de 2.2 mm de radio y un conductor externo de 3.5 mm de radio. Los dos conductores están separados por vacío, y el capacitor completo mide 2.8 m de largo. *a*) ¿Cuál es la capacitancia por unidad de longitud? *b*) El potencial del conductor interno es 350 mV mayor que el del conductor externo. Determine la carga (magnitud y signo) en ambos conductores.

**24.13** • Un capacitor esférico está formado por dos esferas huecas conductoras concéntricas y separadas por vacío. La esfera interior tiene un radio de 15.0 cm y la capacitancia es de 116 pF. *a*) ¿Cuál es el radio de la esfera exterior? *b*) Si la diferencia de potencial entre las dos esferas es de 220 V, ¿cuál es la magnitud de la carga en cada esfera?

## Sección 24.2 Capacitores en serie y en paralelo

**24.14** • En la **figura E24.14** se ilustra un sistema de cuatro capacitores, donde la diferencia de potencial a través de *ab* es de 50.0 V. *a*) Determine la capacitancia equivalente de este sistema entre *a* y *b*. *b*) ¿Cuánta carga se almacena en esta combinación de capacitores? *c*) ¿Cuánta carga se almacena en cada uno de los capacitores de 10.0 $\mu$F y 9.0 $\mu$F?

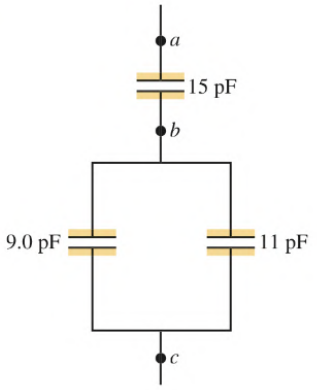
Figura **E24.14**




**24.15** • BIO **Anguilas eléctricas.** Las anguilas y los peces eléctricos generan grandes diferencias de potencial que usan para aturdir a sus enemigos y presas. Estos potenciales son producidos por células capaces de generar, cada una, 0.10 V. Dichas células se pueden modelar como capacitores cargados. *a*) ¿Cómo se deberían conectar estas células (en serie o en paralelo) para producir un potencial total de más de 0.10 V? *b*) Usando la conexión del inciso *a*), ¿cuántas células deben conectarse juntas para producir la descarga de 500 V de la anguila eléctrica?

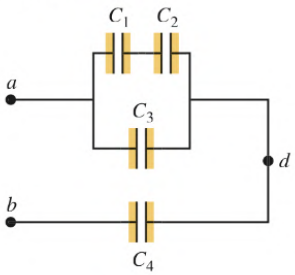
**24.16** • Para el sistema de capacitores que se ilustra en la **figura E24.16**, calcule la capacitancia equivalente *a*) entre *b* y *c*, y *b*) entre *a* y *c*.

Figura **E24.16**



**24.17** • En la **figura E24.17**, cada capacitor tiene $C = 4.00\ \mu F$ y $V_{ab} = +28.0$ V. Calcule *a*) la carga en cada capacitor; *b*) la diferencia de potencial a través de cada capacitor; *c*) la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *d*.

Figura **E24.17**

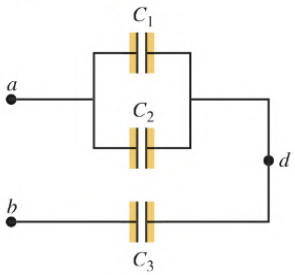



**24.18** • En la figura 24.8*a*, sean $C_1 = 3.00\ \mu F$, $C_2 = 5.00\ \mu F$ y $V_{ab} = +64.0$ V. Calcule *a*) la carga en cada capacitor y *b*) la diferencia de potencial a través de cada capacitor.

**24.19** • En la figura 24.9*a*, sean $C_1 = 3.00\ \mu F$, $C_2 = 5.00\ \mu F$ y $V_{ab} = +52.0$ V. Calcule *a*) la carga en cada capacitor y *b*) la diferencia de potencial a través de cada capacitor.

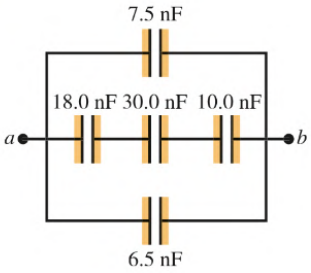
**24.20** • En la **figura E24.20**, $C_1 = 6.00\ \mu F$, $C_2 = 3.00\ \mu F$ y $C_3 = 5.00\ \mu F$. La red de capacitores está conectada a una diferencia de potencial aplicada $V_{ab}$. Después de que las cargas en los capacitores han alcanzado sus valores finales, la carga en $C_2$ es de 30.0 $\mu$F. *a*) ¿Cuáles son las cargas en los capacitores $C_1$ y $C_3$? *b*) ¿Cuál es el voltaje $V_{ab}$ aplicado?

Figura **E24.20**




**24.21** •• Para el sistema de capacitores que se ilustra en la **figura E24.21**, se mantiene una diferencia de potencial de 25 V a través de *ab*. *a*) ¿Cuál es la capacitancia equivalente de este sistema entre *a* y *b*? *b*) ¿Cuánta carga se almacena en este sistema? *c*) ¿Cuánta carga almacena el capacitor de 6.5 nF? *d*) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través del capacitor de 7.5 nF?

Figura **E24.21**




**24.22** •• Suponga que el capacitor de 3 $\mu$F en la figura 24.10*a* se retira para sustituirse por otro diferente, y que esto modifica la capacitancia equivalente entre los puntos *a* y *b* a 8 $\mu$F. ¿Cuál sería la capacitancia del capacitor de reemplazo?

## Sección 24.3 Almacenamiento de energía en capacitores y energía del campo eléctrico

**24.23** • Un capacitor de placas paralelas separadas por aire, de 5.80 $\mu$F, tiene una separación de 5.00 mm y está cargado a una diferencia de potencial de 400 V. Calcule la densidad de energía en la región comprendida entre las placas, en unidades de $J/m^3$.

**24.24** • Un capacitor de placas paralelas separadas por aire tiene una capacitancia de 920 pF. La carga en cada placa es de 3.90 $\mu$C. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? *b*) Si la carga se mantiene constante, ¿cuál será la diferencia de potencial entre las placas, si la separación entre éstas se duplica? *c*) ¿Cuánto trabajo se requiere para duplicar la separación?

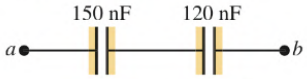
**24.25** • Un capacitor con aire está constituido por dos placas paralelas planas con una separación de 1.50 mm. La magnitud de la carga en cada placa es de 0.0180 $\mu$C cuando la diferencia de potencial es de 200 V. *a*) ¿Cuál es la capacitancia? *b*) ¿Cuál es el área de cada placa? *c*) ¿Cuál es voltaje máximo que puede aplicarse sin que haya ruptura del dieléctrico? (En el caso del aire, la ruptura del dieléctrico ocurre con una intensidad de campo eléctrico de $3.0 \times 10^6$ V/m). *d*) Cuando la carga es de 0.0180 $\mu$C, ¿cuál es la energía total almacenada?

**24.26** •• Un capacitor de placas paralelas con vacío entre ellas tiene 8.38 J de energía almacenada. La separación entre las placas es de 2.30 mm. Si la separación disminuye a 1.15 mm, ¿cuál es la energía almacenada *a*) cuando el capacitor se desconecta de la fuente de potencial, de manera que la carga en las placas permanece constante; y *b*) cuando el capacitor sigue conectado a la fuente de potencial, de manera que la diferencia de potencial entre las placas permanece constante?

**24.27** • Se tienen dos capacitores idénticos y una fuente externa de potencial. *a*) Compare la energía total almacenada en los capacitores cuando se conectan en serie y en paralelo al potencial aplicado. *b*) Compare la cantidad máxima de carga almacenada en cada caso. *c*) El almacenamiento de energía en un capacitor está limitado por el campo eléctrico máximo entre las placas. ¿Cuál es la razón del campo eléctrico para las combinaciones en serie y paralelo?

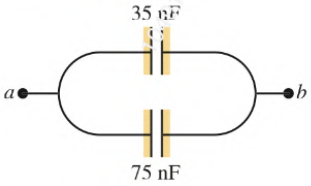
**24.28** • Para la red de capacitores que se ilustra en la **figura E24.28**, la diferencia de potencial a través de *ab* es de 48 V. Calcule *a*) la carga total almacenada en esta red; *b*) la carga en cada capacitor; *c*) la energía total almacenada en la red; *d*) la energía almacenada en cada capacitor; *e*) la diferencia de potencial a través de cada capacitor.

Figura **E24.28**




**24.29** • Para la red de capacitores que se ilustra en la **figura E24.29**, la diferencia de potencial a través de *ab* es de 220 V. Calcule *a*) la carga total almacenada en la red; *b*) la carga en cada capacitor; *c*) la energía total almacenada en la red; *d*) la energía almacenada en cada capacitor; *e*) la diferencia de potencial a través de cada capacitor.

Figura **E24.29**




**24.30** • Un capacitor cilíndrico de 0.350 m de longitud consiste en un núcleo conductor sólido con radio de 1.20 mm, y un tubo exterior conductor hueco con radio interior de 2.00 mm. Los dos conductores están separados por aire y se cargan a una diferencia de potencial de 6.00 V. Calcule *a*) la carga por unidad de longitud para el capacitor; *b*) la carga total en el capacitor; *c*) la capacitancia; *d*) la energía almacenada en el capacitor cuando está cargado por completo.

**24.31** • Un capacitor cilíndrico de aire tiene una longitud de 15.0 m y almacena $3.20 \times 10^{-9}$ J de energía cuando la diferencia de potencial entre los dos conductores es de 4.00 V. *a*) Calcule la magnitud de la carga en cada conductor. *b*) Calcule la razón de los radios de los conductores interior y exterior.

**24.32** •• Un capacitor está formado por dos esferas huecas conductoras concéntricas separadas por vacío. La esfera interior tiene un radio de 12.5 cm, y la exterior tiene un radio de 14.8 cm. Se aplica al capacitor una diferencia de potencial de 120 V. *a*) ¿Cuál es la densidad de energía en $r = 12.6$ cm, inmediatamente afuera de la esfera interior? *b*) ¿Cuál es la densidad de energía en $r = 14.7$ cm, inmediatamente adentro de la esfera exterior? *c*) Para un capacitor de placas paralelas, la densidad de energía es uniforme en la región entre las placas, excepto cerca de sus bordes. ¿Esto también se cumple para un capacitor esférico?

## Sección 24.4 Dieléctricos

**24.33** • Se conecta un capacitor de 12.5 $\mu$F a una fuente de energía que mantiene una diferencia de potencial constante de 24.0 V a través de las placas. Entre las placas se coloca un trozo de material cuya constante dieléctrica es de 3.75 llenando por completo el espacio que hay entre ellas. *a*) ¿Cuánta energía hay almacenada en el capacitor antes y después de insertar el dieléctrico? *b*) ¿Cuánto cambia la energía durante la inserción? ¿Aumenta o disminuye?

**24.34** • Un capacitor de placas paralelas tiene capacitancia $C_0$ = 8.00 pF cuando hay aire entre sus placas. La separación entre las placas es de 1.50 mm. *a*) ¿Cuál es la magnitud máxima de carga $Q$ que puede colocarse en cada placa si el campo eléctrico entre ellas no debe exceder $3.00 \times 10^4$ V/m? *b*) Se inserta un dieléctrico con $K = 2.70$ entre las placas del capacitor, llenando por completo el volumen entre ellas. Ahora, ¿cuál es la magnitud máxima de carga en cada placa, si el campo eléctrico entre ellas no debe exceder $3.00 \times 10^4$ V/m?

**24.35** • Dos placas paralelas tienen cargas iguales de signo contrario. Cuando se evacua el espacio entre las placas, el campo eléctrico es $E = 3.20 \times 10^5$ V/m. Cuando el espacio se llena con un dieléctrico, el campo eléctrico es $E = 2.50 \times 10^5$ V/m. *a*) ¿Cuál es la densidad de carga en cada superficie del dieléctrico? *b*) ¿Cuál es la constante dieléctrica?

**24.36** • Un aficionado a la electrónica quiere construir un capacitor sencillo de 1.0 nF para sintonizar su radio de cristal, con dos láminas de aluminio como placas y algunas hojas de papel entre ellas como dieléctrico. El papel tiene una constante dieléctrica de 3.0, y el espesor de una hoja es de 0.20 mm. *a*) Si las hojas de papel miden $22 \times 28$ cm y el aficionado corta el aluminio con las mismas dimensiones, ¿cuántas hojas de papel debe colocar entre las placas para lograr la capacitancia adecuada? *b*) Suponga que, por conveniencia, él quiere utilizar, en vez de papel, una sola hoja de cartón con la misma constante dieléctrica pero con espesor de 12.0 mm. ¿Qué área de hoja de aluminio necesitará para elaborar sus placas y obtener 1.0 nF de capacitancia? *c*) Suponga que recurre a la alta tecnología y encuentra una hoja de teflón del mismo espesor que el cartón para utilizarla como dieléctrico. ¿Necesitará un área más grande o más pequeña de teflón en comparación con la del cartón? Explique su respuesta.

**24.37** • El dieléctrico que va a usarse en un capacitor de placas paralelas tiene una constante dieléctrica de 3.60 y rigidez dieléctrica de $1.60 \times 10^7$ V/m. El capacitor debe tener una capacitancia de $1.25 \times 10^{-9}$ F y debe soportar una diferencia máxima de potencial de 5500 V. ¿Cuál es el área mínima que deben tener las placas del capacitor?

**24.38** •• BIO **Potencial en células humanas.** Algunas membranas celulares del cuerpo humano tienen una capa de carga negativa en la superficie interior y una capa de carga positiva de igual magnitud en la superficie exterior. Suponga que la densidad de carga en cualquier superficie es de $\pm 0.50 \times 10^{-3}$ C/m$^2$, la membrana celular tiene 5.0 nm de espesor, y el material de la membrana celular es aire. *a*) Calcule la magnitud de $\vec{E}$ en la pared entre las dos capas de carga. *b*) Calcule la diferencia de potencial entre el interior y el exterior de la célula. ¿Cuál tiene el potencial más alto? *c*) Una célula normal del cuerpo humano tiene un volumen de $10^{-16}$ m$^3$. Estime la energía total del campo eléctrico almacenada en la membrana de una célula de tales dimensiones. (*Sugerencia:* Suponga que la célula es esférica y calcule el volumen de la pared de la membrana celular). *d*) En realidad la membrana celular no está hecha de aire, sino de tejido con una constante dieléctrica de 5.4. Repita los incisos *a*) y *b*) para este caso.

**24.39** • Se mantiene una diferencia de potencial constante de 12 V entre las terminales de un capacitor de 0.25 $\mu$F de placas paralelas con aire entre ellas. *a*) Se inserta una lámina de PET entre las placas de manera que llene por completo el espacio. Cuando se hace esto, ¿cuánta carga adicional fluye hacia la placa positiva del capacitor? (Consulte la tabla 24.1). *b*) ¿Cuál es la carga total inducida en cada cara de la lámina de PET? *c*) ¿Qué efecto tiene la lámina de PET sobre el campo eléctrico entre las placas? Explique cómo se puede conciliar este hecho con el incremento de la carga en las placas, el cual actúa para *aumentar* el campo eléctrico.

**24.40** •• El poliestireno tiene una constante dieléctrica de 2.6 y una rigidez dieléctrica de $2.0 \times 10^7$ V/m. Entre las placas de un capacitor de placas paralelas se usa una pieza de poliestireno como dieléctrico. *a*) Cuando el campo eléctrico entre las placas tiene un valor del 80% de la rigidez dieléctrica, ¿cuál es la densidad de energía de la energía almacenada? *b*) Cuando el capacitor se conecta a una batería con una diferencia de potencial de 500.0 V, el campo eléctrico entre las placas equivale al 80% de la rigidez dieléctrica. ¿Cuál es el área de cada placa si el capacitor almacena 0.200 mJ de energía en estas condiciones?

**24.41** • Cuando se conecta un capacitor con aire de 360 nF (1 nF = $10^{-9}$ F) a una fuente de poder, la energía almacenada en el capacitor es de $1.85 \times 10^{-5}$ J. Mientras el capacitor se mantiene conectado a la fuente de energía, se inserta un trozo de material dieléctrico que llena por completo el espacio entre las placas, lo cual incrementa la energía almacenada en $2.32 \times 10^{-5}$ J. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del capacitor? *b*) ¿Cuál es la constante dieléctrica del trozo de material?

**24.42** • Un capacitor de placas paralelas tiene una capacitancia $C$ = 12.5 pF cuando el volumen entre las placas está lleno de aire. Las placas son circulares con radio de 3.00 cm. El capacitor está conectado a una batería, y una carga de magnitud 25.0 pC va hacia cada placa. Con el capacitor aún conectado a la batería, se inserta un bloque de dieléctrico entre las placas llenando por completo el espacio entre ellas. Después de insertar el dieléctrico, la carga en cada placa tiene una magnitud de 45.0 pC. *a*) ¿Cuál es la constante dieléctrica $K$ del dieléctrico? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas antes y después de haber insertado el dieléctrico? *c*) ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto medio entre las placas antes y después de insertar el dieléctrico?

## Sección 24.6 La ley de Gauss en los dieléctricos

**24.43** • El volumen entre las placas paralelas de un capacitor está lleno de plástico cuya constante dieléctrica es $K$. La magnitud de la carga en cada placa es $Q$. Cada placa tiene área $A$, con una distancia $d$ entre ambas. *a*) Utilice la ley de Gauss como se plantea en la ecuación (24.23) para calcular la magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico. *b*) Use el campo eléctrico obtenido en el inciso *a*) para calcular la diferencia de potencial entre las dos placas. *c*) Con el resultado del inciso *b*), determine la capacitancia del capacitor. Compare su resultado con la ecuación (24.12).

**24.44** • Las placas paralelas de un capacitor tienen un área de 0.0225 m$^2$ y están separadas por 1.00 mm de teflón. *a*) Calcule la carga en las placas cuando están cargadas a una diferencia de potencial de 12.0 V. *b*) Use la ley de Gauss (ecuación 24.23) para calcular el campo eléctrico dentro del teflón. *c*) Aplique la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico, si se desconecta la fuente de voltaje y se retira el teflón.

## PROBLEMAS

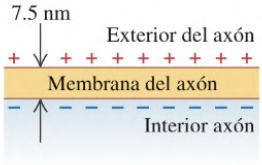
**24.45** • Las unidades electrónicas del flash de las cámaras fotográficas contienen un capacitor que almacena energía para producir el destello. En una de estas unidades, el fulgor dura $\frac{1}{675}$ s, con una salida media de potencia luminosa de $2.70 \times 10^5$ W. *a*) Si la conversión de energía eléctrica en luz tiene una eficiencia del 95% (el resto se convierte en energía térmica), ¿cuánta energía debe almacenarse en el capacitor para obtener un destello? *b*) El capacitor tiene una diferencia de potencial entre sus placas de 125 V, cuando la energía almacenada es igual al valor calculado en el inciso *a*). ¿Cuál es la capacitancia?

**24.46** • Las placas paralelas de un capacitor con aire miden 12 cm cuadrados de superficie, con una separación de 3.7 mm. El capacitor se conecta a una batería de 12 V. *a*) ¿Cuál es la capacitancia? *b*) ¿Cuál es la carga en cada placa? *c*) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas? *d*) ¿Cuál es la energía almacenada en el capacitor? *e*) Si la batería se desconecta y luego se separan las placas hasta estar a 7.4 mm, ¿cuáles son las respuestas para los incisos *a*) a *d*)?

**24.47** ••• En cierto tipo de teclado de computadora, cada tecla tiene una pequeña placa metálica que funciona como una de las placas de un capacitor de placas paralelas relleno de aire. Cuando se oprime la tecla, la separación de las placas disminuye y la capacitancia aumenta. Los circuitos electrónicos detectan el cambio de la capacitancia y, por lo tanto, la tecla que se oprimió. En un teclado en particular, el área de cada placa metálica es de 42.0 $mm^2$, y la separación entre las placas es de 0.700 mm antes de oprimir la tecla. *a*) Calcule la capacitancia antes de oprimir la tecla. *b*) Si los circuitos pueden detectar un cambio en la capacitancia de 0.250 pF, ¿qué distancia hay que oprimir la tecla para que los circuitos detecten el cambio?

**24.48** ••• BIO **Membranas celulares.** Las membranas de las células (la pared que las rodea) normalmente tienen un espesor de 7.5 nm. Son parcialmente permeables para permitir que material con carga entre y salga, según sea necesario. En las caras interior y exterior de las membranas hay densidades de carga iguales pero de signo contrario, para impedir que cargas adicionales crucen la membrana celular. Se puede modelar la membrana celular como un capacitor de placas paralelas, con la membrana que contiene proteínas incrustada en un material orgánico que le da una constante dieléctrica de aproximadamente 10 (vea la **figura P24.48**). *a*) ¿Cuál es la capacitancia por centímetro cuadrado de una membrana celular? *b*) En su estado de reposo normal, una célula tiene una diferencia de potencial de 85 mV a través de su membrana. ¿Cuál es el campo eléctrico dentro de ella?

Figura **P24.48**

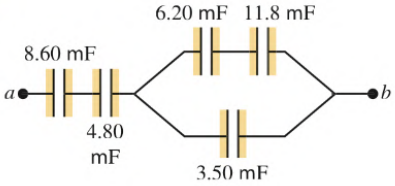



**24.49** •• Un capacitor de 20.0 $\mu$F está cargado con una diferencia de potencial de 800 V. Las terminales del capacitor cargado se conectan entonces a las de un capacitor descargado de 10.0 $\mu$F. Calcule *a*) la carga original del sistema, *b*) la diferencia de potencial final en las terminales de cada capacitor, *c*) la energía final del sistema, y *d*) la disminución de energía cuando los capacitores se conectan.

**24.50** •• En la figura 24.9*a*, sean $C_1 = 9.0\ \mu$F, $C_2 = 4.0\ \mu$F y $V_{ab} = 64$ V. Suponga que los capacitores cargados se desconectan de la fuente y uno del otro, para luego reconectarlos entre sí con las placas de *signo contrario*. ¿En cuánto disminuye la energía del sistema?

**24.51** • Para la red de capacitores que se ilustra en la **figura P24.51**, la diferencia de potencial a través de *ab* es de 12.0 V. Calcule *a*) la energía total almacenada en la red, y *b*) la energía almacenada en el capacitor de 4.80 $\mu$F.

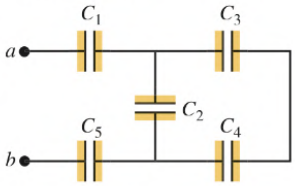
Figura **P24.51**




**24.52** •• En la red de capacitores mostrada en la figura E24.17, $C_1 = 6.00\ \mu$F, $C_2 = 3.00\ \mu$F, $C_3 = 4.00\ \mu$F y $C_4 = 8.00\ \mu$F. La red de capacitores se conecta a una diferencia de potencial aplicada $V_{ab}$. Después de que las cargas en los capacitores han alcanzado su valor final, el voltaje a través de $C_3$ es de 40.0 V. ¿Cuáles son *a*) los voltajes a través de $C_1$ y $C_2$, *b*) el voltaje a través de $C_4$ y *c*) el voltaje $V_{ab}$ aplicado a la red.

**24.53** • En la **figura P24.53**, $C_1 = C_5 = 8.4\ \mu$F y $C_2 = C_3 = C_4 = 4.2\ \mu$F. El potencial aplicado es $V_{ab} = 220$ V. *a*) ¿Cuál es la capacitancia equivalente de la red entre los puntos *a* y *b*? *b*) Calcule la carga en cada capacitor y la diferencia de potencial a través de cada uno.

Figura **P24.53**

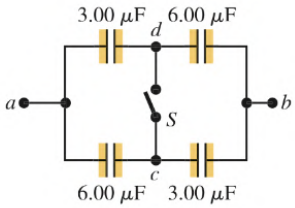



**24.54** •• La tecnología actual de la ciencia de los materiales permite a los ingenieros construir capacitores con valores de $C$ mucho mayores de lo que era posible. Un capacitor tiene $C = 3000$ F y una diferencia de potencial máxima nominal de 2.7 V. El capacitor cilíndrico tiene un diámetro de 6.0 cm y una longitud de 13.5 cm. *a*) Determine la energía potencial eléctrica máxima que se puede almacenar en este capacitor. *b*) ¿El valor del inciso *a*) concuerda con el valor de 3.0 Wh impreso en el capacitor? *c*) ¿Cuál es la densidad de energía máxima que se puede obtener del capacitor? *d*) Compare esta densidad de energía máxima con la densidad de energía máxima posible del poliéster (vea la tabla 24.2).

**24.55** •• En la figura E24.20, $C_1 = 3.00\ \mu$F y $V_{ab} = 150$ V. La carga en el capacitor $C_1$ es de 150 $\mu$C y la carga en $C_3$ es de 450 $\mu$C. ¿Cuáles son los valores de las capacitancias de $C_2$ y $C_3$?

**24.56** • Los capacitores en la **figura P24.56** se encuentran inicialmente sin carga y están conectados, como se ilustra en el diagrama, con el interruptor *S* abierto. La diferencia de potencial aplicada es $V_{ab} = +210$ V. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V_{cd}$? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de cada capacitor una vez cerrado el interruptor *S*? *c*) ¿Cuánta carga fluyó a través del interruptor cuando se cerró?

Figura **P24.56**

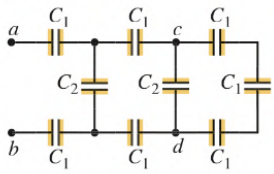



**24.57** •• Tres capacitores con capacitancias de 8.4, 8.4 y 4.2 $\mu$F están conectados en serie a través de una diferencia de potencial de 36 V. *a*) ¿Cuál es la carga en el capacitor de 4.2 $\mu$F? *b*) ¿Cuál es la energía total almacenada en los tres capacitores? *c*) Los capacitores se desconectan de la diferencia de potencial sin permitir que se descarguen. Después se vuelven a conectar en paralelo entre sí, con las placas con carga positiva conectadas. ¿Cuál es el voltaje a través de cada capacitor en la combinación en paralelo? *d*) ¿Cuál es la energía total que ahora está almacenada en los capacitores?

**24.58** • **Capacitancia en una nube cargada.** El centro de carga de una nube durante una tormenta, que se encuentra a 3.0 km sobre la superficie terrestre, contiene 20 C de carga negativa. Si se supone que el centro de carga tiene un radio de 1.0 km, y el centro de carga y la superficie de la Tierra se modelan como placas paralelas, calcule: *a*) la capacitancia del sistema; *b*) la diferencia de potencial entre el centro de carga y la superficie terrestre; *c*) la intensidad media del campo eléctrico entre la nube y la superficie terrestre; *d*) la energía eléctrica almacenada en el sistema.

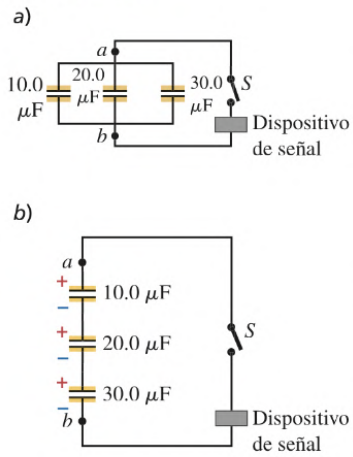
**24.59** •• En la **figura P24.59**, cada capacitancia $C_1$ es de 6.9 $\mu$F, y cada capacitancia $C_2$ es de 4.6 $\mu$F. *a*) Calcule la capacitancia equivalente de la red entre los puntos *a* y *b*. *b*) Determine la carga en cada uno de los tres capacitores más cercanos a *a* y *b* cuando $V_{ab} = 420$ V. *c*) Con 420 V a través de *a* y *b*, calcule $V_{cd}$.

Figura **P24.59**




**24.60** • Cada combinación de capacitores entre los puntos *a* y *b* en la **figura P24.60** se conecta primero a una batería de 120 V, para cargarse a 120 V. Después, estas combinaciones se conectan para formar el circuito que se ilustra. Cuando se acciona el interruptor *S*, fluye la carga desde los capacitores, la cual activa el dispositivo de señal. ¿Cuánta carga fluye a través del dispositivo de señal en cada caso?

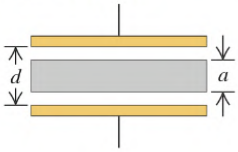
Figura **P24.60**




**24.61** • Un capacitor de placas paralelas que tiene sólo aire entre las placas se carga conectándolo a una batería. Luego, se desconecta el capacitor de la batería sin que ninguna carga salga de las placas. *a*) Cuando se coloca un voltímetro a través del capacitor y arroja una lectura de 45.0 V. Al insertar un dieléctrico entre las placas llenando por completo el espacio entre ellas, el voltímetro da una lectura de 11.5 V. ¿Cuál es la constante dieléctrica de este material? *b*) ¿Cuál será la lectura del voltímetro si se retira parte del dieléctrico de manera que sólo ocupe la tercera parte del espacio entre las placas?

**24.62** •• Un capacitor con aire está construido con dos placas planas, cada una con área *A*, separadas una distancia *d*. Después, se inserta entre ellas un bloque metálico con espesor *a* (menor que *d*) y de la misma forma y tamaño que las placas, paralelo a éstas y sin tocarlas (**figura P24.62**). *a*) ¿Cuál es la capacitancia de este arreglo? *b*) Exprese la capacitancia como un múltiplo de la capacitancia $C_0$ cuando el bloque de metal no está presente. *c*) Analice lo que ocurre con la capacitancia en los límites cuando $a \rightarrow 0$ y $a \rightarrow d$.

Figura **P24.62**



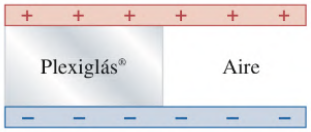

**24.63** •• Se aplica una diferencia de potencial $V_{ab} = 48.0$ V a través de la red de capacitores de la figura E24.17. Si $C_1 = C_2 = 4.00$ $\mu$F y $C_4 = 8.00$ $\mu$F, ¿cuál debe ser la capacitancia $C_3$ si el circuito está diseñado para almacenar $2.90 \times 10^{-3}$ J de energía eléctrica?

**24.64** • CALC El cilindro interior de un capacitor largo y cilíndrico tiene un radio $r_a$ y densidad de carga lineal $+\lambda$. Está rodeado por una coraza cilíndrica, coaxial, conductora, con radio interior $r_b$ y densidad de carga lineal $-\lambda$ (vea la figura 24.6). *a*) ¿Cuál es la densidad de energía en la región entre los conductores a una distancia *r* del eje? *b*) Integre la densidad de energía calculada en el inciso *a*) con respecto al volumen entre los conductores en una longitud *L* del capacitor, para obtener la energía total del campo eléctrico por unidad de longitud. *c*) Utilice la ecuación (24.9) y la capacitancia por unidad de longitud calculada en el ejemplo 24.4 (sección 24.1), para calcular $U/L$. ¿Concuerda el resultado con el que se obtuvo en el inciso *b*)?

**24.65** •• Un capacitor de placas paralelas tiene placas cuadradas de 8.00 cm por lado y 3.80 mm de separación. El espacio entre las placas está completamente lleno por dos bloques de dieléctrico, cada uno de 8.00 cm por lado y 1.90 mm de espesor. Un trozo es de pyrex y el otro de poliestireno. Si la diferencia de potencial entre las placas es de 86.0 V, ¿cuánta energía eléctrica se almacena en el capacitor?

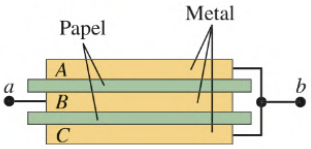
**24.66** •• Un capacitor de placas paralelas está formado por dos placas de 12.0 cm por lado y 4.50 mm de separación. La mitad del espacio entre estas placas sólo contiene aire, y la otra mitad contiene Plexiglás® con una constante dieléctrica igual a 3.40 (**figura P24.66**). A través de las placas se conecta una batería de 18.0 V. *a*) ¿Cuál es la capacitancia de esta combinación? (*Sugerencia:* ¿Puede visualizar este capacitor como el equivalente de dos capacitores en paralelo?). *b*) ¿Cuánta energía se almacena en el capacitor? *c*) Si se retira el Plexiglás® y lo demás permanece igual, ¿cuánta energía se almacenará en el capacitor?

Figura **P24.66**



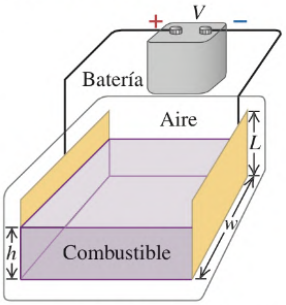

**24.67** •• Tres placas metálicas cuadradas *A*, *B* y *C*, cada una de 12.0 cm de lado y 1.50 mm de espesor, se acomodan como se ilustra en la **figura P24.67**. Las placas están separadas por hojas de papel de 0.45 mm de espesor y constante dieléctrica de 4.2. Las placas exteriores se conectan entre sí y con el punto *b*. La placa interior se conecta al punto *a*. *a*) Copie el diagrama y muestre con signos + y − la distribución de la carga en las placas, cuando el punto a se mantiene a un potencial positivo en relación con el punto *b*. *b*) ¿Cuál es la capacitancia entre los puntos *a* y *b*?

Figura **P24.67**




**24.68** •• Un medidor de combustible utiliza un capacitor para determinar la altura que alcanza el combustible dentro de un tanque. La constante dieléctrica efectiva $K_{ef}$ cambia a partir de un valor de 1 cuando el tanque está vacío, a un valor de *K*, la constante dieléctrica del combustible, cuando el tanque está lleno. Circuitos electrónicos adecuados determinan la constante dieléctrica efectiva de la combinación de aire y combustible entre las placas del capacitor. Cada una de las dos placas rectangulares tiene un ancho *w* y longitud *L* (**figura P24.68**). La altura del combustible entre las placas es *h*. Se pueden ignorar los efectos de los bordes. *a*) Obtenga una expresión para $K_{ef}$ como función de *h*. *b*) ¿Cuál es la constante dieléctrica efectiva para un tanque a la cuarta parte, a la mitad y a las tres cuartas partes de su capacidad, si el combustible es gasolina ($K = 1.95$)? *c*) Repita el inciso *b*) para metanol ($K = 33.0$). *d*) ¿Para qué combustible resulta más práctico usar este medidor?

Figura **P24.68**



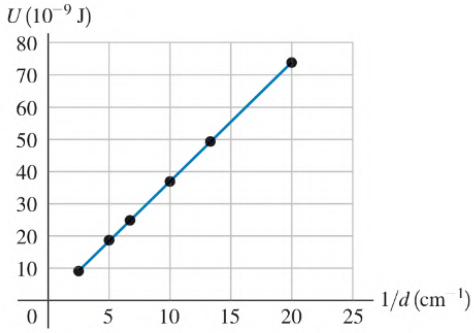

**24.69** •• DATOS Su empresa de electrónicos tiene varios capacitores idénticos con capacitancia $C_1$ y otros con capacitancia $C_2$. Usted desea determinar los valores $C_1$ y $C_2$, pero no tiene acceso individual a $C_1$ y $C_2$. No obstante, existe una red con $C_1$ y $C_2$ conectados en serie y otra red con $C_1$ y $C_2$ conectados en paralelo. Además, tiene una batería de 200.0 V e instrumentación que mide el suministro total de energía de la batería cuando está conectada al circuito. Cuando la combinación en paralelo está conectada a la batería, se almacenan 0.180 J de energía en la red. Cuando la combinación en serie se

conecta, se almacenan 0.0400 J de energía. Se sabe que $C_1$ es mayor que $C_2$. *a*) Calcule $C_1$ y $C_2$. *b*) En la combinación en serie, ¿cuál almacena más carga, $C_1$ o $C_2$, o los valores son iguales? ¿Cuál almacena más energía, $C_1$ o $C_2$, o los valores son iguales? *c*) Repita el inciso *b*) para la combinación en paralelo.

**24.70** •• DATOS Se están diseñando capacitores para varias aplicaciones. Para una aplicación, se desea la energía almacenada máxima posible. Para otra, se requiere la carga almacenada máxima. Para una tercera aplicación, se pide que el capacitor resista un alto voltaje aplicado sin que el dieléctrico se rompa. Se inicia con un capacitor de placas paralelas lleno de aire que tiene $C_0 = 6.00$ pF y una separación entre las placas de 2.50 mm. Luego, se considera el uso de cada uno de los materiales dieléctricos listados en la tabla 24.2. En cada aplicación, el dieléctrico llenará totalmente el volumen entre las placas, y el campo eléctrico entre las placas será del 50% de la rigidez dieléctrica indicada en la tabla. *a*) Para cada uno de los cinco materiales incluidos en la tabla, calcule la energía almacenada en el capacitor. ¿Cuál dieléctrico permite la energía almacenada máxima? *b*) Para cada material, ¿cuál es la carga $Q$ almacenada en cada placa del capacitor? *c*) Para cada material, ¿cuál es el voltaje aplicado a través del capacitor? *d*) ¿Hay un material dieléctrico en la tabla que mejor se acomode a las tres aplicaciones?

**24.71** •• DATOS Usted realiza experimentos con un capacitor de placas paralelas lleno de aire. Se conecta el capacitor a una batería de 24.0 V. Inicialmente, la separación $d$ entre las placas es de 0.0500 cm. En un experimento usted deja la batería conectada al capacitor, aumenta la separación entre las placas, y mide la energía almacenada en el capacitor para cada valor de $d$. En un segundo experimento, usted hace las mismas mediciones, pero desconecta la batería antes de modificar la separación entre las placas. En la **figura P24.71** se presenta un conjunto de sus datos, donde se tiene graficada la energía almacenada $U$ contra $1/d$. *a*) ¿Para cuál experimento se aplican estos datos: el primero (con la batería conectada) o el segundo (con la batería desconectada antes de modificar $d$)? Explique su razonamiento. *b*) Use los datos de la gráfica de la figura P24.71 para calcular el área $A$ de cada placa. *c*) En qué caso, con la batería conectada o con la batería desconectada, hay más energía almacenada en el capacitor cuando $d = 0.400$ cm? Explique su razonamiento.

Figura **P24.71**

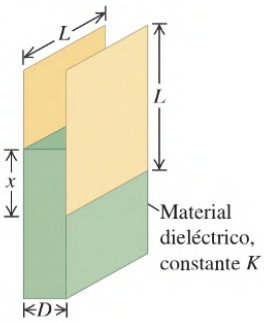



## PROBLEMA DE DESAFÍO

**24.72** ••• Dos placas conductoras cuadradas con lados de longitud L están separadas por una distancia $D$. Se inserta un bloque dieléctrico con constante $K$ y dimensiones $L \times L \times D$, a una distancia $x$ en el espacio entre las placas, como se ilustra en la **figura P24.72**. *a*) Calcule la capacitancia $C$ de este sistema. *b*) Suponga que el capacitor está conectado a una batería que mantiene una diferencia de potencial constante $V$ entre las placas. Si el dieléctrico se inserta a una distancia adicional $dx$ en el espacio entre las placas, demuestre que el cambio en la energía almacenada es

$$dU = +\frac{(K-1)\epsilon_0 V^2 L}{2D}dx$$

Figura **P24.72**




*c*) Suponga que antes de desplazar el bloque dieléctrico la distancia $dx$, las placas se desconectan de la batería, de manera que las cargas en ellas permanecen constantes. Determine la magnitud de la carga en cada placa y luego demuestre que cuando el dieléctrico se desplaza la distancia adicional $dx$ en el espacio entre las placas, la energía almacenada cambia en una cantidad que es el *negativo* de la expresión para $dU$ que se dio en el inciso *b*). *d*) Si $F$ es la fuerza que las cargas de las placas ejercen sobre el dieléctrico, entonces $dU$ debe ser igual al trabajo realizado *contra* esta fuerza para desplazar el material dieléctrico una distancia $dx$. De esta forma, $dU = -F\,dx$. Demuestre que la aplicación de esta expresión al resultado del inciso *b*) sugiere que la fuerza eléctrica sobre el dieléctrico lo empuja *hacia afuera* del capacitor; mientras que el resultado para el inciso *c*) sugiere que la fuerza atrae al dieléctrico *hacia adentro* del capacitor. *e*) La figura 24.16 indica que la fuerza en realidad atrae al dieléctrico hacia el capacitor. Explique por qué el resultado del inciso *b*) da una respuesta incorrecta para la dirección de la fuerza, y calcule la magnitud de tal fuerza (este método no requiere conocer la naturaleza del efecto del campo en los bordes).

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

BIO **EL HUEVO ELÉCTRICO.** Después de la fertilización, los huevos de muchas especies experimentan un cambio rápido en la diferencia de potencial sobre su membrana exterior. Este cambio afecta el desarrollo fisiológico de los huevos. La diferencia de potencial a través de la membrana se conoce como *potencial de membrana*, $V_m$, el cual es el potencial dentro de la membrana menos el potencial fuera de ella. El potencial de membrana se crea cuando las enzimas usan la energía disponible en el trifosfato de adenosina (ATP), para expulsar vigorosamente tres iones de sodio ($Na^+$), y acumulan dos iones de potasio ($K^+$) en el interior de la membrana, haciendo el interior menos positivamente cargado que el exterior. En el caso de un huevo de erizo de mar, $V_m$ es de aproximadamente −70 mV, es decir, el potencial en el interior es 70 mV menos que en el exterior. La membrana del huevo se comporta como un capacitor con una capacitancia de 1 $\mu$F/cm$^2$ aproximadamente. La membrana de un huevo sin fertilizar es *permeable selectivamente* para $K^+$; es decir, K+ puede pasar fácilmente a través de ciertos canales de la membrana, pero otros iones no. Cuando un huevo de erizo de mar se fertiliza, los canales para $Na^+$ en la membrana se abren. El $Na^+$ entra al huevo y $V_m$ aumenta rápidamente a +30 mV, donde permanece por varios minutos. La concentración de $Na^+$ es de 30 mmol/L aproximadamente en el interior del huevo, pero de 450 mmol/L en el agua de mar circundante. La concentración de $K^+$ es de 200 mmol/L en el interior, pero de 10 mmol/L en el exterior. Una constante útil que relaciona las unidades eléctricas y químicas es el *número de Faraday*, que tiene un valor de $10^5$ C/mol aproximadamente; es decir, el número de Avogadro (un mol) de iones monovalentes, como el $Na^+$ o el $K^+$, transportan una carga de $10^5$ C.

**24.73** ¿Cuántos moles de $Na^+$ deben moverse por unidad de superficie de una membrana para cambiar $V_m$ de −70 mV a +30 mV, si se supone que la membrana se comporta exactamente como un capacitor? *a*) $10^{-4}$ mol/cm$^2$; *b*) $10^{-9}$ mol/cm$^2$; *c*) $10^{-12}$ mol/cm$^2$; *d*) $10^{-14}$ mol/cm$^2$.

**24.74** Suponga que el huevo tiene un diámetro de 200 $\mu$m. ¿Cuál es el cambio fraccionario en la concentración interna de $Na^+$ resultante del cambio en $V_m$ por la fertilización inducida? Suponga que los iones de $Na^+$ están distribuidos a través del volumen celular. La concentración aumenta en *a*) 1 parte en $10^4$; *b*) 1 parte en $10^5$; *c*) 1 parte en $10^6$; *d*) 1 parte en $10^7$.

**24.75** Suponga que el cambio en $V_m$ fue causado por la entrada de $Ca^{2+}$ en lugar de $Na^+$. ¿Cuántos iones de $Ca^{2+}$ tendrían que entrar a la célula por unidad de membrana para producir el cambio? *a*) Tanto como la mitad de iones $Na^+$; *b*) la misma cantidad que de iones $Na^+$; *c*) tanto como el doble de iones $Na^+$; *d*) no se puede decir sin conocer las concentraciones de $Ca^{2+}$ en el interior y en el exterior.

**24.76** ¿Cuál es la cantidad mínima de trabajo que debe hacer la célula para restaurar $V_m$ a $-70$ mV? *a*) 3 mJ; *b*) 3 $\mu$J; *c*) 3 nJ; *d*) 3 pJ.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**iv.** La ecuación (24.9) indica que la energía almacenada en un capacitor con capacitancia $C$ y carga $Q$ es $U = Q^2/2C$. Si la carga $Q$ se duplica, la energía almacenada se incrementa en un factor de $2^2 = 4$. Observe que si el valor de $Q$ es demasiado grande, la magnitud del campo eléctrico dentro del capacitor superará la rigidez dieléctrica del material entre las placas y ocurrirá la ruptura del dieléctrico (vea la sección 24.4). Esto fija un límite práctico a la cantidad de energía que puede almacenarse.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**24.1 iii.** La capacitancia no depende del valor de la carga $Q$. La duplicación del valor de $Q$ hace que la diferencia de potencial $V_{ab}$ se duplique, por lo que la capacitancia $C = Q/V_{ab}$ permanece sin cambio. Estos enunciados son verdaderos sin importar la geometría del capacitor.

**24.2 *a*) i, *b*) iv.** En una conexión en serie, los dos capacitores tienen la misma carga $Q$, pero distintas diferencias de potencial $V_{ab} = Q/C$; el capacitor con la menor capacitancia $C$ tiene la mayor diferencia de potencial. En una conexión en paralelo, los dos capacitores tienen la misma diferencia de potencial $V_{ab}$, pero distintas cargas $Q = CV_{ab}$; el capacitor con la mayor capacitancia $C$ tiene la carga más grande. Por lo tanto, un capacitor de 4 $\mu$F tendrá una diferencia de potencial más grande que otro capacitor de 8 $\mu$F si los dos están conectados en serie. El capacitor de 4 $\mu$F no puede tener más carga que el de 8 $\mu$F sin importar cómo se conecten: en una conexión en serie tendrán la misma carga, y en una en paralelo el capacitor de 8 $\mu$F tendrá más carga.

**24.3 i.** Los capacitores conectados en serie tienen la misma carga $Q$. Para comparar la cantidad de energía almacenada, se utiliza la expresión $U = Q^2/2C$ de la ecuación (24.9); esto indica que el capacitor con la *menor* capacitancia ($C = 4$ $\mu$F) tiene más energía almacenada en una combinación en serie. En contraste, los capacitores en paralelo tienen la misma diferencia de potencial $V$, por lo que para compararlos se emplea $U = \frac{1}{2}CV^2$ de la ecuación (24.9). Esto demuestra que en una combinación en paralelo, el capacitor con la *mayor* capacitancia ($C = 8$ $\mu$F) tiene más energía almacenada. (Si en lugar de lo anterior se hubiera usado $U = \frac{1}{2}CV^2$ para analizar la combinación en serie, se habrían tenido que explicar las distintas diferencias de potencial a través de los dos capacitores. En forma similar, el empleo de $U = Q^2/2C$ para estudiar la combinación en paralelo requeriría que se explicaran las diferentes cargas en los capacitores).

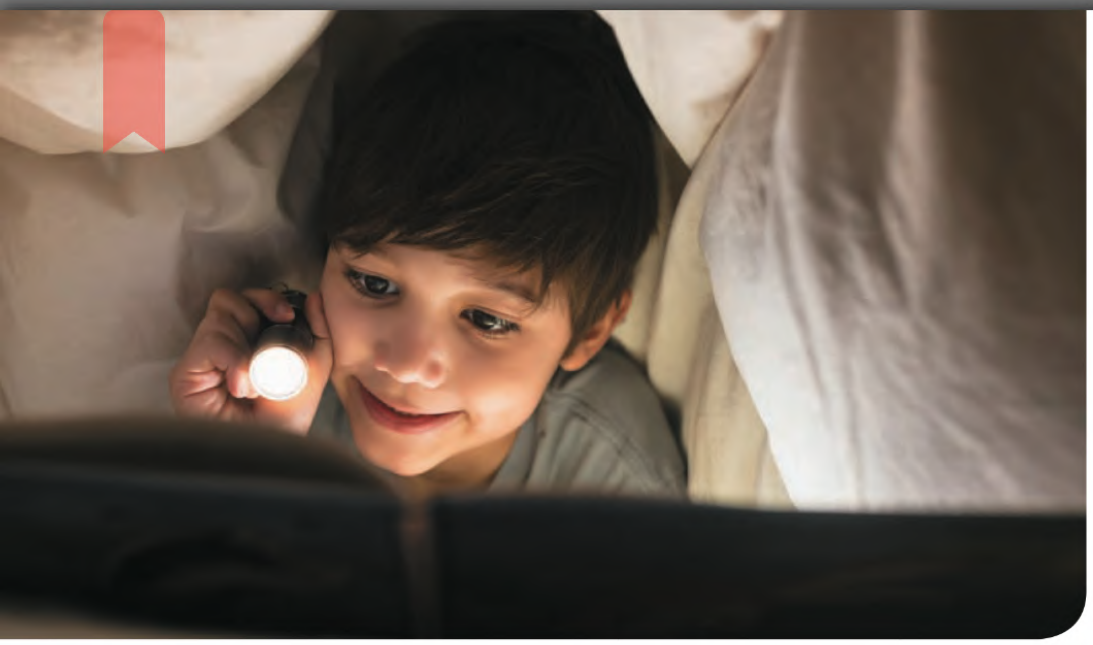
**24.4 i.** Aquí, $Q$ permanece sin cambio, por lo que se emplea $U = Q^2/2C$ de la ecuación (24.9) para la energía almacenada. Si se retira el dieléctrico, la capacitancia se reduce en un factor de $1/K$; como $U$ es inversamente proporcional a $C$, la energía almacenada *aumenta* en un factor de $K$. Se requiere trabajo para retirar el bloque dieléctrico del capacitor porque el campo de los bordes trata de atraerlo de regreso (figura 24.16). El trabajo realizado pasa a la energía almacenada en el capacitor.

**24.5 i, iii, ii.** La ecuación (24.14) establece que si $E_0$ es la magnitud del campo eléctrico inicial (antes de insertar el dieléctrico), entonces la magnitud del campo resultante después de insertar el dieléctrico es $E_0/K = E_0/3$. La magnitud del campo resultante es igual a la diferencia entre la magnitud del campo inicial y la magnitud $E_i$ del campo debido a las cargas ligadas (vea la figura 24.20). Por lo tanto, $E_0 - E_i = E_0/3$ y $E_i = 2E_0/3$.

**24.6 iii.** La ecuación (24.23) muestra que esta situación es la misma en una carga puntual aislada en el vacío pero sustituyendo $\vec{E}$ por $K\vec{E}$. Así, $KE$ en el punto de interés es igual a $q/4\pi\epsilon_0 r^2$, y por eso $E = q/4\pi K\epsilon_0 r^2$. Al igual que en el ejemplo 24.12, si se llena el espacio con un dieléctrico, el campo eléctrico se reduce en un factor de $1/K$.

## Problema práctico

***a***) 0 ***b***) $Q^2/32\pi^2\epsilon_0 r^4$ ***c***) $Q^2/8\pi\epsilon_0 R$
***d***) $Q^2/8\pi\epsilon_0 R$ ***e***) $C = 4\pi\epsilon_0 R$



**?** En una linterna, ¿cómo se compara la cantidad de corriente que sale de la bombilla eléctrica con la cantidad de corriente que entra en la bombilla?
**i.** la corriente que sale es menor que la corriente que entra;
**ii.** la corriente que sale es mayor que la corriente que entra;
**iii.** la corriente que sale es igual a la corriente que entra;
**iv.** la respuesta depende del brillo de la bombilla.

# 25 CORRIENTE, RESISTENCIA Y FUERZA ELECTROMOTRIZ

9101 19072022032

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**25.1** Els ignificado de la corriente eléctrica y cómo se desplaza la carga en un conductor.

**25.2** Els ignificado de la resistividad y la conductividad de una sustancia.

**25.3** Cómo calcular la resistencia de un conductor a partir de sus dimensiones y su resistividad.

**25.4** Cómo una fuerza electromotriz (fem) hace posible que la corriente fluya en un circuito.

**25.5** Cómore alizar cálculos que involucren energía y potencia en los circuitos.

**25.6** Cómo utilizar un modelo sencillo para entender el flujo de la corriente en los metales.

***Repase lo estudiado en la sección ...***

**17.7** Conductividad térmica.

**23.2** Voltímetros, campo eléctrico y potencial eléctrico.

**24.4** Rupturad eld ieléctricoe nais lantes.

En los cuatro capítulos anteriores estudiamos las interacciones de las cargas eléctricas en *reposo*; ahora estamos listos para estudiar las cargas *en movimiento*. Una *corriente eléctrica* consiste en cargas que se mueven de una región a otra. Si la carga sigue una trayectoria de conducción que forma un circuito cerrado, la trayectoria recibe el nombre de *circuito eléctrico*.

Básicamente, los circuitos eléctricos son un medio para transportar *energía* de un lugar a otro. A medida que las partículas con carga se desplazan por un circuito, la energía potencial eléctrica se transfiere de una fuente (como una batería o un generador) a un dispositivo donde se almacena o se convierte en otra forma de energía: sonido en un equipo estereofónico, o calor y luz en un tostador o una bombilla eléctrica. Los circuitos eléctricos son útiles porque permiten transportar energía sin que haya partes móviles (diferentes de las partículas con carga en movimiento). Los circuitos eléctricos son el corazón de computadoras, transmisores y receptores de televisión, así como de sistemas domésticos e industriales de distribución de energía eléctrica. El sistema nervioso de un ser humano es un circuito eléctrico especializado que transporta señales vitales de una parte del cuerpo a otra.

En el capítulo 26 veremos la manera de analizar circuitos eléctricos y estudiaremos algunas de sus aplicaciones prácticas. Sin embargo, antes de hacer esto, habrá que entender las propiedades básicas de las corrientes eléctricas, lo cual es un tema de este capítulo. Comenzaremos por describir la naturaleza de los conductores eléctricos y saber cómo los afecta la temperatura. Veremos por qué un alambre de cobre, corto, grueso y frío es mejor conductor que otro de acero, largo, delgado y caliente. Estudiaremos las propiedades de las baterías y observaremos cómo generan corriente y transfieren energía en un circuito. En nuestro análisis, usaremos los conceptos de corriente, diferencia de potencial (o voltaje), resistencia y fuerza electromotriz. Por último, examinaremos las corrientes eléctricas en un material desde el punto de vista microscópico.

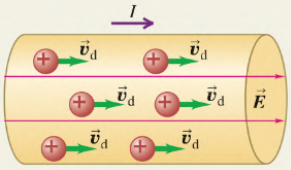
# CAPÍTULO 25 RESUMEN

SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

**Corriente y densidad de corriente:** Corriente es la cantidad de carga que fluye a través de un área específica, por unidad de tiempo. La unidad del SI para la corriente es el ampere (1 A = 1 C/s). La corriente $I$ a través de un área $A$ depende de la concentración $n$ y la carga $q$ de los portadores de carga, así como de la magnitud de su velocidad de arrastre $\vec{v}_d$. La densidad de corriente es la corriente por unidad de área de la sección transversal. La corriente se describe convencionalmente en términos de un flujo de carga positiva, aun cuando los portadores de carga real sean negativos o de ambos signos (vea el ejemplo 25.1).

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \quad (25.2)$$

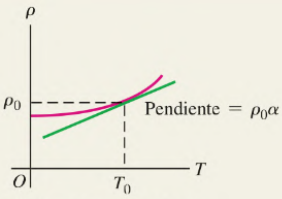
$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (25.4)$$




**Resistividad:** La resistividad $\rho$ de un material es el cociente de las magnitudes del campo eléctrico y la densidad de corriente. Los buenos conductores tienen poca resistividad; los buenos aislantes tienen alta resistividad. La ley de Ohm, que cumplen de forma aproximada muchos materiales, establece que $\rho$ es una constante independiente del valor de $E$. La resistividad por lo general se incrementa con la temperatura; para cambios pequeños de temperatura, esta variación queda representada aproximadamente por la ecuación (25.6), donde $\alpha$ es el coeficiente de temperatura de la resistividad.

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (25.5)$$

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (25.6)$$

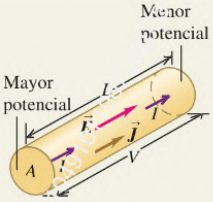



Metal: $\rho$ aumenta con el incremento de $T$.

**Resistores:** La diferencia de potencial $V$ a través de una muestra de material que cumple la ley de Ohm es proporcional a la corriente $I$ a través de la muestra. La razón $V/I = R$ es la resistencia de la muestra. La unidad del SI para la resistencia es el ohm (1 Ω = 1 V/A). La resistencia de un conductor cilíndrico se relaciona con su resistividad $\rho$, longitud $L$ y área de sección transversal A (vea los ejemplos 25.2 y 25.3).

$$V = IR \quad (25.11)$$

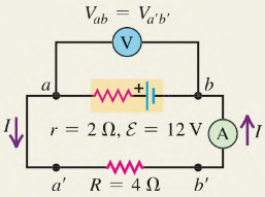
$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (25.10)$$




**Circuitos y fem:** Un circuito completo tiene una trayectoria continua por la que circula corriente. Un circuito completo que lleva una corriente constante debe contener una fuente de fuerza electromotriz (fem) $\mathcal{E}$. La unidad del SI para la fuerza electromotriz es el volt (V). Cualquier fuente real de fem tiene, en cierta medida, una resistencia interna $r$, por consiguiente, la diferencia de potencial terminal $V_{ab}$ depende de la corriente (vea los ejemplos 25.4 a 25.7).

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \quad (25.15)$$

(fuente con resistencia interna)



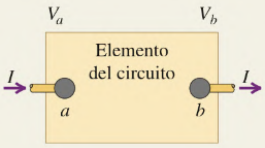

**Energía y potencia en los circuitos:** Un elemento del circuito introduce energía al circuito, cuando la dirección de la corriente es del menor potencial al mayor potencial en el dispositivo, y extrae energía del circuito si la corriente es la opuesta. La potencia $P$ es igual al producto de la diferencia de potencial $V_a - V_b = V_{ab}$ por la corriente $I$. Un resistor siempre extrae energía eléctrica de un circuito (vea los ejemplos 25.8 a 25.10).

$$P = V_{ab}I \quad (25.17)$$

(elemento general de circuito)

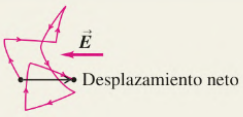
$$P = V_{ab}I = I^2R = \frac{V_{ab}^2}{R} \quad (25.18)$$

(potencia que entra en un resistor)




**Conducción en los metales:** En un metal, la corriente se debe al movimiento de electrones que se mueven libremente a través del cristal metálico, colisionando con los iones positivos. En un modelo clásico aproximado de este movimiento, la resistividad del material se relaciona con la masa y la carga del electrón, la rapidez del movimiento aleatorio y la densidad de los electrones, así como el tiempo libre medio entre las colisiones (vea el ejemplo 25.11).

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \quad (25.24)$$



## PROBLEMA PRÁCTICO RESISTIVIDAD, TEMPERATURA Y POTENCIA

SOLUCIÓN

Un tostador que usa un elemento calefactor de nicromo opera a 120 V. Cuando funciona a 20 °C, el elemento calefactor conduce una corriente inicial de 1.35 A. Algunos segundos después, la corriente alcanza un valor estable de 1.23 A. *a*) ¿Cuál es la temperatura final del elemento? El valor medio del coeficiente de temperatura de la resistividad para el nicromo en el intervalo de temperatura es de $4.5 \times 10^{-4}\ (°C)^{-1}$. *b*) ¿Cuál es la potencia que se disipa en el elemento calefactor al inicio y cuando la corriente alcanza un valor de 1.23 A?

### GUÍA DE SOLUCIÓN

#### IDENTIFICAR Y PLANTEAR

1. El elemento calefactor actúa como un resistor que convierte energía eléctrica en energía térmica. La resistividad $\rho$ del nicromo depende de la temperatura y, por lo tanto, de la resistencia $R = \rho L/A$ del elemento calefactor y de la corriente $I = V/R$ que transporta.
2. Se proporcionan $V = 120$ V y los valores inicial y final de $I$. Elija una ecuación que le permita obtener los valores inicial y final de la resistencia, así como una ecuación que relacione la resistencia con la temperatura [la incógnita del inciso *a*)].
3. La potencia disipada $P$ en el elemento calefactor depende de $I$ y $V$. Elija una ecuación que le permita calcular los valores inicial y final de $P$.

#### EJECUTAR

4. Combine las ecuaciones del paso 2 para obtener una relación entre los valores inicial y final de $I$ y las temperaturas inicial y final (20 °C y $T_{final}$).
5. Resuelva la expresión del paso 4 despejando $T_{final}$.
6. Use la ecuación del paso 3 para determinar las potencias inicial y final.

#### EVALUAR

7. ¿La temperatura final es mayor o menor que 20 °C? ¿Esto es lógico?
8. ¿La resistencia final es mayor o menor que la resistencia inicial? Nuevamente, ¿esto es lógico?
9. ¿La potencia final es mayor o menor que la potencia inicial? ¿Es congruente esto con las observaciones del paso 8?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P25.1** La definición de resistividad ($\rho = E/J$) implica que existe un campo eléctrico dentro de un conductor. Pero en el capítulo 21 vimos que en el interior de un conductor no puede haber ningún campo eléctrico. ¿Hay alguna contradicción aquí? Explique su respuesta.

**P25.2** Una varilla cilíndrica tiene una resistencia $R$. Si su longitud y diámetro se triplican, ¿cuál será su resistencia en términos de $R$?

**P25.3** Una varilla cilíndrica tiene una resistividad $\rho$. Si su longitud y diámetro se triplican, ¿cuál será su resistividad en términos de $\rho$?

**P25.4** Dos alambres de cobre con diferentes diámetros se juntan extremo con extremo. Si una corriente fluye por la combinación de alambres, ¿qué sucede con los electrones cuando se mueven del alambre de mayor diámetro al de menor diámetro? ¿Su rapidez de arrastre aumenta, disminuye o permanece igual? Si la rapidez de arrastre cambia, ¿cuál es la fuerza que provoca el cambio? Explique su razonamiento.

**P25.5** ¿Cuándo una batería AAA de 1.5 V *no* es realmente de 1.5 V? Es decir, ¿cuándo sus terminales generan una diferencia de potencial menor que 1.5 V?

**P25.6** ¿La diferencia de potencial entre las terminales de una batería puede alguna vez estar en dirección opuesta a la fem? Si es así, dé un ejemplo. Si no, explique por qué.

**P25.7** Una regla práctica que se utiliza para determinar la resistencia interna de una fuente es que ésta es igual al resultado de dividir el voltaje del circuito abierto entre la corriente de cortocircuito. ¿Esto es cierto? ¿Por qué?

**P25.8** Las baterías siempre tienen etiquetada su fem; por ejemplo, una batería de tamaño AA para linterna indica "1.5 volts". ¿Sería adecuado etiquetar también la corriente que generan? ¿Porq ué?

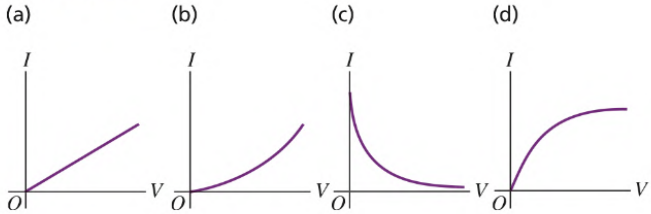
**P25.9** Hemos visto que un coulomb es una cantidad de carga enorme; es prácticamente imposible colocar una carga de 1 C en un objeto. Sin embargo, una corriente de 10 A, o 10 C/s, es muy razonable. Explique esta discrepancia aparente.

**P25.10** Los electrones en un circuito eléctrico pasan a través de un resistor. El alambre de cada lado del resistor tiene el mismo diámetro. *a*) ¿Cómo es la rapidez de arrastre de los electrones antes de que entren al resistor, en comparación con la rapidez que tienen al salir de éste? Explique su razonamiento. *b*) ¿Cómo es la energía potencial de un electrón antes de entrar en el resistor, en comparación con la que tiene después de salir del resistor? Explique su razonamiento.

**P25.11** En la tabla 25.2 se presentan algunos coeficientes de temperatura de resistividad. *a*) Si un elemento de cobre que produce calor se conecta a una fuente de voltaje constante, ¿la potencia eléctrica consumida por el elemento aumenta o disminuye conforme su temperatura se incrementa? Explique su razonamiento. *b*) Se conecta un resistor cilíndrico de carbono a una fuente de voltaje. Conforme la temperatura del cilindro aumenta, ¿la potencia eléctrica que consume se incrementa o disminuye? Explique su respuesta.

**P25.12** ¿Cuál de las gráficas que aparecen en la **figura P25.12** ilustra mejor la corriente $I$ en un resistor real en función de la diferencia de potencial $V$ a través de éste? Explique su respuesta.

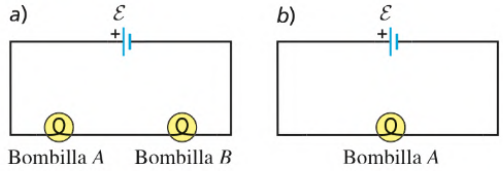
Figura **P25.12**




**P25.13** ¿Por qué una bombilla eléctrica casi siempre se funde en el momento de encender la luz, y rara vez mientras ya está encendida?

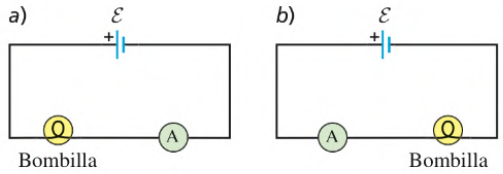
**P25.14** Una bombilla brilla porque tiene resistencia; su brillo aumenta con la potencia eléctrica que disipa. *a*) En el circuito que se ilustra en la **figura P25.14*a***, las dos bombillas $A$ y $B$ son idénticas. En comparación con la bombilla $A$, ¿la bombilla $B$ brilla más, igual o menos? Explique su razonamiento. *b*) Se retira la bombilla $B$ del circuito y éste se completa como se ilustra en la figura P25.14*b*. En comparación con el brillo de la bombilla $A$ de la figura P25.14*a*, ¿ahora la bombilla $A$ brilla más, igual o menos? Explique su razonamiento.

Figura **P25.14**



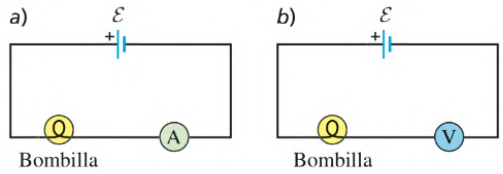

**P25.15** (Vea la pregunta para análisis P25.14). En un circuito se colocan un amperímetro ideal $A$, una batería y una bombilla, como se ilustra en la **figura P25.15*a***, y se anota la lectura del amperímetro. Después, el circuito se vuelve a conectar como en la figura P25.15*b*, de manera que las posiciones del amperímetro y la bombilla se invierten. *a*) ¿Cómo se compara la lectura del amperímetro en la situación que se ilustra en la figura P25.15*a* con la lectura de la figura P25.15*b*? Explique su razonamiento. *b*) ¿En qué situación brilla más la bombilla? Explique su razonamiento.

Figura **P25.15**




**P25.16** (Vea la pregunta para análisis P25.14). ¿Brillará más una bombilla cuando se conecta a una batería como se indica en la **figura P25.16*a***, con un amperímetro ideal A colocado en el circuito, o cuando se conecta como se ilustra en la figura P25.16*b*, con un voltímetro ideal V colocado en el circuito? Explique su razonamiento.

Figura **P25.16**




**P25.17** La energía que se puede extraer de una batería de almacenamiento siempre es menor que la que entra cuando se carga. ¿Por qué?

**P25.18** Ocho baterías de linterna en serie tienen una fem aproximada de 12 V, como la de la batería de un automóvil. ¿Servirían para poner en marcha un vehículo cuya batería está sin carga? ¿Por qué?

**P25.19** Es frecuente que los aviones pequeños tengan sistemas eléctricos de 24 V y no de 12 V como los automóviles, aun cuando los requerimientos de potencia eléctrica sean aproximadamente los mismos para ambos tipos de transporte. La explicación que dan los diseñadores de aeronaves es que un sistema de 24 V pesa menos que otro de 12 V, porque en aquél pueden usarse alambres más delgados. Explique por qué.

**P25.20** Las líneas de transmisión de potencia eléctrica de larga distancia siempre operan con un voltaje muy elevado, en ocasiones de hasta 750 kV. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de esos voltajes altos?

**P25.21** Es común que las líneas eléctricas domésticas en Norteamérica operen usualmente con 120 V. ¿Por qué es deseable este voltaje en vez de otro considerablemente mayor o menor? Por otro lado, los automóviles generalmente tienen sistemas eléctricos de 12 V. ¿Por qué es conveniente ese voltaje?

**P25.22** Un fusible es un dispositivo diseñado para interrumpir un circuito eléctrico, por lo general haciendo que se funda cuando la corriente supera cierto valor. ¿Qué características debería tener el material del fusible?

**P25.23** Las fuentes de potencia de alto voltaje en ocasiones se diseñan con la intención de que tengan una resistencia interna elevada, como medida de seguridad. ¿Por qué es más segura una fuente de poder con una resistencia interna grande, que una con el mismo voltaje pero con menor resistencia interna?

**P25.24** En este libro se afirma que los buenos conductores térmicos también son buenos conductores eléctricos. Si es así, ¿por qué los cables que se utilizan para conectar tostadores, planchas y otros aparatos que generan calor no se calientan por conducir el calor que produce el elemento calefactor?

## EJERCICIOS

### Sección 25.1 Corriente

**25.1** • **Descargas eléctricas.** Durante las descargas eléctricas de una nube al suelo, se presentan corrientes hasta de 25,000 A, con una duración de 40 $\mu$s aproximadamente. ¿Qué cantidad de carga se transfiere de la nube al suelo durante tal descarga?

**25.2** • Un alambre de plata de 2.6 mm de diámetro transfiere una carga de 420 C en 80 min. La plata contiene $5.8 \times 10^{28}$ electrones libres en cada metro cúbico. *a*) ¿Cuál es la corriente en el alambre? *b*) ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre?

**25.3** • Una corriente de 5.00 A corre a través de un alambre de cobre de calibre 12 (diámetro de 2.05 mm) y de una bombilla. El cobre tiene $8.5 \times 10^{28}$ electrones libres en cada metro cúbico. *a*) ¿Cuántos electrones pasan por la bombilla cada segundo? *b*) ¿Cuál es la densidad de corriente en el alambre? *c*) ¿Con qué rapidez un electrón común pasa por un punto dado del alambre? *d*) Si se usara un alambre con el doble del diámetro, ¿cuáles de las respuestas anteriores cambiarían? ¿Los valores aumentarían o disminuirían?

**25.4** • Un alambre de cobre de calibre 18 (diámetro de 1.02 mm) transporta una corriente con densidad de $3.20 \times 10^6$ A/m$^2$. El cobre tiene $8.5 \times 10^{28}$ electrones libres en cada metro cúbico. Calcule *a*) la corriente en el alambre y *b*) la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre.

**25.5** •• El cobre tiene $8.5 \times 10^{28}$ electrones libres en cada metro cúbico. Un alambre de cobre calibre 12, con 2.05 mm de diámetro y longitud de 71.0 cm, conduce 4.85 A de corriente. *a*) ¿Cuánto tiempo se requiere para que un electrón recorra la longitud del alambre? *b*) Repita el inciso a) para un alambre de cobre de calibre 6 (diámetro de 4.12 mm) de la misma longitud y que conduce la misma corriente. *c*) En general, ¿cómo afecta a la velocidad de arrastre de los electrones del alambre, el cambio del diámetro de un alambre que transporta una cantidad dada de corriente?

**25.6** •• Se desea producir tres alambres cilíndricos de 1.00 mm de diámetro, cada uno con una resistencia de 1.00 Ω a temperatura ambiente. Un alambre es de oro, otro de cobre y otro de aluminio. Consulte los valores de resistividad en la tabla 25.1. *a*) ¿Cuál será la longitud de cada alambre? *b*) El oro tiene una densidad de $1.93 \times 10^4$ kg/m$^3$. ¿Cuál será la masa del alambre de oro? *c*) Considerando el precio actual del oro, ¿es este alambre muy costoso?

**25.7** • CALC La corriente en un alambre varía con el tiempo de acuerdo con la relación $I = 55\text{ A} - (0.65\text{ A/s}^2)t^2$. *a*) ¿Cuántos coulombs de carga cruzan la sección transversal del alambre en el intervalo de tiempo $t = 0$ s y $t = 8.0$ s? *b*) ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga en el mismo intervalo de tiempo?

**25.8** • Una corriente pasa a través de una solución de cloruro de sodio. En 1.00 s, llegan al electrodo negativo $2.68 \times 10^{16}$ iones de $Na^+$; y al electrodo positivo, $3.92 \times 10^{16}$ iones de $Cl^-$. *a*) ¿Cuál es la corriente que pasa entre los electrodos? *b*) ¿Cuál es la dirección de la corriente?

**25.9** • BIO **Transmisión de impulsos nerviosos.** Las células nerviosas transmiten señales eléctricas a través de sus axones tubulares largos. Estas señales se propagan debido a una ráfaga repentina de iones de $Na^+$, cada uno con una carga $+e$ en el axón. Las mediciones han revelado que normalmente entran al axón aproximadamente $5.6 \times 10^{11}$ iones de $Na^+$ por metro, durante 10 ms. ¿Cuál es la corriente durante ese ingreso de carga en un metro de axón?

## Sección 25.2 Resistividad y sección 25.3 Resistencia

**25.10** • *a*) A temperatura ambiente, ¿cuál es la intensidad del campo eléctrico que se necesita generar en un alambre de cobre calibre 12 (2.05 mm de diámetro) para que fluya una corriente de 4.50 A? *b*) ¿Y qué campo se requeriría si el alambre estuviera hecho de plata?

**25.11** •• Una varilla cilíndrica de 1.50 m de largo y 0.500 cm de diámetro se conecta a una fuente de poder que mantiene una diferencia de potencial constante de 15.0 V entre sus extremos, en tanto que un amperímetro mide la corriente que la cruza. Se observa que a temperatura ambiente (20.0 °C) el amperímetro da una lectura de 18.5 A, mientras que a 92.0 °C arroja una lectura de 17.2 A. Se puede ignorar la expansión térmica de la varilla. Determine *a*) la resistividad a 20 °C y *b*) el coeficiente de temperatura de la resistividad a 20 °C para el material de la varilla.

**25.12** • Un alambre de cobre tiene una sección transversal cuadrada de 2.3 mm por lado. El alambre mide 4.0 m de longitud y conduce una corriente de 3.6 A. La densidad de los electrones libres es de $8.5 \times 10^{28}$/m$^3$. Calcule las magnitudes de *a*) la densidad de la corriente en el alambre y *b*) el campo eléctrico en el alambre. *c*) ¿Cuánto tiempo se requiere para que un electrón recorra la longitud del alambre?

**25.13** • Un alambre de cobre calibre 14 que tiene un diámetro de 1.628 mm transporta una corriente de 12.5 mA. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de la longitud de 2.00 m del alambre? *b*) ¿Cuál sería la diferencia de potencial del inciso *a*), si el alambre fuera de plata en vez de cobre, y todo lo demás permaneciera igual?

**25.14** •• Un alambre de 6.50 m de largo y 2.05 mm de diámetro tiene una resistencia de 0.0290 Ω. ¿De qué material es probable que esté hecho el alambre?

**25.15** •• Un filamento cilíndrico de tungsteno de 15.0 cm de largo y 1.00 mm de diámetro va a utilizarse en una máquina cuya temperatura de operación variará entre la temperatura ambiente (20 °C) y 120 °C. Conducirá una corriente de 12.5 A en todas las temperaturas (consulte las tablas 25.1 y 25.2). *a*) ¿Cuál será el campo eléctrico máximo en este filamento? y *b*) ¿cuál será su resistencia con ese campo? *c*) ¿Cuál será la máxima caída de potencial a todo lo largo del filamento?

**25.16** •• Un alambre de metal dúctil tiene una resistencia $R$. ¿Cuál será la resistencia de este alambre en términos de $R$ si se estira hasta el triple de su longitud original, suponiendo que la densidad y la resistividad del material no cambian cuando se estira el alambre? (*Sugerencia:* La cantidad de metal no cambia, de modo que el estiramiento sólo afecta el área de la sección transversal).

**25.17** • Es frecuente que en las instalaciones eléctricas domésticas se utilice alambre de cobre de 2.05 mm de diámetro. Determine la resistencia de un alambre de ese tipo con una longitud de 24.0 m.

**25.18** •• ¿Qué diámetro debe tener un alambre de cobre, si su resistencia tiene que ser la misma que la de uno de aluminio con la misma longitud y diámetro de 2.14 mm?

**25.19** • El hilo de un alambre tiene una resistencia de 5.60 μΩ. Calcule la resistencia neta de 120 de estos hilos, *a*) si se colocan lado a lado para formar un cable de la misma longitud como un solo hilo, y *b*) si se unen por sus extremos para formar un alambre 120 veces más largo que uno solo de los hilos.

**25.20** • Se aplica una diferencia de potencial de 4.50 V entre los extremos de un alambre de 2.50 m de longitud y 0.654 mm de radio. La corriente resultante a través del alambre es de 17.6 A. ¿Cuál es la resistividad del alambre?

**25.21** • Un alambre de oro con 0.84 mm de diámetro conduce una corriente eléctrica. El campo eléctrico en el alambre es de 0.49 V/m. ¿Cuáles son *a*) la corriente que conduce el alambre, *b*) la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados por una distancia de 6.4 m y *c*) la resistencia de un trozo de ese alambre con 6.4 m de longitud?

**25.22** • Un cilindro hueco de aluminio mide 2.50 m de largo y tiene un radio interior de 2.75 cm y un radio exterior de 4.60 cm. Considere cada superficie (interna, externa y las dos caras de los extremos) como equipotenciales. A temperatura ambiente, ¿cuál será la lectura de un óhmetro, si se conecta entre *a*) las caras opuestas y *b*) las superficies interior ye xterior?

**25.23** • *a*) ¿Cuál es la resistencia de un alambre de nicromo a 0.0 °C si su resistencia es de 100.00 Ω a 11.5 °C? *b*) ¿Cuál es la resistencia de una varilla de carbono a 25.8 °C, si su resistencia es de 0.0160 Ω a 0.0 °C?

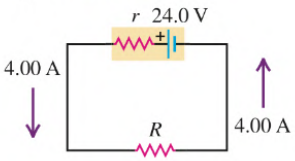
**25.24** • Se va a utilizar un resistor de carbono como termómetro. En un día de invierno cuando la temperatura es de 4.0 °C, la resistencia del resistor de carbono es de 217.3 Ω. ¿Cuál es la temperatura en un día de primavera cuando la resistencia es de 215.8 Ω? (Como temperatura de referencia, tome $T_0$ igual a 4.0 °C).

## Sección 25.4 Fuerza electromotriz y circuitos

**25.25** • Un cable de transmisión de cobre de 100 km de largo y 10.0 cm de diámetro transporta una corriente de 125 A. *a*) ¿Cuál es la caída de potencial a través del cable? *b*) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa por hora en forma de energía térmica?

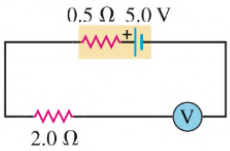
**25.26** • Considere el circuito que se ilustra en la **figura E25.26**. El voltaje terminal de la batería de 24.0 V es de 21.2 V. ¿Cuáles son *a*) la resistencia interna $r$ de la batería y *b*) la resistencia $R$ del resistor en el circuito?

Figura **E25.26**



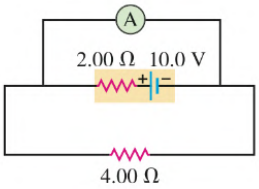
**25.27** • Se conecta un voltímetro V ideal a un resistor de 2.0 Ω y a una batería con una fem de 5.0 V y 0.5 Ω de resistencia interna, como se ilustra en la **figura E25.27**. *a*) ¿Cuál es la corriente a través del resistor de 2.0 Ω? *b*) ¿Cuál es el voltaje terminal de la batería? *c*) ¿Cuál es la lectura en el voltímetro? Explique sus respuestas.

Figura **E25.27**



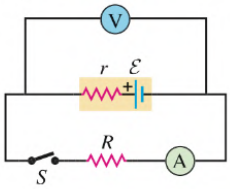

**25.28** • Se conecta un amperímetro idealizado a una batería, como se indica en la **figura E25.28**. Determine *a*) La lectura en el amperímetro, *b*) la corriente a través del resistor de 4.00 Ω, *c*) el voltaje terminal de la batería.

Figura **E25.28**



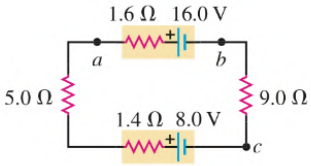

**25.29** • Cuando se abre el interruptor *S* de la **figura E25.29**, el voltímetro V da una lectura de 3.08 V. Cuando se cierra el interruptor, la lectura del voltímetro cae a 2.97 V, y la del amperímetro A es de 1.65 A. Determine la fem, la resistencia interna de la batería y la resistencia *R* del circuito. Suponga que los dos instrumentos son ideales, por lo que no afectan el circuito.

Figura **E25.29**




**25.30** • El circuito que se ilustra en la **figura E25.30** incluye dos baterías, cada una con fem y resistencia interna, y dos resistores. Determine *a*) la corriente en el circuito (magnitud y dirección); *b*) el voltaje terminal $V_{ab}$ de la batería de 16.0 V; *c*) la diferencia de potencial $V_{ac}$ del punto *a* con respecto al punto *c*. *d*) Con base en la figura 25.20 como modelo, elabore la gráfica de los aumentos y las caídas del potencial en este circuito.

Figura **E25.30**

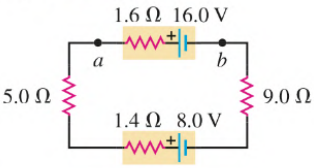



**25.31** • En el circuito que se ilustra en la figura E25.30, la batería de 16.0 V se retira y se vuelve a instalar con la polaridad invertida, de manera que ahora su terminal negativa está cerca del punto *a*. Calcule *a*) la corriente en el circuito (magnitud y dirección); *b*) el voltaje terminal $V_{ba}$ de la batería de 16.0 V; *c*) la diferencia de potencial $V_{ac}$ del punto *a* con respecto al punto *c*. *d*) Elabore la gráfica de los aumentos y las caídas del potencial en este circuito (vea la figura 25.20).

**25.32** • En el circuito de la figura E25.30, el resistor de 5.0 Ω se sustituye por otro de resistencia *R* desconocida. Cuando se hace esto, se conecta un voltímetro ideal entre los puntos *b* y *c*, cuya lectura es de 1.9 V. Calcule *a*) la corriente en el circuito y *b*) la resistencia *R*. *c*) Haga una gráfica de los aumentos y las caídas de potencial en este circuito (vea la figura 25.20).

**25.33** •• El circuito de la **figura E25.33** tiene dos baterías, cada una con una fem y una resistencia interna, y dos resistores. Calcule *a*) la corriente en el circuito (magnitud y dirección) y *b*) el voltaje terminal $V_{ab}$ de la batería de 16.0 V.

Figura **E25.33**




## Sección 25.5 Energía y potencia en los circuitos eléctricos

**25.34** •• Cuando un resistor con resistencia *R* se conecta a la batería de 1.50 V de una linterna, el resistor consume 0.0625 W de potencia eléctrica (se supone que todas las baterías tienen resistencia interna despreciable). ¿Qué potencia consume el resistor si se conecta a una batería de automóvil de 12.6 V? Suponga que *R* permanece constante cuando el consumo de potencia cambia. *b*) El resistor está conectado a una batería y consume 5.00 W. ¿Cuál es el voltaje de esta batería?

**25.35** • **Bombillas eléctricas.** La especificación de la potencia de una bombilla eléctrica (como las comunes de 100 W) es la potencia que disipa cuando se conecta a través de una diferencia de potencial de 120 V. ¿Cuál es la resistencia de *a*) una bombilla de 100 W y *b*) una bombilla de 60 W? *c*) ¿Cuánta corriente consume cada tipo de bombilla en su uso normal?

**25.36** • Si se conecta una bombilla eléctrica de "75 W" (vea el problema 25.35) a través de una diferencia de potencial de 220 V (como se acostumbra en Europa), ¿cuánta potencia disipa? Ignore la dependencia de la temperatura de la resistencia de la bombilla.

**25.37** • **Bombilla eléctrica europea.** En Europa el voltaje estándar doméstico es de 220 V y no de 120 V, como en Estados Unidos. Por consiguiente, se entiende que una bombilla europea de "100 W" se usaría con una diferencia de potencial de 220 V (vea el problema 25.36). *a*) Si se lleva una bombilla europea de "100 W" a una vivienda estadounidense, ¿cuál debería ser su especificación de potencia en Estados Unidos? *b*) ¿Cuánta corriente consumiría la bombilla europea de 100 W al usarse normalmente en Estados Unidos?

**25.38** • El receptor de un sistema de posicionamiento global (GPS), que funciona con baterías, opera a 9.0 V y toma una corriente de 0.13 A. ¿Cuánta energía eléctrica consume en 30 minutos?

**25.39** • Considere el circuito de la figura E25.30. *a*) ¿Cuál es la razón total a la que se disipa la energía eléctrica en los resistores de 5.0 Ω y 9.0 Ω? *b*) ¿Cuál es la potencia de salida de la batería de 16.0 V? *c*) ¿A qué razón la energía eléctrica se convierte en otras formas en la batería de 8.0 V? *d*) Demuestre que la potencia de salida de la batería de 16.0 V es igual a la razón total de consumo de energía eléctrica en el resto del circuito.

**25.40** • BIO **Anguilas eléctricas.** Las anguilas eléctricas generan pulsos eléctricos, a lo largo de su piel, que usan para aturdir a un enemigo cuando entran en contacto con él. Las pruebas han demostrado que tales pulsos pueden ser hasta de 500 V y producir corrientes de 80 mA (o incluso mayores). Un pulso normal dura 10 ms. ¿Qué potencia y cuánta energía se transmite al infortunado enemigo en un solo pulso, suponiendo una corriente constante?

**25.41** • BIO **Tratamiento de enfermedades del corazón.** Cuando falla el corazón se usa un desfibrilador para intentar que reinicie su funcionamiento. Se hace pasando una gran corriente de 12 A a través del cuerpo, aplicando 25 V, en un tiempo muy corto, normalmente de 3.0 ms aproximadamente. *a*) ¿Qué potencia transmite el desfibrilador al cuerpo?, y *b*) ¿cuánta energía se transfiere?

**25.42** •• La batería de cierto teléfono celular tiene una especificación de 3.70 V. De acuerdo con el fabricante, esta batería produce $3.15 \times 10^4$ J de energía eléctrica, suficiente para 5.25 h de operación, antes de recargarla nuevamente. Obtenga la corriente media que este teléfono utiliza cuando está en funcionamiento.

**25.43** •• La capacidad de un acumulador (batería), como los que se utilizan en los sistemas eléctricos automotrices, se especifica en amperes-hora (A·h). Un acumulador de 50 A·h puede suministrar una corriente de 50 A durante 1.0 h, o bien, de 25 A durante 2.0 h, y así sucesivamente. *a*) ¿Cuál es la energía total que puede suministrar un acumulador de 12 V y 60 A·h si su resistencia interna es insignificante? *b*) ¿Qué volumen de gasolina (en litros) tiene un calor total de combustión que es igual a la energía obtenida en el inciso *a*)? (vea la sección 17.6; la densidad de la gasolina es de 900 kg/m$^3$). *c*) Si un generador con potencia de salida eléctrica media de 0.45 kW se conecta al acumulador, ¿cuánto tiempo se requerirá para que el acumulador se cargue por completo?

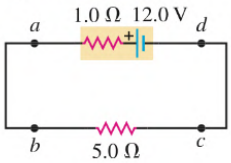
**25.44** • Se conecta un voltímetro ideal entre las terminales de una batería de 15.0 V, y también un dispositivo con resistencia de 75.0 Ω. Si el voltímetro da una lectura de 11.9 V: *a*) ¿Cuánta potencia disipa el dispositivo y *b*) cuál es la resistencia interna de la batería?

**25.45** •• Se conecta una bombilla de 25.0 Ω a las terminales de una batería de 12.0 V que tiene una resistencia interna de 3.50 Ω. ¿Qué porcentaje de la potencia de la batería se disipa a través de la resistencia interna y, por lo tanto, no está disponible para la bombilla?

**25.46** •• Una pequeña linterna común contiene dos baterías, cada una con fem de 1.5 V, conectadas en serie con una bombilla que tiene resistencia de 17 Ω. *a*) Si la resistencia interna de las baterías es despreciable, ¿cuánta energía se entrega a la bombilla? *b*) Si las baterías duran 5.0 horas, ¿cuál es la energía total que se entrega a la bombilla? *c*) La resistencia de las baterías reales se incrementa a medida que se consumen. Si la resistencia interna inicial es despreciable, ¿cuál es la resistencia interna combinada de ambas baterías, cuando la potencia que va a la bombilla se redujo a la mitad de su valor inicial? (Suponga que la resistencia de la bombilla es constante. En realidad, cambiará algo cuando cambie la corriente que pasa por el filamento, ya que esto altera la temperatura del filamento y, por lo tanto, su resistividad).

**25.47** • En el circuito de la **figura E25.47**, calcule *a*) la razón de conversión de la energía interna (química) a energía eléctrica dentro de la batería; *b*) la razón de disipación de energía eléctrica en la batería; *c*) la razón de disipación de energía eléctrica en el resistor externo.

Figura **E25.47**




**25.48** • Un calentador eléctrico de "540 W" está diseñado para operar en líneas de 120 V. *a*) ¿Cuál es su resistencia a la que opera? *b*) ¿Cuál es la corriente que toma? *c*) Si el voltaje en la línea disminuye a 110 V, ¿cuánta potencia toma el calentador? (Suponga que la resistencia es constante aunque realmente se modificará debido al cambio de temperatura). *d*) Las bobinas del calentador son metálicas, de modo que la resistencia del calentador se reduce al disminuir la temperatura. Si se toma en cuenta el cambio de la resistencia con la temperatura, ¿la energía eléctrica consumida por el calentador será mayor o menor de lo que se calculó en el inciso c)? Explique su respuesta.

## Sección 25.6 Teoría de la conducción metálica

**25.49** •• El silicio puro, a temperatura ambiente, contiene aproximadamente $1.0 \times 10^{16}$ electrones libres por metro cúbico. *a*) Consulte la tabla 25.1 para calcular el tiempo libre medio $\tau$ del silicio a temperatura ambiente. *b*) Su respuesta para el inciso a) es un valor mucho mayor que el tiempo libre medio del cobre dado en el ejemplo 25.11. Entonces, ¿por qué el silicio puro tiene una resistividad tan grande en comparación con la del cobre?

## PROBLEMAS

**25.50** •• En una solución iónica se forma una corriente con iones de $Ca^{2+}$ (con carga de $+2e$) y iones de $Cl^-$ (con carga $-e$) que viajan en direcciones opuestas. Si $5.11 \times 10^{18}$ iones de $Cl^-$ viajan de $A$ a $B$ cada 0.50 min, mientras $3.24 \times 10^{18}$ iones $Ca^{2+}$ viajan de $B$ a $A$, ¿cuál es la corriente (en mA) a través de esta solución y ¿en qué dirección viaja (de $A$ a $B$ o de $B$ a $A$)?

**25.51** • Un conductor eléctrico diseñado para transportar corrientes grandes tiene una sección transversal circular de 2.50 mm de diámetro y 14.0 m de longitud. La resistencia entre sus extremos es de 0.104 Ω. *a*) ¿Cuál es la resistividad del material? *b*) Si la magnitud del campo eléctrico en el conductor es de 1.28 V/m, ¿cuál será la corriente total? *c*) Si el material tiene $8.5 \times 10^{28}$ electrones libres por metro cúbico, calcule la rapidez de arrastre media en las condiciones descritas en el inciso *b*).

**25.52** •• Un cable aéreo de transmisión de potencia eléctrica tiene 2000 m de largo y está formado por dos alambres de cobre paralelos recubiertos con material aislante. Se ha producido un corto circuito en algún lugar de la longitud del alambre, donde el aislante se ha desgastado y los dos alambres están en contacto. Se debe localizar el corto para enviar una cuadrilla para reparar el cable. Ambos extremos del cable se han desconectado de la red eléctrica. En un extremo del cable (punto $A$), se conectan los extremos de los dos alambres a una batería de 9.00 V, que tiene una resistencia interna despreciable, y se mide una corriente de 2.86 A que fluye a través de la batería. En el otro extremo del cable (punto $B$), se conectan los dos alambres a la batería y se mide una corriente de 1.65 A que fluye a través de la batería. ¿A qué distancia se encuentra el corto del punto $A$?

**25.53** •• En su primer día de trabajo como técnico electricista, se le pide que determine la resistencia por metro de un alambre largo. La empresa que lo contrata tiene equipo escaso. Usted encuentra una batería, un voltímetro y un amperímetro, pero no un instrumento que mida la resistencia directamente (un óhmetro). Entonces, conecta los alambres del voltímetro a las terminales de la batería y la lectura es de 12.6 V. Corta 20.0 m del alambre y lo conecta a la batería, con un amperímetro en serie para medir la corriente en el alambre. El amperímetro da una lectura de 7.00 A. Después corta un trozo de alambre de 40.0 m de longitud y lo conecta a la batería, de nuevo con el amperímetro en serie para medir la corriente, y la lectura que se obtiene es de 4.20 A. Aunque el equipo de que dispone es muy limitado, su jefe le asegura que es de alta calidad: la resistencia del amperímetro es muy pequeña; y la del voltímetro, muy grande. ¿Cuál es la resistencia de 1 metro de alambre?

**25.54** • Se fabrica un trozo de 2.0 m de alambre soldando el extremo de un alambre de plata de 120 cm de largo con el extremo de un alambre de cobre de 80 cm. Cada pieza de alambre tiene 0.60 mm de diámetro. El alambre está a temperatura ambiente, por lo que sus resistividades son las que se dan en la tabla 25.1. Entre los extremos del alambre compuesto, de 2.0 m de largo, se mantiene una diferencia de potencial de 9.0 V. *a*) ¿Cuál es la corriente en la sección de cobre? *b*) ¿Cuál es la corriente en la sección de plata? *c*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$ en el cobre? *d*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$ en la plata? *e*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la sección de plata del alambre?

**25.55** • Un alambre de cobre de 3.00 m de longitud a 20 °C está compuesto por dos secciones: una de 1.20 m de largo con diámetro de 1.60 mm, y otra de 1.80 m de longitud con diámetro de 0.80 mm. En la sección de 1.60 mm de diámetro, hay una corriente de 2.5 mA. *a*) ¿Cuál es la corriente en la sección de 0.80 mm de diámetro? *b*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$ en la sección con diámetro de 1.60 mm? *c*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{E}$ en la sección con 0.80 mm de diámetro? *d*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos del alambre de 3.00 m de longitud?

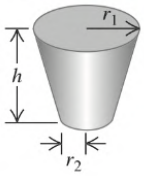
**25.56** •• Un elemento de calefacción de alambre de tungsteno está conectado a una batería grande de resistencia despreciable. Cuando el elemento alcanza 80.0 °C, consume energía eléctrica a razón de 480 W. ¿Cuál es el consumo de potencia cuando su temperatura es de 150 °C? Se supone que el coeficiente de temperatura de resistividad tiene el valor dado en la tabla 25.2 y que es constante en el intervalo de temperatura de este problema. En la ecuación (25.12) tome $T_0 = 20.0$ °C.

**25.57** •• PA BIO **Alcanzado por un rayo.** Un rayo involucra corrientes de hasta 25,000 A que duran 40 μs aproximadamente. Si una persona es alcanzada por un rayo de estas características, la corriente pasará a través de su cuerpo. Supondremos que su masa es de 75 kg, que está mojado (después de todo, está bajo una tormenta) y, por lo tanto, tiene una resistencia de 1.0 kΩ, y todo su cuerpo es de agua (lo cual es una aproximación burda pero factible). *a*) ¿Cuántos grados Celsius incrementaría el rayo la temperatura de 75 kg de agua? *b*) Considerando que la temperatura interior del cuerpo es de 37 °C aproximadamente, ¿la temperatura de la persona aumentaría mucho en realidad? ¿Por qué? ¿Qué pasaría primero?

**25.58** •• Un resistor con resistencia igual a $R$ está conectado a una batería que tiene una fem de 12.0 V y una resistencia interna $r = 0.40\ \Omega$. ¿Para qué valores de $R$ la energía disipada en el resistor será de 80.0 W?

**25.59** • CALC Un material con resistividad $\rho$ tiene forma de cono truncado sólido de altura $h$, y radios $r_1$ y $r_2$ en sus extremos (**figura P25.59**). *a*) Calcule la resistencia del cono entre las dos caras planas. (*Sugerencia:* Imagine que rebana el cono en discos muy delgados y calcula la resistencia de uno). *b*) Demuestre que su resultado concuerda con la ecuación (25.10), cuando $r_1 = r_2$.

Figura **P25.59**




**25.60** • CALC La región entre dos esferas conductoras concéntricas con radios $a$ y $b$ está llena de un material conductor cuya resistividad es $\rho$. *a*) Demuestre que la resistencia entre las esferas está dada por

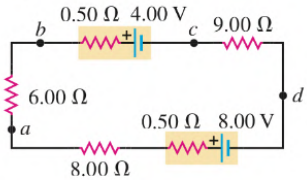
$$R = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

*b*) Obtenga una expresión para la densidad de corriente como función del radio, en términos de la diferencia de potencial $V_{ab}$ entre las esferas. *c*) Demuestre que el resultado del inciso *a*) se reduce a la ecuación (25.10) cuando la separación $L = b - a$ entre las esferas es pequeña.

**25.61** • La diferencia de potencial a través de las terminales de una batería es de 8.40 V cuando en esta hay una corriente de 1.50 A de la terminal negativa a la positiva. Cuando la corriente es de 3.50 A en la dirección inversa, la diferencia de potencial es de 10.20 V. *a*) ¿Cuál es la resistencia interna de la batería? *b*) ¿Cuál es la fem de la batería?

**25.62** • *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V_{ad}$ en el circuito de la **figura P25.62**? *b*) ¿Cuál es el voltaje terminal de la batería de 4.00 V? *c*) En el punto $d$ del circuito se insertan una batería con fem de 10.30 V y una resistencia interna de 0.50 Ω, con su terminal negativa conectada a la terminal negativa de la batería de 8.00 V. Ahora, ¿cuál es la diferencia de potencial $V_{bc}$ entre las terminales de la batería de 4.00 V?

Figura **P25.62**



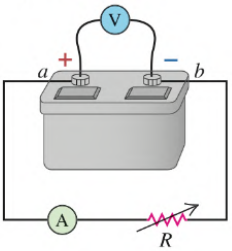

**25.63** • BIO La resistividad general media del cuerpo humano (aparte de la resistencia superficial de la piel) es alrededor de 5.0 Ω·m. La trayectoria de conducción entre las manos puede representarse aproximadamente como un cilindro de 1.6 m de largo y 0.10 m de diámetro. La resistencia de la piel se vuelve despreciable si se sumergen las manos en agua salada. *a*) ¿Cuál es la resistencia entre las manos, si la resistencia de la piel es despreciable? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial que se necesita entre las manos para que haya una descarga de corriente letal de 100 mA? (Observe que el resultado demuestra que las pequeñas diferencias de potencial originan corrientes peligrosas cuando la piel está húmeda). *c*) Con la corriente que se calculó en el inciso *b*), ¿cuánta potencia se disipa en el cuerpo?

**25.64** •• BIO Un individuo cuya resistencia corporal medida entre sus manos es de 10 kΩ toma por accidente las terminales de una fuente de energía de 14 kV. *a*) Si la resistencia interna de la fuente de energía es 2000 Ω, ¿cuál será la corriente a través del cuerpo del individuo? *b*) ¿Cuál es la potencia disipada en su cuerpo? *c*) Si la fuente de energía debe hacerse segura incrementando su resistencia interna, ¿de cuánto debería ser la resistencia interna para que la corriente máxima en la situación anterior sea de 1.00 mA o menor?

**25.65** • El costo común de la energía eléctrica es de $0.120 (dólares) por kilowatt-hora. *a*) Algunas personas mantienen siempre encendida una lámpara cerca de la puerta de entrada. ¿Cuál es el costo anual de tener encendida una bombilla de 75 W día y noche? *b*) Suponga que su refrigerador utiliza 400 W de potencia cuando está en operación y que funciona 8 horas al día. ¿Cuál es su costo anual de operación?

**25.66** •• En el circuito mostrado en la **figura P25.66**, $R$ es un *resistor variable* cuyo valor va de 0 a ∞, y $a$ y $b$ son las terminales de una batería que tiene una fem $\mathcal{E}$ = 15.0 V y una resistencia interna de 4.00 Ω. El amperímetro y el voltímetro son dispositivos ideales. Cuando $R$ varía en su rango completo de valores, ¿cuáles serán sus valores máximo y mínimo de *a*) el voltímetro y *b*) el amperímetro? *c*) Dibuje las gráficas cualitativas de las lecturas de ambos dispositivos en función de $R$.

Figura **P25.66**




**25.67** •• **Amperímetro no ideal.** A diferencia del amperímetro ideal descrito en la sección 25.4, cualquier amperímetro real tiene una resistencia distinta de cero. *a*) Un amperímetro con resistencia $R_A$ se conecta en serie con un resistor $R$ y una batería con fem $\mathcal{E}$ y resistencia interna $r$. La corriente medida por el amperímetro es $I_A$. Calcule la corriente a través del circuito, si se retira el amperímetro de manera que la batería y el resistor formen un circuito completo. Exprese su respuesta en términos de $I_A$, $r$, $R_A$ y $R$. Cuanto más "ideal" sea el amperímetro, menor será la diferencia entre esta corriente y la corriente $I_A$. *b*) Si $R = 3.80\ \Omega$, $\mathcal{E} = 7.50$ V y $r = 0.45\ \Omega$, calcule el valor máximo de la resistencia $R_A$ del amperímetro, de manera que $I_A$ esté dentro del 1.0% de la corriente en el circuito cuando no hay amperímetro. *c*) Explique por qué la respuesta del inciso *b*) representa un valor *máximo*.

**25.68** •• Un cable cilíndrico de cobre que mide 1.50 km de longitud está conectado a través de una diferencia de potencial de 220.0 V. *a*) ¿Cuál debería ser el diámetro de manera que genere calor a una razón de 90.0 W? *b*) En tales condiciones, ¿cuál será el campo eléctrico en el interior del cable?

**25.69** • CALC Un cilindro de 1.50 m de largo y 1.10 cm de radio está hecho de una complicada mezcla de materiales. Su resistividad depende de la distancia $x$ desde el extremo izquierdo, y cumple con la fórmula $\rho(x) = a + bx^2$, donde $a$ y $b$ son constantes. En el extremo de la izquierda, la resistividad es de $2.25 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot$m, en tanto que en el extremo derecho es de $8.50 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot$m. *a*) ¿Cuál es la resistencia de esta varilla? *b*) ¿Cuál es el campo eléctrico en su punto medio, si conduce una corriente de 1.75 A? *c*) Si se corta la varilla en dos mitades de 75.0 cm, ¿cuál será la resistencia de cada una?

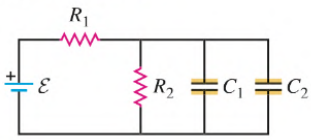
**25.70** •• **Bombillas fluorescentes compactas.** Las bombillas fluorescentes compactas son mucho más eficientes produciendo luz que las bombillas incandescentes comunes. Cuestan mucho más, pero duran mayor tiempo y usan menos electricidad. De acuerdo con un estudio, una bombilla compacta que genera hasta 100 W, equivalentes a una bombilla incandescente, usa tan sólo 23 W de energía. La bombilla compacta dura 10,000 horas en promedio, y cuesta $11.00 (dólares); mientras que la bombilla incandescente cuesta únicamente $0.75 (dólares), pero dura exactamente 750 horas. El estudio supuso que la electricidad cuesta $0.080 (dólares) por kilowatt-hora y que las bombillas

estaban encendidas 4.0 h por día. *a*) ¿Cuál es el costo total (incluyendo el precio de la bombilla), si el funcionamiento de cada bombilla dura 3.0 años? *b*) ¿Cuál es el ahorro durante tres años, si se usa una bombilla compacta fluorescente en vez de una incandescente? *c*) ¿Cuál es la resistencia de una bombilla fluorescente de "100 W"? (Recuerde que esta bombilla realmente usa solo 23 W de energía y opera a 120 V).

**25.71** • Un rayo azota el extremo de un pararrayos de acero y produce una ráfaga de corriente de 15,000 A que dura 65 $\mu$s. El pararrayos mide 2.0 m de altura y 1.8 cm de diámetro, y su extremo inferior está conectado a tierra con un alambre de cobre de 35 m de longitud y 8.0 mm de diámetro. *a*) Calcule la diferencia de potencial entre la parte superior del pararrayos de acero y el extremo inferior del alambre de cobre durante la ráfaga de corriente. *b*) Determine la energía total que se deposita en el pararrayos y en el alambre por la ráfaga de corriente.

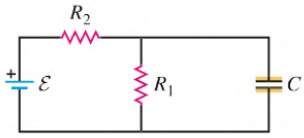
**25.72** •• PA Considere el circuito de la **figura P25.72**. La batería tiene una fem de 72.0 V y resistencia interna despreciable. $R_2 = 2.00\ \Omega$, $C_1 = 3.00\ \mu$F y $C_2 = 6.00\ \mu$F. Después de que los capacitores hayan alcanzado sus cargas finales, la carga en $C_1$ es $Q_1 = 18.0\ \mu$C. *a*) ¿Cuál es la carga final en $C_2$? *b*) ¿Cuál es la resistencia $R_1$?

Figura **P25.72**



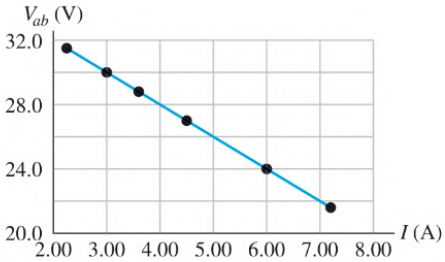

**25.73** •• PA Considere el circuito mostrado en la **figura P25.73**. La fuente de fem tiene una resistencia interna despreciable. Los resistores tienen resistencias $R_1 = 6.00\ \Omega$ y $R_2 = 4.00\ \Omega$. El capacitor tiene una capacitancia $C = 9.00\ \mu$F. Cuando el capacitor está totalmente cargado, la magnitud de la carga sobre sus placas es de $Q = 36.0\ \mu$C. Calcule la fem $\mathcal{E}$.

Figura **P25.73**




**25.74** •• DATOS Se conecta un resistor interno $R$ entre las terminales de una batería. El valor de $R$ varía. Para cada valor de $R$ se miden la corriente $I$ en el circuito y el voltaje terminal $V_{ab}$ de la batería. Los resultados están en la gráfica de la **figura P25.74**, una gráfica de $V_{ab}$ contra $I$ que muestra la línea que se ajusta mejor a los datos. *a*) Use la gráfica de la figura P25.74 para calcular la fem y la resistencia interna de la batería. *b*) ¿Para qué valor de $R$ es $V_{ab}$ igual al 80% del fem de la batería?

Figura **P25.74**




**25.75** •• DATOS La caída de voltaje $V_{ab}$ a través de cada uno de los resistores $A$ y $B$ se midió en función de la corriente $I$ en el resistor. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Resistor *A*** | | | | |
| $I$(A) | 0.50 | 1.00 | 2.00 | 4.00 |
| $V_{ab}$ (V) | 2.55 | 3.11 | 3.77 | 4.58 |
| **Resistor *B*** | | | | |
| $I$(A) | 0.50 | 1.00 | 2.00 | 4.00 |
| $V_{ab}$ (V) | 1.94 | 3.88 | 7.76 | 15.52 |

*a*) Para cada resistor grafique $V_{ab}$ como una función de $I$ y la resistencia $R = V_{ab}/I$ en función de $I$. *b*) ¿El resistor $A$ cumple la ley de Ohm? Explique su respuesta. *c*) ¿El resistor $B$ cumple la ley de Ohm? Explique su respuesta. *d*) ¿Cuál es la potencia disipada en $A$ si está conectada a una batería de 4.00 V que tiene una resistencia interna despreciable? *e*) ¿Cuál es la potencia disipada en $B$ si está conectada a la batería?

**25.76** •• DATOS De acuerdo con el Código Eléctrico Nacional de Estados Unidos, no está permitido que el alambre de cobre que se utiliza en las instalaciones interiores de viviendas, hoteles, oficinas y plantas industriales conduzca más de cierta cantidad máxima de corriente especificada. La siguiente tabla indica la corriente máxima $I_{máx}$ para varios calibres comunes de alambre con aislante de lino blanco o algodón barnizado. El "calibre del alambre" es una especificación utilizada para describir el diámetro de los alambres. Observe que cuanto mayor sea el diámetro, *menor* será el calibre.

| Calibre del alambre | Diámetro (cm) | $I_{máx}$ (A) |
|---|---|---|
| 14 | 0.163 | 18 |
| 12 | 0.205 | 25 |
| 10 | 0.259 | 30 |
| 8 | 0.326 | 40 |
| 6 | 0.412 | 60 |
| 5 | 0.462 | 65 |
| 4 | 0.519 | 85 |

*a*) ¿Qué consideraciones determinan la capacidad máxima de conducción de corriente en una instalación doméstica? *b*) A través del cableado de una vivienda tiene que suministrarse un total de 4200 W de potencia a los aparatos eléctricos domésticos. Si la diferencia de potencial a través del conjunto de aparatos es de 120 V, determine el calibre del alambre más delgado permisible que puede utilizarse. *c*) Suponga que el alambre usado en esta casa es del calibre que se calculó en el inciso *b*) y tiene longitud total de 42.0 m. ¿A qué razón se disipa la energía en el cableado? *d*) La vivienda está construida en una comunidad en la que el costo de la energía eléctrica es de \$0.11 (dólares) por kilowatt-hora. Si la vivienda se equipa con alambre del calibre más grande siguiente que el calculado en el inciso *b*), ¿cuáles serían los ahorros en el costo de la electricidad durante un año? Suponga que los aparatos se mantienen encendidos un promedio de 12 horas al día.

## PROBLEMAS DE DESAFÍO

**25.77** ••• CALC La resistividad de un semiconductor se puede modificar si se agregan cantidades diferentes de impurezas. Una varilla de material semiconductor de longitud $L$ y área de sección transversal $A$ se localiza sobre el eje $x$, entre $x = 0$ y $x = L$. El material cumple la ley de Ohm, y su resistividad varía a lo largo de la varilla según la expresión $\rho(x) = \rho_0 \exp(-x/L)$. El extremo de la varilla en $x = 0$ está a un potencial $V_0$ mayor que el extremo en $x = L$. *a*) Calcule la resistencia total de la varilla y la corriente en ella. *b*) Encuentre la magnitud del campo eléctrico $E(x)$ en la varilla en función de $x$. *c*) Determine el potencial eléctrico $V(x)$ en la varilla en función de $x$. *d*) Elabore la gráfica de las funciones $\rho(x)$, $E(x)$ y $V(x)$ para valores de $x$ entre $x = 0$ y $x = L$.

**25.78** ••• Se conecta un resistor externo de resistencia $R$ a una batería que tiene una fem $\mathcal{E}$ y resistencia interna $r$. Sea $P$ la potencia eléctrica de salida de la fuente. Por la ley de conservación de la energía, $P$ es igual a la potencia consumida por $R$. ¿Cuál es el valor de $P$ en el límite en que $R$ es *a*) muy pequeña; *b*) muy grande? *c*) Demuestre que la potencia de salida de la batería es máxima cuando $R = r$. ¿Cuál es este máximo de $P$ en términos de $\mathcal{E}$ y $r$? *d*) Una batería tiene $\mathcal{E} = 64.0$ V y $r = 4.00\ \Omega$. ¿Cuál es la potencia de salida de esta batería cuando se conecta a un resistor $R$, para $R = 2.00\ \Omega$, $R = 4.00\ \Omega$ y $R = 6.00\ \Omega$? Sus resultados son consistentes con los obtenidos en el inciso *b*)?

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

BIO **CONDUCTIVIDAD EN UNA TELARAÑA**. Algunos tipos de arañas construyen redes con hebras hechas de seda seca cubiertas con una solución de varios compuestos. El revestimiento vuelve a las hebras, que se usan para capturar presas, *higroscópicas*, es decir, atraen el agua de la atmósfera. Se supone que este revestimiento acuoso vuelve a las hebras buenos conductores eléctricos. Para comprobar las propiedades eléctricas de la hebra recubierta, los investigadores colocaron una hebra de 5 mm de longitud entre dos contactos eléctricos.* Los investigadores estiraron la hebra milímetro a milímetro hasta más del doble de su longitud original y, luego, le permitieron regresar a su longitud original, también en decrementos de 1 mm. En la tabla se muestran algunas mediciones de resistencia.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Resistencia de la hebra ($10^9$ Ω)** | 9 | 19 | 41 | 63 | 102 | 76 | 50 | 24 |
| **Longitud de la hebra (mm)** | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 9 | 7 | 5 |

*Con base en F. Vollrath y D. Edmonds, "Consequences of electrical conductivity in an orb spider's capture web", *Naturwissenschaften* (100:12, diciembre de 2013, pp. 1163-69).

**25.79** ¿Cuál es la mejor explicación del comportamiento presentado en los datos? *a*) Las hebras más largas pueden transportar más corriente que las más cortas, de modo que son mejores conductores eléctricos. *b*) La hebra deja de ser un conductor cuando se estira hasta 13 mm debido al rompimiento que se presenta en el fino revestimiento. *c*) Conforme la hebra se estira, el revestimiento se adelgaza y aumenta su resistencia; cuando la hebra se relaja, el revestimiento regresa aproximadamente a su longitud original. *d*) La resistencia de la hebra aumenta con la distancia desde el extremo de la hebra.

**25.80** Si la conductividad de la hebra es producto sólo del revestimiento acuoso, ¿cómo se compara el área de la sección transversal $A$ del revestimiento cuando la hebra tiene 13 mm de largo contra la longitud inicial de 5 mm? Suponga que la resistividad del revestimiento es constante y el revestimiento es uniforme a lo largo de la hebra. $A_{13\text{ mm}}$ es aproximadamente *a*) $\frac{1}{10}A_{5\text{ mm}}$; *b*) $\frac{1}{4}A_{5\text{ mm}}$; *c*) $\frac{2}{5}A_{5\text{ mm}}$; *d*) igual a $A_{5\text{ mm}}$.

**25.81** ¿Cuál es la corriente máxima que fluye en la hebra durante este experimento, si la fuente de voltaje es una batería de 9 V? *a*) aproximadamente 1 A; *b*) aproximadamente 0.1 A; *c*) aproximadamente 1 $\mu$A; *d*) aproximadamente 1 nA.

**25.82** En otro experimento, un trozo de la telaraña cuelga de modo que se puede mover libremente. Cuando se aproxima a la telaraña un objeto cargado positivamente o un objeto cargado negativamente, se observa que la hebra se mueve hacia el objeto cargado. ¿Cuál es la mejor interpretación de esta observación? La telaraña es *a*) un conductor cargado negativamente, *b*) un conductor cargado positivamente, *c*) un conductor cargado con carga de cualquier signo, *d*) un conductor eléctricamente neutro.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**iii.** La corriente que sale es igual a la corriente que entra. En otras palabras, la carga debe entrar a la bombilla al mismo ritmo con el que sale. Cuando fluye por la bombilla no "se gasta" ni se consume.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**25.1 v.** Al duplicarse el diámetro, se incrementa el área de la sección transversal $A$ en un factor de 4. Por lo tanto, la magnitud de la densidad de corriente $J = I/A$ se reduce a $\frac{1}{4}$ del valor del ejemplo 25.1, y la magnitud de la velocidad de arrastre $v_d = J/n|q|$ se reduce en el mismo factor. La nueva magnitud es $v_d$ = (0.15 mm/s)/4 = 0.038 mm/s. Este comportamiento es el mismo que el de un fluido incompresible, que desacelera cuando pasa de un tubo estrecho a otro más ancho (vea la sección 12.4).

**25.2 ii.** La figura 25.6*b* indica que la resistividad $\rho$ de un semiconductor se incrementa conforme disminuye la temperatura. De la ecuación (25.5), la magnitud de la densidad de corriente es $J = E/\rho$, por lo que la densidad de corriente disminuye a medida que la temperatura se reduce y la resistividad aumenta.

**25.3 iii.** Al despejar la corriente de la ecuación (25.11) se tiene que $I = V/R$. Si la resistencia $R$ del alambre permanece sin cambio, la duplicación del voltaje $V$ haría que la corriente $I$ también se duplicara. Sin embargo, en el ejemplo 25.3 se vio que la resistencia *no* es constante: a medida que aumentan tanto la corriente como la temperatura, $R$ también se incrementa. Así que la duplicación del voltaje genera una corriente *menor* que el doble de la corriente original. Un conductor óhmico es aquel para el cual $R = V/I$ tiene el mismo valor sin importar cuál sea el voltaje, de manera que el alambre es *no óhmico*. (En muchos problemas prácticos, el cambio de temperatura del alambre es tan pequeño que se ignora, por lo que se puede considerar con certeza que el alambre es óhmico. En casi todos los ejemplos del libro se hace así).

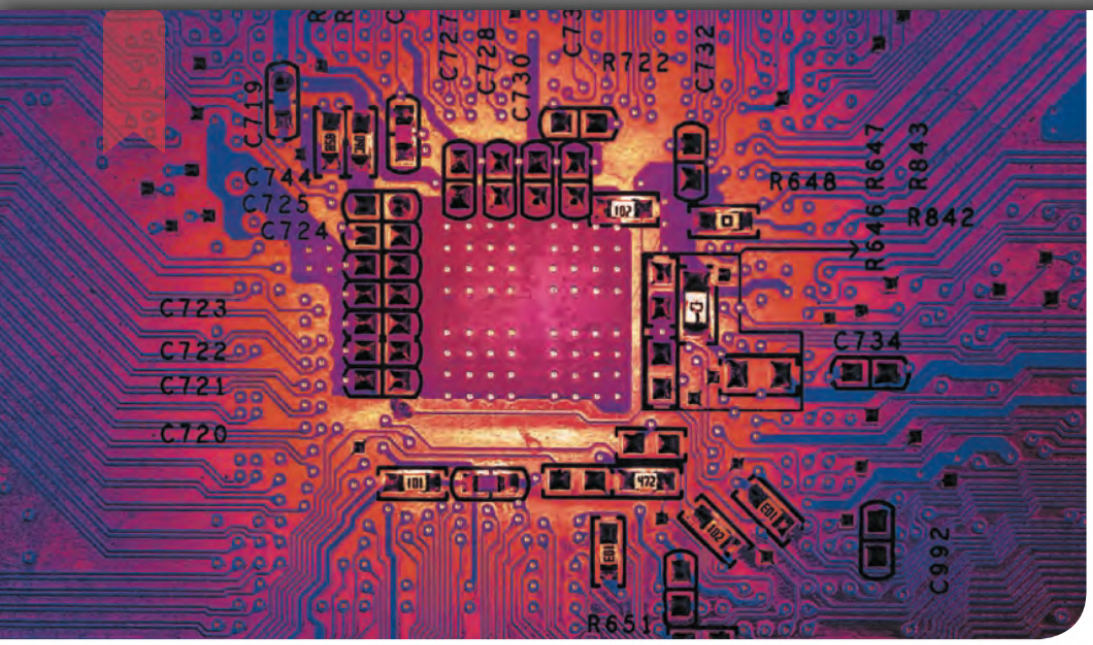
**25.4 iii, ii, i.** Para el circuito **i**, se calcula la corriente con la ecuación (25.16): $I = \mathcal{E}/(R + r)$ = (1.5 V)/(1.4 Ω + 0.10 Ω) = 1.0 A. Para el circuito **ii**, se observa que el voltaje terminal $v_{ab}$ = 3.6 V es igual al voltaje $IR$ a través del resistor de 1.8 Ω: $V_{ab} = IR$, por lo que $I = V_{ab}/R$ = (3.6 V)/(1.8 Ω) = 2.0 A. En el caso del circuito **iii**, se utiliza la ecuación (25.15) para determinar el voltaje terminal: $V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$ por lo que $I = (\mathcal{E} - V_{ab})/r$ = (12.0 V − 11.0 V)/(0.20 Ω) = 5.0 A.

**25.5 iii, ii, i.** Éstos son los mismos circuitos que se analizaron en Evalúe su comprensión de la sección 25.4. En cada caso, la potencia neta de salida de la batería es $P = V_{ab}I$, donde $V_{ab}$ es el voltaje entre las terminales de la batería. Para el circuito **i**, se vio que $I$ = 1.0 A, por lo que $V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$ = 1.5 V − (1.0 A)(0.10 Ω) = 1.4 V, de manera que $P$ = (1.4 V)(1.0 A) = 1.4 W. Para el circuito **ii**, se tiene que $V_{ab}$ = 3.6 V y se encontró que $I$ = 2.0 A, por lo que $P$ = (3.6 V)(2.0 A) = 7.2 W. Para el circuito **iii**, se tiene que $V_{ab}$ = 11.0 V y se determinó que $I$ = 5.0 A, así que $P$ = (11.0 V)(5.0 A) = 55 W.

**25.6 i.** La dificultad de producir cierta cantidad de corriente se incrementa conforme aumenta la resistividad $\rho$. De la ecuación (25.24), $\rho = m/ne^2\tau$, por lo que al aumentar la masa $m$ se incrementará la resistividad. Esto es así porque una partícula cargada más masiva responderá con más lentitud ante la aplicación de un campo eléctrico y, por consiguiente, el arrastre será más lento. Para generar la misma corriente se necesitaría un campo eléctrico más intenso (el aumento de $n$, $e$ o $\tau$ haría que la resistividad disminuyera y sería más fácil producir una corriente dada).

## Problema práctico

***a***) 237 °C ***b***) 162 W inicialmente, 148 W para1.23A




? E nu ncircu itocom plejo como el de esta tarjeta, ¿es posible conectar varios resistores con diferentes resistencias, de manera que todos tengan la misma diferencia de potencial? **i.** sí, y la corriente será la misma a través de todos los resistores; **ii.** sí, pero la corriente puede ser diferente en algunos resistores; **iii.** no; **iv.** la respuesta depende del valor de la diferenciad ep otencial.

# 26 CIRCUITOS DE CORRIENTE DIRECTA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**26.1** Aana lizar circuitos con múltiples resistores conectados en serie o en paralelo.

**26.2** Lasre glas aplicables a cualquier circuito con más de una malla.

**26.3** A utilizar amperímetros, voltímetros, óhmetros o potenciómetros en un circuito.

**26.4** A analizar circuitos que incluyen tanto un resistor como un capacitor.

**26.5** Cómos ed istribuye la energía eléctrica en el hogar.

***Repase lo estudiado en la sección ...***

**24.2** Capacitores en serie y en paralelo.

**25.4** Corriente,am perímetros y voltímetros.

**25.5** Potencia en un circuito.

Si observa el interior de su teléfono móvil, computadora o bajo la cubierta del motor de un automóvil, encontrará circuitos mucho más complejos de los que se estudiaron en el capítulo 25. Ya sea que estén conectados con alambres o integrados en un chip, estos circuitos a menudo incluyen varias fuentes, resistores y otros elementos, interconectados en una *red*.

En este capítulo estudiaremos métodos generales para analizar esas redes, incluso cómo calcular voltajes y corrientes de los elementos del circuito. Aprenderemos a determinar la resistencia equivalente de varios resistores conectados en serie o en paralelo. Para redes en general, necesitamos dos reglas llamadas *reglas* o *leyes de Kirchhoff*. Una se basa en el principio de conservación de la carga aplicada a un nodo (o unión); y la otra se deriva de la conservación de la energía para una carga que se desplaza por una trayectoria cerrada (o malla). Se estudiarán instrumentos para medir varias cantidades eléctricas. También se analizará un circuito que tiene resistencia y capacitancia, donde la corriente varía con el tiempo.

Nuestro principal objetivo en este capítulo se centra en los circuitos de **corriente directa** (cd), en los cuales el sentido de la corriente no cambia con el tiempo. Los sistemas de cableado de las linternas y de los automóviles son ejemplos de circuitos de corriente directa. La energía eléctrica doméstica se suministra en forma de **corriente alterna** (ca), en la que la corriente oscila hacia adelante y hacia atrás. Los mismos principios para analizar redes se aplican a ambas clases de circuitos. Concluiremos el capítulo con una mirada a los sistemas de cableado doméstico. En el capítulo 31 se estudiarán con detalle los circuitos de corriente alterna.

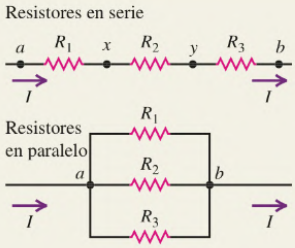
## 26.1 RESISTORES EN SERIE Y EN PARALELO

Los resistores se encuentran en toda clase de circuitos, desde secadoras para el cabello y calentadores ambientales, hasta circuitos que limitan o dividen la corriente, o bien, que reducen o dividen un voltaje. Es frecuente que tales circuitos contengan varios resistores, por lo que es adecuado considerar las *combinaciones* de resistores. Un ejemplo sencillo es una serie de bombillas eléctricas de las que se usan como decoración en las festividades: cada bombilla actúa como un resistor y, desde la perspectiva del análisis de circuitos, una serie de bombillas tan sólo es una combinación de resistores.

**Resistores en serie y en paralelo:** Cuando se conectan en serie varios resistores $R_1$, $R_2$, $R_3$,…, la resistencia equivalente $R_{eq}$ es la suma de las resistencias individuales. En una conexión en serie, fluye la misma *corriente* a través de todos los resistores. Cuando se conectan en paralelo varios resistores, el recíproco de la resistencia equivalente $R_{eq}$ es la suma del recíproco de las resistencias individuales. Todos los resistores en una conexión en paralelo tienen la misma *diferencia de potencial* entre sus terminales (vea los ejemplos 26.1 y 26.2).

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \quad (26.1)$$
(resistores en serie)

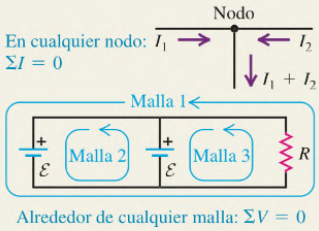
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \quad (26.2)$$
(resistores en paralelo)



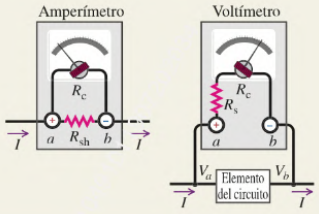

**Reglas de Kirchhoff:** Lare gla de Kirchhoff de los nodos se basa en la conservación de la carga. Establece que la suma algebraica de las corrientes en un nodo debe ser igual a cero. La regla de Kirchhoff de las mallas se basa en la conservación de la energía y la naturaleza conservativa de los campos electrostáticos. Establece que la suma algebraica de las diferencias de potencial alrededor de una malla debe ser igual a cero. Al aplicar las reglas de Kirchhoff, resulta esencial tener cuidado con los signos (vea los ejemplos 26.3 a 26.7).

$$\sum I = 0 \quad \text{(regla de los nodos)} \quad (26.5)$$

$$\sum V = 0 \quad \text{(regla de las mallas)} \quad (26.6)$$




**Instrumentos de medición eléctrica:** Enu n galvanómetro de d'Arsonval, la desviación es proporcional a la corriente en la bobina. Para tener una escala de corriente más amplia, se agrega un resistor de derivación, de manera que parte de la corriente se desvíe de la bobina del medidor. Un instrumento de este tipo se llama amperímetro. Si la bobina y cualquier resistencia adicional en serie cumplen la ley de Ohm, el instrumento también se puede calibrar para que lea diferencias de potencial o voltaje; en tal caso, recibe el nombre de voltímetro. Un buen amperímetro tiene resistencia muy baja; un buen voltímetro tiene resistencia muy alta (vea los ejemplos 26.8 a 26.11).




**Circuitos *R-C*:** Cuando un capacitor se carga mediante una batería en serie con un resistor, la corriente y la carga en el capacitor no son constantes. La carga tiende a su valor final de manera asintótica, y la corriente tiende a cero del mismo modo. La carga y la corriente en el circuito están dadas por las ecuaciones (26.12) y (26.13). Después de un tiempo $\tau = RC$, la carga se ha acercado a menos de $1/e$ de su valor final. Este tiempo se llama constante de tiempo o tiempo de relajación del circuito. Cuando se descarga el capacitor, la carga y la corriente están dadas en función del tiempo por las ecuaciones (26.16) y (26.17). La constante de tiempo es la misma en la carga y en la descarga (vea los ejemplos 26.12 y 26.13).

**Capacitor en proceso de carga:**

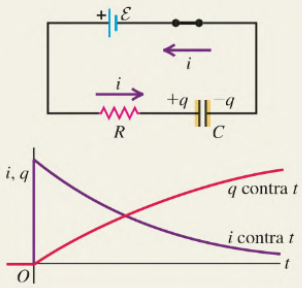
$$q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q_f\left(1 - e^{-t/RC}\right) \quad (26.12)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \quad (26.13)$$

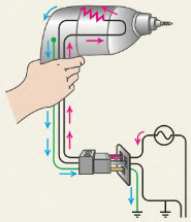
**Capacitor en proceso de descarga:**

$$q = Q_0 e^{-t/RC} \quad (26.16)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{RC}e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \quad (26.17)$$




**Cableado de una casa:** En los sistemas de cableado doméstico, los diversos aparatos eléctricos están conectados en paralelo a través de la línea de energía, que consiste en un par de conductores, uno "con corriente" y otro "neutro". Además, por seguridad se incluye un alambre "a tierra física". La corriente máxima permisible en un circuito está determinada por el tamaño de los alambres y la temperatura máxima que pueden tolerar. Los fusibles y los interruptores de circuito dan seguridad contra un exceso de corriente y el incendio que podría resultar (vea el ejemplo 26.14).

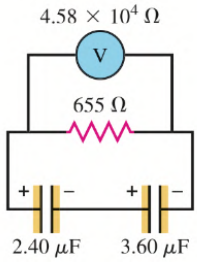


## PROBLEMA PRÁCTICO DOS CAPACITORES Y DOS RESISTORES

SOLUCIÓN

Un capacitor de 2.40 $\mu$F y otro de 3.60 $\mu$F están conectados en serie. *a*) Se coloca una carga de 5.20 mC a cada capacitor. ¿Cuál es la energía almacenada en ambos capacitores? *b*) Se conecta un resistor de 655 $\Omega$ a las terminales de la combinación de capacitores y un voltímetro con una resistencia de 4.58 $\times 10^4$ $\Omega$ a través del resistor (**figura 26.27**). ¿Cuál es la razón de cambio de la energía almacenada en los capacitores justo después de realizar la conexión? *c*) ¿Cuánto tiempo después de efectuada la conexión la energía almacenada en el capacitor ha disminuido a $1/e$ de su valor inicial? *d*) En el instante calculado en el inciso *c*), ¿cuál es la razón de cambio en la energía almacenada en los capacitores?

**26.27** Cuando se conectan los capacitores cargados, éstos se descargan.




### GUÍA DE SOLUCIÓN

#### IDENTIFICAR y PLANTEAR

1. Los dos capacitores actúan como uno equivalente (vea la sección 24.2), y el resistor y el voltímetro actúan como un solo resistor equivalente. Elija las ecuaciones que le permitan calcular los valores de estos elementos de circuito equivalentes.
2. En el inciso *a*) se necesita usar la ecuación (24.9) que permite conocer la energía almacenada en el capacitor.
3. En los incisos *b*), *c*) y *d*), se necesita usar las ecuaciones (24.9), (26.16) y (26.17) que dan la carga y corriente del capacitor en función del tiempo. (*Sugerencia:* Considere que la tasa a la cual la energía se pierde por los capacitores es igual a la tasa a la cual la energía se disipa en las resistencias).

#### EJECUTAR

4. Calcule la energía almacenada en $t = 0$.
5. Determine la razón de cambio de la energía almacenada en $t = 0$.
6. Calcule el valor de $t$ en el cual la energía almacenada tiene $1/e$ del valor determinado en el paso 4.
7. Determine la razón de cambio de la energía almacenada en el instante obtenido en el paso 6.

#### EVALUAR

8. Compruebe los resultados de los pasos 5 y 7 calculando la razón de cambio de diferente manera. (*Sugerencia:* Considere que la razón de cambio de la energía almacenada $U$ es $dU/dt$).

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

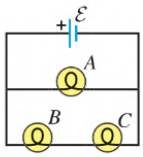
**P26.1** ¿En cuál bombilla de 120 V el filamento tiene mayor resistencia: en una de 60 W o en una de 120 W? Si ambas bombillas se conectan en serie a una línea de 120 V, ¿a través de cuál bombilla habrá una mayor caída de potencial? ¿Y si se conectan en paralelo? Explique su razonamiento.

**P26.2** Dos bombillas de 120 V, una de 25 W y otra de 200 W, se conectaron en serie a través de una línea de 240 V. En ese momento parecía una buena idea; pero una bombilla se fundió casi de inmediato. ¿Cuál fue y por qué?

**P26.3** Se conectan varias bombillas idénticas a una batería de linterna. *a*) ¿Qué sucede con el brillo o luminosidad de cada bombilla a medida que se agregan más y más de ellas al circuito, si se conectan **i.** en serie y **ii.** en paralelo? *b*) ¿La batería durará más si las bombillas están en serie o en paralelo? Explique su razonamiento.

**P26.4** En el circuito que se ilustra en la **figura P26.4** se conectan tres bombillas idénticas a una batería de linterna. ¿Cómo se compara la luminosidad de las bombillas? ¿A través de cuál bombilla pasa la mayor corriente? ¿Cuál bombilla tiene la mayor diferencia de potencial entre sus terminales? ¿Qué ocurre si la bombilla $A$ se desenrosca de su entrada? ¿Y si lo mismo se hace con la bombilla $B$? ¿Y con la $C$? Explique su razonamiento.

Figura **P26.4**

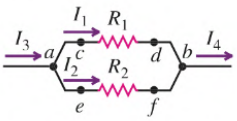



**P26.5** Si dos resistores $R_1$ y $R_2$ ($R_2 > R_1$) están conectados en serie como se ilustra en la **figura P26.5**, ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero? En cada caso, dé una justificación para su respuesta. *a*) $I_1 = I_2 = I_3$. *b*) La corriente es mayor en $R_1$ que en $R_2$. *c*) El consumo de potencia eléctrica es el mismo para ambos resistores. *d*) El consumo de potencia eléctrica es mayor en $R_2$ que en $R_1$. *e*) La caída de potencial es la misma a través de ambos resistores. *f*) El potencial en el punto $a$ es el mismo que en el punto $c$. *g*) El potencial en el punto $b$ es menor que en el punto $c$. *h*) El potencial en el punto $c$ es menor que en el punto $b$.

Figura **P26.5**

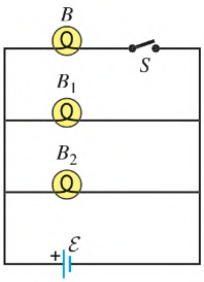
**P26.6** Si dos resistores $R_1$ y $R_2$ ($R_2 > R_1$) se conectan en paralelo como se ilustra en la **figura P26.6**, ¿cuál de los siguientes enunciados debe ser verdad? En cada caso, justifique su respuesta. *a*) $I_1 = I_2$. *b*) $I_3 = I_4$. *c*) La corriente es mayor en $R_1$ que en $R_2$. *d*) La tasa de consumo de energía eléctrica es la misma para ambos resistores. *e*) La tasa de consumo de energía eléctrica es mayor en $R_2$ que en $R_1$. *f*) $V_{cd} = V_{ef} = V_{ab}$. *g*) El punto $c$ está a un potencial mayor que el punto $d$. *h*) El punto $f$ está a un potencial mayor que el punto $e$. *i*) El punto c está a un potencial mayor que el punto $e$.

Figura **P26.6**




**P26.7** Una batería sin resistencia interna se conecta con bombillas eléctricas como se muestra en la **figura P26.7**. Cuando se cierra el interruptor $S$, ¿cambia el brillo de las bombillas $B_1$ y $B_2$? Si es así, ¿cuál es el cambio? Explique su respuesta.

Figura **P26.7**

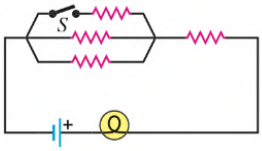


**P26.8** Un resistor consiste en tres tiras de metal idénticas conectadas como se ilustra en la **figura P26.8**. Si se corta una de ellas, ¿la lectura del amperímetro registra un incremento, una disminución o permanece sin cambio? ¿Porqué ?

Figura **P26.8**

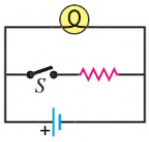
**P26.9** Se conecta una bombilla en el circuito que se ilustra en la **figura P26.9**. Si se cierra el interruptor *S*, ¿la luminosidad de la bombilla aumenta, disminuye o permanece igual? Explique por qué.

Figura **P26.9**




**P26.10** Una batería real con resistencia interna que no es despreciable se conecta a través de una bombilla, como se indica en la **figura P26.10**. Cuando se cierra el interruptor *S*, ¿qué sucede con la luminosidad de la bombilla? ¿Por qué?

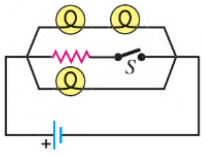
Figura **P26.10**




**P26.11** Si la batería de la pregunta para análisis P26.10 es ideal, sin resistencia interna, ¿qué ocurrirá con la luminosidad de la bombilla cuando se cierre *S*? ¿Por qué?

**P26.12** Para el circuito que se ilustra en la **figura P26.12**, ¿qué le sucede a la luminosidad de las bombillas cuando se cierra el interruptor *S*, si la batería *a*) no tiene resistencia interna, y *b*) tiene resistencia interna que no es despreciable? Explique por qué.

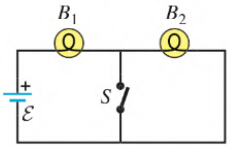
Figura **P26.12**




**P26.13** ¿Es posible conectar resistores juntos de forma que no se puedan reducir a alguna combinación de conexiones en serie y en paralelo? Si es así, dé ejemplos, y si no, diga por qué.

**P26.14** La batería en el circuito mostrado en la **figura P26.14** no tiene resistencia interna. Después de cerrar el interruptor *S* ¿la luminosidad de la bombilla $B_1$ aumenta, disminuye o permanece igual?

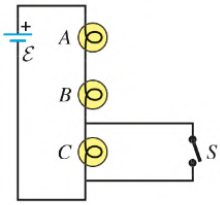
Figura **P26.14**




**P26.15** En un flash de dos celdas, las baterías por lo general están conectadas en serie. ¿Por qué no se conectan en paralelo? ¿Qué posible ventaja habría si se conectaran varias baterías idénticas en paralelo?

**P26.16** Se conectan bombillas *A*, *B* y *C* idénticas como se muestra en la **figura P26.16**. Cuando se cierra el interruptor *S*, la bombilla *C* se funde. Explique por qué. ¿Qué sucede con la luminosidad de las bombillas *A* y *B*? Explique su respuesta.

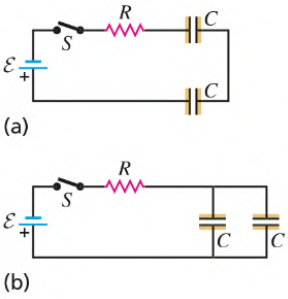
Figura **P26.16**




**P26.17** La fem de una batería de linterna se mantiene aproximadamente constante con el tiempo, pero su resistencia interna se incrementa con el tiempo y el uso. ¿Qué clase de medidor se emplearía para probar qué tan nueva es una batería?

**P26.18** Cuando el interruptor *S* se cierra, ¿los capacitores en los circuitos mostrados en la **figura P26.18** se cargarán a la misma razón? Si no es así, ¿en cuál circuito los capacitores se cargarán más rápidamente? Explique su respuesta.

Figura **P26.18**




**P26.19** Verifique que la constante de tiempo *RC* tiene unidades de tiempo.

**P26.20** Para resistencias muy grandes, es fácil construir circuitos *R-C* que tengan constantes de tiempo de varios segundos o minutos. ¿Cómo se utilizaría este hecho para medir resistencias muy grandes, tan grandes como para medirlas con métodos más convencionales?

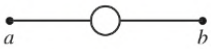
**P26.21** Cuando un capacitor, una batería y un resistor se conectan en serie, ¿el resistor afecta la carga máxima que se almacena en el capacitor? ¿Por qué? ¿Quéf inalidadt ienee lr esistor?

## EJERCICIOS

### Sección 26.1 Resistores en serie y en paralelo

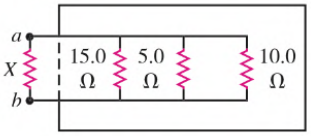
**26.1** •• Un alambre uniforme de resistencia *R* se corta en tres piezas de igual longitud. Una de ellas se dobla en círculo y se conecta entre las otras dos (**figura E26.1**). ¿Cuál es la resistencia entre los extremos opuestos *a* y *b*?

Figura **E26.1**




**26.2** •• La refacción de una máquina tiene un resistor *X* que sobresale a través de una abertura lateral. Este resistor está conectado a otros tres resistores, como se ilustra en la **figura E26.2**. Un óhmetro conectado a través de *a* y *b* arroja una lectura de 2.00 Ω. ¿Cuál es la resistencia de *X*?

Figura **E26.2**

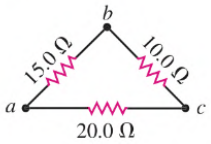



**26.3** • Un resistor con $R_1 = 25.0\ \Omega$ está conectado a una batería que tiene una resistencia interna despreciable, y la energía eléctrica se disipa en $R_1$ a una tasa de 36.0 W. Si un segundo resistor con $R_2 = 15.0\ \Omega$ se conecta en serie con $R_1$, ¿cuál es la tasa total a la cual se disipa la energía eléctrica en los dos resistores?

**26.4** • Un resistor de 42 Ω y otro de 20 Ω están conectados en paralelo, y la combinación se conecta a través de una línea de 240 V de cd. *a*) ¿Cuál es la resistencia de la combinación en paralelo? *b*) ¿Cuál es la corriente total a través de la combinación en paralelo? *c*) ¿Cuál es la corriente que pasa a través de cada resistor?

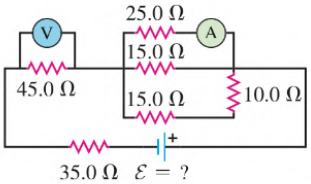
**26.5** • En la **figura E26.5** se muestra un arreglo triangular de resistores. ¿Qué corriente tomaría este arreglo de una batería de 35.0 V con resistencia interna despreciable, si se conecta a través de *a*) *ab*; *b*) *bc*; *c*) *ac*? *d*) Si la batería tiene una resistencia interna de 3.00 Ω, ¿qué corriente tomaría el arreglo si la batería se conectara a través de *bc*?

Figura **E26.5**



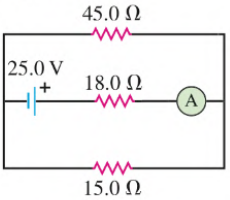

**26.6** •• Para el circuito que se presenta en la **figura E26.6**, los dos medidores son ideales, la batería no tiene resistencia interna apreciable y el amperímetro da una lectura de 1.25 A. *a*) ¿Cuál es la lectura del voltímetro? *b*) ¿Cuál es la fem $\mathcal{E}$ de la batería?

Figura **E26.6**




**26.7** •• Para el circuito que se ilustra en la **figura E26.7**, determine la lectura del amperímetro ideal si la batería tiene una resistencia interna de 3.26 Ω.

Figura **E26.7**




**26.8** • Tres resistores con resistencias de 1.60 Ω, 2.40 Ω y 4.80 Ω están conectados en paralelo a una batería de 28.0 V que tiene resistencia interna despreciable. Calcule *a*) la resistencia equivalente de la combinación; *b*) la corriente en cada resistor; *c*) la corriente total a través de la batería; *d*) el voltaje de cada resistor; *e*) la potencia disipada en cada resistor. *f*) ¿Cuál resistor disipa

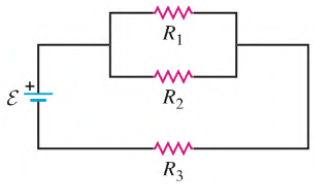
la mayor cantidad de potencia: el de mayor resistencia o el de menor resistencia? Explique por qué debería ser así.

**26.9** • Ahora, los tres resistores del ejercicio 26.8 están conectados en serie a la misma batería. Responda las mismas preguntas para esta situación.

**26.10** •• **Potencia nominal de un resistor.** La *potencia nominal* de un resistor es la potencia máxima que éste puede disipar de forma segura, sin que se eleve demasiado la temperatura y dañe al resistor. *a*) Si la potencia nominal de un resistor de 15 kΩ es de 5.0 W, ¿cuál es la diferencia de potencial máxima permisible a través de las terminales del resistor? *b*) Un resistor de 9.0 kΩ va a conectarse a través de una diferencia de potencial de 120 V. ¿Qué potencia nominal se requiere? *c*) A través de una diferencia de potencial variable se conectan en serie dos resistores, uno de 100.0 Ω y otro de 150.0 Ω, ambos con potencia nominal de 2.00 W. ¿Cuál es la máxima diferencia de potencial que se puede establecer sin que se caliente en exceso ninguno de los resistores, y cuál es la tasa de calentamiento generado en cada uno en tales condiciones?

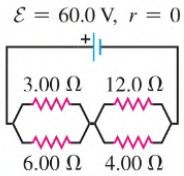
**26.11** • En la **figura E26.11**, $R_1 = 3.00\ \Omega$, $R_2 = 6.00\ \Omega$ y $R_3 = 5.00\ \Omega$. La batería tiene resistencia interna despreciable. La corriente $I_2$ a través de $R_2$ es de 4.00 A. *a*) Determine las corrientes $I_2$ e $I_3$. *b*) ¿Cuál es la fem de la batería?

Figura **E26.11**




**26.12** •• En la figura E26.11 la batería tiene una fem de 35.0 V y resistencia interna despreciable. $R_1 = 5.00\ \Omega$. La corriente a través de $R_1$ es de 1.50 A y la corriente a través de $R_3 = 4.50$ A. ¿Cuáles son las resistencias $R_2$ y $R_3$?

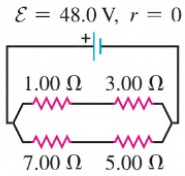
Figura **E26.13**




**26.13** • Calcule la resistencia equivalente de la red de la **figura E26.13**, y obtenga la corriente en cada resistor. La batería tiene una resistencia interna despreciable.

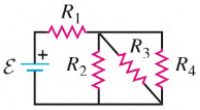
**26.14** • Calcule la resistencia equivalente de la red de la **figura E26.14**, y determine la corriente en cada resistor. La batería tiene una resistencia interna despreciable.

Figura **E26.14**



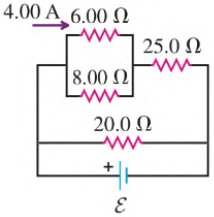

**26.15** • En el circuito de la **figura E26.15**, cada resistor representa una bombilla. Sea $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 4.50\ \Omega$ y $\mathcal{E} = 9.00$ V. *a*) Calcule la corriente en cada bombilla. *b*) Encuentre la potencia disipada por cada bombilla. ¿Cuál, o cuáles, de ésta(s) es(son) la(s) más brillante(s)? *c*) Ahora se retira la bombilla $R_4$ del circuito, dejando un hueco en el alambre en la posición en que estaba. Ahora, ¿cuál es la corriente en cada una de las bombillas restantes $R_1$, $R_2$ y $R_3$? *d*) Sin la bombilla $R_4$, ¿cuál es la potencia disipada en cada una de las bombillas restantes? *e*) Como resultado de la remoción de $R_4$, ¿cuál(es) bombilla(s) brilla(n) más? ¿Cuál(es) brilla(n) menos? Analice por qué hay diferentes efectos en las distintas bombillas.

Figura **E26.15**



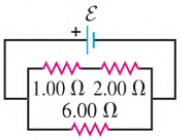

**26.16** • Considere el circuito de la **figura E26.16**. La corriente a través del resistor de 6.00 Ω es de 4.00 A, en el sentido que se indica. ¿Cuáles son las corrientes a través de los resistores de 25.0 y 20.0 Ω?

Figura **E26.16**



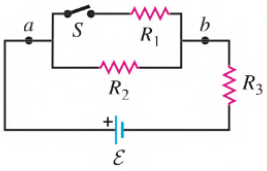

**26.17** • En el circuito que se ilustra en la **figura E26.17**, el voltaje del resistor de 2.00 Ω es de 12.0 V. ¿Cuáles son los valores de la fem de la batería y de la corriente a través del resistor de 6.00 Ω?

Figura **E26.17**



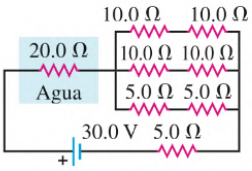

**26.18** •• En el circuito mostrado en la **figura E26.18**, $\mathcal{E} = 36.0$ V, $R_1 = 4.00\ \Omega$, $R_2 = 6.00\ \Omega$ y $R_3 = 3.00\ \Omega$. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V_{ab}$ entre los puntos *a* y *b* cuando el interruptor *S* está abierto? ¿Y cuando está cerrado? *b*) Para cada resistor, calcule la corriente a través del mismo con *S* abierto y con *S* cerrado. ¿Cuándo *S* está cerrado la corriente en cada resistor aumenta o disminuye?

Figura **E26.18**



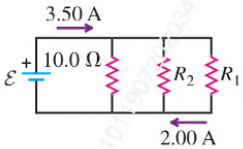

**26.19** •• PA En el circuito de la **figura E26.19**, un resistor de 20.0 Ω está dentro de 100 g de agua pura rodeada por espuma de poliestireno aislante. Si el agua inicialmente está a 10.0°C, ¿cuánto tiempo tardará para que su temperatura suba a 58.0°C?

Figura **E26.19**




**26.20** • En el circuito que se muestra en la **figura E26.20**, la tasa a la que $R_1$ disipa energía eléctrica es 15.0 W. *a*) Obtenga $R_1$ y $R_2$. *b*) ¿Cuál es la fem de la batería? *c*) Encuentre la corriente a través tanto de $R_2$ como del resistor de 10.0 Ω. *d*) Calcule el consumo total de potencia eléctrica en todos los resistores y la que entrega la batería. Demuestre que sus resultados son congruentes con la conservación de la energía.

Figura **E26.20**



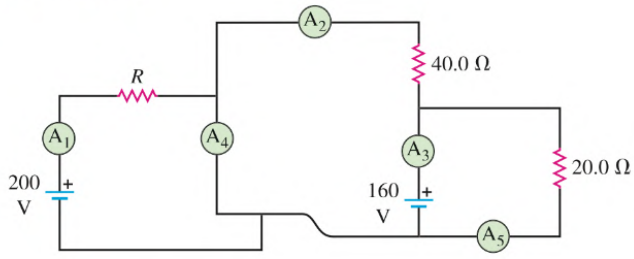

**26.21** • **Bombillas en serie y en paralelo.** Dos bombillas tienen resistencias constantes de 400 Ω y 800 Ω. Si están conectadas en serie a través de una línea de 120 V, calcule *a*) la corriente que pasa por cada bombilla; *b*) la potencia disipada por cada una; *c*) la potencia total disipada en ambas bombillas. Ahora, las bombillas se conectan en paralelo a través de la línea de 120 V. Obtenga *d*) la corriente a través de cada bombilla; *e*) la potencia disipada en cada bombilla; *f*) la potencia total que se disipa en ambas bombillas. *g*) En cada situación, ¿cuál es la bombilla más luminosa? *h*) ¿En cuál situación hay una salida total mayor de luz de ambas bombillas combinadas?

**26.22** • **Bombillas en serie.** Una bombilla de 60 W y 120 V está conectada en serie con otra de 200 W y 120 V, a través de una línea de 240 V. Suponga que la resistencia de cada bombilla no varía con la corriente (*Nota:* Esta descripción de una bombilla da la potencia que disipa cuando se conecta a una diferencia de potencial dada; es decir, una bombilla de 25 W y 120 V disipa 25 W cuando está conectada a una línea de 120 V). *a*) Obtenga la corriente a través de las bombillas. *b*) Encuentre la potencia disipada en cada bombilla. *c*) Una de las bombillas se funde rápido. ¿Cuál es y por qué?

## Sección 26.2 Reglas o leyes de Kirchhoff

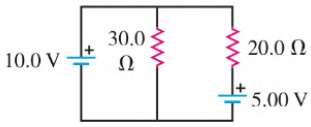
**26.23** •• En el circuito que se muestra en la **figura E26.23**, el amperímetro $A_1$ marca 10.0 A y las baterías tienen una resistencia interna despreciable. *a*) ¿Cuál es la resistencia de *R*? *b*) Determine las lecturas de los otros amperímetros.

Figura **E26.23**




**26.24** •• Las baterías mostradas en el circuito de la **figura E26.24** tienen pequeñas resistencias internas despreciables. Calcule la corriente a través de *a*) el resistor de 30.0 Ω; *b*) el resistor de 20.0 Ω, *c*) la batería de 10.0 V.

Figura **E26.24**




**26.25** • En el circuito que se ilustra en la **figura E26.25**, obtenga *a*) la corriente en el resistor *R*; *b*) la resistencia *R*; *c*) la fem desconocida $\mathcal{E}$. *d*) Si el circuito se interrumpe en el punto *x*, ¿cuál es la corriente en el resistor *R*?

**26.26** • Encuentre las fem $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$ en el circuito de la **figura E26.26**, y calcule la diferencia de potencial del punto *b* en relación con el punto *a*.

Figura **E26.25**

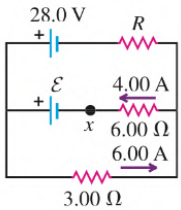
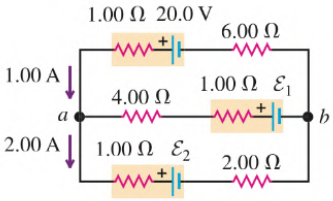
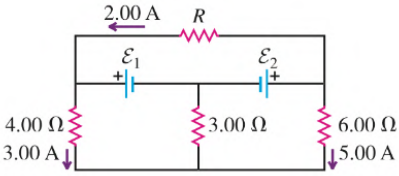



Figura **E26.26**



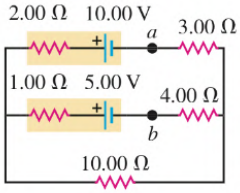

**26.27** • En el circuito que se ilustra en la **figura E26.27**, encuentre *a*) la corriente en el resistor de 3.00 Ω; *b*) las fem desconocidas $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$; *c*) la resistencia *R*. Observe que se dan tres corrientes.

Figura **E26.27**




**26.28** •• En el circuito que se ilustra en la **figura E26.28**, obtenga *a*) la corriente en cada ramal y *b*) la diferencia de potencial $V_{ab}$ del punto a en relación con el punto *b*.

Figura **E26.28**

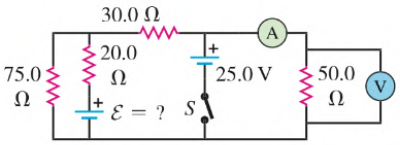



**26.29** • La batería de 10.00 V de la figura E26.28 se retira del circuito y se vuelve a colocar con la polaridad opuesta, de manera que ahora su terminal positiva está junto al punto *a*. El resto del circuito queda como en la figura. Encuentre *a*) la corriente en cada ramal y *b*) la diferencia de potencial $V_{ab}$ del punto *a* con respecto al punto *b*.

**26.30** • La batería de 5.00 V de la figura E26.28 se retira del circuito y se sustituye por otra de 15.00 V, con su terminal negativa próxima al punto *b*. El resto del circuito queda como en la figura. Calcule *a*) la corriente en cada ramal y *b*) la diferencia de potencial $V_{ab}$ del punto *a* en relación con el punto *b*.

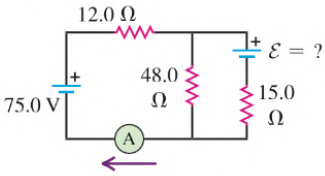
**26.31** •• En el circuito que se presenta en la **figura E26.31**, las baterías tienen resistencias internas despreciables y los medidores son ideales. Con el interruptor *S* abierto, el voltímetro da una lectura de 15.0 V. *a*) Calcule la fem $\mathcal{E}$ de la batería. *b*) ¿Cuál será la lectura del amperímetro cuando se cierre el interruptor?

Figura **E26.31**



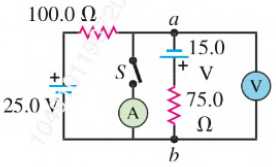

**26.32** •• En el circuito que se muestra en la **figura E26.32**, ambas baterías tienen resistencia interna insignificante, y el amperímetro ideal da una lectura de 1.50 A en el sentido que se ilustra. Encuentre la fem $\mathcal{E}$ de la batería. ¿Es correcta la polaridad que se indica?

Figura **E26.32**



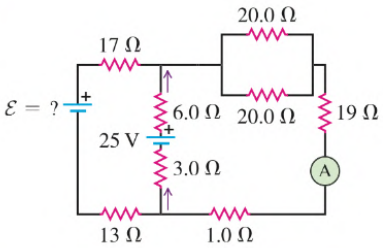

**26.33** • En la **figura E26.33** se ilustra un circuito donde todos los medidores son ideales y las baterías no tienen resistencia interna apreciable. *a*) Diga cuál será la lectura del voltímetro con el interruptor *S* abierto. ¿Cuál punto está a un potencial mayor: *a* o *b*? *b*) Con el interruptor *S* cerrado, obtenga la lectura del voltímetro y del amperímetro. ¿Cuál trayectoria (superior o inferior) sigue la corriente a través del interruptor?

Figura **E26.33**




**26.34** •• En el circuito mostrado en la **figura E26.34**, el resistor de 6.0 Ω consume energía a una razón de 24 J/s cuando la corriente a través de él fluye como se muestra. *a*) Calcule la corriente a través del amperímetro A. *b*) ¿Cuáles son la polaridad y la fem $\mathcal{E}$ de la batería, suponiendo que tiene una resistencia interna despreciable?

Figura **E26.34**




## Sección 26.3 Instrumentos de medición eléctrica

**26.35** • La resistencia de la bobina de un galvanómetro es de 25.0 Ω, y la corriente requerida para la desviación de escala completa es de 500 μA. *a*) Muestre en un diagrama la manera de convertir el galvanómetro en un amperímetro que dé una lectura de 20.0 mA a escala completa, y calcule la resistencia de derivación. *b*) Muestre el modo de convertir el galvanómetro en un voltímetro con lectura de 500 mV a escala completa, y calcule la resistencia en serie.

**26.36** • La resistencia de la bobina móvil de un galvanómetro es de 9.36 Ω, y una corriente de 0.0224 A ocasiona una desviación de escala completa. Queremos convertir este galvanómetro en un amperímetro con una lectura de escala completa de 20.0 A. La única derivación disponible tiene una resistencia de 0.0250 Ω. ¿Cuál es la resistencia $R$ que debe conectarse en serie con la bobina (**figura E26.36**)?

Figura **E26.36**

**26.37** • Un circuito consiste en una combinación en serie de resistores de 6.00 kΩ y 5.00 kΩ conectados a través de una batería de 50.0 V con resistencia interna despreciable. Se desea medir la diferencia de potencial verdadera (es decir, la diferencia de potencial sin el medidor presente) a través del resistor de 5.00 kΩ con un voltímetro cuya resistencia interna es de 10.0 kΩ. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial que mide el voltímetro a través del resistor de 5.00 kΩ? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial *verdadera* a través de este resistor cuando el medidor no está presente? *c*) ¿Qué porcentaje de error tiene la lectura del voltímetro con respecto a la diferencia de potencial verdadera?

**26.38** • Un galvanómetro con resistencia de 25.0 Ω tiene una resistencia de derivación de 1.00 Ω instalada para convertirlo en un amperímetro. Después se utiliza para medir la corriente en un circuito que consiste en un resistor de 15.0 Ω conectado a través de las terminales de una batería de 25.0 V que no tiene resistencia interna apreciable. *a*) ¿Cuál es la corriente que mide el amperímetro? *b*) ¿Cuál debería ser la corriente *verdadera* en el circuito (es decir, la corriente sin el amperímetro presente)? *c*) ¿Qué porcentaje de error tiene la lectura del amperímetro con respecto a la corriente *verdadera*?

## Sección 26.4 Circuitos *R-C*

**26.39** • Un capacitor se carga a un potencial de 12.0 V y luego se conecta a un voltímetro que tiene una resistencia interna de 3.40 MΩ. Después de un tiempo de 4.00 s, el voltímetro da una lectura de 3.0 V. ¿Cuáles son *a*) la capacitancia y *b*) la constante de tiempo del circuito?

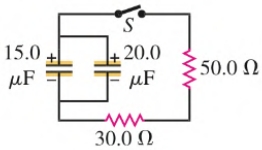
**26.40** •• Se conectan una batería, un resistor y un capacitor como se muestra en la figura 26.20*a*, donde $\mathcal{E}$ = 36.0 V, $C$ = 5.00 μF y $R$ = 120 Ω. En $t$ = 0, el interruptor $S$ está cerrado. *a*) Cuando el voltaje a través del capacitor es de 8.00 V, ¿cuál es la magnitud de la corriente en el circuito? *b*) En qué momento $t$ después de que se cierra el interruptor, el voltaje a través del capacitor es de 8.00 V? *c*) Cuando el voltaje a través del capacitor es de 8.00 V, ¿a qué razón se almacena energía en el capacitor?

**26.41** • Un capacitor de 4.60 μF, que al inicio está descargado, se conecta en serie con un resistor de 7.50 kΩ y una fuente de fem con $\mathcal{E}$ = 245 V cuya resistencia interna es insignificante. Justo después de que el circuito se completa, ¿cuáles son *a*) la diferencia de potencial en el capacitor; *b*) la diferencia de potencial en el resistor; *c*) la carga en el capacitor; *d*) la corriente que pasa por el resistor? *e*) Mucho tiempo después de completar el circuito (después de muchas constantes de tiempo), ¿cuáles son los valores de los incisos *a*) a *d*)?

**26.42** •• Se conectan una batería, un resistor y un capacitor como se muestra en la figura 26.20*a*, donde $R$ = 120 Ω y $C = 5.00 \times 10^{-6}$ F. En $t$ = 0 el interruptor $S$ está cerrado. Cuando la corriente en el circuito tiene una magnitud de 3.00 A, la carga en el capacitor es de $40.0 \times 10^{-6}$ C. *a*) ¿Cuál es la fem de la batería? *b*) ¿En qué instante $t$ después de cerrar el interruptor, la carga en el capacitor es de $40.0 \times 10^{-6}$ C. *c*) Cuándo la corriente tiene una magnitud de 3.00 A, ¿a qué razón la energía **i.** se almacena en el capacitor, **ii.** es suministrada por la batería?

**26.43** •• PA En el circuito de la **figura E26.43**, los dos capacitores están cargados al principio a 45.0 V. *a*) ¿Cuánto tiempo después de cerrar el interruptor $S$ el potencial a través de cada capacitor se reducirá a 10.0 V? *b*) En ese momento, ¿cuál será la corriente?

Figura **E26.43**



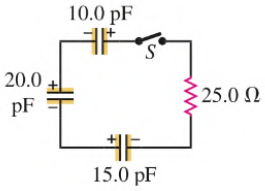

**26.44** • Un capacitor de 12.4 μF se conecta a través de un resistor de 0.895 MΩ a una diferencia de potencial constante de 60.0 V. *a*) Calcule la carga en el capacitor en los siguientes tiempos, después de haber realizado la conexión: 0, 5.0 s, 10.0 s, 20.0 s y 100.0 s. *b*) Determine las corrientes de carga en los mismos instantes citados. *c*) Elabore una gráfica de los resultados de los incisos *a*) y *b*) para $t$ entre 0 y 20 s.

**26.45** • Están conectados en serie una fuente de fem con $\mathcal{E}$ = 120 V, un resistor con $R$ = 80.0 Ω y un capacitor con $C$ = 4.00 μF. A medida que el capacitor se carga, cuando la corriente en el resistor es de 0.900 A, ¿cuál es la magnitud de la carga en cada placa del capacitor?

**26.46** • Un resistor y un capacitor se conectan en serie con una fuente de fem. La constante de tiempo para el circuito es de 0.780 s. *a*) Se agrega en serie un segundo capacitor, idéntico al primero. ¿Cuál es la constante de tiempo para este nuevo circuito? *b*) En el circuito original, un segundo capacitor, idéntico al primero, se conecta en paralelo con el primer capacitor. ¿Cuál es la constante de tiempo para este nuevo circuito?

**26.47** •• PA En el circuito que se ilustra en la **figura E26.47**, cada capacitor tiene inicialmente una carga de magnitud 3.50 nC en sus placas. Después de que el interruptor $S$ se cierra, ¿cuál será la corriente en el circuito en el instante en que los capacitores hayan perdido el 80% de su energía almacenada inicialmente?

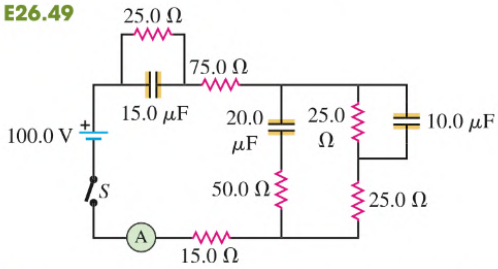
Figura **E26.47**




**26.48** • Un capacitor de 1.50 μF se carga a través de un resistor de 12.0 Ω por medio de una batería de 10.0 V. ¿Cuál será la corriente cuando el capacitor haya adquirido $\frac{1}{4}$ de su carga máxima? ¿Será $\frac{1}{4}$ de la corriente máxima?

**26.49** • En el circuito de la **figura E26.49**, todos los capacitores están descargados al principio, la batería no tiene resistencia interna, y el amperímetro es ideal. Calcule la lectura del amperímetro *a*) inmediatamente después de haber cerrado el interruptor $S$ y *b*) mucho tiempo después de que se cerró el interruptor.

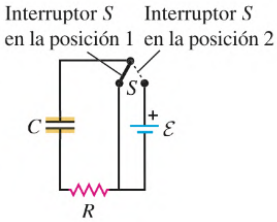
Figura **E26.49**




**26.50** • Se carga un capacitor de 12.0 μF a un potencial de 50.0 V, y luego se descarga a través de un resistor de 225 Ω. ¿Cuánto tiempo se requiere para que el capacitor pierda *a*) la mitad de su carga y *b*) la mitad de su energíaa lmacenada?

**26.51** • En el circuito que se ilustra en la **figura E26.51**, $C$ = 5.90 μF, $\mathcal{E}$ = 28.0 V y la fem tiene una resistencia despreciable. Inicialmente, el capacitor está descargado y el interruptor $S$ se encuentra en la posición 1. Luego, el interruptor se mueve a la posición 2, por lo que el capacitor comienza a cargarse. *a*) ¿Cuál será la carga en el capacitor mucho tiempo después de que el interruptor se movió a la posición 2? *b*) Después de haber movido el interruptor a la posición 2 durante 3.00 ms, se mide la carga en el capacitor y resulta ser de 110 μC. ¿Cuál es el valor de la resistencia $R$? *c*) ¿Cuánto tiempo después de haber movido el interruptor a la posición 2, la carga en el capacitor será igual al 99.0% del valor final calculado en el inciso *a*)?

Figura **E26.51**



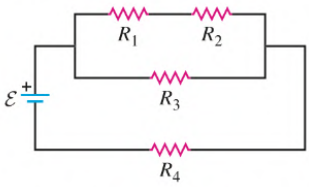
## Sección 26.5 Sistemas de distribución de energía

**26.52** • El elemento calentador de una secadora eléctrica tiene una potencia nominal de 4.1 kW cuando se conecta a una línea de 240 V. *a*) ¿Cuál es la corriente en el elemento calentador? ¿El alambre de calibre 12 es lo suficientemente grande para suministrar esa corriente? *b*) ¿Cuál es la resistencia del elemento calentador de la secadora a su temperatura de operación? *c*) ¿Cuánto cuesta operar la secadora durante una hora, si la tarifa vigente es de 11 centavos por kWh?

**26.53** • Se enchufa un calentador eléctrico de 1500 W a la toma de un circuito de 120 V que tiene un interruptor de circuito de 20 A. En la misma toma se conecta una secadora eléctrica, la cual tiene niveles de potencia de 600 W, 900 W, 1200 W y 1500 W. Se enciende la secadora para el cabello en el ajuste de 600 W y se incrementa hasta que se dispara el interruptor de circuito. ¿Cuál fue el ajuste de potencia que hizo que se disparara?

## PROBLEMAS

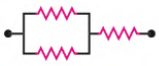
Figura **P26.54**




**26.54** •• En la **figura P26.54**, la batería tiene resistencia interna despreciable y $\mathcal{E} = 48.0$ V. $R_1 = R_2 = 4.00\ \Omega$ y $R_4 = 3.00\ \Omega$. ¿Cuál debe ser la resistencia $R_3$ para que el resistor de la red disipe energía eléctrica a una tasa de 295 W?

**26.55** • Las dos bombillas idénticas del ejemplo 26.2 (sección 26.1) están conectadas en paralelo a una fuente diferente, una con $\mathcal{E} = 8.0$ V y resistencia interna de 0.8 Ω. Cada bombilla tiene una resistencia $R = 2.0\ \Omega$ (se supone independiente de la corriente que pasa por la bombilla). *a*) Encuentre la corriente que fluye por cada bombilla, la diferencia de potencial en cada bombilla y la potencia que se suministra a cada una. *b*) Suponga que una de las bombillas se funde, por lo que su filamento se rompe y deja de fluir corriente por ella. Calcule la potencia entregada a la bombilla restante. ¿La bombilla que queda ilumina más o menos que después de que la otra bombilla se funde?

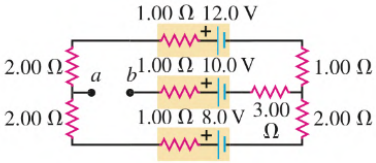
Figura **P26.56**



**26.56** •• Cada uno de los tres resistores de la **figura P26.56** tiene una resistencia de 2.4 Ω y disipa un máximo de 48 W sin calentarse en exceso. ¿Cuál es la potencia máxima que el circuito puede disipar?

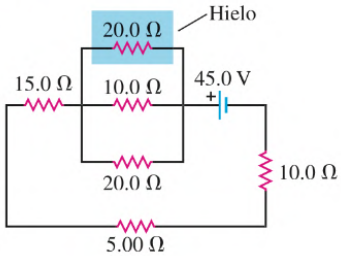
**26.57** •• a) Calcule el potencial del punto *a* con respecto al punto *b*, en la **figura P26.57**. *b*) Si los puntos *a* y *b* se conectan mediante un alambre con resistencia insignificante, determine la corriente en la batería de 12.0 V.

Figura **P26.57**




**26.58** •• PA En el circuito que se ilustra en la **figura P26.58**, hay un resistor de 20.0 Ω incrustado en un bloque grande de hielo a 0.00 °C, y la batería tiene una resistencia interna insignificante. ¿A qué tasa (en g/s) el circuito derrite el hielo? (El calor latente de fusión para el hielo es de $3.34 \times 10^5$ J/kg).

Figura **P26.58**




**26.59** • Calcule las tres corrientes $I_1$, $I_2$ e $I_3$ que se indican en el diagrama del circuito en la **figura P26.59**.

Figura **P26.59**

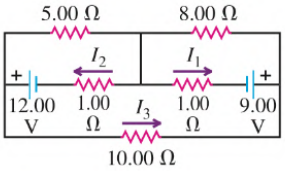
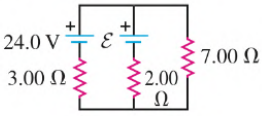



Figura **P26.60**




**26.60** ••• ¿Cuál debe ser la fem $\mathcal{E}$ en la **figura P26.60** para que la corriente a través del resistor de 7.00 Ω sea de 1.80 A? Cada fuente de fem tiene resistencia interna despreciable.

**26.61** • Determine la corriente que pasa por cada uno de los tres resistores del circuito que se ilustran en la **figura P26.61**. Las fuentes de fem tienen resistencia interna insignificante.

Figura **P26.61**

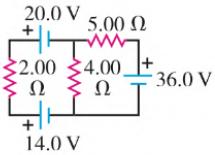
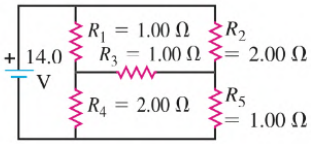
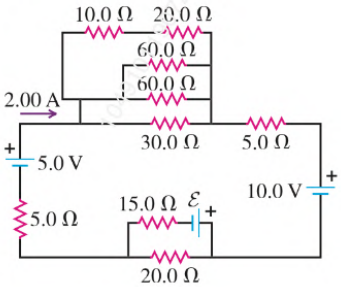



Figura **P26.62**



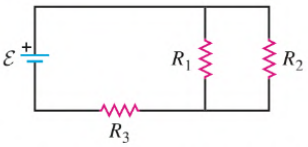

**26.62** • *a*) Encuentre la corriente a través de la batería y de cada uno de los resistores en el circuito ilustrado en la **figura P26.62**. *b*) ¿Cuál es la resistencia equivalente de la red de resistores?

Figura **P26.63**




**26.63** •• Considere el circuito que se ilustra en la **figura P26.63**. *a*) ¿Cuál debe ser la fem $\mathcal{E}$ de la batería para que una corriente de 2.00 A fluya a través de la batería de 5.00 V, como se muestra? ¿La polaridad de la batería es correcta como se indica? *b*) ¿Cuánto tiempo se requiere para que se produzcan 60.0 J de energía térmica en el resistor de 10.0 Ω?

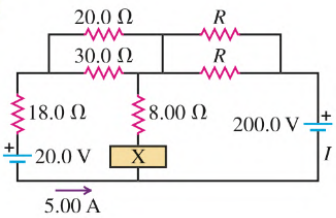
Figura **P26.64**




**26.64** •• En el circuito mostrado en la **figura P26.64**, $\mathcal{E} = 24.0$ V, $R_1 = 6.00\ \Omega$, $R_3 = 12.0\ \Omega$ y $R_2$ puede variar entre 3.00 Ω y 24.0 Ω. ¿Para qué valor de $R_2$ es mayor la potencia disipada por el elemento calentador $R_1$? Determine la magnitud de la potencia máxima.

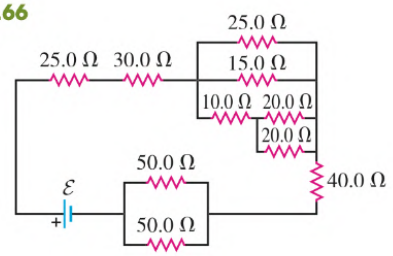
**26.65** • En el circuito de la **figura P26.65**, la corriente en la batería de 20.0 V es de 5.00 A en el sentido que se indica, y voltaje a través del resistor de 8.00 Ω es de 16.0 V, con el extremo inferior del resistor a un potencial mayor. Calcule *a*) la fem (incluida su polaridad) de la batería X; *b*) la corriente *I* a través de la batería de 200.0 V (incluido su sentido); *c*) la resistencia *R*.

Figura **P26.65**



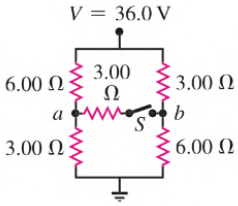
**26.66** ••• En el circuito que se ilustra en la **figura P26.66**, todos los resistores tienen potencia nominal máxima de 2.00 W. ¿Cuál es la fem $\mathcal{E}$ máxima que la batería puede tener sin que se queme ninguno de los resistores?

Figura **P26.66**




**26.67** • La **figura P26.67** emplea una convención que se utiliza con frecuencia en los diagramas de circuito. La batería (u otra fuente de poder) no se muestra de manera explícita. Se entiende que el punto en la parte superior, con la leyenda "36.0 V", está conectado a la terminal positiva de una batería de 36.0 V que tiene resistencia interna despreciable, y que el símbolo de "tierra" en la parte inferior está conectado a la terminal negativa de la batería. El circuito se completa a través de la batería, aunque ésta no aparezca en el diagrama. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V_{ab}$ del punto *a* con respecto al punto *b*, cuando se abre el interruptor *S*? *b*) ¿Cuál es la corriente que pasa a través del interruptor *S* cuando está cerrado? *c*) ¿Cuál es la resistencia equivalente cuando el interruptor *S* está cerrado?

Figura **P26.67**

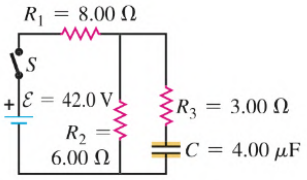



**26.68** •• Se conectan en serie tres resistores idénticos. Cuando se aplica cierta diferencia de potencial a través de la combinación, la potencia total disipada es de 45.0 W. ¿Qué potencia se disiparía si los tres resistores se conectaran en paralelo a través de la misma diferencia de potencial?

**26.69** • Un resistor $R_1$ consume una potencia eléctrica $P_1$ cuando se conecta a una fem $\mathcal{E}$. Cuando el resistor $R_2$ se conecta a la misma fem, consume una potencia eléctrica $P_2$. En términos de $P_1$ y $P_2$, ¿cuál es la potencia eléctrica total consumida cuando los dos están conectados a esta fuente de fem *a*) en paralelo y *b*) en serie?

**26.70** • El capacitor de la **figura P26.70** está inicialmente descargado. El interruptor *S* se cierra en $t = 0$. *a*) Inmediatamente después de cerrar el interruptor, ¿cuál es la corriente a través de cada resistor? *b*) ¿Cuál es la carga final en el capacitor?

Figura **P26.70**

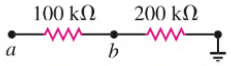



**26.71** •• Un capacitor de 2.00 $\mu$F inicialmente descargado se conecta en serie con un resistor de 6.00 k$\Omega$ y una fuente de fem con $\mathcal{E} = 90.0$ V y resistencia interna despreciable. El circuito se cierra en $t = 0$. *a*) Inmediatamente después de cerrarlo, ¿cuál es la tasa a la que se disipa la energía eléctrica en el resistor? *b*) ¿En qué instante *t* la tasa a la que la energía eléctrica se disipa en el resistor es igual a la tasa a la cual la energía eléctrica se almacena en el capacitor? *c*) En el instante calculado en el inciso *b*), ¿cuál es la tasa a la que se disipa la energía eléctrica en el resistor?

**26.72** •• Un capacitor de 6.00 $\mu$F inicialmente descargado se conecta en serie con un resistor de 5.00 $\Omega$ y una fuente de fem con $\mathcal{E} = 50.0$ V cuya resistencia interna es despreciable. En el instante en que el resistor está disipando energía eléctrica a una tasa de 300 W, ¿cuánta energía se ha almacenado en el capacitor?

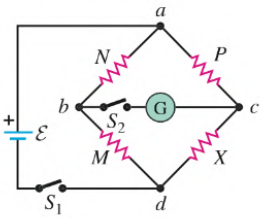
**26.73** • En la **figura P26.73**, el punto *a* se mantiene a potencial constante de 400 V más alto con respecto a la tierra (vea el problema 26.67). *a*) ¿Cuál es la lectura del voltímetro con la escala adecuada y con una resistencia de $5.00 \times 10^4$ $\Omega$ cuando se conecta entre el punto *b* y la tierra? *b*) ¿Cuál es la lectura de un voltímetro con resistencia de $5.00 \times 10^6$ $\Omega$? c) ¿Cuál es la lectura de un voltímetro con resistencia infinita?

Figura **P26.73**



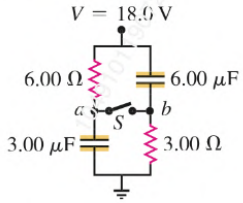

**26.74** •• **El puente de Wheatstone.** El circuito que se aprecia en la **figura P26.74**, conocido como *puente de Wheatstone*, se utiliza para determinar el valor de un resistor desconocido *X* por comparación con tres resistores *M*, *N* y *P* cuyas resistencias se pueden modificar. Para cada arreglo, se conoce con precisión la resistencia de cada resistor. Con los interruptores $S_1$ y $S_2$ cerrados, estos resistores cambian hasta que la corriente en el galvanómetro G sea igual a cero; entonces, se dice que el puente está *equilibrado*. *a*) Demuestre que, en esta condición, la resistencia desconocida está dada por $X = MP/N$ (se trata de un método que permite una precisión muy elevada al comparar resistores). *b*) Si el galvanómetro G muestra una desviación cero cuando $M = 850.0$ $\Omega$, $N = 15.00$ $\Omega$ y $P = 33.48$ $\Omega$, ¿cuál es la resistencia desconocida *X*?

Figura **P26.74**




**26.75** • (Vea el problema 26.67). *a*) En la **figura P26.75**, ¿cuál es el potencial del punto *a* con respecto al punto *b*, cuando el interruptor *S* está abierto? *b*) ¿Cuál punto, *a* o *b*, está a un mayor potencial? *c*) ¿Cuál es el potencial final del punto *b* con respecto a tierra cuando el interruptor *S* está cerrado? *d*) ¿Cuánto cambia la carga en cada capacitor cuando *S* estác errado?

Figura **P26.75**




**26.76** • Un capacitor de 2.36 $\mu$F inicialmente descargado se conecta en serie con un resistor de 5.86 $\Omega$ y una fuente de fem con $\mathcal{E} = 120$ V y resistencia interna despreciable. *a*) Inmediatamente después de hacer la conexión, ¿cuáles son **i.** la tasa a la que se disipa la energía eléctrica en el resistor; **ii.** la tasa a la que la energía eléctrica almacenada en el capacitor se incrementa; **iii.** la potencia eléctrica de salida de la fuente? ¿Cómo se comparan las respuestas **i.**, **ii.** y **iii.**? *b*) Responda las mismas preguntas del inciso *a*) para un tiempo más largo después de realizar la conexión. *c*) Conteste las mismas preguntas del inciso *a*) para el momento en que la carga en el capacitor sea la mitad de su valorf inal.

**26.77** • Un resistor de 224 $\Omega$ y otro de 589 $\Omega$ están conectados en serie a través de una línea de 90.0 V. *a*) ¿Cuál es el voltaje a través de cada resistor? *b*) Un voltímetro conectado a través del resistor de 224 $\Omega$ da una lectura de 23.8 V. Calcule la resistencia del voltímetro. *c*) Determine la lectura del mismo voltímetro si se conecta a través del resistor de 589 $\Omega$. *d*) Las lecturas de este voltímetro son menores que los voltajes "verdaderos" (es decir, sin el voltímetro presente). ¿Sería posible diseñar un voltímetro que diera lecturas *mayores* que los voltajes "verdaderos"? Explique su respuesta.

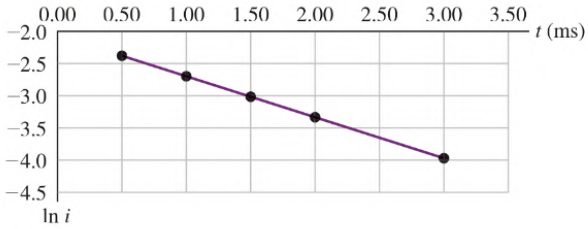
**26.78** • Un resistor con $R = 850$ $\Omega$ está conectado a las placas de un capacitor cargado con capacitancia $C = 4.62$ $\mu$F. Justo antes de hacer la conexión, la carga en el capacitor es de 6.90 mC. *a*) ¿Cuál es la energía almacenada inicialmente en el capacitor? *b*) ¿Cuál es la potencia eléctrica disipada en el resistor justo después de hacer la conexión? *c*) ¿Cuánta potencia eléctrica se disipa en el resistor en el

instante en que la energía almacenada en el capacitor ha disminuido a la mitad del valor calculado en el inciso *a*)?

**26.79** • Un capacitor que inicialmente está descargado se conecta en serie con un resistor y una fuente de fem con $\mathcal{E} = 110$ V y resistencia interna insignificante. Apenas conectado el circuito, la corriente que pasa por el resistor es de $6.5 \times 10^{-5}$ A. La constante de tiempo para el circuito es de 5.2 s. ¿Cuáles son los valores de la resistencia del resistor y de la capacitancia del capacitor?

**26.80** •• DATOS Usted ensambla un circuito como el mostrado en la figura 26.22*a*, donde $R = 196\ \Omega$. Cierra el interruptor en el instante $t = 0$ y mide la magnitud $i$ de la corriente en el resistor $R$ en función de $t$ desde que se cerró el interruptor. Los resultados se muestran en la **figura P26.80**, donde se ha elegido dibujar ln $i$ en función de $t$. *a*) Explique por qué los datos puntuales se encuentran sobre una línea recta. *b*) Use la gráfica de la figura P26.80 para calcular la capacitancia $C$ y la carga inicial $Q_0$ en el capacitor. *c*) Cuando $i = 0.0500$ A, ¿cuál es la carga en el capacitor? *d*) Cuando $q = 0.500 \times 10^{-4}$, ¿cuál es la corriente en el resistor?

Figura **P26.80**




**26.81** •• DATOS Usted ensambla el circuito mostrado en la figura 26.20, donde $C = 5.00 \times 10^{-6}$ F. En el instante $t = 0$ se cierra el interruptor y se mide la carga $q$ en el capacitor en función de la corriente $i$ en el resistor. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

| $i$ (mA) | 56.0 | 48.0 | 40.0 | 32.0 | 24.0 |
|---|---|---|---|---|---|
| q ($\mu$C) | 10.1 | 19.8 | 30.2 | 40.0 | 49.9 |

*a*) Haga una gráfica de $q$ en función de $i$. Explique por qué los puntos de datos, graficados de este modo, se encuentran cerca de una línea recta. Obtenga la pendiente y la intersección con y de la recta que mejor se ajuste a los datos. *b*) Use los resultados del inciso *a*) para calcular la resistencia $R$ del resistor y la fem $\mathcal{E}$ de la batería. *c*) ¿En qué momento $t$ después de que el interruptor se cierra el voltaje a través del capacitor es de 10.0 V? *d*) Cuando el voltaje a través del capacitor es de 4.00 V ¿cuál es el voltaje a través del resistor?

**26.82** •• DATOS La compañía de electrónicos donde usted trabaja, tiene dos clases de resistores $R_1$ y $R_2$ en su inventario, y usted debe medir los valores de sus resistencias. Por desgracia, la existencia es poca y todo lo que usted tiene son $R_1$ y $R_2$ en serie y en paralelo. Además no puede separar estas dos combinaciones de resistores. Por separado, conecta cada red de resistores a una batería con fem de 48.0 V y resistencia interna despreciable, y mide la potencia $P$ suministrada por la batería en ambos casos. Para la combinación en serie, $P = 48.0$ W; para la combinación en paralelo, $P = 256$ W. Se sabe que $R_1 > R_2$. *a*) Calcule $R_1$ y $R_2$. *b*) En la combinación en serie, ¿cuál resistor consume más potencia o consumen la misma potencia? Explique su respuesta. *c*) En la combinación en paralelo, ¿cuál resistor consume más potencia o consumen la misma potencia?

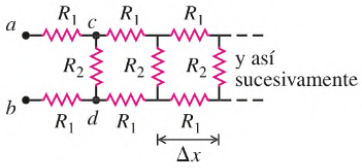
## PROBLEMAS DE DESAFÍO

**26.83** ••• **Red infinita.** Como se muestra en la **figura P26.83**, una red de resistores de resistencias $R_1$ y $R_2$ se extiende infinitamente hacia la derecha. Demuestre que la resistencia total $R_T$ de la red infinita es igual a

$$R_T = R_1 + \sqrt{R_1^2 + 2R_1R_2}$$

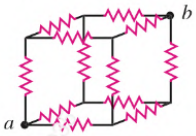
(*Sugerencia:* Como la red es infinita, su resistencia a la derecha de los puntos $c$ y $d$ también es igual a $R_T$).

Figura **P26.83**




**26.84** ••• Suponga que un resistor $R$ está a lo largo de cada arista de un cubo (12 resistores en total) con conexiones en las esquinas. Encuentre la resistencia equivalente entre dos esquinas del cubo opuestas diagonalmente (puntos $a$ y $b$ de la **figura P26.84**).

Figura **P26.84**




**26.85** ••• BIO **Cadenas atenuantes y axones.** La red infinita de resistores en la figura P26.83 se conoce como *cadena atenuante*, porque dicha cadena de resistores reduce, o atenúa, la diferencia de potencial entre los alambres superior e inferior a todo lo largo de la cadena. *a*) Demuestre que si la diferencia de potencial entre los puntos $a$ y $b$ de la figura P26.83 es $V_{ab}$, entonces la diferencia de potencial entre los puntos $c$ y $d$ es $V_{cd} = V_{ab}/(1 + \beta)$, donde $\beta = 2R_1(R_T + R_2)/R_TR_2$ y $R_T$, la resistencia total de la red, está dada en el problema de desafío 26.83 (vea la sugerencia en ese problema). *b*) Si la diferencia de potencial entre las terminales $a$ y $b$ en el extremo izquierdo de la red infinita es $V_0$, demuestre que la diferencia de potencial entre $n$ segmentos, de los alambres superior e inferior, del extremo izquierdo es $V_n = V_0/(1 + \beta)^n$. Si $R_1 = R_2$, ¿cuántos segmentos se necesitan para que la diferencia de potencial $V_n$ disminuya a menos del 1.0% de $V_0$? *c*) Una cadena atenuante infinita ofrece un modelo de propagación de un pulso de voltaje a lo largo de una fibra nerviosa o axón. Cada segmento de la red en la figura P26.83 representa un segmento corto del axón con longitud $\Delta x$. Los resistores $R_1$ representan la resistencia del fluido adentro y afuera de la pared de la membrana del axón. La resistencia de la membrana al flujo de corriente a través de la pared se representa con $R_2$. Para un segmento de axón de longitud $\Delta x = 1.0\ \mu$m, $R_1 = 6.4 \times 10^3\ \Omega$ y $R_2 = 8.0 \times 10^8\ \Omega$ (la pared de la membrana es un buen aislante). Calcule la resistencia total $R_T$ y $\beta$ para un axón infinitamente largo (es una buena aproximación, ya que la longitud de un axón es mucho mayor que su ancho; los axones más largos en el sistema nervioso humano miden más de 1 m, pero sólo tienen $10^{-7}$ m de radio). *d*) ¿En qué fracción disminuye la diferencia de potencial entre el interior y el exterior del axón a lo largo de una distancia de 2.0 mm? *e*) La atenuación de la diferencia de potencial calculada en el inciso *d*) muestra que el axón no es simplemente un cable pasivo portador de corriente eléctrica; la diferencia de potencial debe reforzarse periódicamente a lo largo del axón. Este mecanismo de refuerzo es lento, por lo que una señal se propaga a lo largo del axón a únicamente 30 m/s. En situaciones en que se requiere una respuesta más rápida, los axones están cubiertos con un revestimiento

grasoso de mielina. Los segmentos miden alrededor de 2 mm de largo y están separados por espacios llamados *nodos de Ranvier*. La mielina incrementa la resistencia de un segmento de la membrana de 1.0 $\mu$m de largo a $R_2 = 3.3 \times 10^{12}\ \Omega$. En el caso de un axón de este tipo cubierto de mielina, ¿en qué fracción disminuye la diferencia de potencial entre el interior y el exterior del axón a lo largo de la distancia de un nodo de Ranvier al siguiente? Esta menor atenuación significa que aumenta la velocidad de propagación.

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

BIO **CÉLULAS NERVIOSAS Y CIRCUITOS *R-C*.** La parte de una célula nerviosa que conduce señales se llama *axón*. Muchas de las propiedades eléctricas de los axones se rigen por canales iónicos, los cuales son moléculas de proteína que alcanzan la membrana celular del axón. Cuando se abre, cada canal iónico tiene un poro que se llena con un fluido de baja resistividad y conecta eléctricamente el interior de la célula con el medio exterior de ésta. En contraste, la membrana celular rica en lípidos, en la cual residen los canales iónicos, tiene una resistividad muy alta.

**26.86** Suponga que un canal iónico normal abierto alcanza una membrana del axón que tiene una resistencia de $1 \times 10^{11}\ \Omega$. Este canal iónico se puede modelar, junto con su poro, como un cilindro de 12 nm de largo con radio de 0.3 nm. ¿Cuál es la resistividad del fluido en el poro? *a*) 10 $\Omega\cdot$m; *b*) 6 $\Omega\cdot$m; *c*) 2 $\Omega\cdot$m; *d*) 1 $\Omega\cdot$m.

**26.87** En un modelo sencillo de un axón que conduce una señal nerviosa, los iones se mueven a través de la membrana celular a través de canales iónicos abiertos, los cuales actúan como elementos puramente de resistencia. Si una densidad de corriente normal (corriente en cada unidad de área de la sección transversal) en la membrana celular es de 5 mA/cm$^2$, cuando la diferencia de potencial a través de la membrana (la *acción potencial*) es de 50 mV, ¿cuál es la densidad del número de canales iónicos abiertos en la membrana? *a*) 1/cm$^2$; *b*) 10/cm$^2$; *c*) 10/mm$^2$; *d*) 100/$\mu$m$^2$.

**26.88** Las membranas celulares en una amplia gama de organismos tienen una capacitancia en cada unidad de área de 1 $\mu$F/cm$^2$. Para que una señal eléctrica se propague hacia abajo del axón, debe cambiar la carga en el "capacitor" de la membrana. ¿Qué constante de tiempo se requiere cuando los canales iónicos están abiertos? *a*) 1 $\mu$s; *b*) 10 $\mu$s; *c*) 100 $\mu$s; *d*) 1m s.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**ii.** La diferencia de potencial $V$ es la misma a través de resistores conectados en paralelo. Sin embargo, si las resistencias $R$ son diferentes, hay una corriente $I$ distinta a través de cada resistor: $I = V/R$.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**26.1** ***a*), *c*), *d*), *b*)** Veamos por qué. Los tres resistores en la figura 26.1*a* están conectados en serie, por lo que $R_{eq} = R + R + R = 3R$. En la figura 26.1*b*, los tres resistores están en paralelo, de manera que $1/R_{eq} = 1/R + 1/R + 1/R = 3/R$ y $R_{eq} = R/3$. En la figura 26.1*c* los resistores segundo y tercero están en paralelo, por lo que su resistencia equivalente $R_{23}$ está dada por $1/R_{23} = 1/R + 1/R = 2/R$; por lo tanto, $R_{23} = R/2$. La combinación está en serie con el primer resistor, por lo que los tres resistores juntos tienen resistencia equivalente $R_{eq} = R + R/2 = 3R/2$. En la figura 26.1*d*, los resistores segundo y tercero están en serie, de manera que su resistencia equivalente es $R_{23} = R + R = 2R$. Esta combinación se encuentra en paralelo con el primer resistor, así que la resistencia equivalente de la combinación de los tres resistores está dada por $1/R_{eq} = 1/R + 1/2R = 3/2R$. De ahí que $R_{eq} = 2R/3$.

**26.2** **Malla *cbdac*, no** La ecuación (2) menos la (1) da $-I_2(1\ \Omega) - (I_2 + I_3)(2\ \Omega) + (I_1 - I_3)(1\ \Omega) + I_1(1\ \Omega) = 0$. Esta ecuación se obtiene aplicando la regla de las mallas alrededor de la trayectoria de $c$ a $b$ a $d$ a $a$ y a $c$ en la figura 26.12, y no es una ecuación independiente, por lo que no habría ayudado en la solución del ejemplo 26.6.

**26.3** ***a*) ii, *b*) iii.** Un amperímetro siempre debe colocarse en serie con el elemento de interés en el circuito, y un voltímetro siempre debe estar en paralelo. De manera ideal, el amperímetro tendría una resistencia de cero y el voltímetro tendría una resistencia infinita, de manera que su presencia no tuviera efecto ni en la corriente ni en el voltaje a través del resistor. Ninguna de estas idealizaciones es posible, pero la resistencia del amperímetro debe ser mucho menor que 2 $\Omega$ y la resistencia del voltímetro tiene que ser mucho mayor que 2 $\Omega$.

**26.4** **ii.** Después de una constante de tiempo, $t = RC$ y la carga inicial $Q_0$ ha disminuido a $Q_0e^{-t/RC} = Q_0e^{-RC/RC} = Q_0e^{-1} = Q_0/e$. De ahí que la energía almacenada haya decrecido de $Q_0^2/2C$ a $(Q_0/e)^2/2C = Q_0^2/2Ce^2$, una fracción $1/e^2 = 0.135$ de su valor inicial. Este resultado no depende del valor inicial de la energía.

**26.5** **No** Esto es algo muy peligroso de hacer. El interruptor del circuito permitiría que hubiera corrientes de hasta 40 A, lo doble del valor nominal del cableado. La cantidad de potencia $P = I^2R$ disipada en una sección de cable podría ser en ese caso de hasta cuatro veces el valor nominal, por lo que los alambres se calentarían mucho y causarían un incendio. (Esto supone que la resistencia $R$ permanece sin cambio. De hecho, $R$ aumenta con la temperatura, de modo que la potencia disipada puede ser incluso más grande y más peligrosa de la que hemos estimado).

## Problema práctico

***a*)** 9.39 J ***b*)** $2.02 \times 10^4$ W ***c*)** $4.65 \times 10^{-4}$ s
***d*)** $7.43 \times 10^3$ W

? La aguja de una brújula magnética apunta hacia el norte. Este posicionamiento se debe a **i.** la fuerza magnética sobre la aguja; **ii.** la torca magnética sobre la aguja; **iii.** El campo magnético que produce la aguja; **iv.** los incisos **i** y **ii**; **v.** los incisos **i**, **ii** y **iii**.

# 27 CAMPO MAGNÉTICO Y FUERZAS MAGNÉTICAS

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**27.1** Las propiedades de los imanes y cómo éstos interactúan entre sí.

**27.2** La naturaleza de la fuerza que una partícula cargada en movimiento experimenta en un campo magnético.

**27.3** En qué se diferencian las líneas de campo magnético de las del campo eléctrico.

**27.4** Cómo analizar el movimiento de una partícula cargada en un campo magnético.

**27.5** Algunas aplicaciones prácticas de los campos magnéticos en química y física.

**27.6** Cómo analizar las fuerzas magnéticas en conductores que transportan corriente.

**27.7** Cómo se comportan las espiras de corriente cuando están en un campo magnético.

**27.8** Cómo funcionan los motores de corriente directa.

**27.9** Cómo las fuerzas magnéticas dan lugar al efecto Hall.

***Repase lo estudiado en la sección…***

**1.10** Producto vectorial de dos vectores.

**3.4, 5.4** Movimiento circular uniforme.

**10.1** Torca.

**21.6, 21-7** Líneas de campo eléctrico y momento dipolar eléctrico.

**22.2, 22.3** Flujo eléctrico y Ley de Gauss.

**25.1** Corriente eléctrica.

**26.3** Galvanómetros.

Todos utilizamos fuerzas magnéticas. Son la esencia de motores eléctricos, hornos de microondas, altavoces (bocinas), impresoras y unidades lectoras de discos. Los ejemplos más conocidos del magnetismo son los imanes permanentes, los cuales atraen objetos de hierro que no son magnéticos, y atraen o repelen otros imanes. Un ejemplo de dicha interacción es la aguja de una brújula que se alinea con el magnetismo terrestre. Pero la naturaleza *fundamental* del magnetismo es la interacción entre las cargas eléctricas en movimiento. A diferencia de las fuerzas eléctricas que actúan sobre las cargas eléctricas, estén en movimiento o no, las fuerzas magnéticas sólo actúan sobre cargas que *se mueven*.

En el capítulo 21 vimos que las fuerzas eléctricas ocurren en dos etapas: **1.** una carga produce un campo eléctrico en el espacio que la rodea, y **2.** una segunda carga responde a ese campo. Las fuerzas magnéticas también ocurren en dos etapas. En primer lugar, una carga, o un conjunto de cargas *en movimiento* (es decir, una corriente eléctrica), produce un campo *magnético*. A continuación, una segunda corriente o carga en movimiento responde a ese campo magnético, experimentando así una fuerza magnética.

En este capítulo estudiaremos la segunda etapa de la interacción magnética, es decir, el modo en que las cargas y corrientes en movimiento *responden* ante los campos magnéticos. En particular, veremos la forma de calcular fuerzas y torcas magnéticas, y descubriremos por qué los imanes son capaces de levantar objetos de hierro, como los clips para sujetar papeles. En el capítulo 28 concluiremos el tema de la interacción magnética con el estudio de cómo las cargas y corrientes en movimiento *producen* campos magnéticos.

## 27.1 MAGNETISMO

Los fenómenos magnéticos fueron observados por primera vez desde hace al menos 2500 años en fragmentos de hierro magnetizado encontrados cerca de la ciudad antigua de Magnesia (hoy Manisa, en Turquía occidental). Tales fragmentos son un ejemplo de lo que ahora llamamos **imanes permanentes;** es probable que en la puerta del refrigerador de su hogar haya varios imanes permanentes. Se observó que los imanes

SOLUCIÓN

## EJEMPLO 27.12 MEDICIÓN DEL EFECTO HALL

Se coloca una placa de cobre de 2.0 mm de espesor y 1.50 cm de ancho, en un campo magnético uniforme de 0.40 T, como se indica en la figura 27.41*a*. Cuando pasa una corriente de 75 A en la dirección $+x$, resulta que el potencial en la parte inferior de la placa es 0.81 $\mu$V más grande que el de la parte superior. A partir de tal medición, determine la concentración de electrones móviles en el cobre.

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR y PLANTEAR:** Este problema describe un experimento con el efecto Hall. Se usa la ecuación (27.30) para determinar la concentración $n$ de electrones móviles.

**EJECUTAR:** En primer lugar, calculamos la densidad $J_x$ de corriente y el campo eléctrico $E_z$:

$$J_x = \frac{I}{A} = \frac{75\ \text{A}}{(2.0 \times 10^{-3}\ \text{m})(1.50 \times 10^{-2}\ \text{m})} = 2.5 \times 10^6\ \text{A/m}^2$$

$$E_z = \frac{V}{d} = \frac{0.81 \times 10^{-6}\ \text{V}}{1.5 \times 10^{-2}\ \text{m}} = 5.4 \times 10^{-5}\ \text{V/m}$$

Entonces, de acuerdo con la ecuación (27.30),

$$n = \frac{-J_x B_y}{qE_z} = \frac{-(2.5 \times 10^6\ \text{A/m}^2)(0.40\ \text{T})}{(-1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(5.4 \times 10^{-5}\ \text{V/m})}$$
$$= 11.6 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$$

**EVALUAR:** El valor real de $n$ para el cobre es $8.5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$. La diferencia sugiere que el modelo sencillo del efecto Hall, que ignora los efectos cuánticos y las interacciones de los electrones con los iones, debe usarse con precaución. Este ejemplo también ilustra que, con buenos conductores, la fem de Hall es muy pequeña aun con densidades de corriente grandes. En la práctica, los dispositivos de efecto Hall para realizar mediciones del campo magnético utilizan materiales semiconductores, para los cuales densidades moderadas de corriente dan fems de Hall mucho más grandes.

**EVALÚE SU COMPRENSIÓN DE LA SECCIÓN 27.9** Un alambre de cobre de sección transversal cuadrada está orientado verticalmente. Los cuatro lados del alambre están hacia norte, sur, este y oeste. Hay un campo magnético uniforme dirigido de este a oeste, y el alambre conduce corriente hacia abajo. ¿Qué lado del alambre tiene el mayor potencial eléctrico? **i.** El lado norte; **ii.** el lado sur; **iii.** el lado este; **iv.** el lado oeste.

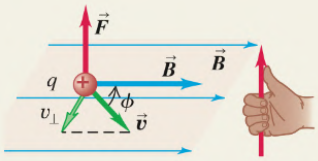
1049101 1907202037

# CAPÍTULO 27 RESUMEN

SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

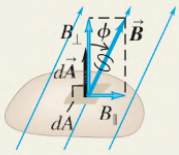
**Fuerzas magnéticas:** Las interacciones magnéticas son fundamentalmente interacciones entre partículas cargadas en movimiento. Estas interacciones se describen mediante el campo magnético vectorial, denotado con $\vec{B}$. Una partícula con carga $q$ que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$ experimenta una fuerza $\vec{F}$ perpendicular tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$. La unidad del SI para el campo magnético es el tesla: 1 T = 1 N/A·m (vea el ejemplo 27.1).

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad (27.2)$$




**Líneas de campo y flujo magnético:** Un campo magnético se representa gráficamente con líneas de campo magnético. Para un punto cualquiera, una línea de campo magnético es tangente a la dirección de $\vec{B}$ en ese punto. Donde las líneas de campo están muy cercanas entre sí, la magnitud del campo es grande, y viceversa. El flujo magnético $\Phi_B$ a través de un área se define de forma similar al flujo eléctrico. La unidad del SI para el flujo magnético es el weber (1 Wb = 1 T·m$^2$). El flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada es igual a cero (ley de Gauss del magnetismo). Como resultado, las líneas de campo magnético siempre se cierran sobre sí mismas (vea el ejemplo 27.2).

$$\Phi_B = \int B\cos\phi\, dA$$
$$= \int B_\perp\, dA \qquad (27.6)$$
$$= \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

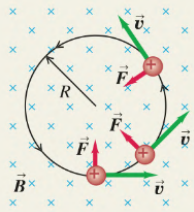



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \ \text{(superficie cerrada)} \qquad (27.8)$$

**Movimiento en un campo magnético:** La fuerza magnética siempre es perpendicular a $\vec{v}$; una partícula que sólo se mueve bajo la acción de un campo magnético lo hace con rapidez constante. En un campo uniforme, una partícula con velocidad inicial perpendicular al campo se mueve en un círculo con radio $R$, que depende de la intensidad $B$ del campo magnético y la masa $m$ de la partícula, la rapidez $v$ y la carga $q$ (vea los ejemplos 27.3 y 27.4).

Los campos eléctricos y magnéticos cruzados se usan como selectores de velocidad. Las fuerzas eléctricas y magnéticas se cancelan exactamente cuando $v = E/B$ (vea los ejemplos 27.5 y 27.6).

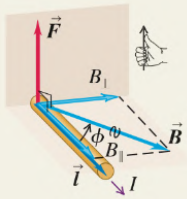
$$R = \frac{mv}{|q|B} \qquad (27.11)$$




**Fuerza magnética sobre un conductor:** El segmento rectilíneo de un conductor que transporta una corriente $I$ en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ experimenta una fuerza $\vec{F}$ perpendicular tanto a $\vec{B}$ como al vector $\vec{l}$, que apunta en la dirección de la corriente y tiene magnitud igual a la longitud del segmento. Una relación similar proporciona la fuerza $d\vec{F}$ sobre un segmento infinitesimal $d\vec{l}$ que transporta corriente (vea los ejemplos 27.7 y 27.8).

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \qquad (27.19)$$

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} \qquad (27.20)$$

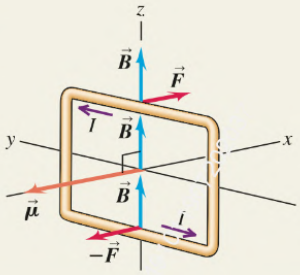



**Torca magnética:** Una espira de corriente con área $A$ y corriente $I$ en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ no experimenta fuerza magnética neta, pero sí una torca magnética de magnitud $\tau$. La torca vectorial $\vec{\tau}$ se expresa en términos del momento magnético $\vec{\mu} = I\vec{A}$ de la espira, igual que la energía potencial $U$ de un momento magnético en un campo magnético $\vec{B}$. El momento magnético de una espira sólo depende de la corriente y del área; es independiente de la forma de la espira (vea los ejemplos 27.9 y 27.10).

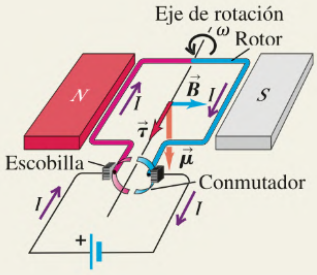
$$\tau = IBA \operatorname{sen}\phi \qquad (27.23)$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \qquad (27.26)$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\phi \qquad (27.27)$$

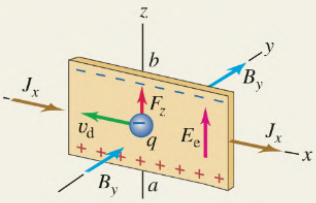



**Motores eléctricos:** En un motor de cd, un campo magnético ejerce una torca sobre una corriente en el rotor. El movimiento del rotor a través del campo magnético causa una fem inducida llamada fuerza contraelectromotriz. Para un motor en serie, donde la bobina del rotor está conectada en serie con las bobinas que producen el campo magnético, el voltaje terminal es la suma de la fuerza contraelectromotriz y la caída $Ir$ a través de la resistencia interna. (vea el ejemplo 27.11).




**El efecto Hall:** El efecto Hall es una diferencia de potencial perpendicular a la dirección de la corriente en un conductor, cuando el conductor se coloca en un campo magnético. El potencial de Hall está determinado por el requerimiento de que el campo eléctrico asociado debe compensar exactamente la fuerza magnética sobre una carga en movimiento. Las mediciones del efecto Hall se utilizan para determinar el signo de los portadores de carga y su concentración $n$ (vea el ejemplo 27.12).

$$nq = \frac{-J_x B_y}{E_z} \qquad (27.30)$$



SOLUCIÓN

## PROBLEMA PRÁCTICO TORCA MAGNÉTICA SOBRE UN ANILLO QUE TRANSPORTA CORRIENTE

Un anillo circular con área de 4.45 $cm^2$ conduce una corriente de 12.5 A. El anillo, al inicio, está en reposo e inmerso en una región de campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (1.15 \times 10^{-2}\ \text{T})(12\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 4\hat{k})$. El anillo está situado al principio, de modo que su momento magnético está dado por $\vec{\mu}_i = \mu(-0.800\hat{\imath} + 0.600\hat{\jmath})$, donde $\mu$ es la magnitud (positiva) del momento magnético. *a*) Determine la torca magnética inicial en el anillo. *b*) El anillo (el cual es libre de girar alrededor de un diámetro) se libera y gira un ángulo de 90.0°, punto en el que su momento magnético está dado por $\vec{\mu}_f = -\mu\hat{k}$. Determine la disminución de energía potencial. *c*) Si el momento de inercia del anillo alrededor del diámetro es de $8.50 \times 10^{-7}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$, determine la rapidez angular del anillo conforme pasa a través de la segunda posición.

### GUÍA DE SOLUCIÓN

#### IDENTIFICAR Y PLANTEAR

1. El anillo conductor de corriente actúa como un dipolo magnético, de modo que se pueden usar las ecuaciones de un dipolo magnético en un campo magnético uniforme.
2. No hay fuerzas no conservativas que actúen sobre el anillo conforme gira, de modo que se conservan la suma de su energía cinética giratoria (estudiada en la sección 9.4) y la energía potencial.

#### EJECUTAR

3. Utilice la expresión vectorial de la torca sobre un dipolo magnético para obtener la respuesta del inciso *a*). (*Sugerencia:* Revise la sección 1.10).
4. Calcule el cambio en la energía potencial de la primera a la segunda orientación del anillo.
5. Use el resultado del paso 4 para calcular la energía cinética giratoria del anillo cuando se encuentra en la segunda orientación.
6. Utilice el resultado del paso 5 para calcular la rapidez angular del anillo cuando llega a la segunda orientación.

#### EVALUAR

7. Si el anillo tuviera libertad para girar alrededor de *cualquier* diámetro, ¿en qué dirección apuntaría el momento magnético cuando el anillo se encuentre en estado de equilibrio estable?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P27.1** ¿Una partícula cargada puede moverse a través de un campo magnético sin experimentar fuerza alguna? Si es así, ¿cómo? Si no, ¿por qué?

**P27.2** En cualquier punto del espacio, por definición, el campo eléctrico $\vec{E}$ tiene la dirección de la fuerza eléctrica sobre una partícula con carga positiva situada en ese punto. ¿Por qué no se determina de manera similar que el campo magnético $\vec{B}$ esté en la dirección de la fuerza magnética sobre una partícula en movimiento cargada positivamente?

**P27.3** En la sección 27.2 se describe un procedimiento para determinar la dirección de la fuerza magnética usando la mano derecha. Si se utiliza el mismo procedimiento pero con la mano izquierda, ¿se obtendrá la dirección correcta de la fuerza? Explique su respuesta.

**P27.4** La fuerza magnética sobre una partícula cargada, en movimiento, siempre es perpendicular al campo magnético $\vec{B}$. ¿La trayectoria de una partícula cargada en movimiento siempre es perpendicular a las líneas de campo magnético? Explique su razonamiento.

**P27.5** Una partícula cargada se dispara hacia una región cúbica del espacio donde hay un campo magnético uniforme. Fuera de esta región, no hay campo magnético. ¿Es posible que la partícula permanezca dentro de la región cúbica? ¿Por qué?

**P27.6** Si la fuerza magnética no realiza trabajo sobre una partícula cargada, ¿cómo puede tener algún efecto sobre el movimiento de la partícula? ¿Hay otros ejemplos de fuerzas que no realicen trabajo, pero tengan un efecto significativo sobre el movimiento de la partícula?

**P27.7** Una partícula cargada se mueve a través de una región del espacio con velocidad constante (magnitud y dirección). Si el campo magnético externo es igual a cero en esta región, ¿se puede concluir que el campo eléctrico externo a la región también vale cero? Explique su respuesta (con "externo" nos referimos a aquellos campos que no son producidos por la partícula cargada). Si el campo eléctrico externo es de cero en la región, ¿se puede concluir que el campo magnético externo en la región también es igual a cero?

**P27.8** ¿Cómo puede usarse como brújula una espira de alambre que transporta corriente? ¿Una brújula de ese tipo distinguiría entre el norte y el sur? ¿Por qué?

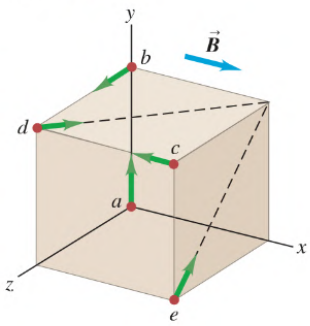
**P27.9** ¿Cómo puede determinarse la dirección de un campo magnético únicamente con observaciones *cualitativas* de la fuerza magnética sobre un alambre recto que transporta corriente?

**P27.10** Una espira suelta y flexible de alambre conduce una corriente $I$. La espira de alambre se coloca sobre una mesa horizontal en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular al plano de la mesa. Esto ocasiona que la espira de alambre se expanda en forma circular mientras permanece sobre la mesa. En un diagrama, muestre todas las orientaciones posibles de la corriente $I$ y el campo magnético $\vec{B}$ que pudieran hacer que esto ocurra. Explique su razonamiento.

**P27.11** Varias cargas entran a un campo magnético uniforme que entra a la página. *a*) ¿Qué trayectoria seguiría una carga positiva $q$ que se moviera con una velocidad de magnitud $v$ a través del campo? *b*) ¿Qué trayectoria tendría en el campo una carga positiva $q$ que se moviera con una velocidad de magnitud $2v$? *c*) ¿Cuál sería la trayectoria que siguiera una carga negativa $-q$ que se moviera a través del campo con una velocidad de magnitud $v$? *d*) ¿Qué trayectoria tendría una partícula neutra en el campo?

**P27.12** Cada uno de los puntos identificados con una letra en las esquinas del cubo que se aprecia en la **figura P27.12** representa una carga positiva $q$ que se mueve con una velocidad de magnitud $v$ en la dirección indicada. La región en la figura está en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, paralelo al eje $x$ y dirigido hacia la derecha. ¿Cuáles cargas experimentan una fuerza debido a $\vec{B}$? ¿Cuál es la dirección de la fuerza en cada carga?

Figura **P27.12**




**P27.13** Un estudiante afirma que si un relámpago cae sobre un mástil metálico, la fuerza ejercida por el campo magnético terrestre sobre la corriente en el mástil puede ser lo suficientemente grande como para doblarlo. Las corrientes comunes de los relámpagos son del orden de $10^4$ a $10^5$ A. ¿La opinión del estudiante está justificada? Explique su razonamiento.

**P27.14** ¿Podría construirse un acelerador en el que *todas* las fuerzas sobre las partículas, para dirigirlas y para aumentar la rapidez, fueran magnéticas? ¿Por qué?

**P27.15** La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada nunca realiza trabajo porque, en cada instante, la fuerza es perpendicular a la velocidad. La torca ejercida por un campo magnético puede efectuar trabajo sobre una espira de corriente cuando gira la espira. Explique cómo se concilian estos enunciados contradictorios en apariencia.

**P27.16** Cuando se invierte la polaridad del voltaje aplicado a un motor de cd, la dirección del movimiento *no* se invierte. ¿Por qué no? ¿Cómo *podría* invertirse la dirección del movimiento?

**P27.17** En un experimento del efecto Hall, ¿es posible que *no* se observe diferencia de potencial transversal? ¿En qué circunstancias ocurriría esto?

**P27.18** Los voltajes del efecto Hall son mucho mayores para conductores relativamente malos (como el germanio) que para buenos (como el cobre), en cuanto a corrientes, campos y dimensiones comparables. ¿Por qué?

## EJERCICIOS

### Sección 27.2 Campo magnético

**27.1** • Una partícula con carga de $-1.24 \times 10^{-8}$ C se mueve con velocidad instantánea $\vec{v} = (4.19 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\imath} + (-3.85 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\jmath}$. ¿Cuál es la fuerza que sobre esta partícula ejerce un campo magnético, *a*) $\vec{B} = (1.40\ \text{T})\hat{\imath}$ y *b*) $\vec{B} = (1.40\ \text{T})\hat{k}$?

**27.2** • Una partícula con masa de 0.195 g lleva una carga de $-2.50 \times 10^{-8}$ C. Se da a la partícula una velocidad horizontal inicial hacia el norte y con magnitud de $4.00 \times 10^4$ m/s. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético mínimo que mantendrá la partícula en movimiento en el campo gravitacional terrestre, en la misma dirección horizontal hacia el norte?

**27.3** • En un campo magnético de 1.25 T dirigido verticalmente hacia arriba, una partícula que tiene una carga de magnitud 8.50 $\mu$C, y se mueve inicialmente hacia el norte a 4.75 km/s, se desvía hacia el este. *a*) ¿Cuál es el signo de la carga de esta partícula? Elabore un diagrama que indique cómo obtuvo la respuesta. *b*) Calcule la fuerza magnética sobre la partícula.

**27.4** • Una partícula con masa de $1.81 \times 10^{-3}$ kg y una carga de $1.22 \times 10^{-8}$ C tiene, en un instante dado, una velocidad $\vec{v}\ (3.00 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\jmath}$. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la aceleración de la partícula producida por un campo magnético uniforme $\vec{B} = (1.63\ \text{T})\hat{\imath} + (0.980\ \text{T})\hat{\jmath}$?

**27.5** • Un electrón experimenta una fuerza magnética, cuya magnitud es de $4.60 \times 10^{-15}$ N cuando se mueve con un ángulo de 60.0° con respecto a un campo magnético de magnitud $3.50 \times 10^{-3}$ T. Calcule la rapidez del electrón.

**27.6** • Un electrón se mueve a $1.40 \times 10^6$ m/s a través de una región en la que hay un campo magnético de dirección no especificada y magnitud de $7.40 \times 10^{-2}$ T. *a*) ¿Cuáles son las magnitudes mayor y menor posibles de la aceleración del electrón debidas al campo magnético? *b*) Si la aceleración real del electrón es la cuarta parte de la magnitud más grande del inciso *a*), ¿cuál es el ángulo entre la velocidad del electrón y el campo magnético?

**27.7** •• **PA** Una partícula con carga de 7.80 $\mu$C se mueve con velocidad $\vec{v} = -(3.80 \times 10^3\ \text{m/s})\hat{\jmath}$. Se mide la fuerza magnética sobre la partícula y resulta ser de $\vec{F} = +(7.60 \times 10^3\ \text{N})\hat{\imath} - (5.20 \times 10^{-3}\ \text{N})\hat{k}$. *a*) Calcule todas las componentes del campo magnético que pueda con base en esta información. *b*) ¿Hay componentes del campo magnético que no estén determinadas por la medición de la fuerza? Explique su respuesta. *c*) Calcule el producto escalar $\vec{B} \cdot \vec{F}$. ¿Cuál es el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{F}$?

**27.8** •• **PA** Una partícula con carga de $-5.60$ nC se mueve en un campo magnético uniforme $\vec{B} = -(1.25\ \text{T})\hat{k}$. La medición de la fuerza magnética sobre la partícula resulta ser $\vec{F} = -(3.40 \times 10^{-7}\ \text{N})\hat{\imath} + (7.40 \times 10^{-7}\ \text{N})\hat{\jmath}$. *a*) Calcule todas las componentes que pueda de la velocidad de la partícula con base en esta información. *b*) ¿Hay componentes de la velocidad que no estén determinadas por la medición de la fuerza? Explique su respuesta. *c*) Calcule el producto escalar $\vec{v} \cdot \vec{F}$ y diga cuál es el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{F}$.

**27.9** •• Un grupo de partículas se mueve en un campo magnético de magnitud y dirección desconocidas. Usted observa que un protón que se mueve a 1.50 km/s en la dirección $+x$ experimenta una fuerza de $2.25 \times 10^{-16}$ N en la dirección $+y$, y otro electrón que se mueve a 4.75 km/s en la dirección $-z$ experimenta una fuerza de $8.50 \times 10^{-16}$ N en la dirección $+y$. *a*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético? *b*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética sobre un electrón que se mueve en la dirección $-y$ a 3.20 km/s?

### Sección 27.3 Líneas de campo magnético y flujo magnético

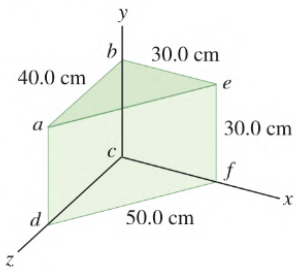
**27.10** • Una superficie plana y cuadrada de 3.40 cm por lado se encuentra en el plano $xy$ en $z = 0$. Calcule la magnitud del flujo a través de esta superficie producido por un campo magnético $\vec{B} = (0.200\ \text{T})\hat{\imath} + (0.300\ \text{T})\hat{\jmath} - (0.500\ \text{T})\hat{k}$.

**27.11** • Un área circular con radio de 6.50 cm se encuentra en el plano $xy$. ¿Cuál es la magnitud del flujo magnético a través de este círculo debido a un campo magnético uniforme $B = 0.230$ T, *a*) en la dirección $+z$, *b*) a un ángulo de 53.1° a partir de la dirección $+z$ y *c*) en la dirección $+y$?

**27.12** • Una superficie rectangular horizontal, de dimensiones 2.80 × 3.20 cm, se encuentra en un campo magnético uniforme dirigido a un ángulo de 30.0° arriba de la horizontal. ¿Cuál debe ser la magnitud del campo magnético para producir un flujo de $3.10 \times 10^{-4}$ Wb a través de la superficie?

**27.13** •• Una botella abierta de plástico de una bebida gaseosa, con diámetro de abertura de 2.5 cm está colocada sobre una mesa. Un campo magnético uniforme de 1.75 T dirigido hacia arriba y orientado a 25° de la vertical rodea la botella. ¿Cuál es el flujo magnético total a través del plástico de la botella?

Figura **E27.14**



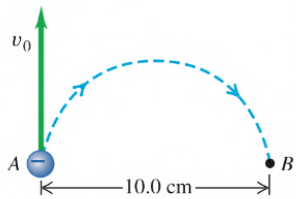

**27.14** •• El campo magnético $\vec{B}$ en cierta región es de 0.128 T y su dirección es la del eje $+z$ en la **figura E27.14**. *a*) ¿Cuál es el flujo

magnético a través de la superficie *abcd* en la figura? *b*) ¿Cuál es el flujo magnético a través de la superficie *befc*? *c*) ¿Cuál es el flujo magnético a través de la superficie *aefd*? *d*) ¿Cuál es el flujo neto a través de las cinco superficies que encierran el volumen sombreado?

## Sección 27.4 Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético

**27.15** •• Un electrón en el punto $A$ de la **figura E27.15** tiene una rapidez $v_0$ de $1.41 \times 10^6$ m/s. Calcule *a*) la magnitud y la dirección del campo magnético que hará que el electrón siga la trayectoria semicircular entre $A$ y $B$, y *b*) el tiempo requerido para que el electrón se mueva de $A$ a $B$.

Figura **E27.15**



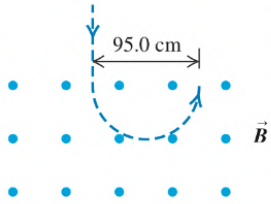

**27.16** •• Repita el ejercicio 27.15 para el caso en que la partícula sea un protón en lugar de un electrón.

**27.17** • PA Se deja caer una pelota de 150 g que contiene $4.00 \times 10^8$ electrones excedentes hacia un pozo vertical de 125 m. En el fondo del pozo, la pelota entra de súbito en un campo magnético uniforme horizontal con magnitud de 0.250 T y dirección de este a oeste. Si la resistencia del aire es despreciable, determine la magnitud y la dirección de la fuerza que este campo magnético ejerce sobre la pelota cuando acaba de entrar al campo.

**27.18** • Una partícula alfa (núcleo de He que contiene dos protones y dos neutrones, y tiene una masa de $6.64 \times 10^{-27}$ kg) se mueve horizontalmente a 35.6 km/s cuando entra a un campo magnético uniforme, vertical y con magnitud de 1.80 T. *a*) ¿Cuál es el diámetro de la trayectoria seguida por esta partícula alfa? *b*) ¿Qué efecto tiene el campo magnético sobre la rapidez de la partícula? *c*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la aceleración de la partícula alfa mientras está en el campo magnético? *d*) Explique por qué la rapidez de la partícula no cambia, aun cuando sobre ella actúe una fuerza externa desequilibrante.

**27.19** • En un experimento con rayos cósmicos, un haz vertical de partículas que tienen carga de magnitud $3e$, y masa de 12 veces la masa del protón, entra a un campo magnético uniforme y horizontal de 0.250 T y se dobla en un semicírculo de 95.0 cm de diámetro, como se indica en la **figura E27.19**. *a*) Obtenga la rapidez de las partículas y el signo de su carga. *b*) ¿Es razonable ignorar la fuerza de gravedad sobre las partículas? *c*) ¿Cómo se compara la rapidez de las partículas al entrar al campo con la rapidez que tienen al salir de él?

Figura **E27.19**




**27.20** • BIO Los ciclotrones se usan ampliamente en medicina nuclear para producir isótopos radioactivos de vida corta. Estos ciclotrones normalmente aceleran iones $H^-$ (el ion *hidruro* que tiene un protón y dos electrones) a una energía de 5 MeV a 20 MeV. Este ion tiene una masa muy cercana a la del protón porque la masa del electrón es despreciable, aproximadamente igual a $\frac{1}{2000}$ de la masa del protón. Un campo magnético típico de estos ciclotrones es de 1.9 T. *a*) ¿Cuál es la rapidez de un ion $H^-$ a 5.0 MeV? *b*) Si el ion $H^-$ tiene una energía de 5.0 MeV y $B = 1.9$ T, ¿cuál es el radio de la órbita circular de este ion?

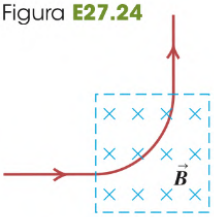
**27.21** • Un deuterón (núcleo de un isótopo de hidrógeno) tiene una masa de $3.34 \times 10^{-27}$ kg y una carga de $+e$. El deuterón se mueve en una trayectoria circular con un radio de 6.96 mm en un campo magnético con magnitud de 2.50 T. *a*) Calcule la rapidez del deuterón. *b*) Calcule el tiempo requerido para que recorra media revolución. *c*) ¿A través de cuál diferencia de potencial tendría que ser acelerado el deuterón para alcanzar tal rapidez?

**27.22** •• En un ciclotrón, el radio orbital de protones con energía de 300 keV es de 16.0 cm. Entonces se rediseña el ciclotrón para usarlo en el análisis de partículas alfa con energía de 300 keV. Una partícula alfa tiene una carga $q = +2e$ y masa $m = 6.64 \times 10^{-27}$ kg. Si el campo magnético no se modifica, ¿cuál será el radio orbital de las partículas alfa?

**27.23** • Un electrón en el haz de un tubo de rayos catódicos es acelerado por una diferencia de potencial de 2.00 kV. Luego pasa a través de una región que tiene un campo magnético transversal, donde se mueve en un arco circular de radio 0.180 m ¿Cuál es la magnitud del campo?

**27.24** •• Un haz de protones que se desplaza a 1.20 km/s entra a un campo magnético uniforme, viajando en forma perpendicular al campo. El haz sale del campo magnético en una dirección que es perpendicular con respecto a su dirección original (**figura E27.24**). El haz recorre una distancia de 1.18 cm *mientras está en el campo*. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético?

Figura **E27.24**




**27.25** •• Un protón ($q = 1.60 \times 10^{-19}$ C, $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) se mueve en un campo magnético uniforme $\vec{B} = (0.500\ \text{T})\hat{\imath}$. En $t = 0$ el protón tiene componentes de velocidad $v_x = 1.50 \times 10^5$ m/s, $v_y = 0$ y $v_z = 2.00 \times 10^5$ m/s (vea el ejemplo 27.4). *a*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre el protón? Además del campo magnético, hay un campo eléctrico uniforme en la dirección $+x$, $\vec{E} = (+2.00 \times 10^4\ \text{V/m})\hat{\imath}$. *b*) ¿El protón tendrá una componente de aceleración en la dirección del campo eléctrico? *c*) Describa la trayectoria del protón. ¿El campo eléctrico afecta el radio de la hélice? Explique su respuesta. *d*) En $t = T/2$, donde $T$ es el periodo del movimiento circular del protón, ¿cuál es la componente $x$ del desplazamiento del protón a partir de su posición en $t = 0$?

**27.26** • Un ion de $^7$Li (un isótopo del litio) con una sola carga tiene una masa de $1.16 \times 10^{-26}$ kg. Es acelerado a través de una diferencia de potencial de 220 V y, luego, entra a un campo magnético de 0.874 T perpendicular a la trayectoria del ion. ¿Cuál es el radio de la trayectoria del ion en el campo magnético?

## Sección 27.5 Aplicaciones del movimiento de partículas con carga

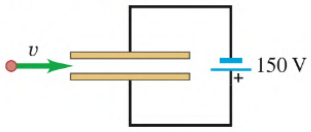
**27.27** • **Campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ transversales.** Una partícula con velocidad inicial $\vec{v}_0 = (5.85 \times 10^3\text{m/s})\hat{\jmath}$ entra a una región de campos eléctrico y magnético uniformes. El campo magnético en la región es $\vec{B} = -(1.35\ \text{T})\hat{k}$. Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la región si la partícula debe pasarlo sin desviarse, para una partícula de carga *a*) +0.640 nC y *b*) −0.320 nC. Ignore el peso de la partícula.

**27.28** • *a*) ¿Cuál es la rapidez de un haz de electrones cuando la influencia simultánea de un campo eléctrico de $1.56 \times 10^4$ V/m y un campo magnético de $4.62 \times 10^{-3}$ T, ambos campos normales al haz y entre sí, no produce desviación en los electrones? *b*) Muestre en un diagrama la orientación relativa de los vectores $\vec{v}$, $\vec{E}$ y $\vec{B}$. *c*) Cuando se elimina el campo eléctrico, ¿cuál es el radio de la órbita del electrón? ¿Cuál es el periodo de la órbita?

**27.29** •• Una batería de 150 V está conectada a través de dos placas metálicas paralelas con área de 28.5 cm$^2$ y separadas 8.20 mm. Un haz de partículas alfa (carga de $+2e$, masa de $6.64 \times 10^{-27}$ kg) es acelerado desde el reposo a través de una diferencia de potencial de 1.75 kV y entra a la región entre las placas de manera perpendicular al campo

eléctrico, como se muestra en la **figura E27.29**. ¿Qué magnitud y dirección del campo magnético se necesitan para que las partículas alfa salgan de las placas sin desviarse?

Figura **E27.29**




**27.30** • Un átomo simplemente ionizado (al que se le retira un electrón) de $^{40}$K pasa a través de un selector de velocidad formado por campos eléctricos y magnéticos uniformes perpendiculares. El selector se ajusta para permitir que los iones que tienen una rapidez de 4.50 km/s pasen sin desviarse cuando el campo magnético tiene un valor de 0.0250 T. Los iones entran en seguida a un segundo campo magnético uniforme ($B'$) orientado en ángulo recto con respecto a su velocidad. El $^{40}$K tiene 19 protones y 21 neutrones y una masa de $6.64 \times 10^{-26}$ kg. *a*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el selector de velocidad? *b*) ¿Cuál debe ser la magnitud de $B'$ de modo que los iones se curven en un semicírculo de radio igual a 12.5 cm?

**27.31** • Átomos simplemente ionizados (a los que se les retira un electrón) se aceleran y, luego, pasan a través de un selector de velocidad formado por campos eléctrico y magnético perpendiculares. El campo eléctrico es de 155 V/m y el campo magnético de 0.0315 T. Los iones entran después a un campo magnético uniforme de magnitud 0.0175 T orientado perpendicularmente a su velocidad. *a*) ¿Con qué rapidez se mueven los iones cuando salen del selector de velocidad? *b*) Si el radio de la trayectoria de los iones en el segundo campo magnético es de 17.5 cm, ¿cuál es su masa?

**27.32** • En el espectrómetro de masas de Bainbridge (vea la figura 27.24), la magnitud del campo magnético en el selector de velocidad es de 0.510 T, y los iones cuya rapidez es de $1.82 \times 10^6$ m/s lo traviesan sin desviarse. *a*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el selector de velocidad? *b*) Si la separación de las placas es de 5.20 mm, ¿cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

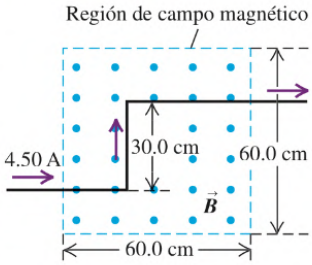
**27.33** •• BIO **Dietas ancestrales.** Se puede determinar la cantidad de carne incluida en las dietas prehistóricas midiendo la razón entre los isótopos nitrógeno 15 y de nitrógeno 14 que permanecen en los huesos humanos. Los carnívoros concentran el $^{15}$N, de modo que tal razón indica a los arqueólogos cuánta carne consumían las personas en la antigüedad. Para un espectrómetro que tiene un radio de trayectoria de 12.5 cm para iones $^{12}$C, (masa de $1.99 \times 10^{-26}$ kg), calcule la separación de los isótopos $^{14}$N (masa de $2.32 \times 10^{-26}$ kg) y $^{15}$N (masa de $2.49 \times 10^{-26}$ kg) en el detector.

## Sección 27.6 Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente

**27.34** • Un alambre recto de 2.5 m transporta la típica corriente doméstica de 1.5 A (en una dirección), en un lugar donde el campo magnético de la Tierra es de 0.55 gauss de sur a norte. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza que ejerce el campo magnético de nuestro planeta sobre este alambre, si se orienta de tal manera que la corriente que transporta corra de *a*) oeste a este, *b*) verticalmente hacia arriba, *c*) de norte a sur. *d*) ¿La fuerza magnética siempre es lo suficientemente grande como para provocar efectos significativos en condiciones domésticas normales?

**27.35** •• Un alambre largo que conduce una corriente de 4.50 A forma dos dobleces de 90°, como se ilustra en la **figura E27.35**. La parte flexionada del alambre pasa a través de un campo magnético uniforme de 0.240 T dirigido como se indica en la figura y confinado a una región limitada del espacio. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre el alambre.

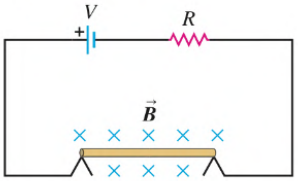
Figura **E27.35**




**27.36** •• Un electroimán produce un campo magnético de 0.550 T en una región cilíndrica con radio de 2.50 cm entre sus polos. Un alambre rectilíneo que transporta una corriente de 10.8 A pasa por el centro de esta región en forma perpendicular a los ejes de la región cilíndrica y al campo magnético. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza ejercida sobre el alambre?

**27.37** • Una barra de metal delgada de 50.0 cm de longitud y masa de 750 g descansa sobre dos soportes metálicos que no la sujetan, en un campo magnético uniforme de 0.450 T, como se ilustra en la **figura E27.37**. Una batería y un resistor de 25.0 Ω están conectados en serie a los soportes. *a*) ¿Cuál es el mayor voltaje que puede tener la batería sin que se interrumpa el circuito en los soportes? *b*) El voltaje de la batería tiene el valor máximo calculado en el inciso *a*). Si el resistor sufre de improviso un cortocircuito parcial, de modo que su resistencia baje a 2.0 Ω, calcule la aceleración inicial de la barra.

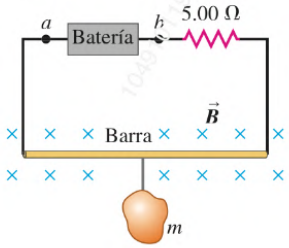
Figura **E27.37**




**27.38** • Un alambre rectilíneo y vertical transporta una corriente de 2.60 A dirigida hacia abajo en una región entre los polos de un gran electroimán superconductor, donde el campo magnético tiene una magnitud $B = 0.588$ T y es horizontal. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética sobre una sección de 1.00 cm del alambre que se encuentra en este campo magnético uniforme, si la dirección del campo magnético es hacia *a*) el este, *b*) el sur y *c*) 30.0° al sur del oeste?

**27.39** • **Balanza magnética.** El circuito que se ilustra en la **figura E27.39** se utiliza para construir una balanza magnética para pesar objetos. La masa $m$ que se quiere medir se cuelga del centro de una barra que está inmersa en un campo magnético uniforme de 1.50 T, que entra al plano de la figura. El voltaje de la batería se ajusta para hacer variar la corriente en el circuito. La barra horizontal mide 60.0 cm de largo y está hecha de un material extremadamente ligero. Está conectada a la batería mediante alambres verticales delgados que no resisten una tensión apreciable; todo el peso de la masa suspendida $m$ está soportado por la fuerza magnética sobre la barra. Un resistor con $R = 5.00$ Ω está conectado en serie con la barra; la resistencia del resto del circuito es mucho menor que esto. *a*) ¿Cuál punto, *a* o *b*, debería ser la terminal positiva de la batería? *b*) Si la diferencia de potencial máxima entre las terminales de la batería es de 175 V, ¿cuál es la masa máxima $m$ que tal instrumento es capaz de medir?

Figura **E27.39**

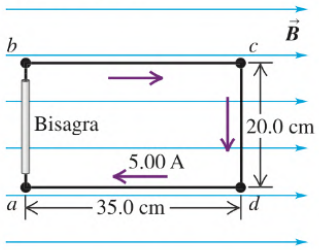



## Sección 27.7 Fuerza y torca en una espira de corriente

**27.40** •• El plano de una espira rectangular de alambre, de $5.0 \times 8.0$ cm, es paralelo a un campo magnético de 0.19 T. La espira conduce una corriente de 6.2 A. *a*) ¿Cuál es la torca que actúa sobre la espira? *b*) ¿Cuál es el momento magnético de la espira? *c*) ¿Cuál es la torca máxima que se puede obtener con la misma longitud total de alambre que transporte la misma corriente en este campo magnético?

**27.41** • El circuito rectangular de $20.0 \times 35.0$ cm mostrado en la **figura E27.41** puede girar con respecto a su lado $ab$. Transporta una corriente de 5.00 A en el

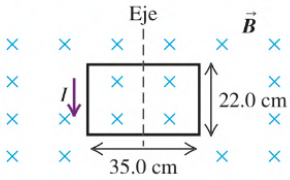
Figura **E27.41**



sentido de las manecillas del reloj y está ubicado en un campo magnético uniforme de 1.20 T perpendicular a dos de sus lados, como se indica. *a*) Elabore un diagrama que muestre con claridad la dirección de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre cada segmento del circuito (*ab*, *bc*, etcétera). *b*) De las cuatro fuerzas que dibujó en el inciso *a*), identifique cuál ejerce una torca con respecto al lado *ab*. Luego calcule sólo las fuerzas que contribuyen a esta torca. *c*) Use los resultados del inciso *b*) para calcular la torca que el campo magnético ejerce sobre el circuito con respecto al eje *ab*.

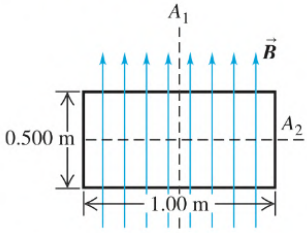
**27.42** • Una bobina rectangular de alambre, de 22.0 × 35.0 cm, conduce una corriente de 1.95 A y está orientada con el plano de su espira perpendicular a un campo magnético uniforme de 1.50 T, como se ilustra en la **figura E27.42**. *a*) Calcule la fuerza neta y la torca que el campo magnético ejerce sobre la bobina. *b*) Se hace girar la bobina un ángulo de 30.0° en torno al eje que se muestra, de modo que el lado izquierdo salga del plano de la figura y el derecho entre hacia el plano. Calcule la fuerza neta y la torca que ejerce ahora el campo magnético sobre la bobina. (*Sugerencia:* Para visualizar este problema en tres dimensiones, dibuje con cuidado la bobina vista a lo largo del eje de rotación).

Figura **E27.42**



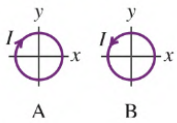

**27.43** • **PA** Una bobina rectangular uniforme con masa total de 212 g y dimensiones de 0.500 m × 1.00 m, está orientada en forma paralela a un campo magnético uniforme de 3.00 T (**figura E27.43**). De improviso, se inicia una corriente de 2.00 A en la bobina. *a*) ¿Sobre cuál eje ($A_1$ o $A_2$) comenzará a girar la bobina? ¿Por qué? *b*) Determine la aceleración angular inicial de la bobina cuando apenas comienza a fluir la corriente.

Figura **E27.43**



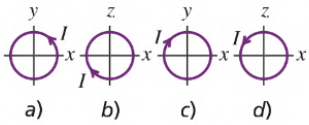

**27.44** • Las bobinas circulares A y B de la **figura E27.44** tienen área *A* y *N* vueltas; además pueden girar con respecto a un diámetro que coincide con el eje *x*. Una corriente *I* circula en cada bobina en la dirección mostrada. En la dirección +*z* hay un campo magnético uniforme $\vec{B}$. *a*) ¿Cuál es la dirección del momento magnético $\vec{\mu}$ de cada bobina? *b*) Explique por qué la torca debida al campo magnético es cero en ambas bobinas, de modo que cada bobina está en equilibrio rotatorio. *c*) Use la ecuación (27.27) para calcular la energía potencial de cada bobina. *d*) En cada una ¿el equilibrio es estable o inestable en cada bobina? Explique su respuesta.

Figura **E27.44**




**27.45** • Una bobina circular con área *A* y *N* vueltas tiene libertad para girar con respecto a un diámetro que coincide con el eje *x*. Una corriente *I* circula en la bobina. Hay un campo magnético uniforme $\vec{B}$ en la dirección *y* positiva. Calcule la magnitud y la dirección de la torca $\vec{\tau}$ y el valor de la energía potencial *U*, dado por la ecuación (27.27), cuando la bobina está orientada como se ilustra en los incisos *a*) a *d*) de la **figura E27.45**.

Figura **E27.45**

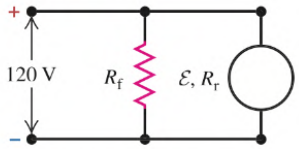



**27.46** •• Una bobina con momento magnético de 1.45 A · m² está orientada inicialmente con su momento magnético antiparalelo a un campo magnético uniforme de 0.835 T. ¿Cuál es el cambio en la energía potencial de la bobina cuando se hace girar 180°, de modo que su momento magnético sea paralelo al campo?

## Sección 27.8 El motor de corriente directa

**27.47** •• En un motor de cd con devanado en derivación, las bobinas de campo y el rotor están conectados en paralelo (**figura E27.47**), la resistencia $R_f$ de las bobinas del campo es de 106 Ω, y la resistencia $R_r$ del rotor es de 5.9 Ω. Cuando una diferencia de potencial de 120 V se aplica a las escobillas y el motor funciona a su máxima rapidez, entregando energía mecánica, la corriente que se le suministra es de 4.82 A. *a*) ¿Cuál es la corriente en las bobinas del campo? *b*) ¿Cuál es la corriente en el rotor? *c*) ¿Cuál es la fem inducida que desarrolla el motor? *d*) ¿Cuánta potencia mecánica desarrolla este motor?

Figura **E27.47**

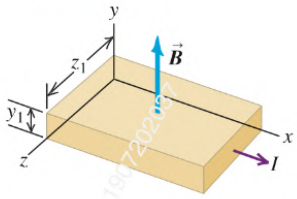



**27.48** • Un motor de cd con su rotor y bobinas de campo conectadas en serie tiene una resistencia interna de 3.2 Ω. Cuando el motor funciona con carga completa en una línea de 120 V, la fem en el rotor es de 105 V. *a*) ¿Cuál es la corriente que el motor toma de la línea? *b*) ¿Cuál es la potencia entregada al motor? *c*) ¿Cuál es la potencia mecánica que el motor desarrolla?

## Sección 27.9 El Efecto Hall

**27.49** • La **figura E27.49** ilustra una porción de un listón de plata con $z_1$ = 11.8 mm y $y_1$ = 0.23 mm, que transporta una corriente de 120 A en la dirección +*x*. El listón se encuentra en un campo magnético uniforme, en la dirección *y*, con magnitud de 0.95 T. Aplique el modelo simplificado del efecto Hall que se presentó en la sección 27.9. Si hay $5.85 \times 10^{28}$ electrones libres en cada metro cúbico, encuentre *a*) la magnitud de la velocidad de deriva de los electrones en la dirección *x*; *b*) la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la dirección *z* debido al efecto Hall; *c*) la fem de Hall.

Figura **E27.49**

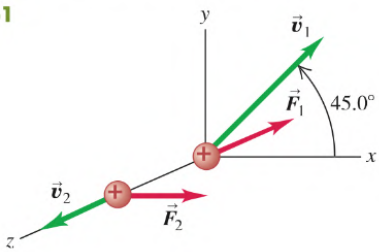



**27.50** • Sea la figura E27.49 una tira de un metal desconocido de las mismas dimensiones que el listón de plata del ejercicio 27.49. Cuando el campo magnético es de 2.29 T y la corriente es de 78.0 A, la fem de Hall es de 131 μV. ¿Cuál es el resultado que proporciona el modelo simplificado del efecto Hall presentado en la sección 27.9, para la densidad de los electrones libres en el metal desconocido?

## PROBLEMAS

**27.51** • Cuando una partícula con una carga $q > 0$ se mueve con una velocidad $\vec{v}_1$ orientada a 45.0° del eje +*x* en el plano *xy*, un campo magnético uniforme ejerce una fuerza $\vec{F}_1$ a lo largo del eje −*z* (**figura P27.51**). Cuando la misma partícula se mueve con velocidad $\vec{v}_2$ con igual magnitud que $\vec{v}_1$ pero a lo largo del eje +*z*, se ejerce sobre ella una fuerza $\vec{F}_2$ de magnitud $F_2$ a lo largo del eje +*x*. *a*) ¿Cuáles son la magnitud (en términos de *q*, $v_1$ y $F_2$) y la dirección del campo magnético? *b*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{F}_1$ en términos de $F_2$?

Figura **P27.51**



**27.52** • Una partícula con carga de $7.26 \times 10^{-8}$ C se mueve en una región donde hay un campo magnético uniforme de 0.650 T en la dirección $+x$. En un instante específico, la velocidad de la partícula tiene componentes $v_x = -1.68 \times 10^4$ m/s, $v_y = -3.11 \times 10^4$ m/s y $v_z = 5.85 \times 10^4$ m/s. ¿Cuáles son las componentes de la fuerza sobre la partícula en este instante?

**27.53** ••• PA **Reactor de fusión.** Si dos núcleos de deuterio (carga $+e$, masa $3.34 \times 10^{-27}$ kg) se acercan lo suficiente, la atracción de la fuerza nuclear fuerte los fusionará y formarán un isótopo de helio, de manera que se liberará una vasta cantidad de energía. El alcance de esta fuerza es alrededor de $10^{-15}$ m. Éste es el principio detrás del reactor de fusión. Los núcleos de deuterio se mueven demasiado rápido para ser contenidos por paredes físicas, así que se confinan usando magnetismo. *a*) ¿Qué tan rápido tendrían que moverse dos núcleos para que en una colisión de frente se acerquen tanto que se fusionen? (Suponga que sus rapideces son iguales, trate a los núcleos como cargas puntuales, y suponga también que se requiere una separación de $1.0 \times 10^{-15}$ m para que ocurra la fusión). *b*) ¿Qué intensidad de campo magnético se necesita para hacer que núcleos de deuterio con esta rapidez viajen en un círculo de 2.50 m de diámetro?

**27.54** •• **Momento magnético del átomo de hidrógeno.** En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno (vea la sección 39.3), en el estado de menor energía, el electrón circunda al protón a una rapidez de $2.2 \times 10^6$ m/s en una órbita circular de radio $5.3 \times 10^{-11}$ m. *a*) ¿Cuál es el periodo orbital del electrón? *b*) Si el electrón que orbita se considera una espira de corriente, ¿cuál es la corriente $I$? *c*) ¿Cuál es el momento magnético del átomo debido al movimiento del electrón?

**27.55** •• Usted quiere golpear un objetivo ubicado a varios metros de distancia, con una moneda cargada cuya masa es de 4.25 g y cuya carga es de $+2500\ \mu$C. Da a la moneda una velocidad inicial de 12.8 m/s, y en la región hay un campo eléctrico uniforme dirigido hacia abajo con intensidad de 27.5 N/C. Si apunta directamente al objetivo y lanza la moneda horizontalmente, ¿qué magnitud y dirección del campo magnético uniforme en la región se necesitan para que la moneda dé en el blanco?

**27.56** • Los polos magnéticos de un ciclotrón pequeño producen un campo magnético de magnitud 0.85 T. Los polos tienen un radio de 0.40 m, que es el radio máximo de las órbitas de las partículas aceleradas. *a*) ¿Cuál es la energía máxima a la que los protones ($q = 1.60 \times 10^{-19}$ C, $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) se pueden acelerar en este ciclotrón? Exprese la respuesta en electrón volts y en joules. *b*) ¿Cuál es el tiempo que se requiere para que un protón complete una revolución con este radio máximo? c) ¿Cuál tendría que ser la magnitud del campo magnético para que la máxima energía a la que puede acelerarse el protón sea el doble de lo que se calculó en el inciso *a*)? *d*) Para $B = 0.85$ T, ¿cuál es la energía máxima a la que las partículas alfa ($q = 3.20 \times 10^{-19}$ C, $m = 6.64 \times 10^{-27}$ kg) se pueden acelerar con el ciclotrón? ¿Cómo se compara esto con la energía máxima para los protones?

**27.57** •• Una partícula con carga negativa $q$ y masa $m = 2.58 \times 10^{-15}$ kg se mueve por una región que contiene un campo magnético uniforme $\vec{B} = -(0.120\ \text{T})\hat{k}$. En un instante específico, la velocidad de la partícula es $\vec{v} = (1.05 \times 10^6\ \text{m/s})(-3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 12\hat{k})$ y la fuerza $\vec{F}$ sobre la partícula tiene una magnitud de 2.45 N. *a*) Determine la carga $q$. *b*) Determine la aceleración $\vec{a}$ de la partícula. *c*) Explique por qué la trayectoria de la partícula es una hélice, y determine el radio de curvatura $R$ de la componente circular de la trayectoria helicoidal. *d*) Determine la frecuencia de ciclotrón de la partícula. *e*) Aunque el movimiento helicoidal no es periódico en el sentido estricto de la palabra, las coordenadas $x$ y $y$ varían en forma periódica. Si las coordenadas de la partícula en $t = 0$ son $(x, y, z) = (R, 0, 0)$, determine sus coordenadas en el momento $t = 2T$, donde $T$ es el periodo del movimiento en el plano $xy$.

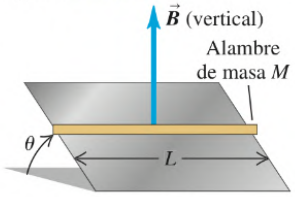
**27.58** •• Una partícula de carga $q > 0$ se mueve con rapidez $v$ en la dirección $+z$ a través de una región de campo magnético uniforme $\vec{B}$. La fuerza magnética sobre la partícula es $\vec{F} = F_0(3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})$, donde $F_0$ es una constante positiva. *a*) Determine las componentes $B_x$, $B_y$ y $B_z$, o las que sean posibles con la información proporcionada. *b*) Si además se tiene el dato de que la magnitud del campo magnético es de $6F_0/qv$, determine tantas de las componentes restantes de $\vec{B}$ como sea posible.

**27.59** •• Suponga que el campo eléctrico entre las placas en la figura 27.24 es de $1.88 \times 10^4$ V/m y el campo magnético en ambas regiones es de 0.682 T. Si la fuente contiene los tres isótopos de criptón, $^{82}$Kr, $^{84}$Kr y $^{86}$Kr, y los iones tienen una sola carga, encuentre la distancia entre las líneas que forman los tres isótopos en el detector de partículas. Suponga que las masas atómicas de los isótopos (en unidades de masa atómica) son iguales a sus números de masa 82, 84 y 86 (una unidad de masa atómica = 1 u = $1.66 \times 10^{-27}$ kg).

**27.60** •• **Espectrógrafo de masas.** Un espectrógrafo de masas se utiliza para medir las masas de los iones, o bien, para separar los iones con masas diferentes (vea la sección 27.5). En un diseño de tal instrumento, los iones con masa $m$ y carga $q$ se aceleran a través de una diferencia de potencial $V$. Después entran a un campo magnético uniforme perpendicular a su velocidad, y experimentan una desviación en una trayectoria semicircular de radio $R$. Un detector mide el sitio donde los iones completan el semicírculo y, a partir de esto, es fácil calcular el valor de $R$. *a*) Obtenga la ecuación para calcular la masa del ion a partir de las mediciones de $B$, $V$, $R$ y $q$. *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V$ que se necesita para que átomos simplemente ionizados de $^{12}$C tengan $R = 50.0$ cm en un campo magnético de 0.150 T? *c*) Suponga que el haz consiste en una mezcla de iones de $^{12}$C y $^{14}$C. Si $v$ y $B$ tienen los mismos valores que en el inciso *b*), calcule la separación de estos dos isótopos en el detector. ¿Piensa que la separación de este haz sea suficiente para distinguir los dos iones? (Haga la suposición descrita en el problema 27.59 para las masas de los iones).

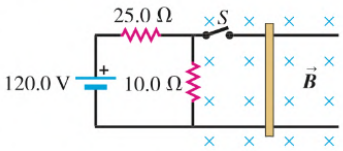
**27.61** •• Un tramo recto de alambre conductor con masa $M$ y longitud $L$ se coloca en un plano inclinado sin fricción con un ángulo $\theta$ a partir de la horizontal (**figura P27.61**). En todos los puntos hay un campo magnético uniforme y vertical $\vec{B}$ (producido por un arreglo de imanes que no se muestra en la figura). Para evitar que el alambre se deslice por el plano inclinado, se acopla una fuente de voltaje en los extremos del alambre, de modo que el alambre permanece en reposo justo cuando fluye por él la cantidad correcta de corriente. Determine la magnitud y la dirección de la corriente en el alambre que hará que esté en reposo. Haga una copia de la figura y dibuje en ella la dirección de la corriente. Asimismo, muestre en un diagrama de cuerpo libre todas las fuerzas que actúen sobre el alambre.

Figura **P27.61**




**27.62** •• PA Una barra metálica, con peso de 2.60 N y 0.850 m de longitud, tiene una resistencia de 10.0 Ω y descansa horizontalmente sobre alambres conductores que la conectan al circuito de la **figura P27.62**. La barra está en un campo magnético horizontal uniforme de 1.60 T, y no está sujeta a los alambres del circuito. ¿Cuál es la aceleración de la barra justo después de que se cierra el interruptor $S$?

Figura **P27.62**



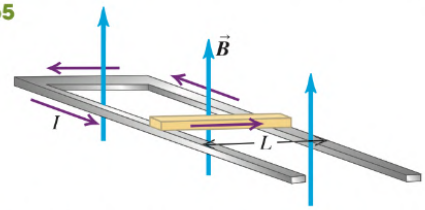

**27.63** •• BIO **Determinación de la dieta.** Un método para determinar la cantidad de maíz en las dietas de los antiguos indígenas

norteamericanos es la técnica del *análisis de la razón del isótopo estable* (ARIE). Cuando el maíz efectúa la fotosíntesis, concentra el isótopo carbono 13, mientras que la mayoría de las demás plantas concentran el carbono 12. El consumo excesivo del maíz se puede relacionar con ciertas enfermedades, porque el maíz carece del aminoácido esencial lisina. Los arqueólogos utilizan espectrómetros de masas para separar los isótopos $^{12}C$ y $^{13}C$ en muestras de restos humanos. Suponga que usa un selector de velocidad para obtener átomos simplemente ionizados (que perdieron un electrón) con rapidez de 8.50 km/s, y quiere desviarlos dentro de un campo magnético uniforme en un semicírculo con diámetro de 25.0 cm para el $^{12}C$. Las masas medidas de estos isótopos son $1.99 \times 10^{-26}$ kg ($^{12}C$) y $2.16 \times 10^{-26}$ kg ($^{13}C$). *a*) ¿Qué intensidad de campo magnético se requiere? *b*) ¿Cuál es el diámetro del semicírculo para el $^{13}C$? *c*) ¿Cuál es la separación de los iones $^{12}C$ y $^{13}C$ en el detector al final del semicírculo? ¿Esta distancia es suficientemente grande para observarse con facilidad?

**27.64** •• **PA** Una espira circular de plástico con radio $R$ y carga positiva $q$ está distribuida uniformemente alrededor de la circunferencia de la espira. Después, ésta se hace girar alrededor de su eje central, perpendicular al plano de la espira, con rapidez angular $\omega$. Si la espira está en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$ dirigido en forma paralela al plano de la espira, calcule la magnitud de la torca magnética sobre la espira.

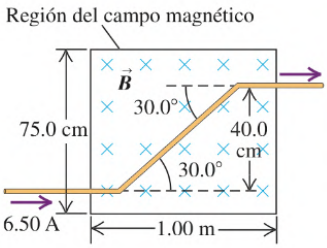
**27.65** •• **PA** **Cañón electromagnético de rieles.** Una barra conductora con masa $m$ y longitud $L$ se desliza sobre rieles horizontales que están conectados a una fuente de voltaje, la cual mantiene una corriente constante $I$ en los rieles y la barra; en tanto que un campo magnético uniforme, constante y vertical $\vec{B}$ llena la región entre los rieles (**figura P27.65**). *a*) Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre la barra conductora. Ignore la fricción, y las resistencias del aire y eléctrica. *b*) Si la barra tiene masa $m$, obtenga la distancia $d$ que debe moverse la barra a lo largo de los rieles, si parte del reposo, para alcanzar una rapidez $v$. *c*) Se ha sugerido que los cañones de rieles con base en este principio podrían acelerar cargas hasta una órbita terrestre o más lejos aún. Determine la distancia que la barra debe recorrer sobre los rieles, para alcanzar la rapidez de escape de la Tierra (11.2 km/s). Sea $B = 0.80$ T, $I = 2.0 \times 10^3$ A, $m = 25$ kg y $L = 50$ cm. Por sencillez, suponga que la fuerza neta sobre el objeto es igual a la fuerza magnética de los incisos *a*) y *b*), aun cuando la gravedad desempeña un papel importante en un lanzamiento real al espacio.

Figura **P27.65**



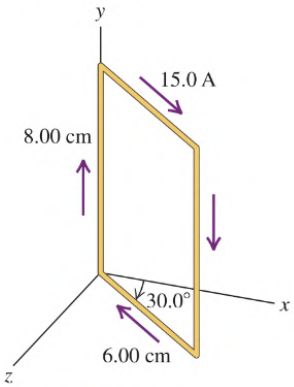

**27.66** • Un alambre de 25.0 cm de largo está sobre el eje $z$ y conduce una corriente de 7.40 A en la dirección $+z$. El campo magnético es uniforme y tiene componentes $B_x = -0.242$ T, $B_y = -0.985$ T y $B_z = -0.336$ T. *a*) Calcule las componentes de la fuerza magnética sobre el alambre. *b*) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza magnética neta sobre el alambre?

Figura **P27.67**



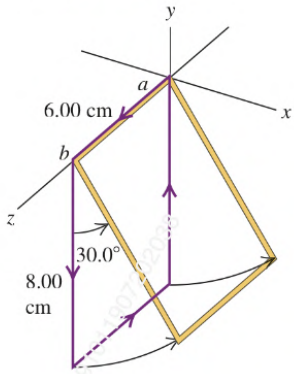

**27.67** •• Un alambre largo que conduce una corriente de 6.50 A forma dos dobleces, como se muestra en la **figura E27.67**. La parte flexionada del alambre pasa a través de un campo magnético uniforme de 0.280 T dirigido como se indica en la figura y confinado a una región limitada del espacio. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre el alambre.

Figura **P27.68**



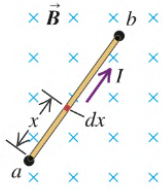

**27.68** •• La espira rectangular que se muestra en la **figura P27.68** gira sobre el eje $y$ y conduce una corriente de 15.0 A en la dirección indicada. *a*) Si la espira está en un campo magnético uniforme con magnitud de 0.48 T en la dirección $+x$, calcule la magnitud y la dirección de la torca que se requiere para mantener la espira en la posición que se muestra. *b*) Repita el inciso *a*) para el caso en que el campo esté en la dirección $-z$. *c*) Para cada uno de los campos magnéticos mencionados, ¿cuál es la torca que se requeriría si la espira girara en torno a un eje que pasa por su centro, paralelo al eje $y$?

Figura **P27.69**



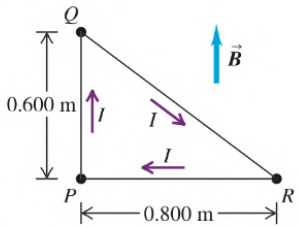

**27.69** •• **PA** La espira rectangular de alambre que se ilustra en la **figura P27.69** tiene una masa de 0.15 g por centímetro de longitud, y gira sobre el lado $ab$ en un eje sin fricción. La corriente en el alambre es de 8.2 A en la dirección que se ilustra. Encuentre la magnitud y la dirección del campo magnético paralelo al eje $y$ que ocasionará que la espira se balancee hasta que su plano forme un ángulo de 30.0° con el plano $yz$.

Figura **P27.70**




**27.70** •• **CALC** Una barra uniforme de longitud $L$ transporta una corriente $I$ en dirección del punto $a$ al punto $b$ (**figura P27.70**). La barra está en un campo magnético uniforme dirigido hacia la página. Considere la torca alrededor de un eje perpendicular a la barra en el punto $a$ que produce la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la barra. *a*) Suponga una sección infinitesimal de la barra con una longitud $dx$ y ubicada a una distancia $x$ del punto $a$. Calcule la torca $d\tau$ alrededor del punto $a$ debida a la fuerza magnética sobre esta sección infinitesimal. *b*) Use $\tau = \int_a^b d\tau$ para calcular la torca total $\tau$ sobre la barra. *c*) Demuestre que $\tau$ es la misma como si toda la fuerza magnética actuara en el centro de la barra.

Figura **P27.71**

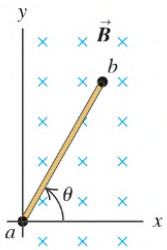



**27.71** •• La espira de alambre que se muestra en la **figura P27.71** forma un triángulo rectángulo y conduce una corriente $I = 5.00$ A en la dirección que se indica. La espira está en un campo magnético uniforme con magnitud $B = 3.00$ T y en la misma dirección que la corriente en el lado $PQ$ de la espira. *a*) Calcule la fuerza ejercida por el campo magnético en cada lado del triángulo. Si la fuerza es diferente de cero, especifique su dirección. *b*) ¿Cuál es la fuerza neta en la espira? *c*) La espira gira en torno a un eje situado a lo largo del lado $PR$. Use las fuerzas calculadas en el inciso *a*) para determinar la torca sobre cada lado de la espira (vea el problema 27.70). *d*) ¿Cuál es la magnitud de la torca neta sobre la espira? Calcule la torca neta a partir de las torcas calculadas en

el inciso *c*) y también con la ecuación (27.28). ¿Concuerdan estos resultados? *e*) ¿La torca neta está dirigida para girar el punto $Q$ hacia dentro del plano de la figura o hacia afuera de este plano?

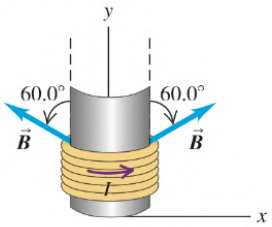
**27.72** •• **PA** Una barra uniforme tiene una masa de 0.0120 kg y 30 cm de largo. Gira sin fricción alrededor de un eje perpendicular a la barra en el punto $a$ (**figura P27.72**). La fuerza gravitacional sobre la barra actúa en la dirección $-y$. La barra se encuentra en un campo magnético uniforme que se dirige hacia la página y tiene una magnitud $B = 0.150$ T. *a*) ¿Cuál debe ser la corriente $I$ en la barra para que esté en equilibrio rotacional cuando está a un ángulo $\theta = 30°$ arriba de la horizontal? Use el resultado del problema 27.70. *b*) Para que la barra esté en equilibrio rotacional, ¿$I$ debería estar en dirección de $a$ a $b$ o de $b$ a $a$?

Figura **P27.72**



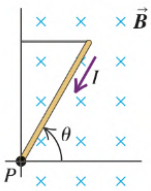

**27.73** •• **CALC** **Bobina de sonido.** En la sección 27.7 se demostró que la fuerza neta sobre una espira de corriente en un campo magnético *uniforme* es igual a cero. La fuerza magnética en la bobina de sonido de un altavoz (vea la figura 27.28) es distinta de cero, debido a que el campo magnético en la bobina no es uniforme. La bobina de sonido en un altavoz tiene 50 vueltas de alambre y un diámetro de 1.56 cm, y la corriente en la bobina es de 0.950 A. Suponga que el campo magnético en cada punto de la bobina tiene una magnitud constante de 0.220 T y está dirigida con un ángulo de 60.0° hacia afuera de la normal al plano de la bobina (**figura P27.73**). Consideremos que el eje de la bobina esté en la dirección $y$. La corriente en la bobina está en la dirección que se muestra (en sentido contrario a las manecillas del reloj, vista desde un punto por arriba de la bobina, sobre el eje $y$). Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza magnética neta sobre la bobina.

Figura **P27.73**



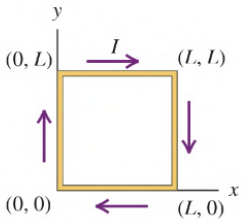

**27.74** •• **PA** El extremo inferior de una varilla uniforme delgada en la **figura P27.74** está sujeta al piso por una bisagra sin fricción en el punto $P$. La varilla tiene una masa de 0.0840 kg y una longitud de 18.0 cm y se encuentra en un campo magnético uniforme $B = 0.120$ T que está dirigido hacia dentro la página. La varilla se mantiene en un ángulo $\theta = 53°$ arriba de la horizontal por un resorte horizontal conectado en la parte superior de la varilla y la pared. La varilla transporta una corriente $I = 12.0$ A en la dirección hacia $P$. Calcule la tensión en el resorte. Use el resultado del problema 27.70 para calcular la torca debida a la fuerza del campo magnético.

Figura **P27.74**



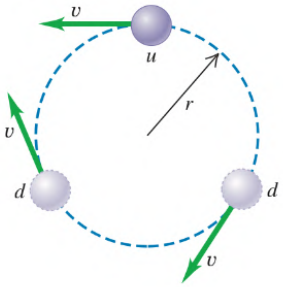

**27.75** •• **CALC** **Fuerza sobre una espira de corriente en un campo magnético no uniforme.** En la sección 27.7 vimos que la fuerza neta sobre una espira de corriente en un campo magnético *uniforme* es igual a cero. Pero, ¿qué pasa si $\vec{B}$ *no* es uniforme? La **figura P27.75** muestra una espira de alambre cuadrada que se encuentra en el plano $xy$. La espira tiene sus esquinas en (0,0), (0, $L$), ($L$, 0) y ($L$, $L$) y transporta una corriente $I$ constante en sentido de las manecillas del reloj. El campo magnético no tiene componente $x$, pero tiene componentes $y$ y $z$: $\vec{B} = (B_0 z/L)\hat{\jmath} + (B_0 y/L)\hat{k}$, donde $B_0$ es una constante positiva. *a*) Elabore un dibujo de las líneas de campo magnético en el plano $yz$. *b*) Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza magnética ejercida sobre cada uno de los lados de la espira integrando la ecuación (27.20). *c*) Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza magnética neta sobre la espira.

Figura **P27.75**




**27.76** •• **Modelo de los quarks para el neutrón.** El neutrón es una partícula con carga igual a cero. No obstante, tiene un momento magnético distinto de cero con componente $z$ de $9.66 \times 10^{-27}$ A · m², que se explica por la estructura interna del neutrón. Hay muchas evidencias que indican que un neutrón está compuesto por tres partículas fundamentales llamadas *quarks*: un quark "arriba" ($u$) con carga $+2e/3$; y dos quarks "abajo" ($d$), cada uno con carga $-e/3$. La combinación de los tres quarks produce una carga neta de $\frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e - \frac{1}{3}e = 0$. Si los quarks están en movimiento, producen un momento magnético distinto de cero. En un modelo muy sencillo, suponga que el quark $u$ se mueve en una trayectoria circular en sentido contrario a las manecillas del reloj, y que los quarks $d$ se mueven con trayectoria circular en el sentido de las manecillas del reloj, todos con radio $r$ y la misma rapidez $v$ (**figura P27.76**). *a*) Determine la corriente debida a la circulación del quark $u$. *b*) Calcule la magnitud del momento magnético debido al quark $u$ en circulación. *c*) Obtenga la magnitud del momento magnético del sistema de tres quarks (tenga cuidado con el uso de las direcciones correctas del momento magnético). *d*) ¿Con qué rapidez $v$ deben moverse los quarks, para que este modelo reproduzca el momento magnético del neutrón? Utilice $r = 1.20 \times 10^{-15}$ m (el radio del neutrón) como radio de las órbitas.

Figura **P27.76**




**27.77** •• Una espira circular de alambre y área $A$ se encuentra en el plano $xy$. Vista a lo largo del eje $z$, desde $-z$ hacia el origen, hay una corriente $I$ que circula en sentido de las manecillas del reloj alrededor de la espira. La torca producida por un campo magnético exterior $\vec{B}$ está dado por $\vec{\tau} = D(4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})$, donde $D$ es una constante positiva, y para esta orientación de la espira, la energía potencial magnética $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ es negativa. La magnitud del campo magnético es $B_0 = 13D/IA$. *a*) Calcule el momento magnético vectorial de la espira de corriente. *b*) Determine las componentes $B_x$, $B_y$ y $B_z$ de $\vec{B}$.

**27.78** •• **DATOS** Usted usa un tipo de espectrómetro de masas para medir razones carga/masa de iones atómicos. En el dispositivo, los átomos se ionizan con un haz de electrones para producir iones positivos, los cuales se aceleran a través de una diferencia de potencial $V$ (la rapidez final de los iones es lo suficientemente grande para poder ignorar la rapidez inicial). Luego los iones entran a una región donde un campo magnético uniforme $\vec{B}$ es perpendicular a la velocidad de los iones y tiene una magnitud $B = 0.250$ T. En esta región de $\vec{B}$ los iones se mueven en una trayectoria semicircular de radio $R$. Se mide $R$ en función del voltaje acelerador $V$ de un ion atómico específico:

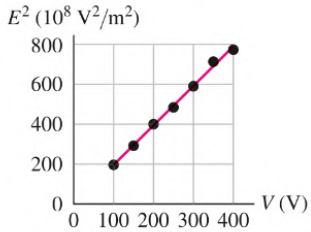
| $V$ (kV) | 10.0 | 12.0 | 14.0 | 16.0 | 18.0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $R$ (cm) | 19.9 | 21.8 | 23.6 | 25.2 | 26.8 |

*a*) ¿Cómo se pueden graficar los datos puntuales de modo que caigan sobre una recta? Explique su razonamiento. *b*) Elabore la gráfica descrita en el inciso *a*). Use la pendiente de la línea recta que mejor se ajuste para calcular la razón carga/masa ($q/m$) para el ion. *c*) Para $V = 20.0$ kV, ¿cuál es la rapidez de los iones conforme entran a la región de $\vec{B}$? *d*) Si los iones que tienen $R = 21.2$ cm para $V = 12.0$ kV son ionizados uno por uno, ¿qué valor tiene $R$ cuando $V = 12.0$ V para los iones que se ionizan de dos en dos?

**27.79** •• **DATOS** Usted es un investigador que trabaja en un acelerador de partículas de alta energía. Usando una versión moderna del aparato de Thomson $e/m$, desea medir la masa de un muon (una partícula fundamental que tiene la misma carga de un electrón pero

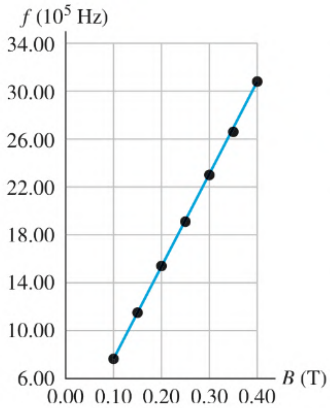
mayor masa). El campo magnético entre las dos placas cargadas es igual a 0.340 T. Usted mide el campo eléctrico para una deflexión de la partícula igual a cero en función del potencial acelerador $V$. Este potencial es lo suficientemente grande para que usted pueda suponer que la rapidez inicial del muon es cero. La **figura P27.79** es una gráfica de $E^2/V$ de sus datos. *a*) Explique por qué los datos puntuales caen cerca de una línea recta. *b*) Use la gráfica de la figura P27.79 para calcular la masa $m$ de un muon. *c*) Si las dos placas cargadas tienen una separación de 6.00 mm, ¿cuál debe ser el voltaje entre las placas para que el campo eléctrico entre ellas sea de $2.00 \times 10^5$ $V/\text{m}$? Suponga que las dimensiones de las placas son mucho más grandes que la separación entre ellas. *d*) Cuando $V = 400$ V, ¿cuál es la rapidez de los muones conforme entran a la región entre las placas?

Figura **P27.79**




**27.80** •• **DATOS** Usted es un técnico que prueba la operación de un ciclotrón. En el dispositivo, una partícula alfa se mueve en una trayectoria circular dentro de un campo magnético $\vec{B}$ dirigido perpendicularmente a la trayectoria de la partícula alfa. Mide el número de revoluciones por segundo (la frecuencia $f$) de la partícula alfa en función de la intensidad del campo magnético $B$. La **figura P27.80** muestra sus resultados y la línea que mejor se ajusta a los datos. *a*) Use la gráfica de la figura P27.80 para calcular la razón carga/masa de la partícula alfa, la cual tiene una carga de $+2e$. Con base en sus datos, ¿cuál es la masa de una partícula alfa? *b*) Con $B = 0.300$ T, ¿cuáles son las frecuencias $f$ de un protón y un electrón? ¿Cómo se comparan estos valores de $f$ con la frecuencia de una partícula alfa? *c*) Con $B = 0.300$ T ¿qué rapidez y energía cinética tiene una partícula alfa, si el radio de su trayectoria es de 12.0 cm?

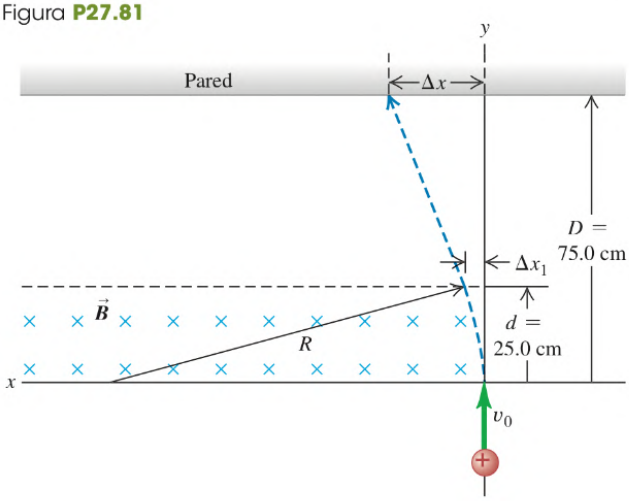
Figura **P27.80**




## PROBLEMAS DE DESAFÍO

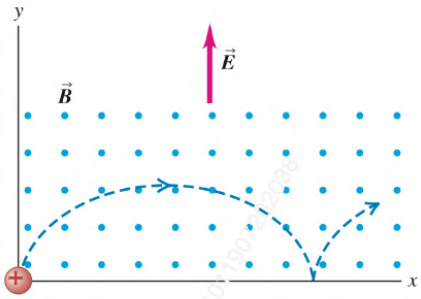
**27.81** ••• Una partícula con carga igual a 2.15 $\mu$C y masa de $3.20 \times 10^{-11}$ kg viaja inicialmente en la dirección $+y$ con una rapidez $v_0 = 1.45 \times 10^5$ m/s. Luego entra en una región que tiene un campo magnético uniforme que está dirigido hacia la página y es perpendicular a ella, en la **figura P27.81**. La magnitud del campo es de 0.420 T. La región se extiende una distancia de 25.0 cm a lo largo de la dirección inicial del viaje; a 75.0 cm desde el punto de entrada hacia la región del campo magnético hay una pared. La longitud de la región libre del campo es por lo tanto de 50.0 cm. Cuando la partícula cargada entra al campo magnético, sigue una trayectoria curva cuyo radio de curvatura es $R$. Luego abandona el campo magnético después de un tiempo $t_1$, habiéndose desviado una distancia $\Delta x_1$. Entonces la partícula viaja en la región libre del campo y golpea la pared después de experimentar una desviación total $\Delta x$. *a*) Determine el radio $R$ de la parte curva de la trayectoria. *b*) Determine $t_1$, el tiempo que la partícula pasa en el campo magnético. *c*) Determine $\Delta x_1$, la desviación horizontal en el punto de salida del campo. *d*) Determine $\Delta x$, la desviación horizontal total.

Figura **P27.81**



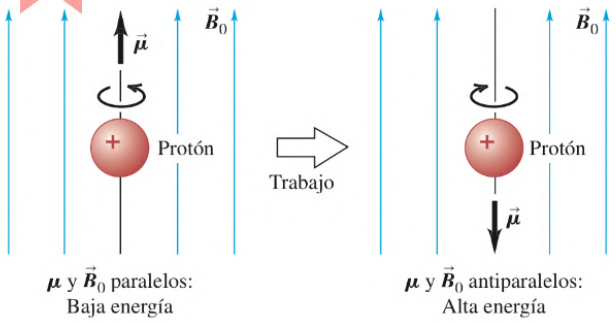

**27.82** ••• **PA** **Trayectoria cicloidal.** Una partícula con masa $m$ y carga positiva $q$ parte del reposo desde el origen, como se ilustra en la **figura P27.82**. Hay un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ en la dirección $+y$ y un campo magnético uniforme $\vec{B}$ que sale de la página. En libros más avanzados se demuestra que la trayectoria es una *cicloide*, cuyo radio de curvatura en los puntos superiores es el doble de la coordenada $y$ en ese nivel. *a*) Explique por qué la trayectoria tiene esta forma general y por qué es repetitiva. *b*) Demuestre que la rapidez en cualquier punto es igual a $\sqrt{2qEy/m}$. (*Sugerencia:* Use la conservación de la energía). *c*) Aplique la segunda ley de Newton en el punto más alto y tome al radio de curvatura como $2y$, para demostrar que la rapidez en este punto es $2E/B$.

Figura **P27.82**




## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

**BIO** **CAMPOS MAGNÉTICOS E IRM.** La *imagen de resonancia magnética* (IRM) es un poderoso método de escaneo que, a diferencia del escaneo por rayos X, permite obtener imágenes nítidas de tejido suave sin exponer al paciente a radiación potencialmente peligrosa. Se puede obtener una comprensión básica de este método a través de la aplicación relativamente sencilla de la física clásica (es decir, no cuántica) del magnetismo. El punto de partida de la IRM es la *resonancia magnética nuclear* (RMN), una técnica que depende del hecho de que los protones en el núcleo atómico tienen un campo magnético $\vec{B}$. El origen del campo magnético del protón es el espín del protón. Al estar cargado, el protón que gira constituye una corriente eléctrica parecida a la espira de alambre a través de la cual fluye una corriente. Como la espira de alambre, el protón tiene un momento magnético $\vec{\mu}$; de modo que experimenta una torca cuando se somete a un campo magnético externo $\vec{B}_0$. La magnitud de $\vec{\mu}$ es de aproximadamente $1.4 \times 10^{-26}$ J/T. El protón se puede visualizar estando en uno de dos estados, con $\vec{\mu}$ orientado paralelo o antiparalelo al campo magnético aplicado, realizando trabajo para cambiar al protón de un estado de baja energía a uno de alta energía, como se observa en la figura (página siguiente).




Una consideración importante es que el campo magnético neto de cualquier núcleo, excepto para el hidrógeno, (el cual sólo tiene un protón), está formado por contribuciones de protones y neutrones. Si un núcleo tiene un número par de protones y neutrones, se aparearán de tal modo que la mitad de los protones tienen espines en una orientación y la mitad en otra. Por lo tanto, el momento magnético neto del núcleo es cero. Sólo núcleos con un momento magnético neto son candidatos para la IRM. El hidrógeno es el átomo más comúnmente usado.

**27.83** Si un protón se expone a un campo magnético externo de 2 T que tiene una dirección perpendicular al eje del espín del protón, ¿cuál será la torca en el protón? *a*) 0; *b*) $1.4 \times 10^{-26}$ N · m; *c*) $2.8 \times 10^{-26}$ N · m; *d*) $0.7 \times 10^{-26}$ N · m.

**27.84** ¿Cuál de los siguientes elementos es un candidato para IRM? *a*) $^{12}C_6$; *b*) $^{16}O_8$; *c*) $^{40}Ca_{20}$; *d*) $^{31}P_{15}$.

**27.85** Los campos magnéticos grandes usados en IRM pueden producir fuerzas sobre corrientes eléctricas en el interior del cuerpo humano. Este efecto se ha propuesto como un posible método para escanear "biocorrientes" que fluyen en el cuerpo, como las corrientes que fluyen en los nervios individuales. Para una intensidad de campo magnético de 2 T, estime la magnitud de la máxima fuerza sobre un segmento de 1 mm de largo de un nervio cilíndrico particular que tiene un diámetro de 1.5 mm. Suponga que el nervio completo transporta una corriente debida a la diferencia de potencial de 100 mV (el de una potencial acción típica) aplicada. La resistividad del nervio es 0.6 Ω · m. *a*) $6 \times 10^{-7}$ N; *b*) $1 \times 10^{-6}$ N; *c*) $3 \times 10^{-4}$ N; *d*) 0.3 N.

## Respuestas

### Pregunta de inicio del capítulo ?

**ii.** La aguja de una brújula magnética tiene un momento dipolar magnético a lo largo de su longitud, y el campo magnético de la Tierra (que generalmente apunta hacia el norte) ejerce una torca que tiende a alinear el momento dipolar con el campo. Vea la sección 27.7 para los detalles.

### Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**27.1 sí** Cuando un imán se corta, cada parte tiene un polo norte y un polo sur (vea la figura 27.4). Entonces, la parte roja pequeña se comporta en gran medida como la aguja original completa de una brújula.

**27.2 trayectoria 3** La aplicación de la regla de la mano derecha a los vectores $\vec{v}$ (que apuntan a la derecha) y $\vec{B}$ (que entra al plano de la figura) dice que la fuerza $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ sobre una carga *positiva* apuntaría *hacia arriba*. Como la carga es *negativa*, la fuerza apunta *hacia abajo* y la partícula sigue una trayectoria curva hacia abajo.

**27.3** *a*) **ii.** *b*) **no** La magnitud de $\vec{B}$ se incrementaría a medida que se moviera hacia la derecha, y alcanzaría un máximo al cruzar el plano de la espira. Al moverse más allá del plano de la espira, disminuiría la magnitud del campo. Lo que se puede decir del espaciamiento de las líneas de campo es que cuanto más cerca estén unas de otras, más intenso será el campo. La dirección del campo sería a la derecha de todos los puntos a lo largo de la trayectoria, ya que ésta ocurre a lo largo de una línea de campo, y la dirección de $\vec{B}$ en cualquier punto es tangente a la línea de campo a través de dicho punto.

**27.4** *a*) **ii.**, *b*) **i.** El radio de la órbita como lo da la ecuación (27.11) es directamente proporcional a la rapidez, por lo que duplicar la rapidez de la partícula ocasiona que el radio también se duplique. La partícula tiene que viajar lo doble para completar una órbita, pero lo hace duplicando la rapidez, así que no cambia el tiempo requerido para una órbita. Este resultado también se obtiene con la ecuación (27.12), que afirma que la rapidez angular $\omega$ es independiente de la rapidez lineal $v$. De ahí que el tiempo por órbita, $T = 2\pi/\omega$, tampoco depende de $v$.

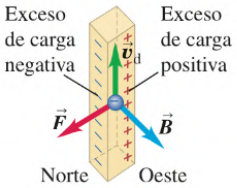
**27.5 iii.** De la ecuación (27.13), la rapidez $v = E/B$ con que viajan las partículas en línea recta a través del selector de velocidad no depende de la magnitud, del signo de la carga ni de la masa de la partícula. Todo lo que se requiere es que las partículas (iones, en este caso) tengan una carga distinta de cero.

**27.6 A** Esta orientación hará que la corriente fluya en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del circuito y, por ello, a través de la barra conductora en dirección de la parte superior a la parte inferior de la figura. Entonces, según la regla de la mano derecha, la fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ sobre la barra apuntará a la derecha.

**27.7** ***a*) a la derecha; *b*) el polo norte a la derecha, el polo sur a la izquierda** Si usted cierra los dedos de su mano derecha alrededor de la bobina en la dirección de la corriente, su pulgar derecho apuntará a la derecha (perpendicular al plano de la bobina). Ésta es la dirección del momento magnético $\vec{\mu}$. El momento magnético apunta del polo sur al polo norte, por lo que el lado derecho de la espira es equivalente a un polo norte, y el lado izquierdo equivale a un polo sur.

**27.8 no** El rotor no comenzará a girar cuando se cierre el interruptor, si el rotor está orientado inicialmente como se muestra en la figura 27.39*b*. En este caso, no hay corriente a través del rotor y, por ello, no hay torca magnética. Esta situación se remedia mediante el uso de bobinas múltiples en el rotor, orientadas a ángulos diferentes en torno al eje de rotación. Con este arreglo siempre habrá una torca magnética sin importar la orientación.

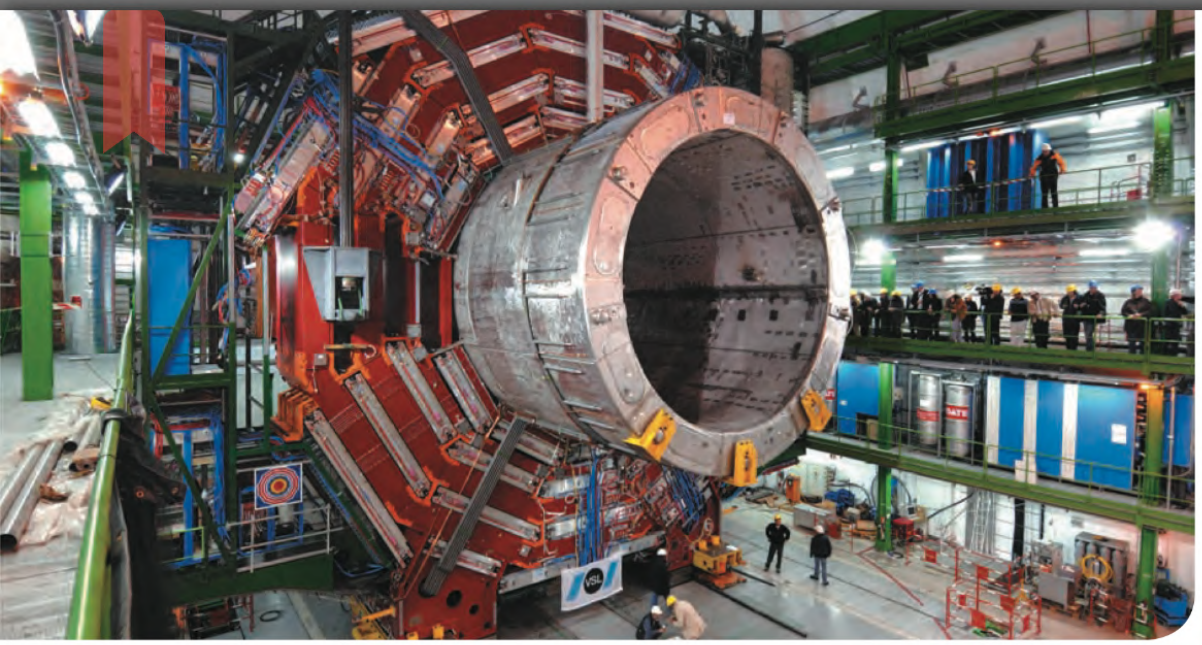
**27.9 ii.** Los portadores móviles de carga en el cobre son electrones, los cuales están cargados negativamente, y se mueven por el alambre hacia arriba para dar una corriente hacia abajo. Según la regla de la mano derecha, la fuerza sobre una partícula con carga positiva que se mueva hacia arriba en un campo magnético que apunte hacia el oeste estaría dirigida hacia el sur; entonces, la fuerza sobre una partícula con carga negativa es hacia el norte. El resultado es un excedente de carga negativa sobre el lado norte del alambre, lo cual deja un exceso de carga positiva, y por ello, un potencial eléctrico mayor en el lado sur.




### Problema práctico

*a*) $\tau_x = -1.54 \times 10^{-4}$ N · m,
$\tau_y = -2.05 \times 10^{-4}$ N · m,
$\tau_z = -6.14 \times 10^{-4}$ N · m

*b*) $-7.55 \times 10^{-4}$ J *c*) 42.1 rad/s



? El inmenso cilindro que aparece en esta fotografía es en realidad una bobina conductora de corriente, o solenoide, que genera un campo magnético uniforme en su interior y forma parte de un experimento realizado en la Organización Europea para la Investigación Nuclear (OEIN). Si dos de estos solenoides se unieran por sus extremos, el campo magnético a lo largo de su eje común: **i.** se volvería cuatro veces más fuerte; **ii.** duplicaría su intensidad; **iii.** se volvería $\sqrt{2}$ veces más intenso; **iv.** no cambiaría; **v.** se debilitaría.

# 28 FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**28.1** La naturaleza del campo magnético producido por una sola partícula cargada en movimiento.

**28.2** A describir el campo magnético producido por un elemento de un conductor portador de corriente.

**28.3** A calcular el campo magnético producido por un alambre largo y recto que transporta corriente.

**28.4** Por qué los alambres que conducen corrientes en el mismo sentido se atraen, mientras los que conducen corrientes en sentidos opuestos se repelen.

**28.5** Cómo determinar el campo magnético generado por un alambre portador de corriente en forma de círculo.

**28.6** Qué es la ley de Ampère y qué nos dice acerca de los campos magnéticos.

**28.7** Cómo usar la ley de Ampère para calcular el campo magnético de distribuciones simétricas de corriente.

**28.8** Cómo corrientes microscópicas en el interior de los materiales les proporcionan propiedades magnéticas.

***Repase lo estudiado en la sección ...***

**10.5** Momento angular de una partícula.

**21.3–21.5** Ley de Coulomb y cálculos del campo eléctrico.

**22.4** Solución de problemas con la ley de Gauss.

**27.2–27.9** Campo magnético y fuerza magnética.

En el capítulo 27 vimos las fuerzas ejercidas sobre cargas en movimiento y sobre conductores que transportan corriente en un campo magnético. No nos preocupamos de cómo llegó ahí el campo magnético: simplemente consideramos su existencia como un hecho. Pero, ¿cómo se *crean* los campos magnéticos? Sabemos que los imanes permanentes y las corrientes eléctricas en los electroimanes crean campos magnéticos. En este capítulo estudiaremos con detalle esas fuentes de campo magnético.

Hemos aprendido que una carga crea un campo eléctrico y que éste ejerce una fuerza sobre una carga. No obstante, un campo *magnético* ejerce una fuerza sobre una carga sólo si la carga está en *movimiento*. De manera similar, veremos que una carga *crea* un campo magnético únicamente cuando está en movimiento. Nuestro análisis comenzará con el campo magnético creado por una sola carga puntual en movimiento, lo cual nos servirá para determinar el campo creado por un segmento pequeño de un conductor que transporta corriente. Una vez hecho esto, es posible, en principio, determinar el campo magnético producido por un conductor de *cualquier* forma.

Después estudiaremos la ley de Ampère, que en el magnetismo juega un rol análogo al de la ley de Gauss en la electrostática. La ley de Ampère permite aprovechar las propiedades de simetría para relacionar los campos magnéticos con sus fuentes.

Las partículas móviles con carga dentro de los átomos responden a los campos magnéticos y también actúan como fuentes de campo magnético. Nos apoyaremos en estas ideas para entender cómo pueden emplearse ciertos materiales magnéticos para intensificar los campos magnéticos, y descubriremos por qué algunos materiales, como el hierro, actúan como imanes permanentes.

## 28.1 CAMPO MAGNÉTICO DE UNA CARGA EN MOVIMIENTO

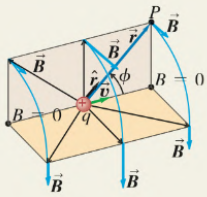
Comenzaremos con lo fundamental: el campo magnético de una carga puntual $q$ que se mueve con velocidad constante $\vec{v}$. En las aplicaciones prácticas, como la del solenoide que aparece en la fotografía que abre este capítulo, los campos magnéticos son producto de un número enorme de partículas con carga que se desplazan como una corriente. Sin embargo, una vez comprendida la forma de calcular el campo magnético debido a una carga puntual, basta un pequeño paso para calcular el campo producido por un alambre o un conjunto de alambres que transportan corriente.

# CAPÍTULO 28 RESUMEN

SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

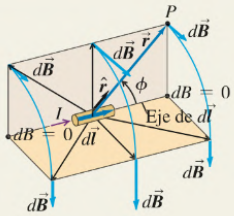
**Campo magnético de una carga en movimiento:** El campo magnético $\vec{B}$ creado por una carga $q$ en movimiento con velocidad $\vec{v}$ depende de la distancia $r$ entre el punto fuente (ubicación de $q$) y el punto de campo (donde se mide $\vec{B}$). El campo $\vec{B}$ es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\hat{r}$, el vector unitario dirigido del punto fuente al punto de campo. El principio de superposición de campos magnéticos indica que el campo total $\vec{B}$ producido por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos producidos por las cargas individuales (vea el ejemplo 28.1).

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2} \qquad (28.2)$$



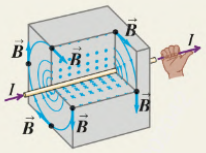

**Campo magnético de un conductor que transporta corriente:** La ley de Biot y Savart da el campo magnético $d\vec{B}$ creado por un elemento $d\vec{l}$ de un conductor que transporta una corriente $I$. El campo $d\vec{B}$ es perpendicular tanto a $d\vec{l}$ como a $\hat{r}$, el vector unitario dirigido desde el elemento hasta el punto de campo. El campo $\vec{B}$ creado por un conductor finito que transporta corriente es la integral de $d\vec{B}$ a lo largo de la longitud del conductor (vea el ejemplo 28.2).

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} \qquad (28.6)$$



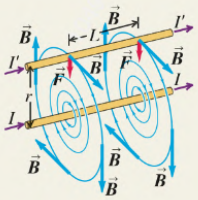

**Campo magnético de un conductor largo, recto y portador de corriente:** El campo magnético $\vec{B}$ a una distancia $r$ de un conductor largo, recto, que transporta una corriente $I$ tiene una magnitud inversamente proporcional a $r$. Las líneas de campo magnético son círculos coaxiales con el alambre, con direcciones dadas por la regla de la mano derecha (vea los ejemplos 28.3 y 28.4).

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (28.9)$$



**Fuerza magnética entre conductores que transportan corriente:** Dos conductores largos, paralelos y que transportan corriente se atraen si las corrientes van en el mismo sentido, y se repelen si las corrientes tienen sentidos opuestos. La fuerza magnética por unidad de longitud entre los conductores depende de sus corrientes $I$ e $I'$ y su separación $r$. La definición de ampere se basa en esta relación (vea el ejemplo 28.5).

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r} \qquad (28.11)$$



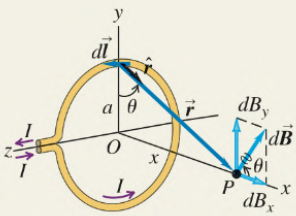
**Campo magnético de una espira de corriente:** La ley de Biot y Savart permite calcular el campo magnético producido a lo largo del eje de una espira circular conductora, de radio $a$, que transporta una corriente $I$. El campo depende de la distancia $x$ a lo largo del eje desde el centro de la espira al punto de campo. Si hay $N$ *espiras*, el campo se multiplica por $N$. En el centro de la espira, $x = 0$ (vea el ejemplo 28.6).

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \qquad (28.15)$$

(espira circular)

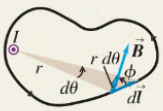
$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a} \qquad (28.17)$$

(centro de $N$ espiras circulares)



**Leyd eAmp ère:** Lale y de Ampère establece que la integral de línea de $\vec{B}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0$ multiplicada por la corriente neta a través del área encerrada por la trayectoria. El sentido positivo de la corriente se determina mediante la regla de la mano derecha (vea los ejemplos 28.7 a 28.10).

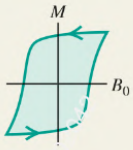
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \qquad (28.20)$$



**Campos magnéticos debidos a distribuciones de corriente:** La siguiente tabla muestra los campos magnéticos generados por varias distribuciones de corriente. En cada caso, el conductor transporta una corriente $I$.

| Distribución de corriente | Punto en el campo magnético | Magnitud del campo magnético |
|---|---|---|
| Conductor largo y recto | Distancia $r$ desde el conductor | $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ |
| Espira circular de radio $a$ | Sobre el eje de la espira | $B = \dfrac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$ |
| | En el centro de la espira | $B = \dfrac{\mu_0 I}{2a}$ (para $N$ espiras, multiplique estas expresiones por $N$) |
| Conductor largo y cilíndrico de radio $R$ | Dentro del conductor, $r < R$ | $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\dfrac{r}{R^2}$ |
| | Afuera del conductor, $r > R$ | $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ |
| Solenoide largo, con embobinado compacto y $n$ vueltas por unidad de longitud, cerca de su punto medio | Dentro del solenoide, cerca del centro | $B = \mu_0 n I$ |
| | Afuera del solenoide | $B \approx 0$ |
| Solenoide toroidal (toroide) con embobinado compacto y $N$ vueltas | Dentro del espacio encerrado por el embobinado, a una distancia $r$ del eje de simetría. | $B = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}$ |
| | Afuera del espacio encerrado por el embobinado | $B \approx 0$ |

**Materialesm agnéticos:** Cuando están presentes materiales magnéticos, la magnetización del material ocasiona una contribución adicional a $\vec{B}$. Para materiales paramagnéticos y diamagnéticos, $\mu_0$ se sustituye en las expresiones del campo magnético por $\mu = K_m\mu_0$, donde $\mu$ es la permeabilidad del material y $K_m$ es su permeabilidad relativa. La susceptibilidad magnética $\chi_m$ se define como $\chi_m = K_m - 1$. Las susceptibilidades magnéticas para materiales paramagnéticos son cantidades positivas pequeñas; las de los materiales diamagnéticos son cantidades negativas pequeñas. Para materiales ferromagnéticos, $K_m$ es mucho mayor que la unidad y no es constante. Algunos materiales ferromagnéticos son imanes permanentes y mantienen su magnetización aun después de retirado el campo magnético externo (vea los ejemplos 28.11 y 28.12).




## PROBLEMA PRÁCTICO CAMPO MAGNÉTICO DE UN DISCO DIELÉTRICO GIRATORIO CARGADO

SOLUCIÓN

Un disco delgado, de material dieléctrico, de radio $a$ tiene una carga total $+Q$ distribuida de manera uniforme sobre su superficie (**figura 28.30**). El disco gira $n$ veces por segundo alrededor de un eje perpendicular a la superficie del disco y que pasa por su centro. Determine el campo magnético en el centro del disco.

### GUÍA DE SOLUCIÓN

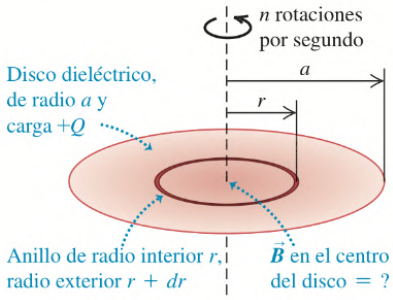
**IDENTIFICAR y PLANTEAR**

1. Visualice el disco giratorio como una serie de anillos giratorios concéntricos. Cada anillo actúa como una espira circular de corriente que produce un campo magnético en el centro del disco.
2. Use los resultados de la sección 28.5 para obtener el campo magnético debido a un solo anillo. Luego, integre a lo largo de todos los anillos para determinar el campot otal.

**EJECUTAR**

3. Calcule la carga en un anillo de radio interior $r$ y radio exterior $r + dr$ (figura 28.30).
4. ¿Cuánto tiempo tarda la carga calculada en el paso 3 en realizar un recorrido completo alrededor del anillo giratorio? Use este tiempo para calcular la corriente del anillo.
5. Emplee el resultado de la sección 28.5 para determinar el campo magnético que este anillo produce en el centro del disco.

**28.30** Obtención del campo $\vec{B}$ en el centro de un disco giratorio cargado uniformemente.




6. Integre el resultado del paso 5 para determinar el campo magnético total de todos los anillos con radios de $r = 0$ a $r = a$.

**EVALUAR**

7. ¿La respuesta tiene las unidades correctas?
8. Suponga que toda la carga estuviera concentrada en el borde del disco (en $r = a$). ¿Esto aumentaría o disminuiría el campo en el centro del disco?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P28.1** Un tema de interés actual en la investigación en física es la búsqueda (aún sin éxito) de un polo magnético aislado o *monopolo* magnético. Si se encontrara, ¿cómo podría reconocerse? ¿Cuáles serían sus propiedades?

**P28.2** El flujo de partículas con carga emitidas por el Sol durante los periodos de actividad solar genera una perturbación en el campo magnético de la Tierra. ¿Cómo sucedee sto?

**P28.3** En el texto se analiza el campo magnético de un conductor infinitamente largo y recto que transporta una corriente. Desde luego, no hay *nada* que sea infinitamente largo. ¿Cómo determinaría usted que un alambre en particular es suficientemente largo como para considerarlo infinito?

**P28.4** Dos conductores paralelos que llevan corriente en el mismo sentido se atraen entre sí. Si se les permitiera acercarse, las fuerzas de atracción harían trabajo. ¿De dónde proviene la energía? ¿Contradice esto la afirmación que se hizo en el capítulo 27 de que las fuerzas magnéticas sobre cargas en movimiento no efectúan trabajo? Explique su respuesta.

**P28.5** En ocasiones, los pares de conductores que transportan corriente, hacia adentro o hacia afuera de los componentes de suministro de energía de los equipos electrónicos están entrelazados para reducir los efectos de los campos magnéticos. ¿Cómo ayuda esto?

**P28.6** Suponga que tiene tres alambres largos y paralelos dispuestos de manera que, vistos en sección transversal, se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero. ¿Hay algún modo de configurar las corrientes de manera que los tres alambres se atraigan entre sí? ¿Y de modo que los tres se rechacen entre sí? Explique su respuesta.

**P28.7** Al obtener la fuerza sobre uno de los conductores largos que transportan corriente, en la sección 28.4, ¿por qué usamos el campo magnético debido sólo a uno de los conductores? Es decir, ¿por qué no utilizamos el campo magnético *total* debido a *ambos* conductores?

**P28.8** Dos espiras circulares concéntricas y coplanares de alambre, de distinto diámetro, conducen corrientes en el mismo sentido. Describa la naturaleza de la fuerza ejercida sobre la espira interior por la espira exterior, y sobre la espira exterior por la espira interior.

**P28.9** Se envió una corriente a través de un resorte helicoidal. El resorte se contrajo, como si se hubiera comprimido. ¿Porq ué?

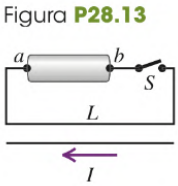
**P28.10** ¿Cuáles son las ventajas y desventajas relativas de la ley de Ampère y de la ley de Biot y Savart para hacer cálculos prácticos de campos magnéticos?

**P28.11** Las líneas de campos magnéticos nunca tienen principio ni fin. Con base en esto, explique por qué es razonable que el campo de un solenoide toroidal esté confinado por completo en su interior, mientras que un solenoide recto *debe* tener cierto campo en el exterior.

**P28.12** Dos alambres muy largos y paralelos transportan corrientes iguales en sentidos opuestos. *a*) ¿Hay algún sitio donde sus campos magnéticos se anulen por completo? Si es así, ¿dónde? Si no, ¿por qué? *b*) ¿Cómo cambiaría la respuesta del inciso *a*) si las corrientes tuvieran el mismo sentido?

**P28.13** En el circuito que se ilustra en la **figura P28.13**, cuando se cierra súbitamente el interruptor *S*, el alambre *L* experimenta un tirón hacia el alambre inferior que transporta la corriente *I*. ¿Cuál (*a* o *b*) es la terminal positiva de la batería? ¿Cómo lo sabe?

Figura **P28.13**




**P28.14** Un anillo de metal conduce una corriente que genera un campo magnético $B_0$ en el centro del anillo, y un campo $B$ en el punto $P$ a una distancia $x$ del centro a lo largo del eje del anillo. Si el radio del anillo se duplica, encuentre el campo magnético en el centro. ¿El campo en el punto $P$ cambiaría en el mismo factor? ¿Por qué?

**P28.15** Demuestre que son equivalentes las unidades $A \cdot m^2$ y J/T para el magnetón de Bohr.

**P28.16** ¿Por qué debería esperarse que la permeabilidad de un material paramagnético disminuya al aumentar lat emperatura?

**P28.17** Si un imán es suspendido sobre un recipiente de aire líquido, atrae gotas a sus polos. Las gotas contienen sólo oxígeno líquido; aunque el elemento principal que constituye el aire es el nitrógeno, no se ve atraído por el imán. Explique qué dice esto sobre las susceptibilidades magnéticas del oxígeno y el nitrógeno, y explique por qué un imán ordinario, a temperatura ambiente, no atrae moléculas de oxígeno *gaseoso* a sus polos.

**P28.18** ¿Qué características de la estructura atómica determinan si un elemento es diamagnético o paramagnético? Explique su respuesta.

**P28.19** La susceptibilidad magnética de los materiales paramagnéticos depende mucho de la temperatura, pero la de los materiales diamagnéticos casi es independiente de la temperatura. ¿A qué se debe la diferencia?

**P28.20** Se coloca un cilindro de hierro de manera que tenga libertad para girar alrededor de su eje. Al principio, el cilindro está en reposo y se le aplica un campo magnético de manera que se magnetice en una dirección paralela a su eje. Si la dirección del campo *externo* se invierte súbitamente, la dirección de magnetización también se invertirá y el cilindro comenzará a girar alrededor de su eje (esto se llama *efecto de Einstein-de Haas*). Explique por qué el cilindro comienza a girar.

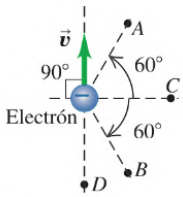
### EJERCICIOS

#### Sección 28.1 Campo magnético de una carga en movimiento

**28.1** •• Una carga puntual de +6.00 $\mu$C se desplaza con rapidez constante de $8.00 \times 10^6$ m/s en la dirección $+y$ con respecto de un sistema de referencia. En el instante en que la carga puntual está en el origen de este sistema de referencia, ¿cuál es el vector del campo magnético $\vec{B}$ que produce en los siguientes puntos: *a*) $x = 0.500$ m, $y = 0$, $z = 0$; *b*) $x = 0$, $y = -0.500$ m, $z = 0$; *c*) $x = 0$, $y = 0$, $z = +0.500$ m; *d*) $x = 0$, $y = -0.500$ m, $z = +0.500$ m?

**28.2** • **Campos dentro del átomo.** En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, el electrón se desplaza en una órbita circular de radio $5.3 \times 10^{-11}$ m con una rapidez de $2.2 \times 10^6$ m/s. Si se observa el átomo, en forma tal que la órbita del electrón esté en el plano del papel y el electrón se mueva en sentido de las manecillas del reloj, determine la magnitud y dirección de los campos eléctrico y magnético que produce el electrón en la ubicación del núcleo (considerado como un punto).

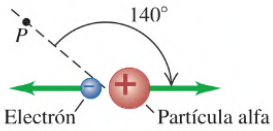
Figura **E28.3**




**28.3** • Un electrón se mueve a $0.100c$, como se muestra en la **figura E28.3**. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que este electrón produce en los siguientes puntos, cada uno situado a 2.00 μm desde el electrón: *a*) puntos *A* y *B*, *b*) punto *C*, *c*) punto *D*.

**28.4** •• Una partícula alfa (carga $+2e$) y un electrón se mueven en sentidos opuestos desde el mismo punto, cada uno con rapidez de $2.50 \times 10^5$ m/s (**figura E28.4**). Calcule la magnitud y dirección del campo magnético total que producen estas cargas en el punto *P*, que se encuentra a 8.65 nm de cada uno.

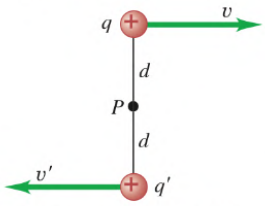
Figura **E28.4**



**28.5** • Una carga de $-4.80\ \mu$C se desplaza con rapidez constante de $6.80 \times 10^5$ m/s en la dirección $+x$ en relación con un sistema de referencia. En el instante en que la carga puntual está en el origen, ¿cuál es la magnitud del vector campo magnético que produce en los siguientes puntos? *a*) $x = 0.500$ m, $y = 0$, $z = 0$; *b*) $x = 0$, $y = 0.500$ m, $z = 0$; *c*) $x = 0.500$ m, $y = 0.500$ m, $z = 0$; *d*) $x = 0$, $y = 0$, $z = 0.500$ m.

**28.6** • Dos cargas puntuales positivas, $q = +8.00\ \mu$C y $q' = +3.00\ \mu$C, se desplazan en relación con un observador en el punto $P$, como se ilustra en la **figura E28.6**. La distancia $d$ es 0.120 m, $v = 4.50 \times 10^6$ m/s, y $v' = 9.00 \times 10^6$ m/s. *a*) Cuando ambas cargas están en las ubicaciones que se indican en la figura, ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético neto que producen en el punto $P$? *b*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de las fuerzas eléctrica y magnética que cada carga ejerce sobre la otra? ¿Cuál es la razón entre la magnitud de la fuerza eléctrica y la magnitud de la fuerza magnética? *c*) Si la dirección de $\vec{v}'$ se invierte, de manera que las dos cargas se desplacen en la misma dirección, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de las fuerzas magnéticas que las dos cargas ejercen entre sí?

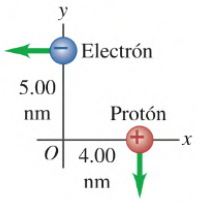
Figura **E28.6**




**28.7** • Una carga negativa $q = -3.60 \times 10^{-6}$ C se ubica en el origen y tiene una velocidad $\vec{v} = (7.50 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\imath} + (-4.90 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\jmath}$. En ese instante, ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético producido por esta carga en el punto $x = 0.200$ m, $y = -0.300$ m, $z = 0$?

**28.8** •• Un electrón y un protón se desplazan cada uno a 735 km/s en trayectorias perpendiculares, como se ilustra en la **figura E28.8**. En el instante en que están en las posiciones ilustradas en la figura, determine la magnitud y dirección de *a*) el campo magnético total que producen en el origen; *b*) el campo magnético que produce el electrón en la ubicación del protón; *c*) la fuerza eléctrica total y la fuerza magnética total que el electrón ejerce sobre el protón.

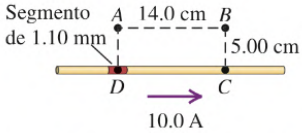
Figura **E28.8**




## Sección 28.2 Campo magnético de un elemento de corriente

**28.9** • Un alambre recto transporta una corriente de 10.0 A (**figura E28.11**). $ABCD$ es un rectángulo con el punto $D$ a la mitad de un segmento de 1.10 mm del alambre, y el punto $C$ está en el alambre. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético debido a este segmento en *a*) el punto $A$; *b*) el punto $B$; *c*) el punto $C$.

Figura **E28.9**




**28.10** • Un elemento pequeño de corriente $d\vec{l} = (0.500\ \text{mm})\hat{\jmath}$ transporta una corriente de 5.40 A en la misma dirección de $d\vec{l}$. El punto $P$ está ubicado en $\vec{r} = (-0.730\ \text{m})\hat{\imath} + (0.390\ \text{m})\hat{k}$. Use vectores unitarios para expresar el campo magnético en $P$ producido por este elemento de corriente.

**28.11** •• Un alambre largo y recto está sobre el eje $z$ y conduce una corriente de 4.00 A en la dirección $+z$. Determine el campo magnético (magnitud y dirección) producido en los siguientes puntos por un segmento de 0.500 mm del alambre con centro en el origen: *a*) $x = 2.00$ m, $y = 0$, $z = 0$; *b*) $x = 0$, $y = 2.00$ m, $z = 0$; *c*) $x = 2.00$ m, $y = 2.00$ m, $z = 0$; *d*) $x = 0$, $y = 0$, $z = 2.00$m.

**28.12** •• Dos alambres paralelos están separados por una distancia de 5.00 cm y conducen corrientes en sentidos opuestos, como se ilustra en la **figura E28.12**. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto $P$ debido a dos segmentos de 1.50 mm de cable que están opuestos entre sí y cada uno a 8.00 cm de $P$.

Figura **E28.12**

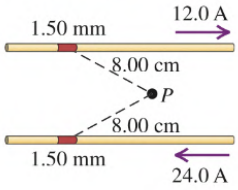
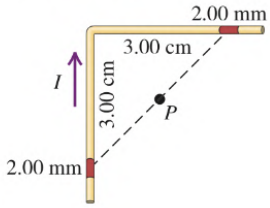



Figura **E28.13**




**28.13** • Un alambre que conduce corriente de 28.0 A se dobla en ángulo recto. Considere dos segmentos de 2.00 mm de alambre, cada uno a 3.00 cm del doblez (**figura E28.13**). Determine la magnitud y dirección del campo magnético que producen los dos segmentos en el punto $P$, que se encuentra a la mitad entre ellos.

**28.14** •• Una espira cuadrada de alambre de 10.0 cm por lado transporta una corriente de 8.0 A en el sentido de las manecillas del reloj. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en su centro debido a los cuatro segmentos de alambre de 1.20 mm en el punto medio de cada lado.

## Sección 28.3 Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

**28.15** • **Campo magnético de un relámpago.** Los relámpagos conducen corrientes de hasta 20 kA, aproximadamente, la cual se puede modelar igual a la corriente que conduce un alambre muy largo y recto. *a*) Si una persona es tan desafortunada al estar a 5.0 m del relámpago, ¿qué tan grande sería el campo magnético que experimentaría? *b*) ¿Cómo se compara este campo con el que experimentaría esa persona si estuviera a 5.0 cm de una corriente doméstica de 10 A transportada por un conductor recto?

**28.16** • Un alambre muy largo, recto y horizontal conduce una corriente tal que pasan $8.20 \times 10^{18}$ electrones por segundo en cualquier punto dado, de oeste a este. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético que produce este alambre en un punto a 4.00 cm directamente por encima de él?

**28.17** • BIO **Corrientes en el corazón.** El cuerpo contiene muchas corrientes pequeñas provocadas por el movimiento de iones en los órganos y las células. Mediciones del campo magnético alrededor del pecho, provocado por las corrientes del corazón, dan valores de aproximadamente 10 $\mu$G. Aun cuando las corrientes reales son bastante complicadas, podemos tener una comprensión aproximada de su magnitud si las modelamos como un alambre largo y recto. Si la superficie del pecho está a 5.0 cm de esta corriente, ¿qué tan grande es la corriente en el corazón?

**28.18** • BIO **Bacteria navegante.** Ciertas bacterias (como la *Aquaspirillum magnetotacticum*) tienden a nadar hacia el polo norte geográfico terrestre porque contiene partículas diminutas, llamadas magnetosomas, que son sensibles a un campo magnético. Si se tiende bajo el agua una línea de transmisión que transporta 100 A, ¿en qué intervalo de distancias el campo magnético de esta línea sería lo suficientemente grande para interferir con la migración de estas bacterias? (Suponga que un campo menor del 5% del campo terrestre tendría escaso efecto sobre la bacteria. Considere que el campo de la Tierra es de $5.0 \times 10^{-5}$ T e ignore los efectos del agua de mar).

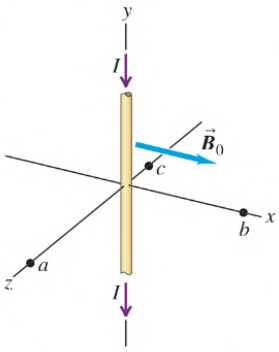
**28.19** • *a*) ¿De qué magnitud tiene que ser la corriente que debe transportar un alambre largo y recto para que el campo magnético a 2.00 cm del alambre sea de 1.00 G (comparable con el campo magnético de la Tierra que apunta hacia el Norte)? *b*) Si el alambre es horizontal, con la corriente que va de este a oeste, ¿en qué ubicaciones el campo magnético del alambre apuntaría en la misma dirección que la componente horizontal del campo magnético terrestre? *c*) Repita el inciso *b*) considerando ahora que el alambre es vertical y que la corriente va hacia arriba.

**28.20** • Dos alambres largos y rectos, uno sobre el otro, están separados por una distancia $2a$ y son paralelos al eje $x$. El eje $+y$ está en el plano de los alambres en dirección del alambre inferior al alambre

superior. Cada alambre lleva una corriente $I$ en la dirección $+x$. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético neto de los dos alambres en un punto situado en el plano de los alambres *a*) a medio camino entre ambos; *b*) a una distancia $a$ por encima del alambre superior; *c*) a una distancia $a$ por debajo del alambre inferior?

**28.21** •• Un alambre largo y recto se encuentra a lo largo del eje $y$ y transporta una corriente $I = 8.00$ A en la dirección $-y$ (**figura E28.21**). Además del campo magnético debido a la corriente en el alambre, hay un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ con magnitud de $1.50 \times 10^{-6}$ T en la dirección $+x$. ¿Cuál es el campo total (magnitud y dirección) en los siguientes puntos del plano $xz$: *a*) $x = 0$, $z = 1.00$ m; *b*) $x = 1.00$ m, $z = 0$; *c*) $x = 0$, $z = -0.25$ m?

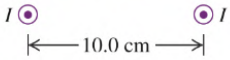
Figura **E28.21**




**28.22** •• BIO **Líneas de transmisión y salud.** Las líneas de transmisión de cd pueden ser de 100 A o más. Algunas personas han expresado su preocupación debido a que los campos electromagnéticos (CEM) de estas líneas cerca de sus casas podrían *un* riesgo para la salud. En una línea con una corriente de 150 A y a una altura de 8 m arriba del suelo, ¿qué campo magnético produce la línea en el nivel del suelo? Exprese su respuesta en teslas y como un porcentaje del campo magnético terrestre, el cual es de 0.50 gauss. ¿Esto debería ser motivo de preocupación?

**28.23** • Dos alambres largos, rectos y paralelos, separados por una distancia de 10.0 cm, transportan corrientes iguales de 4.00 A en la misma dirección, como se ilustra en la **figura E28.23**. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en *a*) el punto $P_1$, a medio camino entre los dos alambres; *b*) el punto $P_2$, a 25.0 cm a la derecha de $P_1$; *c*) el punto $P_3$, a 20.0 cm directamente arriba de $P_1$.

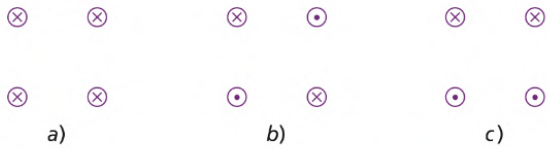
Figura **E28.23**




**28.24** •• Una espira rectangular con dimensiones de 4.20 por 9.50 cm transporta una corriente $I$. La corriente en la espira produce, en el centro de ésta, un campo magnético que tiene una magnitud de $5.50 \times 10^{-5}$ T y en una dirección que se aleja de usted cuando mira el plano de la espira. ¿Cuáles son la magnitud y el sentido (de las manecillas del reloj o en sentido contrario) de la corriente en la espira?

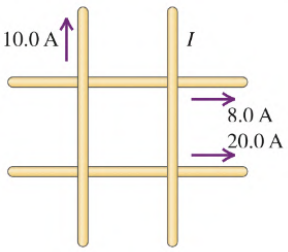
**28.25** • Cuatro líneas largas y paralelas de energía conducen corrientes de 100 A cada una. El diagrama de la sección transversal de estas líneas es un cuadrado de 20.0 cm por lado. Para cada uno de los tres casos que se ilustran en la **figura E28.25**, calcule el campo magnético en el centro del cuadrado.

Figura **E28.25**



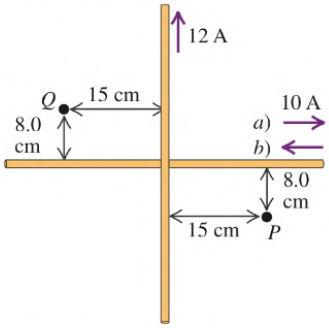

**28.26** • Cuatro cables muy largos, que transportan corriente, están en el mismo plano y se intersecan para formar un cuadrado de 40.0 cm por lado, como se ilustra en la **figura E28.26**. Determine la magnitud y dirección de la corriente $I$ de manera que el campo magnético en el centro del cuadrado sea igual a cero.

Figura **E28.26**




**28.27** •• Dos alambres aislados, perpendiculares entre sí en el mismo plano, transportan corrientes como se indica en la **figura E28.27**. Determine la magnitud del campo magnético *neto* que producen estos alambres en los puntos $P$ y $Q$, si la corriente de 10.0 A va *a*) hacia la derecha o *b*) hacia la izquierda.

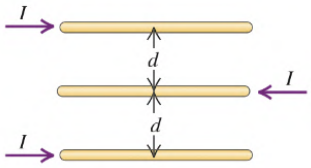
Figura **E28.27**




## Sección 28.4 Fuerza entre conductores paralelos

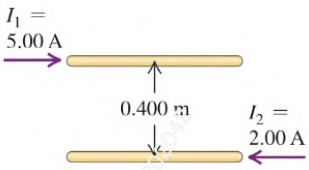
**28.28** • Cada uno de tres alambres paralelos conduce una corriente $I$ en los sentidos que se indican en la **figura E28.28**. Si la separación entre alambres adyacentes es $d$, calcule la magnitud y dirección de la fuerza magnética neta por unidad de longitud de cada alambre.

Figura **E28.28**




**28.29** • Dos alambres largos y paralelos están separados por una distancia de 0.400 m (**figura E28.29**). Las corrientes $I_1$ e $I_2$ tienen las direcciones que se indican. *a*) Calcule la magnitud de la fuerza ejercida por cada alambre sobre un tramo de 1.20 m del otro. ¿La fuerza es de atracción o de repulsión? *b*) Cada corriente se duplica, de manera que $I_1$ es ahora de 10.0 A e $I_2$ de 4.00 A. En tales condiciones, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que cada alambre ejerce sobre un tramo de 1.20 m del otro?

Figura **E28.29**

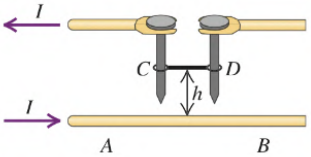



**28.30** • Dos alambres largos y paralelos están separados por una distancia de 2.50 cm. La fuerza por unidad de longitud que cada uno ejerce sobre el otro es de $4.00 \times 10^{-5}$ N/m, y los alambres se repelen. La corriente en uno de ellos es de 0.600 A. *a*) ¿Cuál es la corriente en el segundo alambre? *b*) ¿Las dos corrientes fluyen en el mismo sentido o en sentidos opuestos?

**28.31** • **Alambres de una lámpara.** Es común que los alambres de las lámparas domésticas estén separados 3.0 mm de centro a centro y conduzcan corrientes iguales en sentidos opuestos. Si el cable conduce corriente directa a una bombilla eléctrica de 100 W conectada a través de una diferencia de potencial de 120 V, ¿cuál es la fuerza por metro que cada alambre del cable ejerce sobre el otro? ¿La fuerza es de atracción o repulsión? ¿Esta fuerza es suficientemente grande como para considerarla en el diseño del alambre? (Modele el cable de la lámpara como un alambre muy largo y recto).

**28.32** • Un alambre largo y horizontal $AB$ se encuentra sobre la superficie de una mesa y conduce una corriente $I$. El alambre horizontal $CD$ está verticalmente arriba del alambre $AB$, y tiene libertad para deslizarse hacia arriba o abajo sobre las dos guías metálicas verticales $C$ y $D$ (**figura E28.32**). El alambre $CD$ está conectado a través de contactos corredizos con otro alambre que también transporta una corriente $I$, en sentido opuesto a la corriente del alambre $AB$. La masa por unidad de longitud del alambre $CD$ es $\lambda$. ¿Hasta qué altura de equilibrio $h$ se elevará el alambre $CD$ si se supone que la fuerza magnética que actúa sobre él se debe por completo a la corriente del alambre $AB$?

Figura **E28.32**



## Sección 28.5 Campo magnético de una espira circular de corriente

**28.33** • BIO **Corrientes en el cerebro.** Según las mediciones, el campo magnético alrededor de la cabeza es $3.0 \times 10^{-8}$ G. Si bien las corrientes que generan este campo son bastante complicadas, podemos estimar aproximadamente su tamaño modelándolas como una sola espira circular de corriente de 16 cm de diámetro (el ancho de una cabeza común). ¿Cuál es la corriente necesaria para producir este campo en el centro de la espira?

**28.34** • Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el punto $P$ debido a la corriente en el trozo semicircular del alambre que se ilustra en la **figura E28.34** (*Sugerencia:* ¿La corriente en el trozo largo y recto del alambre produce un campo en $P$?).

Figura **E28.34**

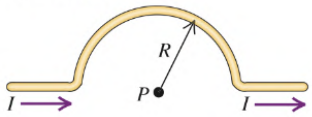
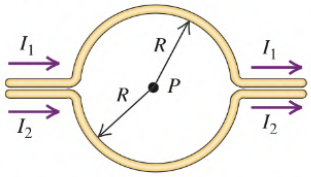



Figura **E28.35**




**28.35** •• Calcule la magnitud del campo magnético en el punto $P$ de la **figura E28.35** en términos de $R$, $I_1$ e $I_2$. ¿Qué resultado da su expresión cuando $I_1 = I_2$?

**28.36** •• Una bobina circular con devanado compacto y radio de 2.40 cm tiene 800 espiras. *a*) ¿Cuál debe ser la corriente en la bobina si el campo magnético en el centro de ella es 0.0770 T? *b*) ¿A qué distancia $x$ del centro de la bobina, sobre su eje, el campo magnético alcanza la mitad del valor que tiene en elc entro?

**28.37** •• Una espira circular de corriente que tiene 10.0 cm de diámetro transporta una corriente de 2.00 A. *a*) ¿Cuál es la magnitud del campo en el centro de esta espira? *b*) Suponga que ahora se conectan en serie 1000 de estas espiras en una longitud de 500 cm para crear un solenoide de 500 cm de largo. ¿Cuál es la magnitud del campo en el centro de este solenoide? ¿Es de 1000 veces el campo en el centro de la espira del inciso *a*? ¿Porqué ?

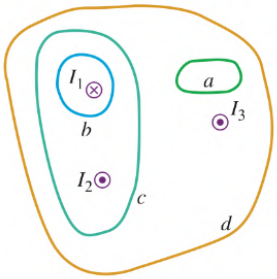
**28.38** •• Una bobina con devanado compacto tiene un radio de 6.00 cm y conduce una corriente de 2.50 A. ¿Cuántas espiras debe tener si, en un punto sobre el eje de la bobina que está a 6.00 cm de su centro, el campo magnético es de $6.39 \times 10^{-4}$ T?

**28.39** •• Dos espiras de alambre circulares concéntricas se encuentran sobre una mesa, una dentro de la otra. El alambre interior tiene un diámetro de 20.0 cm y transporta una corriente de 12.0 A en sentido de las manecillas del reloj, cuando se le observa desde arriba, y el alambre exterior tiene un diámetro de 30.0 cm. ¿Cuáles deben ser la magnitud y el sentido de la corriente en el alambre exterior (observándolo desde arriba), para que el campo magnético neto de esta combinación de alambres sea cero en el centro común?

## Sección 28.6 Ley de Ampère

**28.40** • La **figura E28.40** muestra, en sección transversal, varios conductores que transportan corrientes a través del plano de la figura. Las corrientes tienen las magnitudes $I_1 = 4.0$ A, $I_2 = 6.0$ A e $I_3 = 2.0$ A, con los sentidos que se indican. Se presentan cuatro trayectorias, designadas de *a* a *d*. ¿Cuál es la integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ para cada trayectoria? Cada integral implica ir alrededor de la trayectoria en sentido contrario a las manecillas del reloj. Explique sus respuestas.

Figura **E28.40**



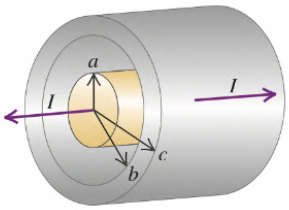

**28.41** • Una curva cerrada encierra varios conductores. La integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ alrededor de esta curva es igual a $3.83 \times 10^{-4}$ T·m. *a*) ¿Cuál es la corriente neta en los conductores? *b*) Si se integrara alrededor de la curva en el sentido opuesto, ¿cuál sería el valor de la integral de línea? Explique su respuesta.

## Sección 28.7 Aplicaciones de la ley de Ampère

**28.42** •• Como nuevo técnico electricista, usted está diseñando un solenoide grande para producir un campo magnético uniforme de 0.150 T cerca del centro del solenoide. Tiene alambre suficiente para 4000 vueltas circulares. Este solenoide debe medir 55.0 cm de largo y 2.80 cm de diámetro. ¿Qué corriente debe suministrarse para producir el campo necesario?

**28.43** • **Cable coaxial.** Un conductor sólido con radio $a$ está sostenido por discos aislantes sobre el eje de un tubo conductor con radio interior $b$ y radio exterior $c$ (**figura E28.43**). El conductor central y el tubo conducen corrientes iguales $I$ en sentidos opuestos. Las corrientes están distribuidas de manera uniforme en las secciones transversales de cada conductor. Obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético *a*) en puntos situados afuera del conductor central sólido, pero en el interior del tubo ($a < r < b$); y *b*) en puntos situados afuera del tubo ($r > c$).

Figura **E28.43**




**28.44** • Repita el ejercicio 28.43 para el caso en que la corriente en el conductor central sólido sea $I_1$, la corriente en el tubo sea $I_2$, y ambas corrientes fluyen en el mismo sentido y no en sentidos opuestos.

**28.45** •• Un solenoide de 35 cm de largo y 450 bobinas circulares de 2.0 cm de diámetro transporta una corriente de 1.75 A. *a*) ¿Cuál es el campo magnético en el centro del solenoide, a 1.0 cm de las bobinas? *b*) Ahora suponga que se estiran las bobinas para hacer un alambre muy largo que transporte la misma corriente que antes. ¿Cuál es el campo magnético a 1.0 cm del centro del alambre? ¿Es el mismo que el del inciso *a*? ¿Por qué?

**28.46** •• Un solenoide de 15.0 cm de largo con radio de 0.750 cm tiene un embobinado compacto con 600 espiras de alambre. La corriente en el embobinado es de 8.00 A. Calcule el campo magnético en un punto cercano al centro del solenoide.

**28.47** •• Un solenoide está diseñado para producir un campo magnético de 0.0270 T en su centro. Tiene un radio de 1.40 cm y longitud de 40.0 cm, y el alambre puede conducir una corriente máxima de 12.0 A. *a*) ¿Cuál es el número mínimo de vueltas por unidad de longitud que debe tener el solenoide? *b*) ¿Cuál es la longitud total de alambre que se requiere?

**28.48** • Un solenoide toroidal tiene un radio interior de 12.0 cm y un radio exterior de 15.0 cm. Transporta una corriente de 1.50 A. ¿Cuántas espiras igualmente espaciadas debe tener para que produzca un campo magnético de 3.75 mT en puntos dentro de las espiras a 14.0 cm delc entro?

**28.49** • En el Francis Bitter National Magnetic Laboratory del MIT se logró obtener un campo magnético de 37.2 T. Determine la corriente necesaria para generar ese campo *a*) a 2.00 cm de un alambre largo y recto; *b*) en el centro de una bobina circular con radio de 42.0 cm que tiene 100 espiras; *c*) cerca del centro de un solenoide con radio de 2.40 cm, longitud de 32.0 cm y 40,000 espiras.

**28.50** • Un solenoide toroidal (vea el ejemplo 28.10) tiene un radio interior $r_1 = 15.0$ cm y un radio exterior $r_2 = 18.0$ cm. El solenoide tiene 250 espiras y conduce una corriente de 8.50 A. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético a las siguientes distancias del centro del toro? *a*) 12.0 cm; *b*) 16.0 cm; *c*) 20.0 cm.

**28.51** •• Sobre un anillo de madera cuyo diámetro medio es de 14.0 cm se ha formado un embobinado toroidal compacto de 600 espiras. Calcule la magnitud del campo magnético en el centro de la sección transversal del embobinado cuando la corriente en este último es 0.650 A.

### Sección 28.8 Materiales magnéticos

**28.52** •• Un solenoide toroidal con 400 espiras de alambre y radio medio de 6.0 cm conduce una corriente de 0.25 A. La permeabilidad relativa del núcleo es 80. *a*) ¿Cuál es el campo magnético en el núcleo? *b*) ¿Qué parte del campo magnético se debe a corrientes atómicas?

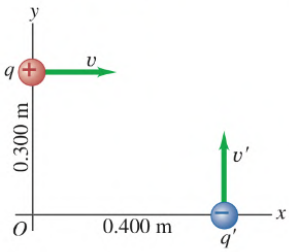
**28.53** • Un solenoide largo con 60 espiras de alambre por centímetro conduce una corriente de 0.15 A. El alambre que forma el solenoide está enrollado en torno a un núcleo sólido de acero al silicio ($K_m = 5200$). (El alambre del solenoide está recubierto con un aislante para que no fluya ninguna corriente hacia el núcleo). *a*) Con respecto a un punto en el interior del núcleo, encuentre las magnitudes de **i.** el campo magnético $\vec{B}_0$ debido a la corriente en el solenoide; **ii.** la magnetización $\vec{M}$; **iii.** el campo magnético total $\vec{B}$. *b*) En un diagrama del solenoide y su núcleo, indique las direcciones de los vectores $\vec{B}$, $\vec{B}_0$ y $\vec{M}$ en el interior del núcleo.

**28.54** • La corriente en el embobinado de un solenoide toroidal es 2.400 A. Tiene 500 espiras y su radio medio es 25.00 cm. El solenoide toroidal está relleno de un material magnético. El campo magnético en el interior del embobinado es 1.940 T. Calcule *a*) la permeabilidad relativa y *b*) la susceptibilidad magnética del material que llenae lt oroide.

## PROBLEMAS

**28.55** •• Un par de cargas puntuales, $q = +8.00\ \mu C$ y $q' = -5.00\ \mu C$, se mueven como se indica en la **figura P28.55** con una rapidez $v = 9.00 \times 10^4$ m/s y $v' = 6.50 \times 10^4$ m/s. Cuando las cargas están en las ubicaciones que se muestran en la figura, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de *a*) el campo magnético producido en el origen y *b*) la fuerza magnética que ejerce $q'$ sobre $q$?

Figura **P28.55**




**28.56** •• En un instante específico, la carga $q_1 = +4.80 \times 10^{-6}$ C está en el punto (0, 0.250 m, 0) y tiene una velocidad $\vec{v} = (9.20 \times 10^5\ \text{m/s})\hat{\imath}$. La carga $q_2 = -2.90 \times 10^{-6}$ C se encuentra en el punto (0.150 m, 0, 0) y tiene una velocidad $\vec{v}_2 = (-5.30 \times 10^5\ \text{m/s})\hat{\jmath}$. En este instante, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética que $q_1$ ejerce sobre $q_2$?

**28.57** ••• Dos líneas de transmisión largas y paralelas, separadas una distancia de 40.0 cm, conducen corrientes de 25.0 A y 75.0 A. Determine todas las ubicaciones donde el campo magnético neto de los dos alambres sea cero, si las corrientes fluyen *a*) en el mismo sentido y *b*) en sentidos opuestos.

**28.58** • Un alambre largo y recto conduce una corriente de 8.60 A. Un electrón viaja en la vecindad del alambre. En el instante en que el electrón está a 4.50 cm del alambre y viaja con una rapidez de $6.00 \times 10^4$ m/s directamente hacia el alambre, ¿cuáles son la magnitud y la dirección (en relación con la dirección de la corriente) de la fuerza que ejerce el campo magnético de la corriente sobre el electrón?

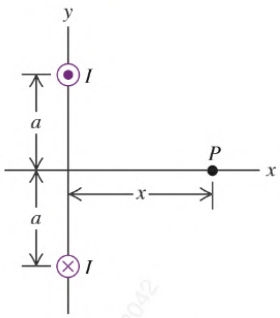
**28.59** • PA Un alambre largo y recto conduce una corriente de 13.0 A. Se lanza un electrón paralelo al alambre con una velocidad de 250 km/s en la misma dirección de la corriente, a 2.00 cm del alambre. *a*) Calcule la magnitud y dirección de la aceleración inicial del electrón. *b*) ¿Cuáles deberían ser la magnitud y la dirección de un campo eléctrico uniforme que permitan que el electrón siga su recorrido paralelo al alambre? *c*) ¿Es necesario incluir los efectos de la gravedad? Justifique su respuesta.

**28.60** •• Un electrón se mueve en la vecindad de un alambre largo y recto que se encuentra a lo largo del eje $x$. El alambre tiene una corriente constante de 9.00 A en la dirección $-x$. En el instante en que el electrón está en el punto (0, 0.200 m, 0) y su velocidad es de $\vec{v} = (5.00 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\imath} - (3.00 \times 10^4\ \text{m/s})\hat{\jmath}$, ¿Cuál es la fuerza que el alambre ejerce sobre el electrón? Exprese la fuerza en términos de vectores unitarios y calcule su magnitud.

**28.61** •• Un autobús eléctrico opera tomando corriente directa de dos cables paralelos aéreos, a una diferencia de potencial de 600 V, y separados 55 cm. Cuando la potencia de entrada al motor del autobús está en su máximo valor de 65 hp, *a*) ¿qué corriente consume? *b*) ¿Cuál es la fuerza de atracción en cada unidad de longitud entre los cables?

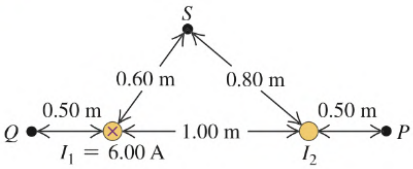
**28.62** •• La **figura P28.62** muestra la vista desde un extremo de dos alambres largos y paralelos, perpendiculares al plano $xy$, cada alambre conduce una corriente $I$ pero en sentidos opuestos. *a*) Copie el diagrama y dibuje los vectores que muestren el campo $\vec{B}$ en cada alambre y el campo $\vec{B}$ neto en el punto $P$. *b*) Obtenga la expresión para la magnitud de $\vec{B}$ en cualquier punto del eje $x$ en términos de la coordenada $x$ del punto. ¿Cuál es la dirección de $\vec{B}$? *c*) Dibuje la gráfica de la magnitud de $\vec{B}$ en puntos sobre el eje $x$. *d*) ¿En qué valor de $x$ es máxima la magnitud de $\vec{B}$? *e*) ¿Cuál es la magnitud de $\vec{B}$ cuando $x \gg a$?

Figura **P28.62**



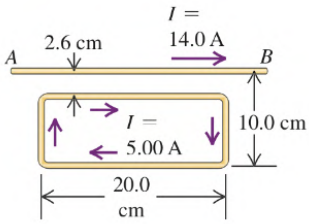

**28.63** • Dos alambres largos, rectos y paralelos están separados por una distancia de 1.00 m (**figura P28.63**). El alambre de la izquierda conduce una corriente $I_1$ de 6.00 A hacia el plano del papel. *a*) ¿Cuáles deben ser la magnitud y el sentido de la corriente $I_2$ para que el campo neto en el punto $P$ sea cero? *b*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo neto en $Q$? *c*) ¿Cuál es la magnitud del campo neto en $S$?

Figura **P28.63**



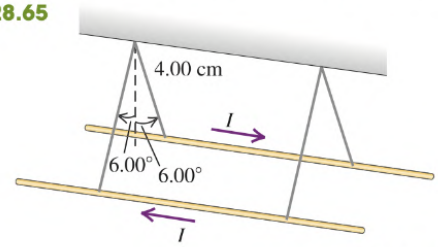

**28.64** • El alambre largo y recto, $AB$, que se ilustra en la **figura P28.64**, conduce una corriente de 14.0 A. La espira rectangular, cuyos lados largos son paralelos al alambre, conduce una corriente de 5.00 A. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza neta que el campo magnético del alambre ejerce sobre la espira.

Figura **P28.64**



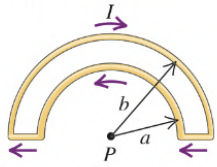
**28.65** ••• PA Dos alambres largos y paralelos cuelgan de cordeles de 4.00 cm de largo en un eje común (**figura P28.65**). Los alambres tienen una masa por unidad de longitud de 0.0125 kg/m y transportan la misma corriente en sentidos opuestos. ¿Cuál es la corriente en cada alambre, si los cordeles cuelgan a un ángulo de 6.00° con respecto a la vertical?

Figura **P28.65**



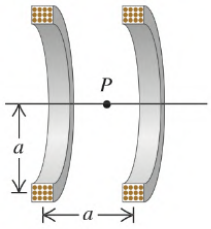

**28.66** • Los semicírculos de alambre que se muestran en la **figura P28.66** tienen radios $a$ y $b$. Calcule el campo magnético neto (magnitud y dirección) que produce la corriente de los alambres en el punto $P$.

Figura **P28.66**



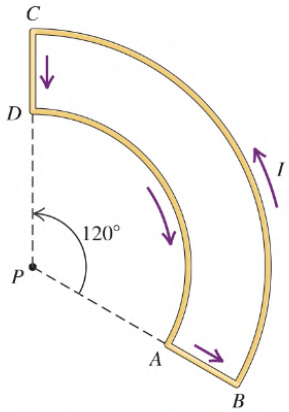

**28.67** • CALC **Bobinas de Helmholtz.** La **figura P28.67** muestra un corte de dos bobinas circulares con radio $a$, cada una con devanado de $N$ vueltas de alambre que conduce una corriente $I$, la cual circula en el mismo sentido en ambas bobinas. Éstas se hallan separadas por una distancia $a$ igual a sus radios. Tal configuración se conoce como bobinas de Helmholtz, que producen un campo magnético muy uniforme en la región ubicada entre ellas. *a*) Obtenga la expresión para la magnitud $B$ del campo magnético en un punto sobre el eje a una distancia $x$ a la derecha del punto $P$, el cual está a la mitad de la distancia entre las bobinas. *b*) Dibuje una gráfica de $B$ en función de $x$, de $x = 0$ a $x = a/2$. Compare esta gráfica con otra para el campo magnético debido solamente a la bobina de la derecha. *c*) A partir del inciso *a*), deduzca una expresión para la magnitud del campo magnético en el punto $P$. *d*) Calcule la magnitud del campo magnético en $P$ si $N = 300$ espiras, $I = 6.00$ A, y $a = 8.00$ cm. *e*) Calcule $dB/dx$ y $d^2B/dx^2$ en $P(x = 0)$. Analice el modo en que sus resultados muestran que el campo es muy uniforme en la vecindad de $P$.

Figura **P28.67**




**28.68** •• Calcule el campo magnético (magnitud y dirección) en el punto $P$ debido a la corriente $I = 12.0$ A en el alambre mostrado en la **figura P28.68**. El segmento $BC$ se encuentra en el arco de un círculo con radio de 30 cm, y el punto $P$ se encuentra en el centro de curvatura del arco. El segmento $DA$ se encuentra en el arco de un círculo con radio de 20 cm, y el punto $P$ está en su centro de curvatura. Los segmentos $CD$ y $AB$ son líneas rectas de longitud igual a 10.0 cm cada una.

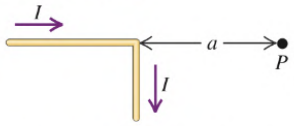
Figura **P28.68**




**28.69** • CALC Un alambre largo, recto, con sección transversal circular de radio $R$, conduce una corriente $I$. Suponga que la densidad de corriente no es constante en la sección transversal del alambre, sino que varía según $J = \alpha r$, donde $\alpha$ es una constante. *a*) De acuerdo con el requerimiento de que $J$ integrada sobre la sección transversal del alambre da la corriente total $I$, calcule la constante $\alpha$ en términos de $I$ y $R$. *b*) Con base en la ley de Ampère, calcule el campo magnético $B(r)$ correspondiente a **i.** $r \leq R$, y **ii.** $r \geq R$. Exprese sus respuestas en términos de $I$.

**28.70** • CALC El alambre mostrado en la **figura P28.70** es infinitamente largo y transporta una corriente $I$. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que esta corriente produce en el punto $P$.

Figura **P28.70**




**28.71** • CALC Un cilindro sólido, largo, recto y orientado con su eje en la dirección $z$ conduce una corriente cuya densidad es $\vec{J}$. La densidad de corriente, aunque simétrica con respecto al eje del cilindro, no es constante y varía de acuerdo con la relación

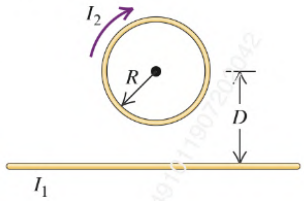
$$\vec{J} = \frac{2I_0}{\pi a^2}\left[1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]\hat{k} \quad \text{para } r \leq a$$

$$= 0 \quad \text{para } r \geq a$$

donde el radio del cilindro es $a$, $r$ es la distancia radial desde el eje del cilindro, e $I_0$ es una constante que tiene unidades de amperes. *a*) Demuestre que $I_0$ es la corriente total que pasa a través de toda la sección transversal del alambre. *b*) Con base en la ley de Ampère, deduzca una expresión para la magnitud del campo magnético $\vec{B}$ en la región $r \geq a$. *c*) Obtenga una expresión para la corriente $I$ contenida en una sección transversal circular de radio $r \leq a$ y con centro en el eje del cilindro. *d*) Con base en la ley de Ampère, obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético $\vec{B}$ en la región $r \leq a$. Compare los resultados de los incisos *b*) y *d*) cuando $r = a$.

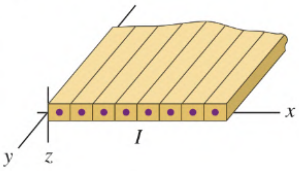
**28.72** • Una espira circular tiene radio $R$ y conduce una corriente $I_2$ en sentido de las manecillas del reloj (**figura P28.72**). El centro de la espira está a una distancia $D$ arriba de un alambre largo y recto. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la corriente $I_1$ en el alambre, si el campo magnético en el centro de la espira es igual a cero?

Figura **P28.72**



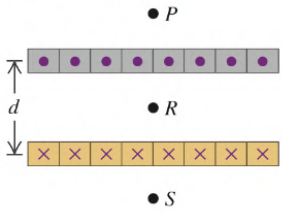

**28.73** • **Lámina infinita de corriente.** Se disponen conductores largos y rectos de sección transversal cuadrada, unos al lado de otros; cada conductor transporta una corriente $I$, para formar una lámina de corriente infinita (**figura P28.73**). Los conductores están en el plano $xy$, paralelos al eje $y$, y transportan corriente en la dirección $+y$. Hay $n$ conductores por unidad de longitud, medida a lo largo del eje $x$. *a*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético a una distancia $a$ abajo de la lámina de corriente? *b*) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético a una distancia $a$ arriba de la lámina de corriente?

Figura **P28.73**




**28.74** • Se disponen conductores rectos y largos de sección transversal cuadrada, unos al lado de otros; cada conductor transporta una corriente $I$, para formar una lámina de corriente infinita con la dirección de la corriente hacia afuera del plano de la página (**figura P28.74**). Una segunda lámina de corriente infinita se ubica a una distancia $d$ abajo de la primera y paralela a ella. La segunda lámina conduce corriente hacia el plano de la página. Cada lámina tiene $n$ conductores por unidad de longitud (consulte el problema 28.73). Calcule la magnitud y dirección del campo magnético neto en *a*) el punto $P$ (arriba de la lámina superior); *b*) el punto $R$ (equidistante de las dos láminas); *c*) el punto $S$ (abajo de la lámina inferior).

Figura **P28.74**




**28.75** • Un cilindro sólido, largo, recto y orientado con su eje en la dirección $z$ conduce una corriente cuya densidad es $\vec{J}$. La densidad de

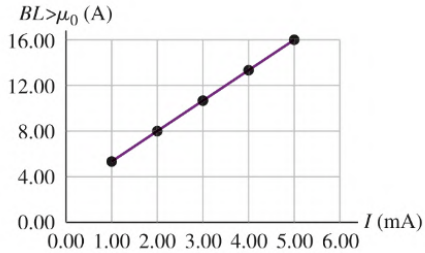
corriente, aunque es simétrica con respecto al eje del cilindro, no es constante y varía de acuerdo con la relación

$$\vec{J} = \left(\frac{b}{r}\right) e^{(r-a)/\delta}\,\hat{k} \quad \text{para } r \le a$$
$$= 0 \quad \text{para } r \ge a$$

donde el radio del cilindro es $a = 5.00$ cm, $r$ es la distancia radial desde el eje del cilindro, $b$ es una constante igual a 600 A/m, y $\delta$ es una constante igual a 2.50 cm. *a*) Sea $I_0$ la corriente total que pasa a través de toda la sección transversal del alambre. Obtenga una expresión para $I_0$ en términos de $b$, $\delta$ y $a$, y evalúela para obtener un valor numérico de $I_0$. *b*) Con base en la ley de Ampère, deduzca una expresión para el campo magnético $\vec{B}$ en la región $r \ge a$. Exprese su respuesta en términos de $I_0$ en lugar de $b$. *c*) Obtenga una expresión para la corriente $I$ contenida en una sección transversal circular de radio $r \le a$ y con centro en el eje del cilindro. Exprese su respuesta en términos de $I_0$ en lugar de $b$. *d*) Con base en la ley de Ampère, obtenga una expresión para el campo magnético $\vec{B}$ en la región $r \le a$. *e*) Evalúe la magnitud del campo magnético en $r = \delta$, $r = a$ y $r = 2a$.

**28.76** •• DATOS Como pasante de verano en un laboratorio de investigación, se le proporciona a usted un solenoide que tiene dos embobinados separados cuyas espiras están compactas, en la misma dirección y en el mismo hueco de forma cilíndrica. Usted debe determinar el número de espiras en cada embobinado. El solenoide tiene una longitud $L = 40.0$ cm y diámetro de 2.80 cm. Usted hace que fluya una corriente de 2.00 mA en el embobinado 1 y varía la corriente $I$ en el embobinado 2; ambas corrientes fluyen en la misma dirección. En seguida mide la magnitud del campo magnético $B$ en el centro del solenoide en función de $I$. Elabora una gráfica de sus resultados como $BL/\mu_0$ en función de $I$. La gráfica de la **figura P28.76** muestra la línea que mejor se ajusta a sus datos. *a*) Explique por qué los datos graficados de esta manera caen cerca de una línea recta. *b*) Use la figura P28.76 para calcular $N_1$ y $N_2$, el número de vueltas en los embobinados 1 y 2. *c*) Si la corriente en el embobinado 1 permanece en 2.00 A en su dirección original, y el embobinado 2 tiene $I = 5.00$ mA en la dirección opuesta, ¿qué valor tiene $B$ en el centro del solenoide?

Figura **P28.76**



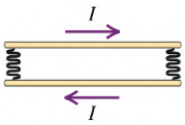

**28.77** •• DATOS Se usa un teslámetro (un dispositivo de efecto Hall) para medir la magnitud del campo magnético a varias distancias de un conductor de cobre cilíndrico, largo, recto y grueso que transportan una corriente constante grande. Para excluir el campo magnético de la Tierra de la medición, primero se inicia el medidor en cero. Después, se mide la magnitud del campo $B$ a distancias $x$ desde la superficie del cable y se obtienen estos datos:

| $x$ (cm) | 2.0 | 4.0 | 6.0 | 8.0 | 10.0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $B$ (mT) | 0.406 | 0.250 | 0.181 | 0.141 | 0.116 |

*a*) De su curso de física usted recuerda que el campo magnético de un alambre es inversamente proporcional a la distancia desde el alambre. Por lo tanto, espera que la cantidad $B_x$ de sus datos sea constante. Calcule $B_x$ para cada dato puntual de la tabla ¿$B_x$ es constante para este conjunto de mediciones? Explique su razonamiento. *b*) Haga una gráfica de los datos de $x$ en función de $1/B$. Explique por qué esta gráfica es casi una línea recta. *c*) Use la gráfica del inciso *b*) para calcular la corriente $I$ en el cable y el radio $R$ del mismo.

**28.78** ••• DATOS Un par de varillas metálicas largas y rígidas, cada una con longitud de 0.50 m, están paralelas sobre una mesa sin fricción. Se conectan sus extremos con resortes conductores idénticos, muy ligeros, con constante de fuerza $k$ y cuya longitud es $l_0$ cuando no se estiran (**figura P28.78**). Si una corriente $I$ circula por el circuito formado por las varillas y los resortes, los resortes se estirarán. Usted mide cada distancia $x$ que se estira cada resorte para ciertos valores de $I$. Cuando $I = 8.05$ A, usted mide que $x = 0.40$ cm. Cuando $I = 13.1$ A, usted mide que $x = 0.80$ cm. En ambos casos, las varillas son mucho más grandes que los resortes estirados, de modo que es adecuado usar la ecuación (28.11) para los dos conductores paralelos infinitamente largos. *a*) A partir de estas dos mediciones, calcule $l_0$ y $k$. *b*) Si $I = 12.0$ A ¿qué distancia $x$ se estirará cada resorte? *c*) ¿Qué corriente se requiere para que cada resorte se estire 1.00 cm?

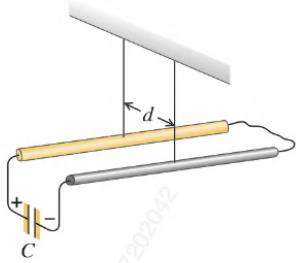
Figura **P28.78**




## PROBLEMAS DE DESAFÍO

**28.79** ••• PA Dos alambres conductores largos y rectos, con densidad de masa lineal $\lambda$, están suspendidos de cordeles en posición horizontal, paralelos uno al otro y separados una distancia $d$. Los extremos posteriores de los alambres están conectados entre sí por un alambre de conexión holgado y de baja resistencia. Ahora se incorpora al sistema un capacitor con carga (capacitancia $C$); la placa positiva del capacitor (carga inicial $+Q_0$) se conecta al extremo frontal de uno de los alambres, y la placa negativa del capacitor (carga inicial $-Q_0$) se conecta al extremo frontal del otro alambre (**figura P28.79**). Ambas conexiones se hacen también con alambres holgados de baja resistencia. Una vez establecida la conexión, la fuerza de repulsión entre los alambres los empuja hacia los lados, y cada alambre tiene una velocidad horizontal inicial de magnitud $v_0$. Suponga que la constante de tiempo de descarga del capacitor es insignificante en comparación con el tiempo necesario para que ocurra un desplazamiento apreciable en la posición de los alambres. *a*) Demuestre que la rapidez inicial $v_0$ de cualquiera de los alambres está dada por

Figura **P28.79**




$$v_0 = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi\lambda RCd}$$

donde $R$ es la resistencia total del circuito. *b*) ¿A qué altura $h$ se elevará cada cable como resultado de la conexión del circuito?

**28.80** ••• Una banda aislante larga y ancha tiene una carga positiva uniforme por unidad de área $\sigma$ en su cara superior. Unos rodillos situados en cada extremo mueven la banda hacia la derecha con rapidez constante $v$. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético producido por la banda en movimiento en un punto justo arriba de su superficie. (*Sugerencia:* En los puntos cercanos a la superficie y alejados de sus bordes o extremos, la banda móvil se puede considerar una lámina de corriente infinita, como la del problema28.73) .

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

BIO **ESTUDIO DE BACTERIAS MAGNÉTICAS.** Algunos tipos de bacterias contienen cadenas de partículas ferromagnéticas paralelas a su eje más largo. Las cadenas actúan como pequeños imanes de barra que alinean estas bacterias *magnetotácticas* con el campo magnético terrestre. En un experimento para estudiar la respuesta de estas bacterias a los campos magnéticos, se construyó un solenoide con alambre de cobre de 1.0 mm de diámetro, embobinado uniformemente con

una sola capa para formar una bobina helicoidal de longitud igual a 40 cm y 12 cm de diámetro. El alambre tiene una capa muy delgada de aislante, y la bobina está devanada de modo que las espiras adyacentes apenas se tocan. El solenoide, que genera un campo magnético, tiene una envoltura que lo protege de otros campos magnéticos. Se coloca una muestra de bacterias magnetotácticas en el interior del solenoide. La torca sobre una bacteria individual en el campo magnético del solenoide es proporcional a la magnitud del campo magnético y al seno del ángulo entre el eje más largo de la bacteria y la dirección del campo magnético.

**28.81** ¿Qué corriente se necesita en el alambre para que el campo magnético experimentado por las bacterias tenga una magnitud de 150 $\mu$T? *a*) 0.095 A; *b*) 0.12 A; *c*) 0.30 A; *d*) 14A .

**28.82** Para usar una muestra más grande, los experimentadores construyeron un solenoide que tiene la misma longitud, tipo de alambre y espaciamiento entre las espiras, pero el doble del diámetro original. ¿Cómo se compara la torca magnética máxima posible sobre una bacteria en este nuevo solenoide con la torca experimentada por la bacteria en el solenoide original? Suponga que la corriente en los solenoides es la misma. La torca máxima en el nuevo solenoide es: *a*) el doble de la original, *b*) la mitad de la original, *c*) la misma que la original, *d*) un cuarto de la original.

**28.83** Se extrae el solenoide de la envoltura y luego se usa en una ubicación donde el campo magnético de la Tierra es de 50 $\mu$T y apunta horizontalmente. Se coloca una muestra de bacterias en el centro del solenoide y se aplica la misma corriente que produjo el campo magnético de 150 $\mu$T en el laboratorio. Describa el campo que experimentan las bacterias: El campo: *a*) todavía es de 150 $\mu$T; *b*) ahora es de 200 $\mu$T; *c*) está entre 100 y 200 $\mu$T, dependiendo de la orientación del solenoide; *d*) está entre 50 y 150 $\mu$T, dependiendo de la orientación del solenoide.

# Respuestas

## Pregunta de inicio del capítulo ?

**iv.** En la intensidad del campo magnético *no* habría cambio. De acuerdo con el ejemplo 28.9 (sección 28.7), el campo dentro de un solenoide tiene una magnitud $B = \mu_0 nI$, donde $n$ es el número de vueltas del alambre en cada unidad de longitud. Al unir dos solenoides por sus extremos, se duplica tanto el número de vueltas como la longitud, por lo que no cambia el número de vueltas por unidad de longitud.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**28.1** ***a*) i., *b*) ii.** La situación es la misma de la figura 28.2, excepto que el protón superior tiene velocidad $\vec{v}$ en lugar de $-\vec{v}$. El campo magnético debido al protón inferior es el mismo que el de la figura 28.2, pero se invierte la dirección de la fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ sobre el protón superior. Así que la fuerza magnética es de atracción. Como la velocidad $v$ es pequeña en comparación con $c$, la fuerza magnética es mucho menor que la fuerza eléctrica de repulsión, por lo que la fuerza neta es de repulsión.

**28.2** **i. y iii. (empate), iv., ii.** De acuerdo con la ecuación (28.5), la magnitud del campo $dB$ debido al elemento de corriente de longitud $dl$ que transporta una corriente $I$ es $dB = (\mu_0/4\pi)(I\, dl \text{ sen } \phi/r^2)$. En esta expresión, $r$ es la distancia del elemento al punto de campo, y $\phi$ es el ángulo entre la dirección de la corriente y un vector desde el elemento de corriente al punto de campo. Los cuatro puntos están a la misma distancia $r = L$ desde el elemento de corriente, por lo que el valor $dB$ es proporcional al valor de sen $\phi$. Para los cuatro puntos, el ángulo es **i.** $\phi = 90°$, **ii.** $\phi = 0$, **iii.** $\phi = 90°$ y **iv.** $\phi = 45°$, por lo que los valores de sen $\phi$ son **i.** 1, **ii.** 0, **iii.** 1 y **iv.** $1/\sqrt{2}$.

**28.3** **A** Esta orientación hará que la corriente fluya alrededor del circuito en sentido de las manecillas del reloj. Así que la corriente fluirá hacia el sur a través del alambre que se encuentra bajo la brújula. Según la regla de la mano derecha para el campo magnético producido por un conductor largo, recto y que lleva corriente, esto producirá un campo magnético que apunta a la izquierda en la posición de la brújula (que se encuentra arriba del alambre). La combinación del campo magnético terrestre hacia el norte y el dirigido hacia el oeste producido por la corriente da un campo magnético neto hacia el noroeste, por lo que la aguja de la brújula se moverá en sentido contrario a las manecillas del reloj para alinearse con este campo.

**28.4** ***a*) i., *b*) iii., *c*) ii., *d*) iii.** La corriente fluye en el mismo sentido en espiras adyacentes de la bobina, por lo que las fuerzas magnéticas entre ellas son de atracción. La corriente fluye en sentidos opuestos en lados opuestos de la misma espira, por lo que las fuerzas magnéticas entre estos lados son de repulsión. Así, las fuerzas magnéticas en las espiras del solenoide las comprimen en la dirección a lo largo de su eje, pero las empujan radialmente. Las fuerzas *eléctricas* son iguales a cero porque el alambre es eléctricamente neutro, con igual cantidad de carga positiva y negativa.

**28.5** ***a*) ii., *b*) v.** El vector $d\vec{B}$ está en dirección de $d\vec{l} \times \vec{r}$. Para un segmento sobre el eje $y$ negativo, $d\vec{l} = -\hat{k}\,dl$ apunta en la dirección de $z$ negativa y $\vec{r} = x\hat{\imath} + a\hat{\jmath}$. Entonces, $d\vec{l} \times \vec{r} = (a\, dl)\hat{\imath} - (x\, dl)\hat{\jmath}$, que tiene una componente $x$ positiva, una componente $y$ negativa y una componente $z$ igual a cero. Para un segmento en el eje $z$ negativo, $d\vec{l} = \hat{\jmath}\, dl$ apunta en la dirección de $y$ positiva, y $\vec{r} = x\hat{\imath} + a\hat{k}$. Entonces, $d\vec{l} \times \vec{r} = 1(a\, dl)\hat{\imath} - 1(x\, dl)\hat{k}$, que tiene una componente $x$ positiva, una componente $y$ igual a cero y una componente $z$ negativa.

**28.6** **ii.** Imagine que se resuelve la integral $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ a lo largo de una trayectoria de integración en sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor de la línea de campo magnético. En cada punto a lo largo de la trayectoria, el campo magnético $\vec{B}$ y el segmento infinitesimal $d\vec{l}$ son tangentes a la trayectoria, por lo que $\vec{B}\cdot d\vec{l}$ es positivo en cada punto y la integral $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ también es positiva. De acuerdo con la ley de Ampère $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$ y la regla de la mano derecha, se deduce que la trayectoria de integración encierra una corriente dirigida hacia afuera del plano de la página. No hay corrientes en el espacio vacío afuera del imán, por lo que debe haber corrientes en el interior de éste (vea la sección 28.8).

**28.7** **iii.** Por simetría, cualquier campo $\vec{B}$ afuera del cable debe circular alrededor de éste, con líneas de campo circulares como las que rodean el conductor cilíndrico sólido de la figura 28.20. Elija una trayectoria de integración como la que se ilustra en la figura 28.20, con radio $r > R$, de manera que la trayectoria encierre por completo al cable. Como en el ejemplo 28.8, la integral $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ para esta trayectoria tiene magnitud $B(2\pi r)$. De acuerdo con la ley de Ampère, esto es igual a $\mu_0 I_{enc}$. La corriente neta encerrada $I_{enc}$ es igual a cero porque incluye dos corrientes de igual magnitud, pero con sentidos opuestos: una en el alambre central y otra en el cilindro hueco. Así que $B(2\pi r) = 0$, y $B = 0$ para cualquier valor de $r$ afuera del cable (el campo es diferente de cero *adentro* del cable; vea el ejercicio 28.43).

**28.8** **i., iv.** El sodio y el uranio son materiales paramagnéticos, por lo que un imán los atrae, en tanto que el bismuto y el plomo son materiales diamagnéticos y son repelidos por un imán (vea la tabla 28.1).

## Problema práctico

$$B = \frac{\mu_0 nQ}{a}$$

**?** El lector digital de su cajero bancario escanea la información codificada en un patrón magnético al reverso de la tarjeta. ¿Por qué es necesario deslizar la tarjeta rápidamente en vez de sostenerla fijamente frente a la ranura del lector? **i.** Para maximizar la fuerza magnética sobre la tarjeta; **ii.** para maximizar la fuerza magnética sobre las cargas en movimiento en el lector digital; **iii.** para generar una fuerza eléctrica sobre la tarjeta; **iv.** para generar una fuerza eléctrica sobre las cargas en movimiento del lector digital.

# 29 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**29.1** La evidencia experimental de que un campo magnético variable induce una fem.

**29.2** Cómo la ley de Faraday relaciona la fem inducida en una espira con el cambio del flujo magnético a través de la espira.

**29.3** A determinar el sentido de una fem inducida.

**29.4** A calcular la fem inducida en un conductor que se mueve a través de un campo magnético.

**29.5** La manera en que un flujo magnético variable genera un campo eléctrico que circula alrededor de una espira.

**29.6** Cómo se generan las corrientes parásitas en un metal que se mueve en un campo magnético.

**29.7** Las cuatro ecuaciones fundamentales que describen por completo tanto la electricidad como el magnetismo.

**29.8** Las propiedades eléctricas y magnéticas notables de los superconductores.

***Repase lo estudiado en la sección…***

**23.1** Campos eléctricos conservativos.

**25.4** Fuerza electromotriz (fem).

**27.3, 27.8, 27.9** Flujo magnético; motores de corriente directa; efecto Hall.

**28.5-28.7** Campo magnético de una espira de corriente y de un solenoide; ley de Ampère.

Casi todos los dispositivos o máquinas modernas, desde una computadora hasta una lavadora o un taladro eléctrico, tienen circuitos eléctricos en su interior. En el capítulo 25 vimos que se requiere una fuerza electromotriz (fem) para que una corriente fluya por un circuito; en los capítulos 25 y 26 casi siempre dimos por hecho que la fuente de fem era una batería. Sin embargo, para la gran mayoría de los aparatos eléctricos que se conectan a un contacto de pared, la fuente de fem *no* es una batería, sino una planta generadora de electricidad, la cual produce energía eléctrica convirtiendo otras formas de energía: energía potencial gravitacional en una planta hidroeléctrica, energía química en una planta termoeléctrica que consume carbón, gas o petróleo, y energía atómica en una central nucleoeléctrica. Pero, ¿cómo se realiza esta conversión de energía?

La respuesta es un fenómeno conocido como *inducción electromagnética*: si el flujo magnético en un circuito cambia, se inducen una fem y una corriente en el circuito. En una estación generadora de electricidad, hay imanes que se mueven con respecto a bobinas de alambre para producir en ellas un flujo magnético variable y, por lo tanto, una fem.

El principio fundamental de la inducción electromagnética es la *ley de Faraday*, que relaciona la fem inducida con el flujo magnético variable en cualquier circuito, incluido un circuito cerrado. También analizaremos la ley de Lenz, que ayuda a predecir el sentido de las fem y las corrientes inducidas. Los principios anteriores nos permitirán entender los dispositivos de conversión de energía eléctrica, como los motores eléctricos, generadores y transformadores.

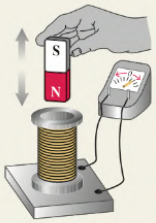
La inducción electromagnética nos indica que un campo magnético que varía con el tiempo actúa como fuente de campo eléctrico. También veremos cómo un campo *eléctrico* que varía con el tiempo actúa como fuente de campo *magnético*. Estas valiosas observaciones forman parte de un conjunto de fórmulas llamadas *ecuaciones de Maxwell*, las cuales describen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos en general, y preparan el terreno para comprender las ondas electromagnéticas, tema del capítulo 32.

# CAPÍTULO 29 RESUMEN

SOLUCIONES A TODOS LOS EJEMPLOS

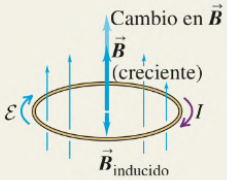
**Ley de Faraday:** La ley de Faraday establece que la fem inducida en un circuito cerrado, como el de una espira, es igual al negativo de la razón de cambio del flujo magnético con respecto al tiempo a través de la espira. Esta relación es válida ya sea que el cambio de flujo se deba a un campo magnético variable, al movimiento de la espira, o a ambos factores (vea los ejemplos 29.1 a 29.6).

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (29.3)$$




El movimiento del imán ocasiona un campo magnético *variable* a través de la bobina, lo que induce una corriente en esta última.

**Leyd eL enz:** La ley de Lenz afirma que una corriente o fem inducida siempre tiende a oponerse al cambio que la generó, o a cancelarlo. La ley de Lenz se deduce de la de Faraday y a menudo es más fácil de usar (vea los ejemplos 29.7 y 29.8).



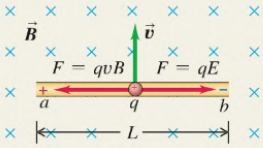

**Fem de movimiento:** Si un conductor se mueve en un campo magnético, se induce una fem de movimiento (vea los ejemplos 29.9 y 29.10).

$$\mathcal{E} = vBL \qquad (29.6)$$

(un conductor con longitud $L$ se mueve en un campo $\vec{B}$ uniforme, $\vec{L}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares a $\vec{B}$ y entre sí)

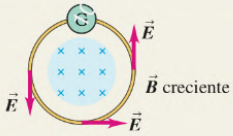
$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \qquad (29.7)$$

(la totalidad o parte de un circuito cerrado se mueve en un campo $\vec{B}$)




**Campose léctricosi nducidos:** Cuando un flujo magnético variable induce una fem a través de un conductor fijo, hay un campo eléctrico inducido $\vec{E}$ de origen no electrostático. Este campo es no conservativo y no está asociado con un potencial (vea el ejemplo 29.11).

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (29.10)$$




**Corriente de desplazamiento y ecuaciones de Maxwell:** Un campo eléctrico que varía en el tiempo genera una corriente de desplazamiento $i_D$, que actúa como fuente de campo magnético exactamente de la misma forma que una corriente de conducción. La relación entre los campos eléctricos y magnéticos y sus fuentes se enuncia en forma compacta en las cuatro ecuaciones de Maxwell. En conjunto, forman una base completa para la relación de los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ con sus fuentes.

$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (29.14)$$

(corriente de desplazamiento)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \qquad (29.18)$$

(ley de Gauss para campos $\vec{E}$)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad (29.19)$$

(ley de Gauss para campos $\vec{B}$)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (29.20)$$

(Ley de Faraday)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left( i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{enc} \qquad (29.21)$$

(ley de Ampère que incluye la corriente de desplazamiento)

## PROBLEMA PRÁCTICO CAÍDA DE UNA ESPIRA CUADRADA

SOLUCIÓN

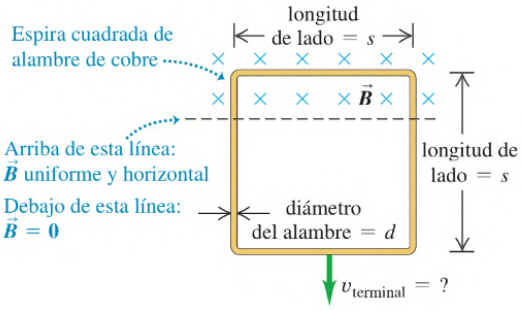
Una espira cuadrada de alambre de cobre, orientada verticalmente, cae del reposo desde una región donde el campo $\vec{B}$ es horizontal, uniforme y perpendicular al plano de la espira, hacia una región donde el campo es igual a cero (**figura 29.28**). La longitud de un lado de la espira es $s$, y el diámetro del alambre es $d$. La resistividad del cobre es $\rho_R$ y su densidad de masa es $\rho_m$. Si la espira alcanza su rapidez final mientras su segmento superior está aún en la región del campo magnético, obtenga una expresión para la rapidez final.

### GUÍA DE SOLUCIÓN

#### IDENTIFICAR y PLANTEAR

1. El movimiento de la espira a través del campo magnético induce una fem y una corriente en la espira. Entonces, el campo produce una fuerza magnética sobre esta corriente, que se opone a la fuerza hacia abajo de la gravedad. La espira alcanza la rapidez terminal (ya no acelera) cuando la fuerza magnética hacia arriba equilibra la fuerza hacia abajo de la gravedad.
2. Considere el caso donde toda la espira se encuentra en la región del campo magnético. ¿Hay una fem inducida en este caso? Si es así, ¿cuál es su dirección?
3. Considere el caso donde únicamente el segmento superior de la espira se encuentra en la región del campo magnético. ¿Hay una fem inducida en este caso? Si es así, ¿cuál es su dirección?
4. Para el caso donde hay una fem inducida y, por lo tanto, una corriente inducida, ¿cuál es la dirección de la fuerza magnética sobre cada uno de los cuatro lados de la espira? ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética *neta* sobre la espira?

**29.28** Espira de alambre que cae en un campo magnético horizontal $\vec{B}$. El plano de la espira es perpendicular a $\vec{B}$.




#### EJECUTAR

5. Para el caso donde la espira cae a una rapidez $v$ y hay una fem inducida, determine **i.** la fem, **ii.** la corriente inducida y **iii.** la fuerza magnética sobre la espira en términos de su resistencia $R$.
6. Calcule $R$ y la masa de la espira en términos de la información dada en relación con la espira.
7. Use los resultados de los pasos 5 y 6 para obtener una expresión para la rapidezt erminal.

#### EVALUAR

8. ¿De qué manera la rapidez terminal depende de la magnitud $B$ del campo magnético? Explique por qué esto es lógico.

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. **PA**: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. **CALC**: Problemas que requieren cálculo. **DATOS**: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. **BIO**: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P29.1** Se coloca una lámina de cobre entre los polos de un electroimán con el campo magnético perpendicular a la lámina. Cuando se tira de la lámina hacia afuera, se requiere una fuerza considerable, la cual aumenta con la rapidez. Explique este fenómeno. ¿También se requiere una fuerza cuando la lámina se inserta entre los polos? Explique su razonamiento.

**P29.2** En la figura 29.8, si se duplica la rapidez angular $\omega$ de la espira, entonces, la frecuencia con la que la corriente inducida cambia de sentido también se duplica, al igual que la fem máxima. ¿Por qué? ¿Cambia la torca requerida para hacer girar la espira? Explique su respuesta.

**P29.3** Dos espiras circulares se encuentran lado a lado en el mismo plano. Una está conectada a una fuente que suministra una corriente creciente; la otra es un anillo cerrado simple. ¿La corriente inducida en el anillo tiene la misma dirección que la corriente en la espira conectada con la fuente, o es opuesta? ¿Qué sucede si disminuye la corriente en la primera espira? Explique su respuesta.

**P29.4** Para la ecuación (29.6) demuestre que si $v$ se expresa en metros por segundo, $B$ en teslas y $L$ en metros, entonces las unidades del lado derecho de la ecuación son joules por coulomb o volts (las unidades correctas del SI para $\mathcal{E}$).

**P29.5** Un conductor largo y recto pasa por el centro de un anillo metálico, perpendicular a su plano. Si la corriente en el conductor aumenta, ¿se induce una corriente en el anillo? Explique su respuesta.

**P29.6** Un estudiante asegura que si se deja caer en forma vertical un imán permanente por un tubo de cobre, finalmente el imán alcanza una velocidad igual a cero aunque no haya resistencia del aire. ¿Por qué es así?

**P29.7** Un avión vuela horizontalmente sobre la Antártida, donde el campo magnético terrestre está dirigido mayormente hacia arriba alejándose del suelo. Vista por un pasajero que mira hacia el frente del avión, ¿el extremo del ala izquierda está a un potencial mayor que el del ala derecha? ¿La respuesta depende de la dirección en que vuela el avión?

**P29.8** Considere la situación del ejercicio 29.21. En el inciso *a*), obtenga la dirección de la fuerza que ejerce el circuito grande sobre el pequeño. Explique el modo en que este resultado es congruente con la ley de Lenz.

**P29.9** Un rectángulo de metal está cerca de un alambre largo, recto y que conduce corriente, con dos de sus lados paralelos al alambre. Si la corriente en el alambre está disminuyendo, ¿el rectángulo es repelido o atraído por el alambre? Explique por qué este resultado es congruente con la ley de Lenz.

**P29.10** Una espira conductora cuadrada está en una región de campo magnético constante y uniforme. ¿La espira puede hacerse girar alrededor de un eje a lo largo de un lado sin que se induzca alguna fem en la espira? Explique lo que sucede en términos de la orientación del eje de rotación con respecto a la dirección del campo magnético.

**P29.11** En el ejemplo 29.6 se analiza la fuerza externa que debe aplicarse al conductor deslizante para que se mueva con rapidez constante. Si hubiera un freno en el extremo izquierdo del conductor con forma de U, ¿qué fuerza sería necesaria para mover el conductor deslizante con rapidez constante? Al igual que en el ejemplo, ignore la fricción.

**P29.12** En la situación que se muestra en la figura 29.18, ¿sería apropiado preguntar cuánta *energía* gana un electrón durante un recorrido completo alrededor de la espira de alambre con corriente $I'$? ¿Sería adecuado preguntar a través de qué *diferencia de potencial* se mueve el electrón durante ese recorrido completo? Explique sus respuestas.

**P29.13** Un anillo metálico está orientado con el plano de su área perpendicular a un campo magnético espacialmente uniforme que se incrementa a una razón constante. Si se duplica el radio del anillo, ¿en qué factor cambian *a*) la fem inducida en el anillo y *b*) el campo eléctrico inducido en el anillo?

**P29.14** Algunos motores de gasolina pequeños, de un cilindro, usan dispositivos conocidos como *magneto* para suministrar corriente a la bujía. Se sujeta el magneto a un volante y se monta una bobina fija junto a él. Explique cómo este dispositivo puede generar corriente. ¿Qué sucede cuando el magneto pasa por la bobina?

**P29.15** ¿Dice la ley de Lenz que la corriente inducida en una espira metálica siempre fluye para oponerse al flujo magnético a través de la espira? Explique su razonamiento.

**P29.16** ¿Dice la ley de Faraday que un flujo magnético grande induce una fem grande en una bobina? Explique su respuesta.

**P29.17** ¿Se puede tener una corriente de desplazamiento además de una corriente de conducción dentro de un conductor? Explique su respuesta.

**P29.18** Un compañero con quien estudia física le pide que considere un capacitor de placas paralelas que tiene un dieléctrico que llena por completo el volumen entre sus placas. Él afirma que las ecuaciones (29.13) y (29.14) demuestran que la corriente de conducción en el dieléctrico es igual a la corriente de desplazamiento en el dieléctrico. ¿Está de acuerdo? Explique su respuesta.

**P29.19** Relacione los enunciados matemáticos de las ecuaciones de Maxwell, tal como aparecen en la sección 29.7, con las siguientes expresiones: *a*) Las líneas de campo eléctrico cerradas evidentemente son producidas únicamente por un flujo magnético variable. *b*) Las líneas de campo magnético cerradas son producidas tanto por el movimiento de la carga eléctrica como por un flujo eléctrico variable. *c*) Las líneas de campo eléctrico comienzan en cargas positivas y terminan en cargas negativas. *d*) Es evidente que no hay monopolos magnéticos donde comiencen y terminen líneas de campo magnético.

**29.20** Si existieran los monopolos magnéticos, el lado derecho de la ecuación (29.20) incluiría un término proporcional a la corriente de los monopolos magnéticos. Suponga que una corriente constante de monopolo se desplaza por un alambre recto y largo. Dibuje las líneas de campo *eléctrico* que produciría esa corriente.

**29.21** Un superconductor tipo II en un campo externo entre $B_{c1}$ y $B_{c2}$ posee regiones que contienen flujo magnético y presentan resistencia, y también tiene regiones superconductoras. ¿Cuál es la resistencia de un cilindro largo y delgado hecho de tal material?

## EJERCICIOS

### Sección 29.2 Ley de Faraday

**29.1** • Una espira de alambre con un área de 0.0900 $m^2$ se encuentra en un campo magnético uniforme que tiene un valor inicial de 3.80 T, es perpendicular al plano de la espira y está disminuyendo a una razón constante de 0.190 T/s. *a*) ¿Cuál es la fem que se induce en esta espira? *b*) Si la espira tiene una resistencia de 0.600 Ω, calcule la corriente inducida en la espira.

**29.2** •• En un experimento en un laboratorio de física, una bobina con 200 espiras que encierra un área de 12 $cm^2$ se hace girar en 0.040 s, desde una posición donde su plano es perpendicular al campo magnético de la Tierra, hasta otra donde el plano queda paralelo al campo. El campo magnético terrestre en la ubicación del laboratorio es $6.0 \times 10^{-5}$ T. *a*) ¿Cuál es el flujo magnético total a través de la bobina antes de hacerla girar? ¿Y después del giro? *b*) ¿Cuál es la fem inducida media en la bobina?

**29.3** •• **Bobinas exploradoras y tarjetas de crédito.** Una forma práctica de medir la intensidad de un campo magnético usa una bobina pequeña, con embobinado compacto, llamada *bobina exploradora*. Inicialmente, la bobina se mantiene con su plano perpendicular al campo magnético. Luego, la bobina se hace girar con rapidez un cuarto de vuelta en torno a su diámetro, o bien, la bobina se saca rápidamente del campo. *a*) Obtenga la ecuación que relacione la carga total $Q$ que fluye a través de una bobina exploradora con la magnitud $B$ del campo magnético. La bobina exploradora tiene $N$ espiras, cada una con área $A$, y el flujo a través de la bobina disminuye desde su valor máximo inicial hasta cero, en un tiempo $\Delta t$. La resistencia de la bobina es $R$, y la carga total es $Q = I\Delta t$, donde $I$ es la corriente media inducida por el cambio en el flujo. *b*) En un lector de tarjetas de crédito, "se desliza" la banda magnética del reverso pasándola por una bobina. Con las mismas ideas que sustentan la operación de una bobina exploradora, explique cómo el lector decodifica la información almacenada en el patrón de magnetización de la banda. *c*) ¿Es necesario "deslizar" la tarjeta de crédito a través del lector exactamente con la rapidez correcta? ¿Por qué?

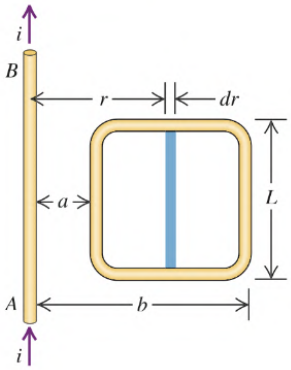
**29.4** • Una bobina exploradora con embobinado compacto (vea el ejercicio 29.3) tiene un área de 3.20 $cm^2$, 120 espiras y una resistencia de 60.0 Ω. Está conectada a un instrumento que mide la carga y cuya resistencia es de 45.0 Ω. Cuando la bobina se hace girar con rapidez desde una posición paralela a un campo magnético uniforme hasta otra perpendicular al campo, el instrumento indica una carga de $3.56 \times 10^{-5}$ C. ¿Cuál es la magnitud del campo?

**29.5** • Una espira circular de alambre, con radio de 12.0 cm y orientada en el plano $xy$ horizontal, se localiza en una región de campo magnético uniforme. Un campo de 1.5 T está dirigido a lo largo de la dirección $z$ positiva, que es hacia arriba. *a*) Si se retira la espira de la región del campo en un intervalo de tiempo de 2.0 ms, calcule la fem media que se inducirá en la espira de alambre durante el proceso de extracción. *b*) Si la bobina se observa desde arriba, ¿la corriente inducida en la espira va en sentido horario o antihorario?

**29.6** • **CALC** Una bobina de 4.00 cm de radio tiene 500 espiras, y está colocada en un campo magnético uniforme que varía con el tiempo de acuerdo con $B = (0.0120\ \text{T/s})t + (3.00 \times 10^{-5}\ \text{T/s}^4)t^4$. La bobina está conectada a un resistor de 600 Ω, y su plano es perpendicular al campo magnético. Se puede ignorar la resistencia de la bobina. *a*) Obtenga la magnitud de la fem inducida en la bobina en función del tiempo. *b*) ¿Cuál es la corriente en el resistor en el momento $t = 5.00$ s?

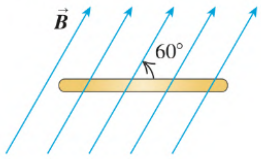
**29.7** • **CALC** La corriente en el alambre largo y recto $AB$ que se muestra en la **figura E29.7** va hacia arriba y se incrementa de forma constante a una razón $di/dt$. *a*) En el instante en que la corriente es $i$, ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo $\vec{B}$ a una distancia $r$ a la derecha del alambre? *b*) ¿Cuál es el flujo $d\Phi_B$ a través de la banda angosta sombreada? *c*) ¿Cuál es el flujo total a través de la espira? *d*) ¿Cuál es la fem inducida en la espira? *e*) Determine el valor numérico de la fem inducida, si $a = 12.0$ cm, $b = 36.0$ cm, $L = 24.0$ cm y $di/dt = 9.60$ A/s.

Figura **E29.7**



**29.8** • **CALC** Una espira de acero, plana y circular, de radio igual a 75 cm se encuentra en reposo en un campo magnético uniforme, cuya vista de perfil se muestra en la **figura E29.8**. El campo cambia con el tiempo, de acuerdo con $B(t) = (1.4\ \text{T})e^{-(0.057\ \text{s}^{-1})t}$. *a*) Calcule la fem inducida en la espira en función del tiempo. *b*) ¿Cuándo la fem inducida es igual a $\frac{1}{10}$ de su valor inicial? *c*) Determine la dirección de la corriente inducida en la espira, viendo esta última desde arriba.

Figura **E29.8**




**29.9** • **Espira que se encoge.** Una espira circular de alambre de hierro, flexible, tiene una circunferencia inicial de 165.0 cm, pero su circunferencia disminuye con una rapidez constante de 12.0 cm/s debido a un tirón tangencial sobre el alambre. La espira se encuentra en un campo magnético uniforme y constante, orientado perpendicularmente al plano de la espira y con magnitud de 0.500 T. *a*) Calcule la fem inducida en la espira en el instante en que han transcurrido 9.0 s. *b*) Determine la dirección de la corriente inducida en la espira, vista a lo largo de la dirección del campo magnético.

**29.10** • Una bobina rectangular con embobinado compacto de 80 espiras mide 25.0 por 40.0 cm. El plano de la bobina gira desde una posición donde forma un ángulo de 37.0° con el campo magnético de 1.70 T, hasta una posición perpendicular al campo. La rotación se efectúa en 0.0600 s. ¿Cuál es la fem media inducida en la bobina?

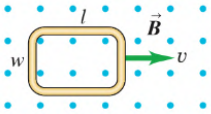
**29.11** • **CALC** En una región del espacio, un campo magnético apunta en la dirección $+x$ (hacia la derecha). Su magnitud varía con la posición de acuerdo con la fórmula $B_x = B_0 + bx$, donde $B_0$ y $b$ son constantes positivas, para $x \geq 0$. Una bobina plana de área $A$ se desplaza con rapidez uniforme $v$ de derecha a izquierda, con el plano de su área siempre perpendicular a este campo. *a*) ¿Cuál es la fem inducida en esta bobina mientras está a la derecha del origen? *b*) Vista desde el origen, ¿cuál es la dirección (horaria o antihoraria) de la corriente inducida en la bobina? *c*) Si la bobina se moviera de izquierda a derecha, ¿cuáles serían las respuestas para los incisos *a*) y *b*)?

**29.12** • En muchos sistemas de obtención de imágenes por resonancia magnética (IRM), el campo magnético es producido por un imán superconductor que debe enfriarse por debajo de la temperatura de transición superconductora. Si el sistema de enfriamiento criogénico falla, las bobinas del imán pueden perder su superconductividad y la intensidad del campo magnético disminuye rápidamente, o se *templa*. La disipación de energía en forma de calor en las bobinas del imán, ahora no superconductor, puede causar una evaporación rápida del líquido criogénico (normalmente helio líquido) que se usa para el enfriamiento. Considere un imán IRM superconductor cuyo campo magnético disminuye de 8.0 T a cerca de cero en 20 s. ¿Cuál es la fem media inducida en un anillo de 2.2 cm de diámetro, si se encuentra en el centro de las bobinas del imán IRM y el campo magnético original es perpendicular al plano encerrado por el anillo?

**29.13** •• La armadura de un pequeño generador consiste en una bobina plana y cuadrada con 120 espiras y cuyos lados tienen una longitud de 1.60 cm. La bobina gira en un campo magnético de 0.0750 T. ¿Cuál es la rapidez angular de la bobina si la fem producida máxima es de 24.0 mV?

**29.14** • Se tira de una bobina plana y rectangular con dimensiones $l$ y $w$, con rapidez uniforme $v$ a través de un campo magnético uniforme $B$ y con el plano de su área perpendicular al campo (**figura E29.14**). *a*) Determine la fem inducida en esta bobina. *b*) Si la rapidez y el campo magnético se triplican, ¿cuál será la fem inducida?

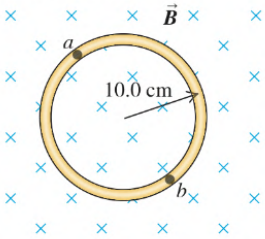
Figura **E29.14**




## Sección 29.3 Ley de Lenz

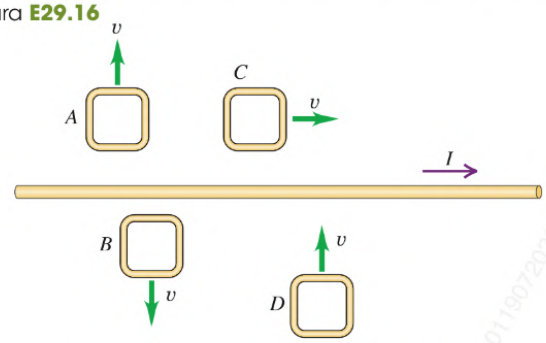
**29.15** • Una espira circular de alambre está en una región de campo magnético espacialmente uniforme, como se ilustra en la **figura E29.15**. El campo magnético está dirigido hacia el plano de la figura. Determine el sentido (horario o antihorario) de la corriente inducida en la espira, cuando *a*) $B$ aumenta; *b*) $B$ disminuye; *c*) $B$ tiene un valor constante $B_0$. Explique su razonamiento.

Figura **E29.15**



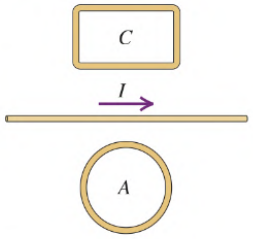

**29.16** La corriente $I$ en un alambre largo y recto es constante y está dirigida hacia la derecha, como se muestra en la **figura E29.16**. Las espiras conductoras $A$, $B$, $C$ y $D$ se mueven en la dirección mostrada, cerca del alambre. a) La dirección de la corriente inducida en cada espira es en sentido horario o antihorario, o es igual a cero? *b*) En cada espira ¿cuál es la dirección de la fuerza neta que el alambre ejerce sobre la espira? Explique su razonamiento para cada respuesta.

Figura **E29.16**



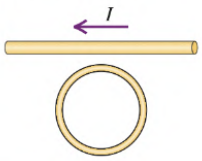

**29.17** Dos espiras cerradas $A$ y $C$ están cerca de un alambre largo que transporta una corriente $I$ (**figura E29.17**). *a*) Determine la dirección (sentido horario o antihorario) de la corriente inducida en cada espira, si $I$ disminuye constantemente. *b*) Mientras $I$ disminuye ¿cuál es la dirección de la fuerza neta que el alambre ejerce sobre cada espira? Explique su razonamiento.

Figura **E29.17**



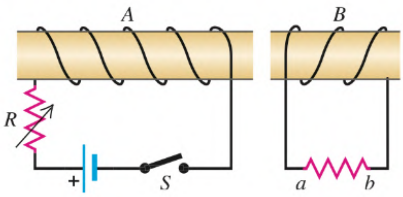

**29.18** • La corriente en la **figura E29.18** cumple con la ecuación $I(t) = I_0e^{-bt}$, donde $b > 0$. Determine el sentido (horario o antihorario) de la corriente inducida en la bobina circular para $t > 0$.

Figura **E29.18**



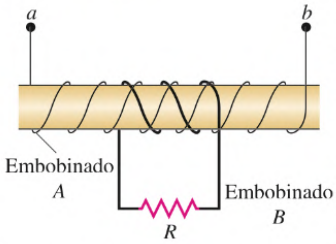

**29.19** • Con base en la ley de Lenz, determine la dirección de la corriente en el resistor $ab$ de la **figura E29.19**, cuando *a*) se abre el interruptor $S$ después de haber estado cerrado durante varios minutos; *b*) la bobina $B$ se acerca a la bobina $A$ con el interruptor cerrado; *c*) se reduce la resistencia de $R$ mientras el interruptor permanece cerrado.

Figura **E29.19**



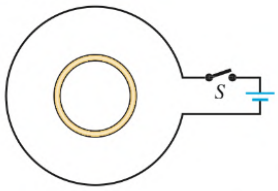
**29.20** • Se envuelve un tubo de cartón con dos embobinados de alambre aislado enrollados en sentidos opuestos, como se muestra en la **figura E29.20**. Las terminales $a$ y $b$ del embobinado $A$ se conectan a una batería mediante un interruptor reversible. Indique si la corriente inducida en el resistor $R$ fluye de izquierda a derecha o de derecha a izquierda en las siguientes circunstancias: *a*) la corriente en el embobinado $A$ fluye de $a$ hacia $b$ y está aumentando; *b*) la corriente en el embobinado $A$ fluye de $b$ hacia $a$ y está disminuyendo; *c*) la corriente en el embobinado $A$ fluye de $b$ hacia $a$ y está aumentando.

Figura **E29.20**



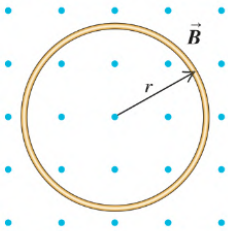

**29.21** • Un pequeño anillo circular está dentro de una espira más grande que se encuentra conectada a una batería y a un interruptor (**figura E29.21**). Con base en la ley de Lenz, determine la dirección de la corriente inducida en el anillo pequeño *a*) inmediatamente después de cerrar el interruptor $S$; *b*) después de que $S$ ha estado cerrado mucho tiempo; *c*) inmediatamente después de abrir $S$ luego de que estuvo cerrado mucho tiempo.

Figura **E29.21**



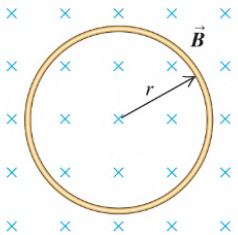

**29.22** • Una espira circular de alambre con radio $r = 0.0480$ m y resistencia $R = 0.160\ \Omega$ está en una región de un campo magnético espacialmente uniforme, como se ilustra en la **figura E29.22**. El campo magnético está dirigido hacia afuera del plano de la figura, tiene un valor inicial de 8.00 T y disminuye a una razón $dB/dt = -0.680$ T/s. *a*) ¿La corriente inducida en la espira tiene sentido horario o antihorario? *b*) ¿Cuál es la razón a la cual se disipa la energía eléctrica por la resistencia de la espira?

Figura **E29.22**




**29.23** • **CALC** Una espira circular de alambre con radio $r = 0.0250$ m y resistencia $R = 0.390\ \Omega$ está en una región de un campo magnético espacialmente uniforme, como se indica en la **figura E29.23**. El campo magnético está dirigido hacia el plano de la figura. En $t = 0$, $B = 0$. Entonces, el campo magnético comienza a crecer, con $B(t) = (0.380\ \text{T/s}^3)t^3$. ¿Cuál es la corriente en la espira (magnitud y dirección) en el instante en que $B = 1.33$ T?

Figura **E29.23**



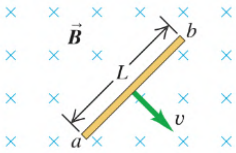

## Sección 29.4 Fuerza electromotriz de movimiento

**29.24** • Se tira de una espira rectangular de alambre con dimensiones de 1.50 cm por 8.00 cm y resistencia $R = 0.600\ \Omega$ hacia la derecha, afuera de un campo magnético uniforme. El campo magnético tiene una magnitud $B = 2.40$ T y está dirigido hacia el plano de la **figura E29.24**. En el instante en que la rapidez de la espira es de 3.00 m/s y se encuentra todavía parcialmente en la región del campo, ¿qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el campo magnético sobre la espira?

Figura **E29.24**

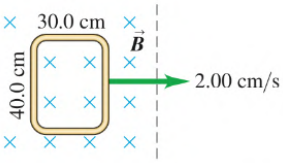
**29.25** • En la **figura E29.25**, una varilla conductora con longitud $L = 30.0$ cm se mueve en un campo magnético $\vec{B}$ de magnitud 0.450 T dirigido hacia el plano de la figura. La varilla se desplaza con rapidez $v = 5.00$ m/s en la dirección indicada. *a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla? *b*) ¿Cuál punto, $a$ o $b$, está a mayor potencial? *c*) Cuando las cargas en la varilla están en equilibrio, ¿cuáles son la magnitud y dirección del campo eléctrico dentro de la varilla? *d*) Cuando las cargas en la varilla están en equilibrio, ¿cuál punto, $a$ o $b$, tiene un exceso de carga positiva? *e*) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de la varilla, si se desplaza **i.** en forma paralela a $ab$, y **ii.** directamente hacia afuera de la página?

Figura **E29.25**




**29.26** • Un rectángulo que mide 30.0 por 40.0 cm se ubica en el interior de una región de campo magnético espacialmente uniforme de 1.25 T, con el campo perpendicular al plano de la bobina (**figura E29.26**). Se tira de la bobina, hacia afuera, con rapidez constante de 2.00 cm/s en una trayectoria perpendicular a las líneas de campo. La región del campo termina en forma abrupta, como se indica. Determine la fem inducida en esta bobina cuando está *a*) completamente adentro del campo; *b*) parcialmente dentro del campo; *c*) totalmente afuera del campo.

Figura **E29.26**

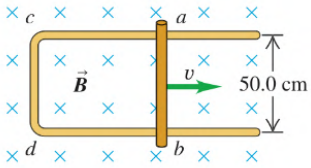



**29.27** • **¿Las fem de movimiento son fuentes prácticas de electricidad?** ¿Qué tan rápido (en m/s y mph) tendría que moverse una barra de cobre de 5.00 cm, en ángulo recto con un campo magnético de 0.650 T para que genere 1.50 V (lo mismo que una batería AA) a través de sus extremos? ¿Parece una forma práctica de generar electricidad?

**29.28** • **Fem de movimiento en el transporte.** Los aviones y trenes se desplazan a través del campo magnético terrestre a grandes rapideces, por lo que es razonable preguntarse si este campo tiene un efecto significativo sobre ellos. El valor de uso común para el campo terrestre es de 0.50 G. *a*) El tren francés TGV y el "tren bala" japonés alcanzan una rapidez de hasta 180 mph cuando se desplazan sobre sus rieles separados por una distancia de 1.5 m. Cuando se desplazan a su máxima rapidez en forma perpendicular al campo magnético terrestre, ¿qué diferencia de potencial se induce a través de los rieles mientras las ruedas giran? ¿Esto parece suficientemente grande para generar un efecto notable? *b*) El avión Boeing 747-400 tiene una envergadura de 64.4 m y rapidez de crucero de 565 mph. Si no hay viento que sople (por lo que la rapidez de crucero sería también su rapidez con respecto al suelo), ¿cuál es la diferencia de potencial máxima que podría inducirse entre los extremos opuestos de las alas? ¿Esto parece suficientemente grande para causar problemas al avión?

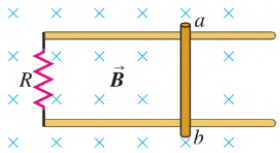
**29.29** • La varilla conductora $ab$ que se ilustra en la **figura E29.29** hace contacto con los rieles metálicos $ca$ y $db$. El aparato está en un campo magnético uniforme de 0.800 T, perpendicular al plano de la figura. *a*) Calcule la magnitud de la fem inducida en la varilla, cuando ésta se mueve hacia la derecha con una rapidez de 7.50 m/s. *b*) ¿En qué sentido fluye la corriente en la varilla? *c*) Si la resistencia del circuito $abdc$ es de $1.50\ \Omega$ (que se supone constante), calcule la fuerza (magnitud y dirección) requerida para mantener la varilla moviéndose hacia la derecha con rapidez constante de 7.50 m/s. Ignore la fricción. *d*) Compare la razón $(Fv)$ con que la fuerza efectúa trabajo mecánico, con la razón a la que se desarrolla energía térmica $(I^2R)$ en el circuito.

Figura **E29.29**



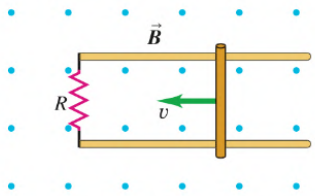
**29.30** • Se tira hacia la derecha de una barra metálica de 0.650 m de longitud, con rapidez uniforme de 5.0 m/s en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de 0.750 T. La barra corre sobre rieles metálicos paralelos conectados mediante un resistor de 25.0 Ω, como se muestra en la **figura E29.30**, de manera que el aparato forma un circuito completo. Se puede ignorar la resistencia de la barra y los rieles. *a*) Calcule la magnitud de la fem inducida en el circuito. *b*) Determine el sentido de la corriente inducida en el circuito, **i.** con base en la fuerza magnética sobre las cargas en la barra móvil; **ii.** con base en la ley de Faraday; **iii.** según la ley de Lenz. *c*) Calcule la corriente a través del resistor.

Figura **E29.30**



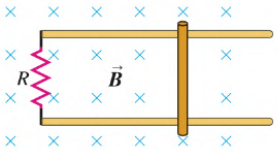

**29.31** • Se tira hacia la izquierda de una barra metálica de 0.360 m de longitud con una fuerza aplicada $F$. La barra se desliza sobre rieles metálicos paralelos conectados por medio de un resistor de 45.0 Ω, como se ilustra en la **figura E29.31**, de manera que el aparato forma un circuito completo. Se puede ignorar la resistencia de la barra y los rieles. El circuito está en un campo magnético uniforme de 0.650 T dirigido hacia afuera del plano de la figura. En el instante en que la barra se mueve a la izquierda a 5.90 m/s, *a*) ¿la corriente inducida en el circuito tiene sentido horario o antihorario? y *b*) ¿cuál es la razón a la cual la fuerza aplicada realiza trabajo sobre la barra?

Figura **E29.31**




**29.32** • Considere el circuito mostrado en la figura E29.31, pero con la barra moviéndose hacia la derecha con una rapidez $v$. Igual que en el ejercicio 29.31, la barra tiene una longitud de 0.360 m, $R = 45.0\ \Omega$ y $B = 0.650$ T. *a*) ¿La corriente inducida en el circuito tiene sentido horario o antihorario? *b*) En el instante en que el resistor de 45.0 Ω está disipando energía eléctrica a una tasa de 0.840 J/s, ¿cuál es la rapidez de la barra?

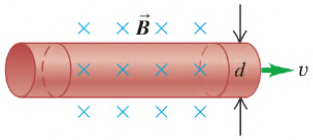
Figura **E29.33**




**29.33** • Una barra de 0.250 m de longitud se mueve sobre rieles paralelos conectados por medio de un resistor de 6.00 Ω, como se indica en la **figura E29.33**, de manera que el aparato forma un circuito completo. Se puede ignorar la resistencia de la barra y los rieles. El circuito está en un campo magnético uniforme $B = 1.20$ T dirigido hacia el plano de la figura. En el instante en que la corriente inducida en el circuito viaja en sentido antihoriario y es igual a 1.75 A, ¿cuál es la velocidad (magnitud y dirección) de la barra?

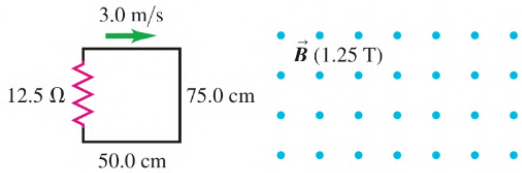
**29.34** •• BIO **Medición del flujo sanguíneo.** La sangre contiene iones positivos y negativos y, por lo tanto, es un conductor. Entonces, un vaso sanguíneo puede visualizarse como si fuera un alambre eléctrico. Incluso podemos imaginar el flujo sanguíneo como una serie de placas conductoras paralelas (cuyo grosor es el diámetro $d$ del vaso), que se mueven con rapidez $v$ (vea la **figura E29.34**). *a*) Si el vaso sanguíneo se coloca en un campo magnético $B$ perpendicular al vaso, como en la figura, demuestre que la diferencia de potencial de movimiento inducida a través de él es $\mathcal{E} = vBd$. *b*) Si se espera que la sangre fluya a 15 cm/s en un vaso de 5.0 mm de diámetro, ¿qué intensidad de campo magnético se necesitaría para generar una diferencia de potencial de 1.0 mV? *c*) Demuestre que la razón volumétrica de flujo ($R$) de la sangre es igual a $R = \pi\mathcal{E}d/4B$. (*Nota*: Aun cuando el método desarrollado aquí es útil para medir el flujo de sangre en un vaso sanguíneo, su aplicación está limitada a cirugías porque la medición del potencial $\mathcal{E}$ se debe hacer directamente a través del vaso).

Figura **E29.34**




**29.35** •• Un circuito rectangular se mueve a una velocidad constante de 3.0 m/s, hacia un campo magnético uniforme de 1.25 T, a través de éste y, luego, hacia afuera de él, como se muestra en la **figura E29.35**. La región del campo magnético es considerablemente más ancha que 50.0 cm. Calcule la magnitud y dirección (sentido horario o antihorario) de la corriente inducida en el circuito conforme está *a*) entrando al campo magnético; *b*) totalmente dentro del campo magnético, pero moviéndose aún; y *c*) saliendo del campo. *d*) Elabore una gráfica de la corriente en este circuito en función del tiempo, incluyendo los tres casos anteriores.

Figura **E29.35**




## Sección 29.5 Campos eléctricos inducidos

**29.36** • Un anillo metálico de 4.50 cm de diámetro está colocado entre los polos norte y sur de dos imanes grandes, con el plano de su área perpendicular al campo magnético. Estos imanes producen un campo inicial uniforme de 1.12 T entre ellos; pero se separan gradualmente, de manera que el campo sigue siendo uniforme, aunque disminuye en forma constante a 0.250 T/s. *a*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido en el anillo? *b*) ¿En qué sentido (horario o antihorario) fluye la corriente de acuerdo con la perspectiva de alguien que esté en el polo sur del imán?

**29.37** • El campo magnético dentro de un solenoide largo y recto con sección transversal circular y radio $R$ se incrementa a razón $dB/dt$. *a*) ¿Cuál es la razón de cambio del flujo a través de un círculo con radio $r_1$ dentro del solenoide, normal al eje del solenoide y con centro en el eje de este? *b*) Determine la magnitud del campo eléctrico inducido dentro del solenoide, a una distancia $r_1$ desde su eje. Indique en un diagrama la dirección de este campo. *c*) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido *afuera* del solenoide, a una distancia $r_2$ del eje? *d*) Elabore una gráfica de la magnitud del campo eléctrico inducido en función de la distancia $r$ a partir del eje, de $r = 0$ a $r = 2R$. *e*) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en una espira circular de radio $R/2$ con centro en el eje del solenoide? *f*) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida, si el radio en el inciso *e*) es $R$? *g*) ¿Cuál es la fem inducida si el radio en el inciso *e*) es $2R$?

**29.38** •• Un solenoide largo y delgado tiene 900 espiras por metro y radio de 2.50 cm. La corriente en el solenoide está aumentando a una razón uniforme de 36.0 A/s. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido en un punto cerca del centro del solenoide y *a*) a 0.500 cm del eje del solenoide; *b*) a 1.00 cm del eje del solenoide?

**29.39** •• Un solenoide largo y delgado tiene 400 espiras por metro y radio de 1.10 cm. La corriente en el solenoide aumenta con una razón uniforme de $di/dt$. El campo eléctrico inducido en un punto cerca del centro del solenoide y a 3.50 cm de su eje es de $8.00 \times 10^{-6}$ V/m. Calcule $di/dt$.

**29.40** • El campo magnético $\vec{B}$ en todos los puntos del círculo coloreado que se muestra en la figura E29.15 tiene una magnitud inicial de 0.750 T. (El círculo podría representar aproximadamente el

espacio dentro de un solenoide largo y delgado). El campo magnético está dirigido hacia el plano del diagrama y disminuye a razón de −0.0350 T/s. *a*) ¿Cuál es la forma de las líneas del campo eléctrico inducido que se ilustra en la figura E29.15, dentro del círculo coloreado? *b*) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de este campo en cualquier punto del anillo conductor circular con radio de 0.100 m? *c*) ¿Cuál es la corriente en el anillo, si su resistencia es de 4.00 Ω? *d*) ¿Cuál es la fem entre los puntos *a* y *b* del anillo? *e*) Si el anillo se cortara en algún punto y los extremos se separaran ligeramente, ¿cuál sería la fem entre los extremos?

**29.41** • Un solenoide largo y recto, con área de sección transversal de 8.00 cm$^2$, tiene un embobinado de 90 espiras de alambre por centímetro, las cuales conducen una corriente de 0.350 A. Un segundo embobinado de 12 espiras envuelve al solenoide en su centro. La corriente en el solenoide se desactiva, de manera que su campo magnético se vuelve cero en 0.0400 s. ¿Cuál es la fem inducida media en el segundo embobinado?

## Sección 29.7 Corriente de desplazamiento y ecuaciones de Maxwell

**29.42** • Un capacitor de placas paralelas, lleno de aire, se carga como en la figura 29.23. Las placas circulares tienen un radio de 4.00 cm, y en un instante específico la corriente de conducción en los alambres es de 0.520 A. *a*) ¿Cuál es la densidad de corriente de desplazamiento $j_D$ en el espacio de aire entre las placas? *b*) ¿Cuál es la razón con la que cambia el campo eléctrico entre las placas? *c*) ¿Cuál es el campo magnético inducido entre las placas a una distancia de 2.00 cm del eje? *d*) ¿Y a 1.00 cm del eje?

**29.43** • **Corriente de desplazamiento en un dieléctrico.** Suponga que las placas paralelas en la figura 29.23 tienen un área de 3.00 cm$^2$ y están separadas por una lámina de dieléctrico de 2.50 mm de espesor, que llena por completo el volumen entre las placas. El dieléctrico tiene una constante dieléctrica de 4.70. (Se pueden ignorar los efectos de borde). En cierto momento, la diferencia de potencial entre las placas es de 120 V y la corriente de conducción $i_C$ es igual a 6.00 mA. En este instante, ¿cuáles son *a*) la carga *q* en cada placa; *b*) la razón de cambio de la carga en las placas; *c*) la corriente de desplazamiento en el dieléctrico?

**29.44** • **CALC** En la figura 29.23 las placas del capacitor tienen un área de 5.00 cm$^2$ y una separación de 2.00 mm. Las placas están en vacío. La corriente de carga $i_C$ tiene un valor *constante* de 1.80 mA. En $t = 0$ la carga en las placas es cero. *a*) Calcule la carga en las placas, el campo eléctrico entre ellas y la diferencia de potencial entre las placas cuando $t = 0.500\ \mu$s. *b*) Determine $dE/dt$, la razón de cambio con respecto al tiempo, del campo eléctrico entre las placas. ¿Varía $dE/dt$ con el tiempo? *c*) Calcule la densidad de corriente de desplazamiento $j_D$ entre las placas y, a partir de este dato, la corriente total de desplazamiento $i_D$. ¿Cómo son comparativamente $i_C$ e $i_D$?

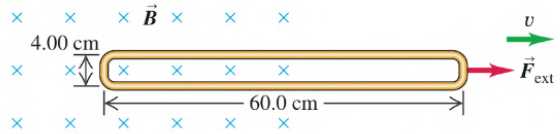
## Sección 29.8 Superconductividad

**29.45** • A temperaturas cercanas al cero absoluto, $B_c$ se aproxima a 0.142 T en el caso del vanadio, un superconductor del tipo I. La fase normal del vanadio tiene susceptibilidad magnética cercana al cero. Considere un cilindro largo y delgado de vanadio, con su eje paralelo a un campo magnético externo $\vec{B}_0$ en la dirección $+x$. En puntos alejados de los extremos del cilindro, por simetría, todos los vectores magnéticos son paralelos al eje *x*. A temperaturas cercanas al cero absoluto, ¿cuáles son el campo magnético resultante $\vec{B}$ y la magnetización $\vec{M}$ dentro y fuera del cilindro (lejos de los extremos), cuando *a*) $\vec{B}_0 \cdot (0.130\ \text{T})\hat{i}$ y *b*) $\vec{B}_0 = (0.260\ \text{T})\hat{i}$?

## PROBLEMAS

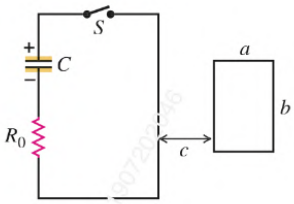
**29.46** •• Una espira de alambre, rectangular y muy grande se desliza sin fricción en una superficie horizontal. Al principio la espira tiene parte de su área en la región de un campo magnético uniforme de magnitud $B = 2.90$ T y es perpendicular al plano de la espira. La espira tiene dimensiones de 4.00 cm por 60.00 cm, masa de 24.0 g, y resistencia $R = 5.00 \times 10^{-3}\ \Omega$. Inicialmente, la espira está en reposo; después se le aplica una fuerza constante $F_{ext} = 0.180$ N para tirar de ella hacia afuera del campo (**figura P29.46**). *a*) ¿Cuál es la aceleración de la espira cuando $v = 3.00$ cm/s? *b*) ¿Cuáles son la rapidez y aceleración terminales cuando la espira se mueve a esa rapidez terminal? *c*) ¿Cuál es la aceleración de la espira cuando está totalmente afuera del campo magnético?

Figura **P29.46**




**29.47** •• **PA** **CALC** En el circuito que se observa en la **figura P29.47**, el capacitor tiene una capacitancia $C = 20\ \mu$F e inicialmente se carga a 100 V con la polaridad que se indica. El resistor $R_0$ tiene una resistencia de 10 Ω. En el momento $t = 0$ se cierra el interruptor *S*. El circuito pequeño no está conectado de ninguna forma al circuito grande. El alambre del circuito pequeño tiene una resistencia de 1.0 Ω/m y contiene 25 espiras. El circuito grande es un rectángulo de 2.0 m por 4.0 m, mientras que el pequeño tiene dimensiones $a = 10.0$ cm y $b = 20.0$ cm. La distancia *c* es de 5.0 cm (la figura no está a escala). Ambos circuitos están fijos. Suponga que sólo el alambre más cercano al circuito pequeño produce un campo magnético apreciable a través de él. *a*) Determine la corriente en el circuito grande 200 $\mu$s después de que se cerró *S*. *b*) Calcule la corriente en el circuito pequeño 200 $\mu$s después de haber cerrado *S*. (*Sugerencia:* Vea el ejercicio 29.7). *c*) Determine la dirección de la corriente en el circuito pequeño. *d*) Justifique por qué se puede ignorar el campo magnético de todos los alambres del circuito grande, excepto el que está más cerca del circuito pequeño.

Figura **P29.47**

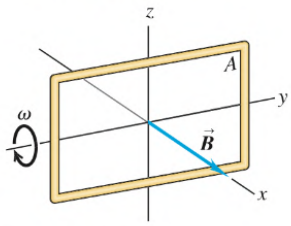



**29.48** •• **PA** **CALC** En el circuito de la figura P29.47, se agrega una fem en serie de 90.0 V al capacitor y al resistor, y el capacitor está inicialmente descargado. La fem se coloca entre el capacitor y el interruptor *S*, con la terminal positiva de la fem adyacente al capacitor. Por lo demás, los circuitos son iguales a los del problema 29.47. El interruptor está cerrado en $t = 0$. Cuando la corriente en el circuito grande es de 5.00 A, ¿cuáles son la magnitud y dirección de la corriente inducida en el circuito pequeño?

**29.49** •• **CALC** Un solenoide recto, muy largo, con un área de sección transversal igual a 2.00 cm$^2$ tiene un embobinado de 90.0 espiras de alambre por centímetro. Iniciando en $t = 0$, la corriente en el solenoide aumenta de acuerdo con $i(t) = (0.160\ \text{A/s}^2)t^2$. Un embobinado secundario de 5 espiras encierra al solenoide en su centro, de modo que el embobinado secundario tiene la misma sección transversal que el solenoide. ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en el embobinado secundario en el instante en que la corriente en el solenoide es de 3.20 A?

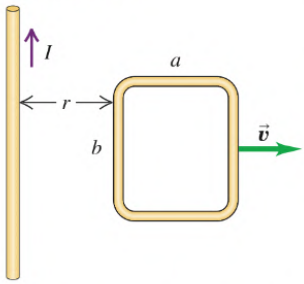
**29.50** • Suponga que la espira en la **figura P29.50** se hace girar *a*) en torno al eje *y*; *b*) en torno al eje *x*; *c*) en torno a un lado paralelo al eje *z*. ¿Cuál es la fem inducida máxima en cada caso, si $A = 600\ \text{cm}^2$, $\omega = 35.0$ rad/s y $B = 0.320$ T?

Figura **P29.50**




**29.51** • En la **figura P29.51**, se tira de la espira hacia la derecha a rapidez constante $v$. Una corriente constante $I$ fluye en el alambre largo, en el sentido que se indica. *a*) Calcule la magnitud de la fem neta $\mathcal{E}$ inducida en la espira. Haga esto de dos modos: **i.** usando la ley de Faraday de la inducción (*sugerencia:* Vea el ejercicio 29.7) y **ii.** examinando la fem inducida en cada segmento de la espira debida al movimiento de ésta. *b*) Determine el sentido (horario o antihorario) de la corriente inducida en la espira. Haga esto de dos maneras: **i.** usando la ley de Lenz y **ii.** a partir de la fuerza magnética sobre las cargas en la espira. *c*) Compruebe su respuesta para la fem del inciso *a*) en los siguientes casos especiales, para saber si es físicamente razonable: **i.** La espira está fija; **ii.** la espira es muy delgada, de manera que $a \rightarrow 0$; **iii.** la espira está muy lejos del alambre.

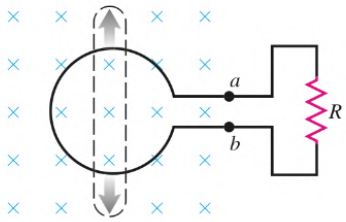
Figura **P29.51**




**29.52** • **¿Construir un generador?** Usted naufragó y se encuentra en una isla tropical desierta. Tiene algunos dispositivos eléctricos que podrían operar con un generador, pero no tiene imanes. En el lugar donde se encuentra, el campo magnético terrestre es horizontal y tiene una magnitud de $8.0 \times 10^{-5}$ T, y decide intentar utilizar este campo para construir un generador haciendo girar muy rápido una gran bobina circular de alambre. Necesita producir una fem pico de 9.0 V y estima que puede hacer girar la bobina a 30 rpm dando vueltas a una manivela. También decide que para tener una resistencia aceptable en la bobina, el número máximo de espiras que la bobina puede tener es 2000. *a*) ¿Qué área debe tener la bobina? *b*) Si la bobina es circular, ¿cuál es la máxima rapidez de traslación de un punto de la bobina cuando ésta gira? ¿Cree que sea factible un aparato así? Explique su respuesta.

**29.53** • Una espira circular flexible de 6.50 cm de diámetro está en un campo magnético con magnitud de 1.35 T, dirigido hacia el plano de la página, como se ilustra en la **figura P29.53**. Se tira de la espira en los puntos indicados por las flechas, para formar una espira de área igual a cero en 0.250 s. *a*) Calcule la fem inducida media en el circuito. *b*) ¿Cuál es el sentido de la corriente en $R$: de $a$ a $b$ o de $b$ a $a$? Explique su razonamiento.

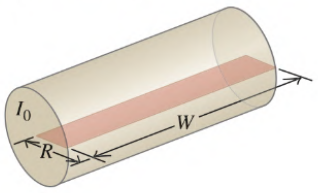
Figura **P29.53**




**29.54** ••• **CALC** Una varilla conductora con longitud $L = 0.200$ m, masa $m = 0.120$ kg y resistencia $R = 80.0\ \Omega$ se mueve sin fricción sobre rieles metálicos, como se indica en la figura 29.11. Un campo magnético uniforme de magnitud $B = 1.50$ T está dirigido hacia el plano de la figura. La varilla parte del reposo y, luego, actúa sobre ella una fuerza constante de magnitud $F = 1.90$ N dirigida hacia la derecha. ¿Cuántos segundos después de que se aplica la fuerza, alcanza la varilla una rapidez de 25.0 m/s?

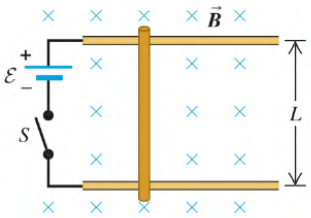
**29.55** •• **CALC** Un alambre cilíndrico muy largo de radio $R$ conduce una corriente $I_0$ distribuida de manera uniforme a través de la sección transversal del alambre. Calcule el flujo magnético a través de un rectángulo que tiene un lado de longitud $W$ que se extiende a lo largo del centro del alambre, y otro lado de longitud $R$, como se indica en la **figura P29.55** (vea el ejercicio 29.7).

Figura **P29.55**



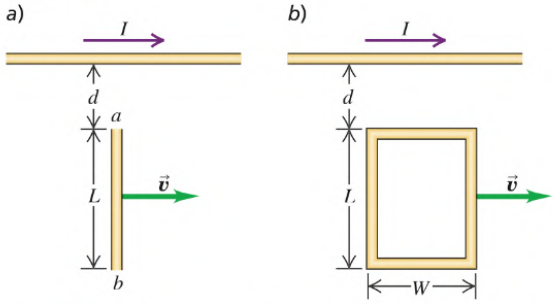

**29.56** •• **PA CALC** **Rapidez terminal.** Una barra de longitud $L = 0.36$ m tiene libertad para deslizarse sin fricción sobre rieles horizontales, como se ilustra en la **figura P29.56**. Hay un campo magnético uniforme $B = 2.4$ T dirigido hacia el plano de la figura. En un extremo de los rieles hay una batería con fem $\mathcal{E} = 12$ V y un interruptor $S$. La barra tiene una masa de 0.90 kg y resistencia de 5.0 Ω, y pueden ignorarse todas las demás resistencias en el circuito. Se cierra el interruptor en el momento $t = 0$. *a*) Elabore una gráfica de la rapidez de la barra en función del tiempo. *b*) ¿Cuál es la aceleración de la barra inmediatamente después de haber cerrado el interruptor? *c*) ¿Cuál es la aceleración de la barra cuando su rapidez es de 2.0 m/s? *d*) ¿Cuál es la rapidez terminal de la barra?

Figura **P29.56**




**29.57** • **CALC** El alambre largo y recto que se muestra en la **figura P29.57*a*** conduce una corriente constante $I$. Una barra metálica con longitud $L$ se mueve a velocidad constante $\vec{v}$, como se indica en la figura. El punto $a$ está a una distancia $d$ del alambre. *a*) Calcule la fem inducida en la barra. *b*) ¿Cuál punto, $a$ o $b$, está a mayor potencial? *c*) Si se reemplaza la barra por una espira rectangular de alambre de resistencia $R$ (figura P29.57*b*), ¿cuál sería la magnitud de la corriente inducida en la espira?

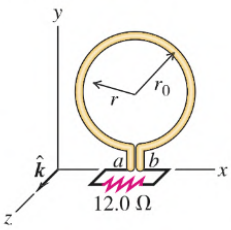
Figura **P29.57**




**29.58** • **CALC** Un anillo conductor circular con radio $r_0 = 0.0420$ m está en el plano $xy$ en una región de campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0[1 - 3(t/t_0)^2 + 2(t/t_0)^3]\hat{k}$. En esta expresión, $t_0 = 0.0100$ s y es constante, $t$ es el tiempo, $\hat{k}$ es el vector unitario en la dirección $+z$ y $B_0 = 0.0800$ T y es constante. En los puntos $a$ y $b$ (**figura P29.58**) hay una pequeña abertura en el anillo con alambres que van a un circuito externo de resistencia $R = 12.0\ \Omega$. No hay campo magnético en la ubicación del circuito externo. *a*) Obtenga una expresión, como función del tiempo, para el flujo magnético total $\Phi_B$ a través del anillo. *b*) Determine la fem inducida en el anillo en el momento $t = 5.00 \times 10^{-3}$ s. ¿Cuál es la polaridad de la fem? *c*) Debido a la resistencia interna del anillo, la corriente a través de $R$ en el momento dado en el inciso *b*) es de sólo 3.00 mA. Determine la resistencia interna del anillo. *d*)

Calcule la fem en el anillo en el momento $t = 1.21 \times 10^{-2}$ s. ¿Cuál es la polaridad de la fem? *e*) Determine el instante en que se invierte el sentido de la corriente que fluye a través de $R$.

Figura **P29.58**

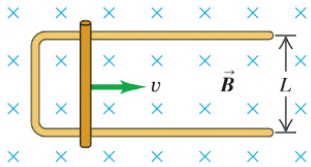



**29.59** • **CALC** Una varilla delgada, de 0.240 m de largo, gira con rapidez angular de 8.80 rad/s en torno a un eje que pasa por un extremo y es perpendicular a la varilla. El plano de rotación de la varilla es perpendicular a un campo magnético uniforme con magnitud de 0.650 T. *a*) ¿Cuál es la fem inducida en la varilla? *b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre sus extremos? *c*) Suponga que en vez de lo anterior, la varilla gira a 8.80 rad/s en torno a un eje que pasa por su centro y es perpendicular a la varilla. En este caso, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla? ¿Y entre el centro de la varilla y un extremo?

**29.60** •• Una varilla metálica de 25.0 cm de largo está en el plano $xy$ y forma un ángulo de 36.9° con el eje $x$ positivo, y un ángulo de 53.1° con el eje $y$ positivo. La varilla se mueve en la dirección $+x$ con una rapidez de 6.80 m/s, y está en un campo magnético uniforme $\vec{B} \cdot (0.120\ \text{T})\hat{\imath} \cdot (0.220\ \text{T})\hat{\jmath} \cdot (0.0900\ \text{T})\hat{k}$. *a*) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en la varilla? *b*) Indique en un diagrama cuál extremo de la varilla está a un potencial mayor.

**29.61** •• **PA** **CALC** En la **figura P29.61** se muestra una espira rectangular con ancho $L$ y un alambre deslizante con masa $m$. Un campo magnético uniforme $\vec{B}$ está dirigido en forma perpendicular al plano de la espira hacia el plano de la figura. Se da al alambre deslizante una rapidez inicial $v_0$ y, luego, se libera. No hay fricción entre el alambre deslizante y la espira, y la resistencia de la espira es despreciable en comparación con la resistencia $R$ del alambre deslizante. *a*) Determine una expresión para $F$, la magnitud de la fuerza ejercida sobre el alambre mientras se mueve a rapidez $v$; *b*) Demuestre que la distancia $x$ que el alambre se mueve antes de llegar al reposo es $x = mv_0R/L^2B^2$.

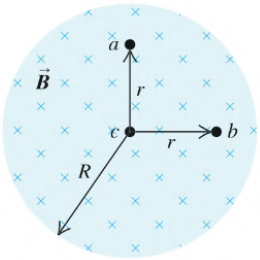
Figura **P29.61**




**29.62** • **CALC** La hélice de un avión con longitud total $L$ gira alrededor de su centro con rapidez angular $\omega$ en un campo magnético perpendicular al plano de rotación. Modelando la hélice como una barra delgada y uniforme, determine la diferencia de potencial entre *a*) el centro y cualquiera de los extremos de la hélice, y *b*) los dos extremos. *c*) Si el campo es el de la Tierra, de 0.50 G, y la hélice gira a 220 rpm y mide 2.0 m de largo, ¿cuál es la diferencia de potencial entre el punto medio y cada extremo? ¿Es suficientemente grande como para preocuparse?

**29.63** • El campo magnético $\vec{B}$, en todos los puntos dentro de una región circular de radio $R$, es uniforme en el espacio y está dirigido hacia el plano de la página, como se muestra en la **figura P29.63** (la región podría ser una sección transversal dentro de los embobinados de un solenoide largo y recto). Si el campo magnético se incrementa a una tasa $dB/dt$, ¿cuáles son la magnitud y dirección de la fuerza sobre una carga puntual $q$, positiva y fija, ubicada en los puntos $a$, $b$ y $c$? (El punto $a$ se encuentra a una distancia $r$ por arriba del centro de la región, el punto $b$ está a una distancia $r$ a la derecha del centro, y el punto $c$ se halla en el centro de la región).

Figura **P29.63**

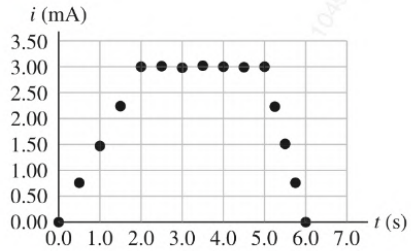



**29.64** •• **PA** **CALC** Un capacitor tiene dos placas paralelas con área $A$ separadas por una distancia $d$. El espacio entre las placas está lleno con un material con constante dieléctrica $K$. El material no es un aislante perfecto, sino que tiene resistividad $\rho$. Al principio, el capacitor tiene una carga de magnitud $Q_0$ en cada placa que gradualmente se descarga por conducción a través del dieléctrico. *a*) Calcule la densidad de corriente de conducción $j_C(t)$ en el dieléctrico. *b*) Demuestre que en cualquier instante, la densidad de corriente de desplazamiento en el dieléctrico es igual en magnitud a la densidad de corriente de conducción, pero con sentido opuesto, por lo que la densidad de corriente total es igual a cero en cualquier instante.

**29.65** ••• **CALC** Un dieléctrico de permitividad $3.5 \times 10^{-11}$ F/m llena por completo el volumen entre las dos placas de un capacitor. Para $t > 0$ el flujo eléctrico a través del dieléctrico es $(8.0 \times 10^3\ \text{V} \cdot \text{m/s}^3)t^3$. El dieléctrico es ideal y no magnético; la corriente de conducción en el dieléctrico es igual a cero. ¿En qué momento la corriente de desplazamiento en el dieléctrico es igual a 21 $\mu$A?

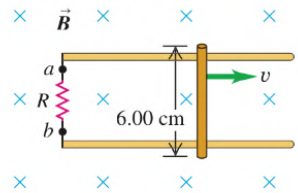
**29.66** •• **DATOS** Usted está evaluando el rendimiento de un electroimán grande. El campo magnético del electroimán es igual a cero en $t = 0$ y aumenta conforme se incrementa la corriente a través los devanados. Usted determina el campo magnético como una función del tiempo midiendo la dependencia del tiempo de la corriente inducida en una pequeña bobina que se inserta entre los polos del electroimán, con el plano de la bobina paralelo al polo frontal como en la figura 29.5. La bobina tiene 4 vueltas, un radio de 0.800 cm, y una resistencia de 0.250 Ω. Usted mide la corriente $i$ en la bobina en función del tiempo $t$. Sus resultados se muestran en la figura **P29.66**. A lo largo de sus mediciones, la corriente inducida en la bobina permanece en la misma dirección. Calcule el campo magnético en la ubicación de la bobina para *a*) $t = 2.00$ s, *b*) $t = 5.00$ s y *c*) $t = 6.0$ s.

Figura **P29.66**




**29.67** •• **DATOS** Usted dirige un experimento, en el cual una barra metálica de 6.00 cm de longitud y masa de 0.200 kg se desliza sin fricción sobre dos rieles metálicos paralelos (**figura P29.67**). Se conecta un resistor con resistencia $R = 0.800\ \Omega$ a través de un extremo de los rieles, de modo que la barra, los rieles y el resistor forman una trayectoria de conducción completa. Las resistencias de los rieles y la barra son mucho menores que $R$ y se ignoran. El dispositivo completo está en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ dirigido hacia el plano de la figura. La barra tiene una velocidad inicial $v = 20.0$ cm/s hacia la derecha y luego se libera, de modo que la única fuerza sobre la barra es la fuerza ejercida por el campo magnético. Usando fotografía de alta velocidad, usted mide la magnitud de la aceleración de la barra en una función de su rapidez. Los resultados se presentan en la tabla siguiente:

Figura **P29.67**

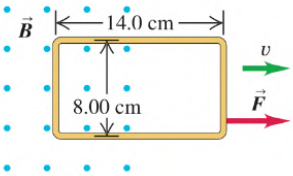



| $v$ (cm/s) | 20.0 | 16.0 | 14.0 | 12.0 | 10.0 | 8.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ (cm/s$^2$) | 6.2 | 4.9 | 4.3 | 3.7 | 3.1 | 2.5 |

*a*) Dibuje los datos como una gráfica de $a$ en función de $v$. Explique por qué los datos puntuales dibujados de esta manera se encuentran cerca de una línea recta, y determine la pendiente de la que mejor se ajusta a los datos. *b*) Use la gráfica del inciso *a*) para calcular la magnitud $B$ del campo magnético. *c*) Mientras la barra se mueve, ¿cuál extremo del resistor $a$ o $b$ está a un potencial mayor? *d*) ¿Cuántos segundos le toma a la rapidez de la barra disminuir de 20.0 cm/s a 10.0 cm/s?

**29.68** ••• **DATOS** Se mide el campo magnético de una fuerza externa $\vec{F}$ que se debe aplicar a una espira conductora rectangular para tirar de ella, a velocidad constante $v$, hacia afuera de la región de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ que está dirigido hacia afuera del plano de la **figura P29.68**. La espira tiene unas dimensiones de 14.0 cm por 8.00 cm y resistencia de $4.00 \times 10^{-3}\ \Omega$; no cambia de forma mientras se mueve. Las mediciones obtenidas se muestran en la tabla.

Figura **P29.68**



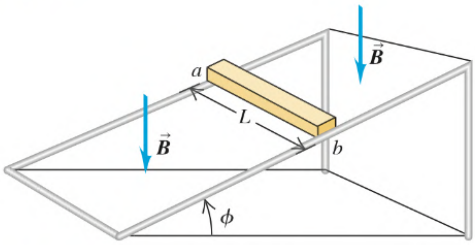

| $F$ (N) | 0.10 | 0.21 | 0.31 | 0.41 | 0.52 |
|---|---|---|---|---|---|
| $v$ (cm/s) | 2.0 | 4.0 | 6.0 | 8.0 | 10.0 |

*a*) Dibuje los datos como una gráfica de $F$ en función de $v$. Explique por qué los datos puntuales dibujados de esta manera se encuentran cerca de una línea recta, y determine la pendiente de la recta que mejor se ajusta a los datos. *b*) Use la gráfica del inciso *a*) para calcular la magnitud $B$ del campo magnético uniforme. *c*) En la figura P29.68, ¿el sentido de la corriente inducida es de las manecillas del reloj o en sentido contrario? *d*) ¿A qué razón se disipa la energía eléctrica en la espira cuando la rapidez de ésta es de 5.00 cm/s?

## PROBLEMAS DE DESAFÍO

**29.69** •• Una barra metálica con longitud $L$, masa $m$ y resistencia $R$ está colocada sobre rieles metálicos sin fricción, que están inclinados a un ángulo $\phi$ por encima de la horizontal. Los rieles tienen una resistencia despreciable. Como se indica en la **figura P29.69**, hay un campo magnético uniforme de magnitud $B$ dirigido hacia abajo. La barra se libera desde el reposo y se desliza hacia abajo por los rieles. *a*) ¿El sentido de la corriente inducida en la barra es de $a$ a $b$, o de $b$ a $a$? *b*) ¿Cuál es la rapidez terminal de la barra? *c*) ¿Cuál es la corriente inducida en la barra cuando se ha alcanzado la rapidez terminal? *d*) Después de haber alcanzado la rapidez terminal, ¿a qué razón la energía eléctrica se convierte en energía térmica en la resistencia de la barra? *e*) Una vez que se llegó a la rapidez terminal, ¿a qué razón la gravedad realiza trabajo sobre la barra? Compare su respuesta con la del inciso *d*).

Figura **P29.69**

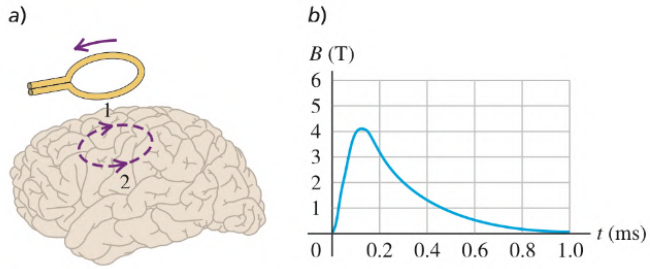



**29.70** ••• **PA CALC** Una espira de alambre conductora cuadrada, con lado $L$, masa total $m$ y resistencia total $R$, inicialmente está en el plano $xy$ horizontal, con vértices en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, $(0, L, 0)$, $(L, 0, 0)$ y $(L, L, 0)$. Hay un campo magnético uniforme dirigido hacia arriba $\vec{B} \cdot B\hat{k}$ en el espacio del interior y alrededor de la espira. El lado de la espira que va de $(0, 0, 0)$ a $(L, 0, 0)$ está fijo en el eje $x$; el resto de la espira tiene libertad para girar alrededor de este eje. Cuando se libera la espira, comienza a girar debido a la torca gravitacional. *a*) Determine la torca *neta* (magnitud y dirección) que actúa sobre la espira cuando ésta ha girado un ángulo $\phi$ a partir de su orientación original y esté girando hacia abajo con una rapidez angular $\omega$. *b*) Calcule la aceleración angular de la espira en el instante descrito en el inciso *a*). *c*) En comparación con el caso donde el campo magnético es igual a cero, ¿a la espira le toma más o menos tiempo describir un giro de 90°? Explique su respuesta. *d*) ¿Se conserva la energía mecánica cuando la espira gira hacia abajo? Explique su respuesta.

## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

**BIO ESTIMULACIÓN CEREBRAL.** La comunicación en el sistema nervioso se basa en la propagación de señales eléctricas, conocidas como *potenciales de acción*, a lo largo de los axones, los cuales son extensiones de las células nerviosas (vea los problemas de transición del capítulo 26). Los potenciales de acción se generan cuando las diferencias de potencial eléctrico a través de la membrana de la célula nerviosa cambian: Específicamente, el interior de la célula se vuelve más positivo. Los investigadores en medicina clínica y neurobiología no pueden estimular nervios de zonas específicas en seres humanos que están conscientes (incluso de forma no invasiva), ya que el uso de electrodos para aplicar corrientes sobre la piel es doloroso y requiere corrientes grandes que pueden resultar peligrosas.

En la Universidad de Sheffield en Inglaterra, Anthony Barker y sus colegas desarrollaron una técnica llamada *estimulación magnética transcraneal* (EMT). El procedimiento se utiliza ampliamente y consiste en colocar una bobina, cerca de la cabeza, que produce un campo magnético que varía con el tiempo y que induce en el tejido conductor del cerebro [vea el inciso *a*) de la figura] corrientes eléctricas, que son suficientes para generar potenciales de acción en las células nerviosas. Por ejemplo, si la bobina se coloca cerca de la corteza motora (la región del cerebro que controla los movimientos voluntarios), los científicos pueden monitorear contracciones musculares y evaluar las conexiones entre el cerebro y los músculos. El inciso *b*) de la figura es una gráfica de la dependencia típica en el tiempo $t$ del campo magnético $B$ producido por la bobina.



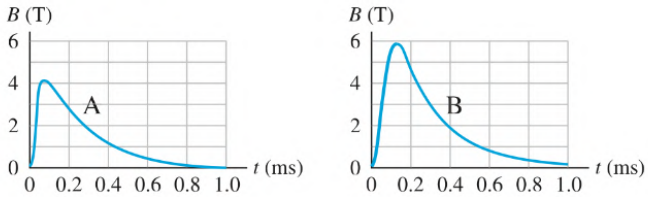

**29.71** En el inciso *a*) de la figura, un pulso de corriente aumenta hasta un punto máximo y, luego, disminuye hasta cero en la dirección mostrada en la bobina estimuladora. ¿Cuál será la dirección de la corriente inducida (línea punteada) en el tejido cerebral? *a*) 1; *b*) 2; *c*) 1 siempre y cuando la corriente aumente en la bobina estimuladora; 2 siempre y cuando la corriente disminuya; *d*) 2 siempre y cuando la corriente aumente en la bobina estimuladora, 1 siempre y cuando la corriente disminuya.

**29.72** Considere el tejido cerebral en el nivel de la zona punteada como una serie de círculos concéntricos independientes unos de otros. ¿Dónde será mayor la fem inducida? *a*) En el centro de la línea punteada; *b*) en la periferia de la línea punteada; *c*) en ninguna parte, será la misma en todos los círculos concéntricos; *d*) en el centro,

siempre y cuando la corriente estimuladora aumente y, en la periferia, siempre y cuando la corriente disminuya.

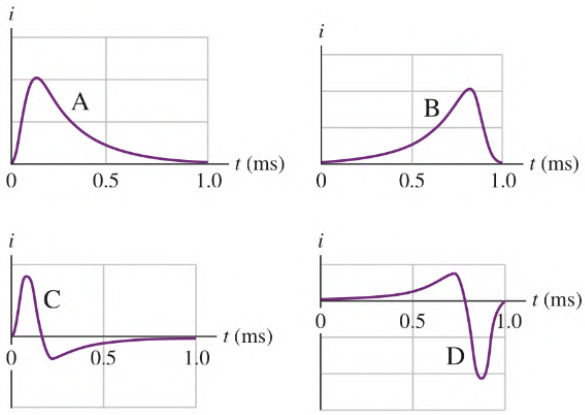
**29.73** Quizá se desee aumentar al máximo la corriente inducida en el tejido cerebral. En la **figura P29.73**, ¿cuál gráfica del campo magnético $B$, dependiente del tiempo, en la bobina, alcanza la meta? Suponga que todo lo demás permanece constante. *a*) A; *b*) B; *c*) cualquiera de las dos; *d*) ninguna de las dos.

Figura **P29.73**




**29.74** ¿Cuál gráfica de la **figura P29.74** representa mejor la dependencia de la corriente $i$ con respecto al tiempo $t$, suponiendo que este tejido se puede modelar como un circuito resistivo? (las unidades de $i$ son arbitrarias). *a*) A; *b*) B; *c*) C; *d*) D.

Figura **P29.74**




## Respuestas

### Pregunta de inicio del capítulo ?

**iv.** Conforme la banda magnética de la tarjeta de crédito se mueve por el lector, el patrón codificado magnetizado en la banda provoca un flujo magnético variable y un campo eléctrico inducido que causa una corriente en los circuitos del lector. Si la tarjeta no se mueve, no hay una corriente inducida, y no se lee la información de la tarjeta de crédito.

### Respuestas a las secciones Evalúe su comprensión

**29.2** ***a*) i., *b*) iii.** *a*) Al principio hay un flujo magnético hacia el plano de la página, que llamamos positivo. Mientras se comprime la espira, el flujo se vuelve menos positivo ($d\Phi_B/dt < 0$), por lo que la fem inducida es positiva, como en la figura 29.6*b* ($\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt > 0$). Si usted apunta el pulgar de su mano derecha hacia la página, sus dedos se doblan en sentido horario, así que ésta es la dirección de la fem inducida positiva. *b*) Como la forma de la bobina ya no cambia, el flujo magnético tampoco cambia, y no hay fem inducida.

**29.3** ***a*) i., *b*) iii.** En el inciso *a*), como en la situación original, el imán y la espira se acercan entre sí y se incrementa el flujo hacia abajo a través de la espira. De ese modo, la fem y la corriente inducidas son las mismas. En el inciso *b*), como el imán y la espira se mueven juntos, el flujo a través de la espira no cambia y no hay fem inducida.

**29.4** ***a*) iii.; *b*) i. o ii.; *c*) ii. o iii.** Se obtendrá la máxima fem de movimiento si la varilla se sostiene verticalmente, de manera que su longitud sea perpendicular tanto al campo magnético como a la dirección del movimiento. Con esta orientación, $\vec{L}$ es paralela a $\vec{v} \times \vec{B}$. Si sostiene la varilla en cualquier orientación horizontal, $\vec{L}$ será perpendicular a $\vec{v} \times \vec{B}$ y no se inducirá ninguna fem. Si se camina hacia el norte o sur, $\vec{v} \times \vec{B} \cdot \mathbf{0}$ y no habrá fem inducida para ninguna orientación de la varilla.

**29.5** **sí, no** El campo magnético en una posición fija cambia a medida que el imán se mueve, lo cual induce un campo eléctrico. Tales campos eléctricos inducidos son *no* conservativos.

**29.6** **iii.** Según la ley de Lenz, la fuerza debe oponerse al movimiento del disco a través del campo magnético. Como ahora el material del disco se mueve hacia la derecha a través de la región del campo, la fuerza $\vec{F}$ va hacia la izquierda; es decir, en sentido opuesto al que se ilustra en la figura 29.20*b*. Para producir una fuerza magnética dirigida hacia la izquierda $\vec{F} \cdot I\vec{L} \times \vec{B}$ sobre corrientes que se muevan a través de un campo magnético $\vec{B}$ dirigido hacia afuera del plano de la figura, las corrientes parásitas deben moverse hacia abajo en la figura; es decir, en el mismo sentido que se indica en la figura 29.20*b*.

**29.7** ***a*) ley de Faraday, *b*) ley de Ampère** Un lector de tarjetas de crédito funciona induciendo corrientes en sus bobinas cuando se desliza la banda magnética de la tarjeta (vea la respuesta a la pregunta de inicio del capítulo). La ley de Ampère describe cómo las corrientes de todas clases (tanto de conducción como de desplazamiento) originan campos magnéticos.

### Problema práctico

$\vec{v}_{\text{terminal}} = 16\rho_m\rho_R g/B^2$

? Muchos semáforos cambian las luces cuando un automóvil se acerca a la intersección. Este proceso funciona porque el automóvil contiene **i.** material conductor; **ii.** material aislante que transporta una carga eléctrica neta; **iii.** material ferromagnético; **iv.** material ferromagnético que ya está magnetizado.

# 30 INDUCTANCIA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

***Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:***

**30.1** Cómou nacorrie nte que varía con el tiempo y que circula por una bobina puede inducir una fem en otra bobina no conectada.

**30.2** Cómo relacionar la fem inducida en un circuito con la razón de cambio de la corriente en el mismo circuito.

**30.3** Cómo calcular la energía almacenada en un campo magnético.

**30.4** Cómo analizar circuitos que incluyen tanto un resistor como un inductor (bobina).

**30.5** Por qué ocurren oscilaciones eléctricas en circuitos que incluyen tanto un inductor como un capacitor.

**30.6** Porq ué las oscilaciones decaen en circuitos con un inductor, un resistor y un capacitor.

***Repase lo estudiado en la sección ...***

**14.2, 14.3, 14.7** Movimiento armónico simple, oscilaciones amortiguadas.

**24.1, 24.3** Capacitancia, energía en un campo eléctrico.

**26.2, 26.4** Reglas de Kirchhoff, circuitos *R-C*.

**28.4, 28.7, 28.8** Fuerzas magnéticas entre conductores; campo de un solenoide; permeabilidad.

**29.2, 29.3, 29.7** Ley de Faraday; ley de Lenz; campos eléctricos conservativos y no conservativos.

Tome un trozo de alambre de cobre y enróllelo alrededor de un lápiz para que forme una bobina. Si coloca esa bobina en un circuito, la bobina se comporta de manera bastante diferente de como lo haría un pedazo de alambre recto. En un automóvil común impulsado con gasolina, una bobina de esta clase es la que hace posible que una batería de 12 volts proporcione miles de volts a las bujías, lo cual provoca que éstas se enciendan y pongan en marcha el motor. Otras bobinas se usan para mantener encendidas las lámparas de luz fluorescente. En ciertas ciudades se colocan grandes bobinas bajo las calles para controlar la operación de los semáforos. En todas las aplicaciones mencionadas, y muchas más, intervienen los efectos de la *inducción* que estudiamos en el capítulo 29.

Una corriente variable en una bobina induce una fem en otra bobina adyacente. El acoplamiento entre ellas queda descrito por su *inductancia mutua*. Una corriente variable en una bobina también induce una fem en esa misma bobina, la cual recibe el nombre de *inductor*, y la relación de la corriente con la fem está descrita por la *inductancia* (también llamada *autoinductancia*) de la bobina. Si una bobina inicialmente conduce corriente, cuando ésta disminuye, hay una liberación de energía, un principio que se utiliza en los sistemas de ignición automotriz. Veremos que tal energía liberada se encontraba almacenada en el campo magnético generado por la corriente que inicialmente estaba en la bobina, y estudiaremos ciertas aplicaciones prácticas de la energía del campo magnético.

También veremos en forma somera lo que sucede cuando un inductor forma parte de un circuito. En el capítulo 31 estudiaremos cómo se comportan los inductores en los circuitos de corriente alterna y sabremos por qué los inductores juegan un papel esencial en la electrónica moderna.

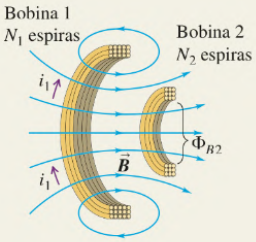
## 30.1 INDUCTANCIA MUTUA

En la sección 28.4 estudiamos la interacción magnética entre dos alambres que transportan corrientes *estables*; la corriente en uno de los alambres genera un campo magnético que ejerce una fuerza sobre la corriente en el otro alambre. Pero cuando hay una corriente *variable* en uno de los circuitos, surge una interacción adicional entre ellos. Considere dos bobinas de alambre cercanas entre sí, como se ilustra en la **figura 30.1**.

**Inductanciamut ua:** Cuando una corriente variable $i_1$ en un circuito ocasiona un flujo magnético variable en un segundo circuito, en este último se induce una fem $\mathcal{E}_2$. Del mismo modo, una corriente variable $i_2$ en el segundo circuito induce una fem $\mathcal{E}_1$ en el primero. Si los circuitos son bobinas de alambre con $N_1$ y $N_2$ espiras, la inductancia mutua $M$ se expresa en términos del flujo medio $\Phi_{B2}$ a través de cada espira de la bobina 2, que es ocasionado por la corriente $i_1$ en la bobina 1, o en términos del flujo medio $\Phi_{B1}$ a través de cada espira de la bobina 1 ocasionado por la corriente $i_2$ en la bobina 2. La unidad del SI de la inductancia mutua es el henry, que se simboliza con H (vea los ejemplos 30.1 y 30.2).

$$\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt} \quad \text{y} \qquad \mathcal{E}_1 = -M\frac{di_2}{dt} \tag{30.4}$$

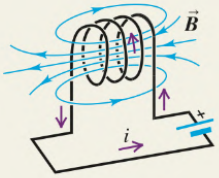
$$M = \frac{N_2\Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1\Phi_{B1}}{i_2} \tag{30.5}$$




**Autoinductancia:** Una corriente $i$ variable en cualquier circuito ocasiona una fem $\mathcal{E}$ autoinducida. La inductancia (o autoinductancia) $L$ depende de la geometría del circuito y del material que lo rodea. La inductancia de una bobina de $N$ espiras se relaciona con el flujo medio $\Phi_B$, a través de cada espira, creado por la corriente $i$ en la bobina. Un inductor es un elemento de circuito que, por lo general, incluye una bobina de alambre, cuya finalidad es tener una inductancia significativa (vea los ejemplos 30.3 y 30.4).

$$\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt} \tag{30.7}$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \tag{30.6}$$

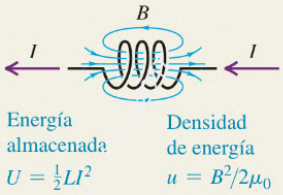



**Energía del campo magnético:** Un inductor con inductancia $L$ que lleve corriente $I$ tiene energía $U$ asociada con el campo magnético del inductor. La densidad de energía magnética $u$ (energía por unidad de volumen) es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo magnético (vea el ejemplo 30.5).

$$U = \tfrac{1}{2}LI^2 \tag{30.9}$$

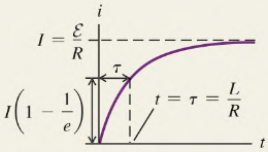
$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{(en el vacío)} \tag{30.10}$$

$$u = \frac{B^2}{2\mu} \quad \text{(en un material con permeabilidad magnética } \mu\text{)} \tag{30.11}$$



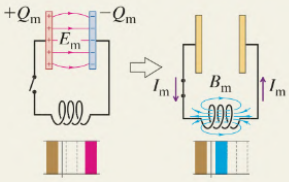

**Circuitos *R-L*:** En un circuito que contiene un resistor $R$, un inductor $L$ y una fuente de fem, el crecimiento y el decaimiento de la corriente son exponenciales. La constante de tiempo $\tau$ es el tiempo requerido para que la corriente se aproxime a una fracción $1/e$ de su valor final (vea los ejemplos 30.6 y 30.7).

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{30.16}$$



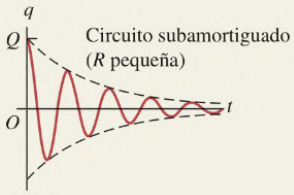

**Circuitos *L-C*:** Un circuito que contiene inductancia $L$ y capacitancia $C$ experimenta oscilaciones eléctricas con frecuencia angular $\omega$ que depende de $L$ y $C$. Tal circuito es similar a un oscilador armónico mecánico, con inductancia $L$ análoga a la masa $m$, el recíproco de la capacitancia $1/C$ a la constante de fuerza $k$, la carga $q$ al desplazamiento $x$, y la corriente $i$ a la velocidad $v_x$ (vea los ejemplos 30.8 y 30.9).

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{30.22}$$




**Circuitos *L-R-C* en serie:** Un circuito que contiene inductancia, resistencia y capacitancia experimenta oscilaciones amortiguadas para una resistencia suficientemente pequeña. La frecuencia $\omega'$ de las oscilaciones amortiguadas depende de los valores de $L$, $R$ y $C$. Conforme $R$ aumenta, el amortiguamiento se incrementa; si $R$ es mayor que cierto valor, el comportamiento se vuelve sobreamortiguado y deja de haber oscilaciones (vea el ejemplo 30.10).

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{30.29}$$



## PROBLEMA PRÁCTICO ANÁLISIS DE UN CIRCUITO *L-C*

SOLUCIÓN

Un circuito *L-C* como el mostrado en la figura 30.14 consiste en un inductor de 60.0 mH y un capacitor de 250 $\mu$F. La carga inicial en el capacitor es 6.00 $\mu$C y la corriente inicial en el inductor es 0.400 mA. *a*) ¿Cuál es la máxima energía almacenada en el inductor? *b*) ¿Cuál es la corriente máxima en el inductor? *c*) ¿Cuál es el voltaje máximo entre las terminales del capacitor? *d*) Cuando la corriente en el inductor tiene la mitad de su valor máximo, ¿cuál es la energía almacenada en el inductor y el voltaje del capacitor?

### GUÍA DE SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR y PLANTEAR**

1. Un circuito *L-C* es un sistema conservativo porque no hay resistencia para disipar la energía. La energía oscila entre la energía eléctrica en el capacitor y la energía magnética almacenada en el inductor.
2. Las oscilaciones en un circuito *L-C* son similares a las oscilaciones mecánicas de una partícula en el extremo de un resorte ideal (vea la tabla 30.1). Compare este problema con el problema mecánico análogo (vea el ejemplo 14.3 en la sección 14.2 y el ejemplo 14.4 de la sección 14.3.
3. ¿Cuáles son las ecuaciones clave necesarias para describir el capacitor? ¿Y para describir el inductor?

**EJECUTAR**

4. Determine la energía inicial total en el circuito y úsela para determinar la energía máxima almacenada en el inductor durante la oscilación.
5. Utilice el resultado del paso 4 para encontrar el máximo de corriente en el inductor.
6. Utilice el resultado del paso 4 para encontrar la energía máxima almacenada en el capacitor durante la oscilación. A continuación, utilice esto para encontrar el voltaje máximo del capacitor.
7. Determine la energía en el inductor y la carga del capacitor cuando la corriente tiene la mitad del valor que se obtuvo en el paso 5.

**EVALUAR**

8. Inicialmente, ¿qué fracción de la energía total está en el inductor? ¿Es posible decir si inicialmente aumenta o disminuye?

## Problemas

•, ••, •••: Niveles de dificultad. PA: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores. CALC: Problemas que requieren cálculo. DATOS: Problemas que incluyen datos reales, evidencia científica, diseño experimental y/o razonamiento estadístico. BIO: Problemas de ciencias biológicas.

### PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

**P30.1** En un trolebús o autobús eléctrico, el motor del vehículo toma corriente de un alambre aéreo por medio de un brazo largo con un dispositivo en su extremo, que se desliza a lo largo del alambre aéreo. Con frecuencia se observa una chispa eléctrica brillante cuando el dispositivo cruza las uniones de los alambres, donde el contacto se pierde momentáneamente. Explique este fenómeno.

**P30.2** De acuerdo con la ecuación (30.5), 1 H = 1 Wb/A, y según la ecuación (30.4), 1 H = 1 $\Omega\cdot$s. Demuestre que ambas definiciones son equivalentes.

**P30.3** En la figura 30.1, si la bobina 2 se hace girar 90° de manera que su eje sea vertical, ¿aumenta o disminuye la inductancia mutua? Explique su respuesta.

**P30.4** El solenoide toroidal con embobinado muy compacto es una de las pocas configuraciones para las cuales resulta fácil calcular la autoinductancia. ¿Cuáles son las características que le dan tal sencillez?

**P30.5** Dos bobinas circulares con devanados muy compactos son idénticas y cada una tiene autoinductancia *L*; se colocan muy cerca entre sí, de manera que son coaxiales y casi se tocan. Si se conectan en serie, ¿cuál es la autoinductancia de la combinación? ¿Y cuál si se conectan en paralelo? ¿Se pueden conectar de manera que la inductancia total sea igual a cero? Explique su respuesta.

**P30.6** Dos bobinas circulares con devanados muy compactos tienen el mismo número de espiras, pero una tiene un radio que mide el doble del radio de la otra. ¿Cómo se relacionan las autoinductancias de ambas bobinas? Explique su razonamiento.

**P30.7** Usted va a construir un resistor devanando un alambre en forma cilíndrica. Para hacer la inductancia tan pequeña como sea posible, le proponen que enrolle la mitad del alambre en un sentido, y la otra mitad en sentido contrario. ¿Esto daría el resultado que busca? ¿Por qué?

**P30.8** Para la misma intensidad de campo magnético *B*, ¿la densidad de energía es mayor en el vacío o en un material magnético? Explique su respuesta. ¿La ecuación (30.11) implica que para un solenoide largo donde la corriente es *I*, la energía almacenada es proporcional a $1/\mu$? ¿Y esto significa que para la misma corriente se almacena menos energía cuando el solenoide está lleno con un material ferromagnético que cuando contiene aire? Explique su respuesta.

**P30.9** Un circuito *R-C* consiste en un resistor, un capacitor descargado, una batería de cd y un interruptor abierto, conectados en serie. Por otro lado, en un circuito *R-L* formado por un resistor, un inductor, una batería de cd y un interruptor abierto están conectados en serie. Compare el comportamiento de la corriente en estos circuitos, *a*) exactamente después de que el interruptor se cerró y *b*) mucho tiempo después de que el interruptor se cerró. En otras palabras, compare la manera en la cual un capacitor y un inductor afectan un circuito.

**P30.10 Un circuito diferenciador.** En un inductor sin resistencia se hace variar la corriente con el tiempo, como se muestra en la **figura P30.10**. *a*) Dibuje el patrón que se observaría en la pantalla de un osciloscopio conectado a las terminales del inductor (el osciloscopio realiza un barrido horizontal a lo ancho de la pantalla con rapidez constante, y su desviación vertical es proporcional a la diferencia de potencial entre las terminales del inductor). *b*) Explique por qué un circuito con un inductor se suele describir como un "circuito diferenciador".

Figura **P30.10**

**P30.11** En la sección 30.5, la regla de Kirchhoff de las mallas se aplica a un circuito *L-C* donde el capacitor está inicialmente cargado por completo y se obtiene la ecuación $-L\,(di/dt) - (q/C) = 0$. Pero conforme el capacitor comienza a descargarse, la corriente se incrementa desde cero. La ecuación nos dice que $L\,di/dt = -q/C$; por lo tanto, afirma que $L\,di/dt$ es negativo. Explique cómo $L\,di/dt$ puede ser negativo si la corriente va en aumento.

**P30.12** En la sección 30.5 se usó la relación $i = dq/dt$ para obtener la ecuación (30.20); sin embargo, un flujo de corriente corresponde a una disminución de la carga del capacitor. Entonces, explique por qué esta es la ecuación correcta para hacer la deducción, y no $i = -dq/dt$.

**P30.13** En el circuito *R-L* que se ilustra en la figura 30.11, cuando se cierra el interruptor $S_1$, el potencial $v_{ab}$ cambia súbitamente y en forma discontinua, a diferencia de la corriente. Explique por qué el voltaje puede cambiar de pronto pero la corriente no.

**P30.14** En el circuito *R-L* que se ilustra en la figura 30.11, ¿la corriente en el resistor siempre es la misma que la corriente en el inductor? ¿Cómo se sabe?

**P30.15** Suponga que hay una corriente estable en un inductor. Si trata de reducir la corriente a cero en forma instantánea abriendo rápidamente un interruptor, puede aparecer un arco donde el interruptor hace contacto. ¿Por qué? ¿Es físicamente posible detener la corriente de forma instantánea? Explique su respuesta.

**P30.16** En un circuito *R-L-C* en serie, ¿qué criterios podrían emplearse para decidir si el sistema está sobreamortiguado o subamortiguado? Por ejemplo, ¿podríamos comparar la energía máxima almacenada durante un ciclo con la energía disipada durante un ciclo? Explique su respuesta.

## EJERCICIOS

### Sección 30.1 Inductancia mutua

**30.1** • Dos bobinas tienen inductancia mutua $M = 3.25 \times 10^{-4}$ H. La corriente $i_1$ en la primera bobina aumenta con una razón uniforme de 830 A/s. *a*) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en la segunda bobina? ¿Es constante? *b*) Suponga que la corriente descrita está en la segunda bobina y no en la primera. ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en la primera bobina?

**30.2** • Dos bobinas están devanadas en la misma forma cilíndrica, como las del ejemplo 30.1. Cuando la corriente en la primera bobina disminuye a una razón de −0.242 A/s, la fem inducida en la segunda tiene una magnitud de $1.65 \times 10^{-3}$ V. *a*) ¿Cuál es la inductancia mutua del par de bobinas? *b*) Si la segunda bobina tiene 25 espiras, ¿cuál es el flujo a través de cada espira cuando la corriente en la primera bobina es igual a 1.20 A? *c*) Si la corriente en la segunda bobina aumenta a razón de 0.360 A/s, ¿cuál es la magnitud de la fem inducida en la primerabobina ?

**30.3** • Un solenoide de 10.0 cm de largo y 0.400 cm de diámetro se enrolla uniformemente con 800 espiras. Una segunda bobina con 50 espiras se enrolla alrededor del solenoide en su centro. ¿Cuál es la inductancia mutua de la combinación de ambas bobinas?

**30.4** • Una bobina en forma de solenoide con 25 espiras de alambre está devanada en forma compacta alrededor de otra bobina con 300 espiras (vea el ejemplo 30.1). El solenoide interior tiene 25.0 cm de longitud y 2.00 cm de diámetro. En cierto momento, la corriente en el solenoide interior es de 0.120 A y aumenta a una razón de $1.75 \times 10^3$ A/s. Para este momento, calcule *a*) el flujo magnético medio a través de cada espira del solenoide interno; *b*) la inductancia mutua de los dos solenoides; *c*) la fem inducida en el solenoide exterior al modificar la corriente en el solenoide interior.

**30.5** • Dos solenoides toroidales están embobinados alrededor de la misma forma de manera que el campo magnético de uno pasa a través de las espiras del otro. El solenoide 1 tiene 700 espiras, y el solenoide 2 tiene 400. Cuando la corriente en el solenoide 1 es de 6.52 A, el flujo medio a través de cada espira del solenoide 2 es de 0.0320 Wb. *a*) ¿Cuál es la inductancia mutua del par de solenoides? *b*) Cuando la corriente en el solenoide 2 es de 2.54 A, ¿cuál es el flujo medio a través de cada espira del solenoide 1?

**30.6** •• Un solenoide toroidal con un radio medio *r* y área de sección transversal *A* se enrolla uniformemente con $N_1$ espiras. Un segundo solenoide toroidal con $N_2$ espiras se enrolla uniformemente sobre el primero, de modo que los dos solenoides tienen la misma área de sección transversal y radio medio. *a*) ¿Cuál es la inductancia mutua de los dos solenoides? Suponga que el campo magnético del primer solenoide es uniforme en toda la sección transversal de los dos solenoides. *b*) Si $N_1 = 500$ espiras, $N_2 = 300$ espiras, $r = 10.0$ cm y $A = 0.800$ cm$^2$, ¿cuál es el valor de la inductanciam utua?

### Sección 30.2 Autoinductancia e inductores

**30.7** • Un solenoide toroidal de 2.50 mH tiene un radio medio de 6.00 cm y área de sección transversal de 2.00 cm$^2$. *a*) ¿Cuántas espiras tiene? (Haga la misma suposición que en el ejemplo 30.3). *b*) ¿A qué razón debe cambiar la corriente a través de él, de forma que se desarrolle una diferencia de potencial de 2.00 V a través de sus extremos?

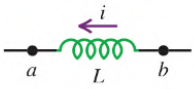
**30.8** • Un solenoide toroidal tiene 500 espiras, área de sección transversal de 6.25 cm$^2$ y radio medio de 4.00 cm. *a*) Calcule la autoinductancia de la bobina. *b*) Si la corriente disminuye de manera uniforme de 5.00 A a 2.00 A en 3.00 ms, calcule la fem autoinducida en la bobina. *c*) La corriente se dirige de la terminal *a* de la bobina a la *b*. ¿El sentido de la fem inducida es de *a* a *b*, o de *b* a *a*?

**30.9** • En el instante en que la corriente en un inductor aumenta a razón de 0.0640 A/s, la magnitud de la fem autoinducida es de 0.0160 V. *a*) ¿Cuál es la inductancia del inductor? *b*) Si el inductor es un solenoide con 400 espiras, ¿cuál es el flujo magnético medio a través de cada espira, cuando la corriente es de 0.720 A?

**30.10** •• Cuando la corriente en un solenoide toroidal cambia a razón de 0.0260 A/s, la magnitud de la fem inducida es de 12.6 mV. Cuando la corriente es igual a 1.40 A, el flujo medio a través de cada espira del solenoide es de 0.00285 Wb. ¿Cuántas espiras tiene el solenoide?

**30.11** • El inductor de la **figura E30.11** tiene una inductancia de 0.260 H y conduce una corriente en el sentido que se ilustra y disminuye a una razón uniforme $di/dt = -0.0180$ A/s. *a*) Calcule la fem autoinducida. *b*) ¿Cuál extremo del inductor, *a* o *b*, está a un mayor potencial?

Figura **E30.11**




**30.12** • El inductor que se ilustra en la figura E30.11 tiene una inductancia de 0.260 H y conduce una corriente en el sentido indicado. La corriente cambia a una razón constante. *a*) El potencial entre los puntos *a* y *b* es $V_{ab} = 1.04$ V, con el punto *a* con un mayor potencial. ¿La corriente aumenta o disminuye? *b*) Si la corriente en $t = 0$ es de 12.0 A, ¿cuál es la corriente en $t = 2.00$ s?

**30.13** •• Un solenoide toroidal tiene un radio medio de 12.0 cm y área de sección transversal de 0.600 cm$^2$. *a*) ¿Cuántas espiras tiene el solenoide si su inductancia es de 0.100 mH? *b*) ¿Cuál es la resistencia del solenoide si el alambre que se enrolla tiene una resistencia por unidad de longitud de 0.0760 Ω/m?

**30.14** • Un solenoide largo y recto tiene 800 espiras. Cuando la corriente en el solenoide es de 2.90 A, el flujo medio a través de cada espira del solenoide es de $3.25 \times 10^{-3}$ Wb. ¿Cuál debe ser la magnitud de la razón de cambio de la corriente para que la fem autoinducida sea igual a 6.20m V?

**30.15** •• **Inductancia de un solenoide.** *a*) Un solenoide largo y recto tiene $N$ espiras, área de sección transversal uniforme $A$ y longitud $l$. Demuestre que la inductancia de este solenoide está dada por la ecuación $L = \mu_0 A N^2/l$. Suponga que el campo magnético es uniforme dentro del solenoide e igual a cero en su exterior (la respuesta será aproximada porque, en realidad, $B$ es menor en los extremos que en el centro. Por tal razón, la respuesta es en realidad un límite superior de la inductancia). *b*) Un resorte metálico de laboratorio es típicamente de 5.00 cm de longitud y 0.150 cm de diámetro, y tiene 50 espiras. Si tal resorte se conecta en un circuito eléctrico, ¿cuánta autoinductancia debe considerársele a éste, si se modela como un solenoide ideal?

## Sección 30.3 Energía del campo magnético

**30.16** • Un inductor que se utiliza en una fuente de energía eléctrica de cd tiene una inductancia de 12.0 H y resistencia de 180 Ω. Conduce una corriente de 0.500 A. *a*) ¿Cuál es la energía almacenada en el campo magnético? *b*) ¿A qué razón se desarrolla energía térmica en el inductor? *c*) ¿La respuesta del inciso *b*) significa que la energía del campo magnético disminuye con el tiempo? Explique su razonamiento.

**30.17** • Un solenoide toroidal lleno de aire tiene un radio medio de 15.0 cm y área de sección transversal de 5.00 $cm^2$. Cuando la corriente es de 12.0 A, la energía almacenada es de 0.390 J. ¿Cuántas espiras hay en el embobinado?

**30.18** • Un solenoide toroidal lleno de aire tiene 300 espiras de alambre, 12.0 cm de radio medio y 4.00 $cm^2$ de área de sección transversal. Si la corriente es de 5.00 A, calcule: *a*) el campo magnético en el solenoide; *b*) la autoinductancia del solenoide; *c*) la energía almacenada en el campo magnético; *d*) la densidad de energía en el campo magnético. *e*) Compruebe la respuesta para el inciso *d*) dividiendo la respuesta del inciso *c*) entre el volumen del solenoide.

**30.19** •• Un solenoide, de 25.0 cm de longitud y área de sección transversal de 0.500 $cm^2$, contiene 400 espiras de alambre y conduce una corriente de 80.0 A. Calcule: *a*) el campo magnético en el solenoide; *b*) la densidad de energía en el campo magnético, si el solenoide está lleno de aire; *c*) la energía total contenida en el campo magnético de la bobina (suponga que el campo es uniforme); *d*) la inductancia del solenoide.

**30.20** • Existe la propuesta de usar grandes inductores como dispositivos para almacenar energía. *a*) ¿Cuánta energía eléctrica convierte en luz y energía térmica una bombilla eléctrica de 150 W durante un día? *b*) Si la cantidad de energía calculada en el inciso *a*) se almacena en un inductor donde la corriente es de 80.0 A, ¿cuál es la inductancia?

**30.21** •• En un acelerador de protones utilizado en experimentos de física de partículas elementales, las trayectorias de los protones son controladas por imanes curvos que producen un campo magnético de 4.80 T. ¿Cuál es la energía del campo magnético en un volumen de espacio de 10.0 $cm^3$, donde $B = 4.80$ T?

**30.22** • Se ha propuesto almacenar 1.00 kW·h = $3.60 \times 10^6$ J de energía eléctrica en un campo magnético uniforme con magnitud de 0.600 T. *a*) ¿Qué volumen (en el vacío) debe ocupar el campo magnético para almacenar tal cantidad de energía? *b*) Si en vez de lo anterior, esa cantidad de energía fuera a almacenarse en un volumen (en el vacío) equivalente a un cubo de 40.0 cm por lado, ¿cuál sería el campo magnético que se requiere?

## Sección 30.4 El circuito *R-L*

**30.23** • Un inductor con inductancia de 2.50 H y resistencia de 8.00 Ω está conectado a las terminales de una batería con una fem de 6.00 V y resistencia interna despreciable. Determine *a*) la razón inicial de incremento de la corriente en el circuito; *b*) la razón de aumento de la corriente en el instante en que esta última es de 0.500 A; *c*) la corriente 0.250 s después de haber cerrado el circuito; *d*) la corriente en el estado estable final.

**30.24** • En la figura 30.11, $R = 15.0\ \Omega$ y la fem de la batería es de 6.30 V. Con el interruptor $S_2$ abierto, el interruptor $S_1$ se encuentra cerrado. Después de varios minutos se abre $S_1$ y se cierra $S_2$. *a*) 2.00 ms después de abrir el interruptor $S_1$, la corriente ha disminuido a 0.280 A. Calcule la inductancia de la bobina. *b*) ¿Cuánto tiempo después de haber abierto $S_1$ la corriente alcanzará el 1.00% de su valor original?

**30.25** • Una batería de 35.0 V con resistencia interna insignificante, un resistor de 50.0 Ω y un inductor de 1.25 mH con resistencia despreciable están conectados en serie con un interruptor abierto. El interruptor se cierra de forma súbita. *a*) ¿Cuánto tiempo después de cerrar el interruptor la corriente a través del inductor alcanzará la mitad de su valor máximo? *b*) ¿Cuánto tiempo después de cerrar el interruptor la energía almacenada en el inductor será la mitad de su máximo valor?

**30.26** • En la figura 30.11, el interruptor $S_1$ está cerrado mientras el interruptor $S_2$ se encuentra abierto. La inductancia es $L = 0.115$ H y la resistencia es $R = 120\ \Omega$. *a*) Cuando la corriente ha alcanzado su valor final, la energía almacenada en el inductor es de 0.260 J. ¿Cuál es la fem $\mathcal{E}$ de la batería? *b*) Después de que la corriente ha alcanzado su valor final, se abre $S_1$ y se cierra $S_2$. ¿Cuánto tiempo se requiere para que la energía almacenada en el inductor disminuya a 0.130 J, la mitad de su valor original?

**30.27** • En la figura 30.11, suponga que $\mathcal{E} = 60.0$ V, $R = 240\ \Omega$ y $L = 0.160$ H. Con el interruptor $S_2$ abierto, se deja cerrado el $S_1$ hasta que se establece una corriente constante. Luego, $S_2$ se cierra y $S_1$ se abre, sacando la batería del circuito. *a*) ¿Cuál es la corriente inicial en el resistor justo después de que $S_2$ se cierra y $S_1$ se abre? *b*) ¿Cuál es la corriente en el resistor en $t = 4.00 \times 10^{-4}$ s? *c*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos $b$ y $c$ en $t = 4.00 \times 10^{-4}$ s? ¿Qué punto se encuentra a mayor potencial? *d*) ¿Cuánto tarda la corriente en disminuir a la mitad de su valor inicial?

**30.28** • En la figura 30.11, suponga que $\mathcal{E} = 60.0$ V, $R = 240\ \Omega$ y $L = 0.160$ H. Inicialmente, no hay corriente en el circuito. El interruptor $S_2$ se deja abierto, y el interruptor $S_1$ se cierra. *a*) Justo después de haber cerrado $S_1$, ¿cuáles son las diferencias de potencial $v_{ab}$ y $v_{bc}$? *b*) Mucho tiempo (esto es, muchas constantes de tiempo) después de que se cierra $S_1$, ¿cuáles son $v_{ab}$ y $v_{bc}$? *c*) ¿Cuáles son $v_{ab}$ y $v_{bc}$ en un *tiempo* intermedio cuando $i = 0.150$A ?

**30.29** • En la figura 30.11 el interruptor $S_1$ está cerrado mientras el interruptor $S_2$ se mantiene abierto. La inductancia es $L = 0.380$ H, la resistencia es $R = 48.0\ \Omega$, y la fem de la batería es de 18.0 V. Un tiempo $t$ después de que se cierra $S_1$, la corriente en el circuito está aumentando a razón de $di/dt = 7.20$ A/s. En este instante, ¿cuál es el voltaje $v_{ab}$ en el resistor?

**30.30** •• Considere el circuito del ejercicio 30.23. *a*) Exactamente después de que el circuito se completa, ¿a qué razón suministra la batería energía eléctrica al circuito? *b*) Cuando la corriente a alcanzado finalmente su valor de estado estable, ¿cuánta energía se almacena en el inductor? ¿Cuál es la razón a la que la energía eléctrica se disipa en la resistencia del inductor? ¿Cuál es la razón a la que la batería suministra energía eléctrica al circuito?

## Sección 30.5 El circuito *L-C*

**30.31** • En un circuito $L$-$C$, $L = 85.0$ mH y $C = 3.20\ \mu$F. Durante las oscilaciones, la corriente máxima en el inductor es de 0.850 mA. *a*) ¿Cuál es la carga máxima en el capacitor? *b*) ¿Cuál es la magnitud de la carga en el capacitor en el instante en que la corriente en el inductor tiene una magnitud de 0.500 mA?

**30.32** •• Un capacitor de 15.0 $\mu$F se carga mediante una fuente de energía de 150.0 V, después se desconecta de la fuente y se conecta en serie con un inductor de 0.280 mH. Calcule: *a*) la frecuencia de oscilación del circuito; *b*) la energía almacenada en el capacitor en el momento $t = 0$ ms (cuando se conecta con el inductor); *c*) la energía almacenada en el inductor en $t = 1.30$m s.

**30.33** • Un capacitor de 7.50 nF se carga a 12.0 V, luego se desconecta de la fuente de energía y se conecta en serie con una bobina. Después se mide el periodo de oscilación del circuito, el cual resulta ser de $8.60 \times 10^{-5}$ s. Calcule *a*) la inductancia de la bobina; *b*) la carga máxima en el capacitor; *c*) la energía total del circuito; y *d*) la corriente máxima en el circuito.

**30.34** •• Se coloca un capacitor de 18.0 $\mu$F entre las terminales de una batería de 22.5 V durante varios segundos y, luego, se conecta entre los extremos de un inductor de 12.0 mH que no tiene resistencia apreciable. *a*) Determine la corriente máxima en el circuito, después de conectar entre sí el capacitor y el inductor. Cuando la corriente alcanza su valor máximo, ¿cuál es la carga en el capacitor? *b*) Después de conectar entre sí el capacitor y el inductor, ¿cuánto tiempo tarda el capacitor en descargarse totalmente por primera vez? ¿Y por segunda vez? *c*) Dibuje gráficas de la carga en las placas del capacitor y de la corriente a través del inductor, como funciones del tiempo.

**30.35** • **Oscilaciones de *L-C*.** Un capacitor con capacitancia de $6.00 \times 10^{-5}$ F se carga conectándolo a una batería de 12.0 V. El capacitor se desconecta de la batería y se conecta entre los extremos de un inductor con $L = 1.50$ H. *a*) ¿Cuáles son la frecuencia angular $\omega$ de las oscilaciones eléctricas y el periodo de tales oscilaciones (el tiempo de una oscilación)? *b*) ¿Cuál es la carga inicial en el capacitor? *c*) ¿Cuánta energía hay almacenada inicialmente en el capacitor? *d*) ¿Cuál es la carga en el capacitor 0.0230 s después de haberlo conectado con el inductor? Interprete el signo de la respuesta. e) En el momento indicado en el inciso *d*), ¿cuál es la corriente en el inductor? Interprete el signo de su respuesta. *f*) En el momento citado en el inciso *d*), ¿cuánta energía eléctrica hay almacenada en el capacitor y cuánta en el inductor?

**30.36** • **Circuito de sintonización de un radio.** La capacitancia mínima de un capacitor variable de un radio es de 4.18 pF. *a*) ¿Cuál es la inductancia de una bobina conectada a este capacitor, si la frecuencia de oscilación del circuito *L-C* es de $1600 \times 10^3$ Hz, correspondiente a un extremo de la banda de radiodifusión de AM, cuando se ajusta el capacitor a su capacitancia mínima? *b*) La frecuencia en el otro extremo de la banda de radiodifusión es de $540 \times 10^3$ Hz. ¿Cuál es la capacitancia máxima del capacitor, si la frecuencia de oscilación es ajustable en todo el intervalo de la banda de difusión?

**30.37** •• Un circuito *L-C*, que contiene un inductor de 80.0 mH y un capacitor de 1.25 nF, oscila con una corriente máxima de 0.750 A. Calcule: *a*) la carga máxima en el capacitor y *b*) la frecuencia de oscilación del circuito. *c*) Suponiendo que el capacitor tiene su carga máxima en el momento $t = 0$, calcule la energía almacenada en el inductor después de 2.50 ms de oscilación.

### Sección 30.6 El circuito *L-R-C* en serie

**30.38** • Un circuito *L-R-C* en serie tiene $L = 0.600$ H y $C = 3.00$ $\mu$F. *a*) Calcule la frecuencia angular de oscilación del circuito cuando $R = 0$. *a*) Qué valor de $R$ conduce al amortiguamiento crítico? *c*) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación $\omega'$ cuando $R$ tiene la mitad del valor que produce el amortiguamiento crítico?

**30.39** • Un circuito *L-R-C* en serie tiene $L = 0.450$ H, $C = 2.50 \times 10^{-5}$ F y resistencia $R$. *a*) ¿Cuál es la frecuencia angular del circuito cuando $R = 0$? *b*) ¿Qué valor debe tener $R$ para que dé una disminución del 5.0% en la frecuencia angular, en comparación con el valor calculado en el inciso *a*)?

**30.40** • Un circuito *L-R-C* en serie tiene $L = 0.400$ H, $C = 7.00$ $\mu$F y $R = 320$ $\Omega$. En $t = 0$ la corriente es cero y la carga inicial sobre el capacitor es $2.80 \times 10^{-4}$ C. *a*) ¿Cuáles son los valores de las constantes $A$ y $\phi$ en la ecuación (30.28)? *b*) ¿Cuánto tiempo toma para cada oscilación de corriente completa, después de que se cierra el interruptor en este circuito? *c*) ¿Cuál es la carga en el capacitor después que se completa la primera oscilación de la corriente?

**30.41** • Para el circuito de la figura 30.17, sea $C = 15.0$ nF, $L = 22$ mH y $R = 75.0$ $\Omega$. *a*) Calcule la frecuencia de oscilación del circuito, una vez que se haya cargado el capacitor y el interruptor se conectó al punto *a*. *b*) ¿Cuánto tiempo se requerirá para que la amplitud de las oscilaciones disminuya 10.0% de su valor original? *c*) ¿Qué valor de $R$ daría como resultado un circuito críticamente amortiguado?

## PROBLEMAS

**30.42** • Se conecta un inductor a las terminales de una batería que tiene una fem de 16.0 V y resistencia interna despreciable. La corriente es de 4.86 mA a 0.940 ms después de que se completa la conexión. Después de mucho tiempo, la corriente es de 6.45 mA. ¿Cuáles son *a*) la resistencia $R$ del inductor y *b*) la inductancia $L$ del inductor?

**30.43** • Un solenoide está centrado dentro de otro. El solenoide exterior tiene una longitud de 50.0 cm y contiene 6750 espiras; en tanto que el solenoide interior coaxial mide 3.0 cm de largo, 0.120 cm de diámetro y contiene 15 espiras. La corriente en el solenoide exterior cambia a 49.2 A/s. *a*) ¿Cuál es la inductancia mutua de los solenoides? *b*) Calcule la fem inducida en el solenoide interno.

**30.44** •• CALC Una bobina tiene 400 espiras y una autoinductancia de 7.50 mH. La corriente en la bobina varía con el tiempo de acuerdo con $i = (680 \text{ mA})\cos(\pi t/0.0250 \text{ s})$. *a*) ¿Cuál es la fem máxima inducida en la bobina? *b*) ¿Cuál es el flujo medio máximo a través de cada espira de la bobina? *c*) En $t = 0.0180$ s, ¿cuál es la magnitud de la fem inducida?

**30.45** •• **Energía magnética solar.** Los campos magnéticos dentro de una mancha solar llegan a tener una intensidad tan grande como 0.4 T (en comparación, el campo magnético terrestre es de alrededor de 1/10,000 de ese valor). Las manchas solares tienen hasta 25,000 km de radio. El material en una mancha solar tiene una densidad de cerca de $3 \times 10^{-4}$ kg/m$^3$. Suponga que $\mu$ para el material de la mancha solar es $\mu_0$. Si el 100% de la energía del campo magnético almacenada en una mancha solar se pudiera usar para expulsar de la superficie del Sol el material de la mancha, ¿con qué rapidez sería expulsado el material? Compare el resultado con la rapidez de escape del Sol, que es de aproximadamente $6 \times 10^5$ m/s. (*Sugerencia:* Calcule la energía cinética que podría proveer el campo magnético a 1 m$^3$ de material de la mancha solar).

**30.46** •• PA CALC **Cable coaxial.** Un pequeño conductor sólido, con radio $a$, está sostenido por discos aislantes no magnéticos sobre el eje de un tubo de paredes delgadas con radio interior $b$. Los conductores interior y exterior transportan corrientes iguales $i$ en sentidos opuestos. *a*) Con base en la ley de Ampère, determine el campo magnético en cualquier punto del volumen comprendido entre los conductores. *b*) Escriba la expresión para el flujo $d\Phi_B$ a través de una banda angosta de longitud $l$ paralela al eje, de ancho $dr$, a una distancia $r$ del eje del cable, y que se encuentra en el plano que contiene al eje. *c*) Integre su expresión del inciso *b*) con respecto al volumen comprendido entre los dos conductores para determinar el flujo total producido por una corriente $i$ en el conductor central. *d*) Demuestre que la inductancia de un tramo $l$ del cable es

$$L = l\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

*e*) Use la ecuación (30.9) para calcular la energía almacenada en el campo magnético de una longitud $l$ del cable.

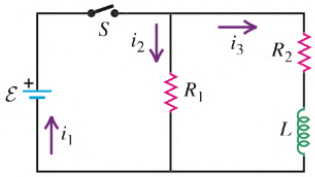
**30.47** •• PA CALC Considere el cable coaxial del problema 30.46. Los conductores transportan corrientes iguales $i$ en sentidos opuestos. *a*) Con base en la ley de Ampère, determine el campo magnético en cualquier punto del volumen comprendido entre los conductores. *b*) A partir de la densidad de energía para un campo magnético, ecuación (30.10), calcule la energía almacenada en un cascarón delgado y cilíndrico entre los dos conductores. El cascarón cilíndrico tiene un radio interior $r$, un radio exterior $r + dr$ y una longitud $l$. *c*) Integre su resultado del inciso *b*) con respecto al volumen comprendido entre los dos conductores, para determinar la energía total almacenada en el campo magnético correspondiente a un tramo de longitud $l$ del cable. *d*) Utilice su resultado del inciso *c*) y la ecuación (30.9) para calcular la inductancia $L$ de un tramo de longitud $l$ del cable. Compare su resultado con el valor de $L$ calculado en el inciso *d*) del problema 30.46.

**30.48** •• CALC Considere el circuito de la figura 30.11 con ambos interruptores abiertos. En $t = 0$ el interruptor $S_1$ está cerrado y el interruptor $S_2$ se deja abierto. *a*) Use la ecuación (30.14) para obtener una ecuación para la razón $P_R$ en la cual la energía eléctrica se consume en el resistor. En términos de $\mathcal{E}$, $R$, y $L$, ¿en qué valor de $t$, $P_R$ es máxima? ¿Cuál es el valor máximo? *b*) Use las ecuaciones (30.14) y (30.15) para obtener una ecuación para $P_L$, la razón a la cual la energía se almacena en el inductor, *c*) ¿Cuál es el valor de $P_L$ en $t = 0$ y conforme $t \to \infty$? *d*) ¿En términos de $\mathcal{E}$, $R$ y $L$, ¿en qué valor de $t$, es máxima $P_L$? ¿Cuál es su valor máximo? *e*) Obtenga una expresión para $P_{\mathcal{E}}$, la razón a la cual la batería suministra energía eléctrica al circuito. ¿En términos de $\mathcal{E}$, $R$, y $L$, ¿en qué valor de $t$, $P_{\mathcal{E}}$ es máxima? ¿Cuál es el valor máximo?

**30.49** • *a*) ¿Cuál tiene que ser la autoinductancia de un solenoide para que almacene 10.0 J de energía cuando, a través de él, circule una corriente de 2.00 A? *b*) Si el diámetro de la sección transversal de este solenoide es de 4.00 cm y sus bobinas se devanan con una densidad de 10 espiras/mm, ¿qué tan largo tendría que ser el solenoide? (vea el ejercicio 30.15). ¿Esta es una longitud realista para uso en un laboratorio común?

**30.50** •• CALC Se conecta un inductor con inductancia $L = 0.300$ H y resistencia despreciable a una batería, un interruptor $S$, y dos resistores, $R_1 = 12.0\ \Omega$ y $R_2 = 16.0\ \Omega$ (**figura P30.50**). La batería tiene una fem de 96.0 V y resistencia interna despreciable. En $t = 0$, $S$ está cerrado. *a*) ¿Cuáles son las corrientes $i_1$, $i_2$ e $i_3$ justo después de cerrar $S$? *b*) ¿Cuáles son $i_1$, $i_2$ e $i_3$ después de cerrar $S$ durante mucho tiempo? *c*) ¿Cuál es el valor de $t$ para el cual $i_3$ tiene la mitad del valor final que se calculó en el inciso *b*)? *d*) Cuando $i_3$ tiene la mitad de su valor final, ¿qué valor tienen $i_1$ e $i_2$?

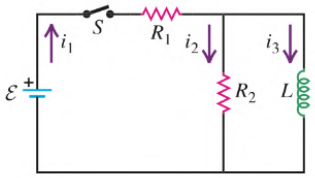
Figura **P30.50**




**30.51** • **Alarma electromagnética para automóvil.** Su invento más reciente es una alarma para automóvil que emite un sonido de una frecuencia particularmente molesta de 3500 Hz. Para lograrlo, los circuitos de la alarma deben producir una corriente eléctrica alterna de la misma frecuencia. Por ello, su diseño incluye un inductor y un capacitor en serie. El voltaje máximo entre los extremos del capacitor va a ser de 12.0 V. Para producir un sonido suficientemente fuerte, el capacitor tiene que almacenar 0.0160 J de energía. ¿Qué valores de capacitancia e inductancia se deberían elegir para el circuito de la alarma del automóvil?

**30.52** ••• CALC Se conecta un inductor con inductancia $L = 0.200$ H y resistencia despreciable a una batería, un interruptor $S$ y dos resistores, $R_1 = 8.00\ \Omega$ y $R_2 = 6.00\ \Omega$ (**figura P30.52**). La batería tiene una fem de 48.0 V y resistencia interna despreciable. En $t = 0$, $S$ está cerrado. *a*) ¿Cuáles son las corrientes $i_1$, $i_2$ e $i_3$ justo después de cerrar $S$? *b*) ¿Cuáles son $i_1$, $i_2$ e $i_3$ después de cerrar $S$ durante mucho tiempo? *c*) Aplique las reglas de Kirchhoff al circuito y obtenga una ecuación diferencial para $i_3(t)$. Integre esta ecuación para obtener una ecuación para $i_3$ en una función del tiempo $t$ que ha transcurrido desde que $S$ fue cerrado. *d*) Use la ecuación que obtuvo en el inciso *c*) para calcular el valor de $t$ para el cual $i_3$ tiene la mitad del valor final que se calculó en el inciso *b*). *e*) Cuando $i_3$ tiene la mitad de su valor final, ¿qué valor tienen $i_1$ e $i_2$.

Figura **P30.52**




**30.53** • Un capacitor de 7.00 $\mu$F inicialmente está cargado a un potencial de 16.0 V. Después se conecta en serie con un inductor de 3.75 mH. *a*) ¿Cuál es la energía total almacenada en este circuito? *b*) ¿Cuál es la corriente máxima en el inductor? ¿Cuál es la carga en las placas del capacitor en el instante en que la corriente en el inductor es máxima?

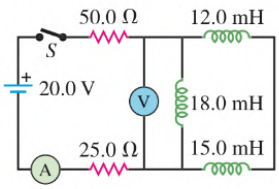
**30.54** •• Un capacitor de 6.40 nF se carga hasta 24.0 V y luego se desconecta de la batería en el circuito y se conecta en serie con una bobina de $L = 0.0660$ H y resistencia despreciable. Después de que el circuito se completa, hay oscilaciones de corriente. *a*) En el instante en que la carga del capacitor es de 0.0800 $\mu$C, ¿cuánta energía se almacenó en el capacitor y en el inductor, y cuál es la corriente en el inductor? *b*) En el instante en que la carga en el capacitor es de 0.0800 $\mu$C, ¿cuáles son las diferencias de potencial a través del capacitor y a través del inductor, y cuál es la razón a la cual se modifica la corriente en el inductor?

**30.55** • Un circuito $L$-$C$ consiste en un inductor de 60.0 mH y un capacitor de 250 $\mu$F. La carga inicial en el capacitor es de 6.00 $\mu$C, y la corriente inicial en el inductor es igual a cero. *a*) ¿Cuál es el voltaje máximo entre los extremos del capacitor? *b*) ¿Cuál es la corriente máxima en el inductor? *c*) ¿Cuál es la energía máxima almacenada en el inductor? *d*) Cuando la corriente en el inductor es la mitad de su valor máximo, ¿cuál es la carga en el capacitor y cuál la energía almacenada en el inductor?

**30.56** •• Un capacitor cargado con $C = 590\ \mu$F se conecta en serie con un inductor que tiene $L = 0.330$ H y resistencia despreciable. En el instante en que la corriente en el inductor es $i = 2.50$ A, la corriente aumenta a una razón $di/dt = 73.0$ A/s. Durante las oscilaciones de corriente, ¿cuál es la diferencia de potencial máxima a través del capacitor?

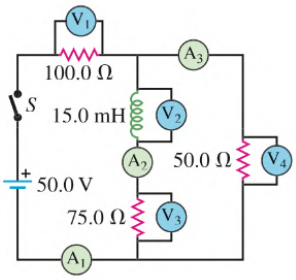
**30.57** ••• PA En el circuito que se ilustra en la **figura P30.57**, el interruptor $S$ ha estado abierto durante un largo tiempo y se cierra de repente. Ni la batería ni los inductores tienen ninguna resistencia apreciable. ¿Qué leen el amperímetro y el voltímetro *a*) justo después de que se ha cerrado $S$, *b*) después de que se ha cerrado $S$ durante mucho tiempo, *c*) después de 0.115 ms que se ha cerrado $S$?

Figura **P30.57**



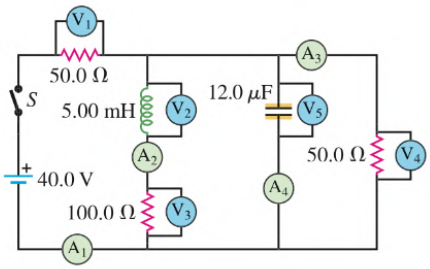

**30.58** •• PA En el circuito que se muestra en la **figura P30.58**, determine la lectura en cada amperímetro y voltímetro, *a*) justo después de haber cerrado el interruptor $S$, y *b*) después de que $S$ ha estado cerrado durante mucho tiempo.

Figura **P30.58**



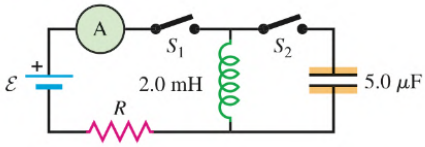
**30.59** •• PA En el circuito que se ilustra en la **figura P30.59**, el interruptor $S$ se cierra en el instante $t = 0$, sin carga inicial en el capacitor. *a*) Determine la lectura de cada amperímetro y voltímetro inmediatamente después de cerrar $S$. *b*) Determine la lectura de cada medidor después de que ha transcurrido mucho tiempo. *c*) Calcule la carga máxima en el capacitor. *d*) Dibuje una gráfica cualitativa de la lectura del voltímetro $V_2$ en función del tiempo.

Figura **P30.59**



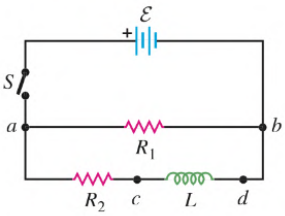

**30.60** •• En el circuito que se observa en la **figura P30.60**, el interruptor $S_1$ ha estado cerrado durante un tiempo prolongado, así que la lectura de la corriente es un valor estable de 3.50 A. De pronto, en el mismo instante el interruptor $S_2$ se cierra y se abre el $S_1$. *a*) ¿Cuál es la carga máxima que recibirá el capacitor? *b*) En ese momento, ¿cuál es la corriente en el inductor?

Figura **P30.60**




**30.61** •• PA En el circuito que se presenta en la **figura P30.61**, $\mathcal{E} = 60.0$ V, $R_1 = 40.0\ \Omega$, $R_2 = 25.0\ \Omega$ y $L = 0.300$ H. El interruptor $S$ se cierra en $t = 0$. Inmediatamente después de cerrar el interruptor, *a*) ¿cuál es la diferencia de potencial $v_{ab}$ entre los extremos del resistor $R_1$?; *b*) ¿cuál punto, *a* o *b*, está a un potencial más alto?; *c*) ¿cuál es la diferencia de potencial $v_{cd}$ entre los extremos del inductor $L$? *d*) ¿Cuál punto, *c* o *d*, está a un potencial más alto? Se deja cerrado el interruptor durante mucho tiempo y después se abre. Inmediatamente después de abrir el interruptor, *e*) ¿cuál es la diferencia de potencial $v_{ab}$ entre los extremos del resistor $R_1$?; *f*) ¿cuál punto, *a* o *b*, está a un potencial mayor?; *g*) ¿cuál es la diferencia de potencial $v_{cd}$ entre los extremos del inductor $L$?; *h*) ¿cuál punto, *c* o *d*, está a un potencial más alto?

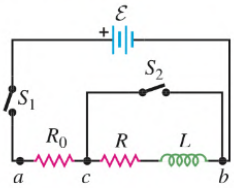
Figura **P30.61**




**30.62** •• PA En el circuito que se ilustra en la figura P30.61, $\mathcal{E} = 60.0$ V, $R_1 = 40.0\ \Omega$, $R_2 = 25.0\ \Omega$ y $L = 0.300$ H. *a*) El interruptor $S$ está cerrado. En cierto momento $t$ posterior, la corriente en el inductor aumenta a una razón de $di/dt = 50.0$ A/s. En ese instante, ¿cuáles son la corriente $i_1$ a través de $R_1$ y la corriente $i_2$ a través de $R_2$? (*Sugerencia:* Analice dos espiras separadas: una que contenga a $\mathcal{E}$ y $R_1$, y la otra, a $\mathcal{E}$, $R_2$ y $L$). *b*) Después de que el interruptor haya estado cerrado durante mucho tiempo, se abre de nuevo. Inmediatamente después de abrirlo, ¿cuál es la corriente a través de $R_1$?

**30.63** •• CALC Considere el circuito que se ilustra en la **figura P30.63**. Sea $\mathcal{E} = 36.0$ V, $R_0 = 50.0\ \Omega$, $R = 150\ \Omega$ y $L = 4.00$ H. *a*) El interruptor $S_1$ está cerrado y el $S_2$ se deja abierto. Inmediatamente después de cerrar $S_1$, ¿cuáles son la corriente $i_0$ a través de $R_0$ y las diferencias de potencial $v_{ac}$ y $v_{cb}$? *b*) Después de que $S_1$ ha estado cerrado por mucho tiempo ($S_2$ sigue abierto), de manera que la corriente ha alcanzado su valor final y estable, ¿cuáles son $i_0$, $v_{ac}$ y $v_{cb}$? *c*) Determine las expresiones para $i_0$, $v_{ac}$ y $v_{cb}$ como funciones del tiempo $t$ desde que $S_1$ fue cerrado. Los resultados deben concordar con el inciso *a*) cuando $t = 0$, y con el inciso *b*) cuando $t \to \infty$. Elabore una gráfica de $i_0$, $v_{ac}$ y $v_{cb}$ contra el tiempo.

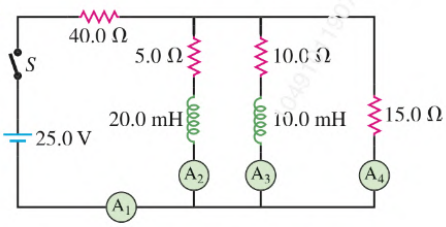
Figura **P30.63**




**30.64** •• Una vez que la corriente en el circuito de la figura P30.63 ha alcanzado su valor final y estable, con el interruptor $S_1$ cerrado y el $S_2$ abierto, se cierra este interruptor $S_2$, lo cual hace que el inductor quede en cortocircuito (el interruptor $S_1$ permanece cerrado. Vea el problema 30.63 para tener los valores numéricos de los elementos del circuito). *a*) Justo después de cerrar $S_2$, ¿cuáles son los valores de $v_{ac}$ y $v_{cb}$, y cuáles los de las corrientes a través de $R_0$, $R$ y $S_2$? *b*) Mucho tiempo después de haberse cerrado $S_2$, ¿cuáles son $v_{ac}$ y $v_{cb}$, y cuáles son las corrientes a través de $R_0$, $R$ y $S_2$? *c*) Obtenga expresiones para las corrientes a través de $R_0$, $R$ y $S_2$, como funciones del tiempo $t$ que ha transcurrido desde que se cerró $S_2$. Sus resultados deben concordar con el inciso *a*) cuando $t = 0$, y con el *b*) cuando $t \to \infty$. Haga una gráfica de estas tres corrientes en función del tiempo.

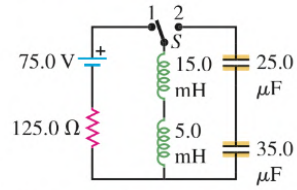
**30.65** •• PA En el circuito mostrado en la **figura P30.65**, el interruptor $S$ está cerrado en el instante $t = 0$. *a*) Determine la lectura de cada medidor exactamente después de que se cierra $S$. *b*) ¿Cuál es la lectura de cada medidor mucho después de que se cerró $S$?

Figura **P30.65**




**30.66** ••• PA En el circuito que se ilustra en la **figura P30.66**, ni la batería ni los inductores tienen una resistencia apreciable, los capacitores están inicialmente descargados y el interruptor $S$ ha estado por mucho tiempo en la posición 1. *a*) ¿Cuál es la corriente en el circuito? *b*) Ahora se acciona repentinamente el interruptor a la posición 2. Calcule la carga máxima que recibirá cada capacitor y cuánto tiempo se requerirá para adquirir esa carga a partir del momento en que fue accionado el interruptor.

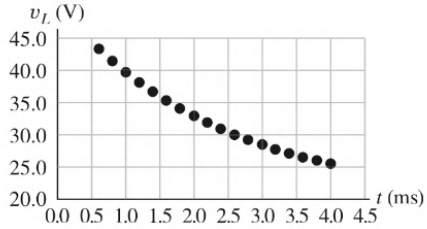
Figura **P30.66**




**30.67** •• DATOS Durante una práctica de verano como técnico en electrónica, se le pide medir la autoinductancia $L$ de un solenoide. Conecta el solenoide en serie con un resistor de 10.0 Ω, una batería cuya resistencia interna es despreciable y un interruptor. Usando un voltímetro ideal, usted mide y registra digitalmente el voltaje $v_L$ a través del solenoide en función del tiempo $t$ que ha transcurrido desde que el interruptor se cerró. Los valores medidos se muestran en la **figura P30.67**, donde $v_L$ se grafica contra $t$. Además, usted mide que $v_L = 50.0$ V exactamente después de que el interruptor se cerró, y $v_L = 20.0$ V mucho tiempo después de que se cerró. *a*) Aplique la regla de las mallas al circuito y obtenga una ecuación para $v_L$ como función de $t$. [*Sugerencia:* Realice un análisis similar al que se aplicó para obtener la ecuación (30.15)]. *b*) ¿Cuál es la fem $\mathcal{E}$ de la batería?

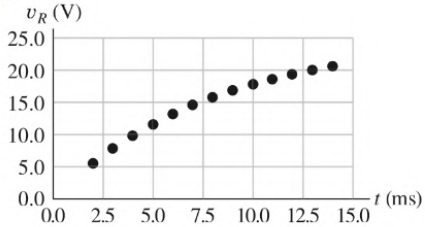
*c*) De acuerdo con sus mediciones, ¿cuál es la amplitud del voltaje del resistor de 10.0 Ω cuando $t \to \infty$? Use este resultado para obtener la corriente en el circuito conforme $t \to \infty$. *d*) ¿Cuál es la resistencia $R_L$ del solenoide? *e*) Use la ecuación teórica del inciso *a*), la figura P30.67, y los valores de $\mathcal{E}$ y $R_L$ de los incisos *b*) y *d*) para calcular *L*. (*Sugerencia:* De acuerdo con la ecuación, ¿cuál es el valor de $v_L$ cuando $t = \tau$, una constante de tiempo)? Use la figura P30.67 para estimar el valor de $t = \tau$.

Figura **P30.67**




**30.68** •• DATOS Usted revisa un solenoide de resistencia e inductancia desconocidas. Lo conecta en serie con un resistor de 50.0 Ω, una batería de 25.0 V con resistencia interna despreciable y un interruptor. Usando un voltímetro ideal, usted mide y registra digitalmente la diferencia de potencial $v_R$ a través del resistor, como una función del tiempo *t* que ha transcurrido desde que el interruptor se cerró. Los valores medidos se muestran en la **figura P30.68**, donde $v_R$ se grafica contra *t*. Además, usted mide que $v_R = 0$ exactamente después de que el interruptor se cerró y $v_R = 25.0$ V mucho tiempo después de que se cerró. *a*) ¿Cuál es la resistencia $R_L$ del solenoide? *b*) Aplique la regla de las mallas al circuito y obtenga una ecuación para $v_R$ como función de *t*. De acuerdo con la ecuación que se obtuvo en el inciso *b*), ¿cuál es el valor de $v_R$ = cuando $t = \tau$, una constante de tiempo? Use la figura P30.68 para estimar el valor de $t = \tau$. ¿Cuál es la inductancia del solenoide? *d*) ¿Cuánta energía se almacena en el inductor mucho tiempo después de que el interruptor se cerró?

Figura **P30.68**




**30.69** •• DATOS Para investigar las propiedades de un solenoide industrial grande, se conecta en serie con un resistor y una batería. Unos interruptores permiten que se retire la batería y se sustituya con un circuito pequeño a través del solenoide y el resistor, de modo que se aplica la figura 30.11, con $R = R_{ext} + R_L$, donde $R_L$ es la resistencia del solenoide y $R_{ext}$ es la resistencia del resistor en serie. Con el interruptor $S_2$ abierto, se cierra el interruptor $S_1$ y se mantiene cerrado hasta que la corriente *i* en el solenoide es constante (figura 30.11). Luego se cierra $S_2$ y se abre $S_1$ simultáneamente, usando un mecanismo de conmutación de respuesta rápida. Con electrónica de alta velocidad, se mide el tiempo $t_{mitad}$ que le toma a la corriente disminuir a la mitad de su valor inicial. Se repite esta medición para varios valores de $R_{ext}$ y se obtienen los resultados siguientes:

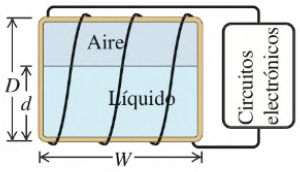
| $R_{ext}$ (Ω) | 3.0 | 4.0 | 5.0 | 6.0 | 7.0 | 8.0 | 10.0 | 12.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_{mitad}$ (s) | 0.735 | 0.654 | 0.589 | 0.536 | 0.491 | 0.453 | 0.393 | 0.347 |

*a*) Grafique los datos en la forma de $1/t_{mitad}$ contra $R_{ext}$. Explique por qué los datos puntuales de esta gráfica se ubican cerca de una línea recta. *b*) Use la gráfica del inciso *a*) para calcular la resistencia $R_L$ y la inductancia *L* del solenoide. *c*) Si la corriente en el solenoide es de 20.0 A, ¿cuánta energía se almacena ahí? ¿A qué razón se disipa la energía eléctrica en la resistencia del solenoide?

## PROBLEMAS DE DESAFÍO

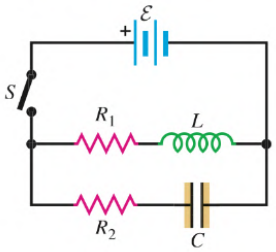
**30.70** ••• PA **Medidor de volumen.** Un tanque que contiene un líquido tiene espiras de alambre enrolladas, lo cual hace que actúe como inductor. El contenido líquido del tanque se mide usando su inductancia, para determinar la altura que alcanza el líquido en el interior del tanque. La inductancia del tanque cambia de un valor $L_0$ correspondiente a una permeabilidad relativa de 1, cuando el tanque está vacío, a un valor de $L_f$ que corresponde a una permeabilidad relativa de $K_m$ (la permeabilidad relativa del líquido) cuando el tanque está lleno. Los circuitos electrónicos adecuados son capaces de determinar la inductancia con cinco cifras significativas y, por lo tanto, la permeabilidad relativa efectiva de la combinación de aire y líquido dentro de la cavidad rectangular del tanque. Los cuatro lados del tanque tienen un ancho de *W* y altura *D* (**figura P30.70**). La altura del líquido en el tanque es *d*. Pueden ignorarse los efectos de los bordes, y suponga que también se puede ignorar la permeabilidad relativa del material de que está hecho el tanque. *a*) Obtenga una expresión para *d* como función de *L*, la inductancia correspondiente a cierta altura de fluido, $L_0$, $L_f$ y *D*. *b*) ¿Cuál es la inductancia (con cinco cifras significativas) del tanque con su contenido a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y lleno por completo, si contiene oxígeno líquido? Tome $L_0 = 0.63000$ H. La susceptibilidad magnética del oxígeno líquido es $\chi_m = 1.52 \times 10^{-3}$. *c*) Repita el inciso *b*) para el mercurio. La susceptibilidad magnética del mercurio se da en la tabla 28.1. *d*) ¿Para cuál material es más práctico este medidor de volumen?

Figura **P30.70**




**30.71** ••• PA CALC Considere el circuito que se ilustra en la **figura P30.71**. El interruptor *S* se cierra en el instante $t = 0$, lo que ocasiona una corriente $i_1$ a través del ramal inductivo, y una corriente $i_2$ a través del ramal del capacitor. La carga inicial en el capacitor es igual a cero, y la carga en el momento *t* es $q_2$. *a*) Obtenga expresiones para $i_1$, $i_2$ y $q_2$ como funciones del tiempo. Exprese sus respuestas en términos de $\mathcal{E}$, *L*, *C*, $R_1$, $R_2$ y *t*. Para el resto del problema, los elementos de circuito tendrán los siguientes valores: $\mathcal{E} = 48$ V, $L = 8.0$ H, $C = 20$ μF, $R_1 = 25$ Ω y $R_2 = 5000$ Ω. *b*) ¿Cuál es la corriente inicial a través del ramal inductivo? ¿Cuál es la corriente inicial a través del ramal del capacitor? *c*) ¿Cuáles son las corrientes a través de los ramales del inductor y del capacitor, mucho tiempo después de que se cerró el interruptor? ¿Cuánto es "mucho tiempo"? Explique su respuesta. *d*) En qué momento $t_1$ (con una exactitud de dos cifras significativas) serán iguales las corrientes $i_1$ e $i_2$? (*Sugerencia:* Tal vez deba considerar el empleo de las expansiones de series en el caso de las exponenciales). *e*) Para las condiciones del inciso *d*), calcule $i_1$. *f*) La corriente total a través de la batería es $i = i_1 + i_2$. ¿En qué momento $t_2$ (con exactitud de dos cifras significativas) será *i* igual a la mitad de su valor final? (*Sugerencia:* El trabajo numérico se simplifica mucho si se hacen las aproximaciones adecuadas. Una gráfica de $i_1$ e $i_2$ en función de *t* tal vez ayudaría a decidir cuáles aproximaciones son válidas).

Figura **P30.71**



## PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

BIO **ENFRIAMIENTO DE UN IMÁN EN IRM.** Los imanes que transportan corrientes muy grandes se usan para producir los campos magnéticos uniformes de gran magnitud que se requieren en la obtención de *imágenes por resonancia magnética* (IRM). Un imán IRM típico es un solenoide de 2.0 m de largo y 1.0 m de diámetro, con una autoinductancia de 4.4 H y transporta una corriente de 750 A. Un alambre normal que transporta una corriente así de grande disiparía mucha energía eléctrica como calor, de modo que las bobinas de la mayoría de los imanes de IRM se hacen con bobinas de alambre superconductor enfriado con helio líquido a una temperatura exactamente por debajo de su punto de ebullición (4.2 K). Después de que se genera la corriente en el alambre, se desconecta la planta de suministro y las espiras del conductor se compactan como un sólo trozo superconductor, de modo que la corriente fluye sin resistencia siempre y cuando el helio líquido mantenga frío el imán.

En tales circunstancias, un pequeño trozo del alambre del imán puede perder sus propiedades superconductoras y generar una resistencia. En este segmento, la energía eléctrica se convierte en energía térmica, lo cual puede hacer hervir algo del helio líquido. Entonces, mayor cantidad del alambre se calienta y pierde sus propiedades superconductoras, disipando más energía como calor. Como el calor latente de vaporización del helio líquido es bastante bajo, (20.9 kJ/kg), una vez que el alambre comienza a calentarse, todo el helio líquido puede hervir con rapidez. Este evento, conocido como *fuga de helio*, puede dañar al imán. También se genera gran cantidad de helio gaseoso conforme el helio líquido hierve, con el riesgo consiguiente de asfixia; además, el rápido crecimiento de la presión suele causar explosiones. Se ve con claridad la importancia de mantener en cero la resistencia del alambre en un imán de IRM, y contar con dispositivos que detecten un enfriamiento rápido y disminuyan la corriente inmediatamente.

**30.72** ¿Cuántas espiras tiene un imán de IRM normal? *a*) 1100; *b*) 3000; *c*) 4000; *d*) 22,000.

**30.73** Si una pequeña parte de este imán pierde sus propiedades superconductivas y la resistencia del alambre del imán se eleva rápidamente de 0 a una constante de 0.005 Ω, ¿cuánto tiempo le tomará a la corriente disminuir a la mitad de su valor inicial? *a*) 4.7 min; *b*) 10 min; *c*) 15 min; *d*) 30 min.

**30.74** Si una parte del imán desarrolla resistencia y el helio líquido hierve, haciendo cada vez más grande el imán no superconductor, ¿cómo afectará esta conversión del helio el tiempo para que la corriente disminuya a la mitad de su valor inicial? *a*) El tiempo será más corto porque la resistencia aumenta; *b*) el tiempo será más largo porque la resistencia aumenta; *c*) el tiempo será el mismo; *d*) se necesita más información.

**30.75** Si toda la energía magnética almacenada en este imán de IRM se convierte en energía térmica, ¿cuánto helio líquido hervirá? *a*) 27 kg; *b*) 38 kg; *c*) 60 kg; *d*) 110 kg.

# Respuestas

## Pregunta de inicio de capítulo ?

**iii.** Como se explicó en la sección 30.2, los sensores de los semáforos funcionan midiendo el cambio en la inductancia de una bobina colocada bajo el pavimento cuando un automóvil (el cual tiene material ferromagnético) pasa por encima de ella.

## Respuesta a las secciones Evalúe su comprensión

**30.1 iii.** Duplicar tanto la longitud del solenoide ($l$) como el número de espiras de alambre en éste ($N_1$) no tendría efecto en la inductancia mutua $M$. El ejemplo 30.1 indica que $M$ depende de la razón de tales cantidades, las cuales permanecerían sin cambio. Esto se debe a que el campo magnético producido por el solenoide depende del número de espiras *por unidad de longitud*, y el cambio propuesto no tiene efecto sobre esta cantidad.

**30.2 iv, i, iii, ii.** De acuerdo con la ecuación (30.8), la diferencia de potencial a través del inductor es $V_{ab} = L\,di/dt$. Para los cuatro casos se encuentra que **i.** $V_{ab} = (2.0\ \mu\text{H})(2.0\ \text{A} - 1.0\ \text{A})/(0.50\ \text{s}) = 4.0\ \mu\text{V}$; **ii.** $V_{ab} = (4.0\ \mu\text{H})(0 - 3.0\ \text{A})/(2.0\ \text{s}) = -6.0\ \mu\text{V}$; **iii.** $V_{ab} = 0$ porque la razón de cambio de la corriente es igual a cero; y **iv.** $V_{ab} = (1.0\ \mu\text{H})(4.0\ \text{A} - 0)/(0.25\ \text{s}) = 16\ \mu\text{V}$.

**30.3** ***a*) sí, *b*) no** La inversión del sentido de la corriente no tiene efecto sobre la magnitud del campo magnético, pero ocasiona que se invierta el sentido del campo magnético. No tiene efecto sobre la densidad de energía del campo magnético, que es proporcional al cuadrado de la *magnitud* del campo magnético.

**30.4** ***a*) i., *b*) ii.** Recuerde que $v_{ab}$ es el potencial en $a$ menos el potencial en $b$, y de manera similar para $v_{bc}$. Para cualquier arreglo de los interruptores, la corriente fluye a través del resistor de $a$ a $b$. El extremo corriente arriba del resistor siempre está en el potencial mayor, por lo que $v_{ab}$ es positiva. Con $S_1$ cerrado y $S_2$ abierto, la corriente a través del inductor fluye de $b$ a $c$ y es creciente. La fem autoinducida se opone a este incremento, por lo que se dirige de $c$ a $b$, lo cual significa que $b$ está a un potencial mayor. Entonces, $v_{bc}$ es positiva. Con $S_1$ abierto y $S_2$ cerrado, la corriente en el inductor otra vez fluye de $b$ a $c$, pero ahora disminuye. La fem autoinducida se dirige de $b$ a $c$ en un esfuerzo por sostener la corriente que decae, así que $c$ está a un potencial mayor y $v_{bc}$ es negativa.

**30.5** ***a*) positivo, *b*) eléctrica, *c*) negativo, *d*) eléctrica** El capacitor pierde energía entre las etapas *a*) y *b*), por lo que realiza trabajo positivo sobre las cargas. Lo logra ejerciendo una fuerza eléctrica que empuja la corriente lejos de la placa izquierda del capacitor con carga positiva y hacia la placa derecha con carga negativa. Al mismo tiempo, el inductor gana energía y efectúa trabajo negativo sobre las cargas en movimiento. Aunque el inductor almacena energía magnética, la fuerza que ejerce el inductor es *eléctrica*. Esta fuerza proviene de la fem autoinducida del inductor (vea la sección 30.2).

**30.6 i. y iii.** No hay oscilaciones si $R^2 \geq 4L/C$. En cada caso, $R^2 = (2.0\ \Omega)^2 = 4.0\ \Omega^2$. En el caso **i.**, $4L/C = 4(3.0\ \mu\text{H})/(6.0\ \mu\text{F}) = 2.0\ \Omega^2$, por lo que no hay oscilaciones (el sistema está sobreamortiguado); en el caso **ii.**, $4L/C = 4(6.0\ \mu\text{H})/(3.0\ \mu\text{F}) = 8.0\ \Omega^2$, de manera que sí hay oscilaciones (el sistema está subamortiguado), y en el caso **iii.**, $4L/C = 4(3.0\ \mu\text{H})/(3.0\ \mu\text{F}) = 4.0\ \Omega^2$, y no hay oscilaciones (el sistema está críticamente amortiguado).

## Problema práctico

***a*)** $7.68 \times 10^{-8}$ J ***b*)** 1.60 mA ***c*)** 24.8 mV
***d*)** $1.92 \times 10^{-8}$ J, 21.5 mV

# RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE NÚMERO IMPAR

## Capítulo 21

21.1 a) $2.00 \times 10^{10}$ b) $8.59 \times 10^{-13}$

21.3 $3.4 \times 10^{18}$ m/s$^2$ (protón), $6.3 \times 10^{21}$ m/s$^2$ (electrón)

21.5 1.3 nC

21.7 3.7 km

21.9 a) 0.742 $\mu$C b) 0.371 $\mu$C, 1.48 $\mu$C

21.11 a) $2.21 \times 10^4$ m/s$^2$

21.13 +0.750 nC

21.15 $1.8 \times 10^{-4}$ N, en la dirección $+x$

21.17 $x = -0.144$ m

21.19 2.58 $\mu$N, en la dirección $-y$

21.21 a) $8.80 \times 10^{-9}$ N, de atracción
b) $8.22 \times 10^{-8}$ N; aproximadamente 10 veces más grande que la fuerza de enlace

21.23 a) $4.40 \times 10^{-16}$ N b) $2.63 \times 10^{11}$ m/s$^2$
c) $2.63 \times 10^5$ m/s

21.25 a) $3.30 \times 10^6$ N/C, a la izquierda b) 14.2 ns
c) $1.80 \times 10^3$ N/C, a la derecha

21.27 a) $-21.9\ \mu$C b) $1.02 \times 10^{-7}$ N/C

21.29 a) 364 N/C b) no; 2.73 $\mu$m, hacia abajo

21.31 $1.79 \times 10^6$ m/s

21.33 a) $-\hat{\jmath}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{\jmath}$
c) $-0.39\hat{\imath} + 0.92\hat{\jmath}$

21.35 a) 633 km/s b) 15.9 km/s

21.37 a) 0
b) para $|x| < a$: $E_x = -\frac{q}{\pi\epsilon_0}\frac{ax}{(x^2 - a^2)^2}$;
para $x > a$: $E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\frac{x^2 + a^2}{(x^2 - a^2)^2}$;
para $x < -a$: $E_x = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0}\frac{x^2 + a^2}{(x^2 - a^2)^2}$

21.39 a) (i) 574 N/C, dirección $+x$ (ii) 268 N/C, dirección $-x$ (iii) 404 N/C, dirección $-x$
b) (i) $9.20 \times 10^{-17}$ N, dirección $-x$
(ii) $4.30 \times 10^{-17}$ N, dirección $+x$
(iii) $6.48 \times 10^{-17}$ N, dirección $+x$

21.41 $1.04 \times 10^7$ N/C, hacia la carga de $-2.00\ \mu$C

21.43 a) 8740 N/C, a la derecha
b) 6540 N/C, a la derecha
c) $1.40 \times 10^{-15}$ N, a la derecha

21.45 $1.73 \times 10^{-8}$ N, hacia un punto a la mitad entre los dos electrones

21.47 a) $E_x = E_y = E = 0$ b) $E_x = 2660$ N/C, $E_y = 0$, $E = 2660$ N/C, dirección $+x$
c) $E_x = 129$ N/C, $E_y = -510$ N/C, $E = 526$ N/C, 284° en sentido contrario a las manecillas del reloj a partir del eje $+x$
d) $E_x = 0$, $E_y = 1380$ N/C, $E = 1380$ N/C, dirección $+y$

21.49 a) $1.14 \times 10^5$ N/C, hacia el centro del disco
b) $8.92 \times 10^4$ N/C, hacia el centro del disco
c) $1.46 \times 10^5$ N/C, hacia la carga

21.51 a) $(7.0\ \text{N/C})\hat{\imath}$ b) $(1.75 \times 10^{-5}\ \text{N})\hat{\imath}$

21.53 a) $1.4 \times 10^{-11}$ C · m, de $q_1$ hacia $q_2$ b) 860 N/C

21.55 a) $\vec{p}$ está alineado ya sea en la misma dirección de $\vec{E}$ o en dirección opuesta b) estable: $\vec{p}$ está alineado en la misma dirección de $\vec{E}$; inestable: $\vec{p}$ está alineado en dirección opuesta de $\vec{E}$

21.57 a) 1680 N, de la carga de $+5.00\ \mu$C hacia la carga de $-5.00\ \mu$C b) 22.3 N · m, en sentido de las manecillas del reloj

21.59 b) $\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 L^2}(1 + 2\sqrt{2})$, alejándose del centro del cuadrado

21.61 a) $8.63 \times 10^{-5}$ N, $-5.52 \times 10^{-5}$ N
b) $1.02 \times 10^{-4}$ N, 32.6° debajo del eje $+x$

21.63 b) 2.80 $\mu$C c) 39.5°

21.65 $3.41 \times 10^4$ N/C, a la izquierda

21.67 entre las cargas, a 0.24 m de la carga de 0.500 nC

21.69 a $x = d/3$, $q = -4Q/9$

21.71 a) $\frac{6q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$, alejándose del vértice vacío
b) $\frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$, hacia el centro del cuadrado

21.73 a) $6.0 \times 10^{23}$ b) $4.1 \times 10^{-31}$ N (gravitacional), 510 kN (eléctrica)
c) para la fuerza eléctrica sí, para la fuerza gravitacional no

21.75 2190 km/s

21.77 a) $\frac{mv_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{2eE}$ b) $\frac{mv_0^2 \operatorname{sen}^2 2\alpha}{eE}$
d) $h_{\text{máx}}$: 0.418 m, $d$: 2.89 m

21.79 a) $E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{1}{x - a} - \frac{1}{x}\right)$, $E_y = 0$
b) $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + a}\right)\hat{\imath}$

21.81 a) $-7.99$ nC b) $-24.0$ nC

21.83 a) 1.56 N/C, dirección $+x$ c) menor
d) 4.7%

21.85 $E_x = E_y = \frac{Q}{2\pi^2\epsilon_0 a^2}$

21.87 a) $6.25 \times 10^4$ N/C, 225° en sentido contrario a las manecillas del reloj a partir de un eje que apunta hacia la derecha del punto $P$
b) $1.00 \times 10^{-14}$ N, opuesto a la dirección del campo eléctrico

21.89 a) $1.15 \times 10^6$ N/C, a la izquierda
b) $1.58 \times 10^5$ N/C, a la izquierda
c) $1.58 \times 10^5$ N/C, a la derecha

21.91 a) $\pi(R_2^2 - R_1^2)\sigma$
b) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{(R_1/x)^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{(R_2/x)^2 + 1}}\right)\frac{|x|}{x}\hat{\imath}$
c) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)x\hat{\imath}$; $x \ll R_1$
d) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q\sigma}{2\epsilon_0 m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$

21.93 a) $q_1 = 8.00\ \mu$C, $q_2 = 3.00\ \mu$C b) 7.49 N, en la dirección $-x$ c) $x = 0.248$ m

21.95 b) $q_1 < 0$, $q_2 > 0$ c) 0.843 $\mu$C d) 56.2 N

21.97 a) $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L}\left(\frac{1}{2x + a} - \frac{1}{2L + 2x + a}\right)$

21.99 opción (c)

21.101 opción (b)

## Capítulo 22

22.1 a) 1.8 N · m$^2$/C b) no c) (i) 0° (ii) 90°

22.3 a) $3.53 \times 10^5$ N · m$^2$/C b) 3.13 $\mu$C

22.5 $\pi r^2 E$

22.7 0.977 N · m$^2$/C, hacia adentro

22.9 a) 0 b) $1.22 \times 10^8$ N/C, radialmente hacia adentro
c) $3.64 \times 10^7$ N/C, radialmente hacia adentro

22.11 a) $1.17 \times 10^5$ N · m$^2$/C b) sin cambio

22.13 0.0810 N

22.15 $1.35 \times 10^{10}$

22.17 a) $6.47 \times 10^5$ N/C, dirección $+y$
b) $7.2 \times 10^4$ N/C, dirección $-y$

22.19 a) 5.73 $\mu$C/m$^2$ b) $6.47 \times 10^5$ N/C
c) $-5.65 \times 10^4$ N · m$^2$/C

22.21 a) 0.260 $\mu$C/m$^3$ b) 1960 N/C

22.23 a) $6.56 \times 10^{-21}$ J b) $1.20 \times 10^5$ m/s

22.25 a) 6.00 nC b) $-1.00$ nC

22.27 $\sigma/\epsilon_0$ (entre las placas), 0 (afuera de las placas)

22.29 a) $2\pi R\sigma$ b) $\frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}$ c) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

22.31 1.16 km/s

22.33 10.2°

22.35 a) 750 N · m$^2$/C b) 0
c) 577 N/C, dirección $+x$
d) de adentro y de afuera

22.37 a) $-0.598$ nC b) de adentro y de afuera

22.39 a) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$, radialmente hacia afuera
b) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$, radialmente hacia afuera
d) $-\lambda$ (interior), $+\lambda$ (exterior)

22.41 a) $\frac{\rho r}{2\epsilon_0}$ b) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
c) Son iguales

22.43 a) $r < R$: 0; $R < r < 2R$: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$, radialmente hacia afuera; $r > 2R$: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q}{r^2}$ radialmente hacia afuera

22.45 a) (i) 0 (ii) 0 (iii) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 r^2}$, radialmente hacia afuera
(iv) 0 (v) $\frac{3q}{2\pi\epsilon_0 r^2}$, radialmente hacia afuera
b) (i) 0 (ii) $+2q$ (iii) $-2q$ (iv) $+6q$

22.47 a) $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, hacia el centro del cascarón b) 0

22.49 a) $\frac{\alpha}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$ b) $q = +2\pi\alpha a^2$, $E = \frac{\alpha}{2\epsilon_0}$

22.51 $R/2$

22.53 c) $\frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}\left(4 - \frac{3r}{R}\right)$ e) $2R/3$, $\frac{Q}{3\pi\epsilon_0 R^2}$

22.55 b) $|x| > d$ (afuera de la placa): $\frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0}\frac{x}{|x|}\hat{\imath}$;
$|x| < d$ (adentro de la placa): $\frac{\rho_0 x^3}{3\epsilon_0 d^2}\hat{\imath}$

22.57 b) $\frac{\rho\vec{b}}{3\epsilon_0}$

22.59 a) línea uniformemente cargada: A; esfera uniformemente cargada: B
b) $\lambda = 1.50 \times 10^{-7}$ C/m, $\rho = 2.81 \times 10^{-3}$ C/m$^3$

22.61 (i) 377 N/C (ii) 653 N/C (iii) 274 N/C (iv) 0

22.63 opción (a)

22.65 opción (b)

## Capítulo 23

23.1 $-0.356$ J

23.3 $3.46 \times 10^{-13}$ J = 2.16 MeV

23.5 a) 12.5 m/s b) 0.323 m

23.7 $1.94 \times 10^{-5}$ N

23.9 a) 13.6 km/s; mucho tiempo después de liberarse b) $2.45 \times 10^{17}$ m/s$^2$; justo después de liberarse
23.11 $-q/2$
23.13 7.42 m/s, más rápido
23.15 a) 0 b) 0.750 mJ c) −2.06 mJ
23.17 a) 0 b) −175 kV c) −0.875 J
23.19 a) −737 V b) −704 V c) $8.2 \times 10^{-8}$ J
23.21 b) $V = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{|x|} - \dfrac{2}{|x-a|}\right)$
c) $x = -a, a/3$ e) $V = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$
23.23 a) $b$ b) 800 V/m c) −48.0 $\mu$J
23.25 a) (i) 180 V (ii) −270 V (iii) −450 V
b) 719 V, coraza interior
23.27 a) oscilatorio b) $1.67 \times 10^7$ m/s
23.29 150 m/s
23.31 a) 94.9 nC/m b) no, menos c) cero
23.33 a) 78.2 kV b) 0
23.35 0.474 J
23.37 a) 8.00 kV/m b) 19.2 $\mu$N c) 0.864 $\mu$J
d) −0.864 $\mu$J
23.39 −760 V
23.41 a) (i) $V = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_a} - \dfrac{1}{r_b}\right)$
(ii) $V = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r_b}\right)$ (iii) $V = 0$
d) 0 e) $E = \dfrac{q - Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
23.43 a) $E_x = -Ay + 2Bx$, $E_y = -Ax - C$, $E_z = 0$
b) $x = -C/A$, $y = -2BC/A^2$, cualquier valor de $z$
23.45 a) 0.762 nC
23.47 a) −0.360 $\mu$J b) $x = 0.074$ m
23.49 $4.2 \times 10^6$ V
23.51 a) 4.79 MeV, $7.66 \times 10^{-13}$ J
b) $5.17 \times 10^{-14}$ m
23.53 a) −21.5 $\mu$J b) −2.83 kV c) 35.4 kV/m
23.55 a) $7.85 \times 10^4$ V/m$^{4/3}$
b) $E_x(x) = -(1.05 \times 10^5 \text{ V/m}^{4/3})x^{1/3}$
c) $3.13 \times 10^{-15}$ N, hacia el ánodo
23.57 a) $-\dfrac{1.46q^2}{\pi\epsilon_0 d}$
23.59 47.8 V
23.61 a) (i) $V = (\lambda/2\pi\epsilon_0)\ln(b/a)$
(ii) $V = (\lambda/2\pi\epsilon_0)\ln(b/r)$ (iii) $V = 0$
d) $(\lambda/2\pi\epsilon_0)\ln(b/a)$
23.63 a) $1.76 \times 10^{-16}$ N, hacia abajo
b) $1.93 \times 10^{14}$ m/s$^2$, hacia abajo c) 0.822 cm
d) 15.3° e) 3.29 cm
23.65 a) 97.1 kV/m b) 30.3 pC
23.67 $\frac{3}{5}\left(\dfrac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}\right)$
23.69 360 kV
23.71 a) 50.0 g: 216 m/s$^2$, 12.7 m/s; 150.0 g: 7.20 m/s$^2$, 4.24 m/s
23.73 a) $\dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\ln\left(\dfrac{x+a}{x}\right)$
b) $\dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\ln\left(\dfrac{a + \sqrt{a^2+y^2}}{y}\right)$
c) (a): $\dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 x}$, (b): $\dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 y}$
23.75 a) $\frac{1}{3}$ b) 3
23.77 a) 7580 km/s b) 7260 km/s
c) $2.3 \times 10^9$ K; $6.4 \times 10^9$ K
23.79 a) $A = -6.0$ V/m$^2$, $B = -4.0$ V/m$^3$, $C = -2.0$ V/m$^6$, $D = 10$ V, $l = 2.0$, $m = 3.0$, $n = 6.0$
b) (0, 0, 0): 10.0 V, 0; (0.50 m, 0.50 m, 0.50 m): 8.0 V, 6.7 V/m; (1.00 m, 1.00 m, 1.00 m): −2.0 V, 21 V/m
23.81 c) $4.79 \times 10^{-19}$ C (gota 1), $1.59 \times 10^{-19}$ C (gota 2), $8.09 \times 10^{-19}$ C (gota 3), $3.23 \times 10^{-19}$ C (gota 4)
d) 3 (gota 1), 5 (gota 3), 2 (gota 4)
e) $1.60 \times 10^{-19}$ C (gota 1), $1.59 \times 10^{-19}$ C (gota 2), $1.62 \times 10^{-19}$ C (gotas 3 y 4); $1.61 \times 10^{-19}$ C
23.83 $1.01 \times 10^{-12}$ m, $1.11 \times 10^{-13}$ m, $2.54 \times 10^{-14}$ m
23.85 opción (b)

## Capítulo 24

24.1 a) 10.0 kV b) 22.6 cm$^2$ c) 8.00 pF
24.3 a) 604 V b) 90.8 cm$^2$ c) 1840 kV/m
d) 16.3 $\mu$C/m$^2$
24.5 a) 120 $\mu$C b) 60 $\mu$C c) 480 $\mu$C
24.7 a) 1.05 mm b) 84.0 V
24.9 a) 4.35 pF b) 2.30 V
24.11 a) 15.0 pF b) 3.09 cm c) 31.2 kN/C
24.13 a) 17.5 cm b) 25.5 nC
24.15 a) en serie b) 5000
24.17 a) $Q_1 = Q_2 = 22.4$ $\mu$C, $Q_3 = 44.8$ $\mu$C, $Q_4 = 67.2$ $\mu$C b) $V_1 = V_2 = 5.6$ V, $V_3 = 11.2$ V, $V_4 = 16.8$ V c) 11.2 V
24.19 a) $Q_1 = 156$ $\mu$C, $Q_2 = 260$ $\mu$C
b) $V_1 = V_2 = 52.0$ V
24.21 a) 19.3 nF b) 482 nC c) 162 nC d) 25 V
24.23 0.0283 J/m$^3$
24.25 a) 90.0 pF b) 0.0152 m$^3$ c) 4.5 kV d) 1.80 $\mu$J
24.27 a) $U_p = 4U_s$ b) $Q_p = 2Q_s$ c) $E_p = 2E_s$
24.29 a) 24.2 $\mu$C b) $Q_{35} = 7.7$ $\mu$C, $Q_{75} = 16.5$ $\mu$C c) 2.66 mJ
d) $U_{35} = 0.85$ mJ, $U_{75} = 1.81$ mJ e) 220 V
24.31 a) 1.60 nC b) 8.05
24.33 a) 3.60 mJ (antes), 13.5 mJ (después)
b) 9.9 mJ, aumenta
24.35 a) 0.620 $\mu$C/m$^2$ b) 1.28
24.37 0.0135 m$^2$
24.39 a) 6.3 $\mu$C b) 6.3 $\mu$C c) ninguno
24.41 a) 10.1 V b) 2.25
24.43 a) $\dfrac{Q}{\epsilon_0 AK}$ b) $\dfrac{Qd}{\epsilon_0 AK}$ c) $K\dfrac{\epsilon_0 A}{d} = KC_0$
24.45 a) 421 J b) 0.054 F
24.47 a) 0.531 pF b) 0.224 mm
24.49 a) 0.0160 C b) 533 V c) 4.26 J d) 2.14 J
24.51 a) 158 $\mu$J b) 72.1 $\mu$J
24.53 a) 2.5 $\mu$F
b) $Q_1 = 550$ $\mu$C, $Q_2 = 370$ $\mu$C, $Q_3 = Q_4 = 180$ $\mu$C, $Q_5 = 550$ $\mu$C; $V_1 = 65$ V, $V_2 = 87$ V, $V_3 = V_4 = 43$ V, $V_5 = 65$ V
24.55 $C_2 = 6.00$ $\mu$F, $C_3 = 4.50$ $\mu$F
24.57 a) 76 $\mu$C b) 1.4 mJ c) 11 V d) 1.3 mJ
24.59 a) 2.3 $\mu$F
b) $Q_1 = 970$ $\mu$C, $Q_2 = 640$ $\mu$C c) 47 V
24.61 a) 3.91 b) 22.8 V
24.63 1.67 $\mu$F
24.65 0.185 $\mu$J
24.67 b) 2.38 nF
24.69 a) $C_1 = 6.00$ $\mu$F, $C_2 = 3.00$ $\mu$F
b) la misma carga; $C_2$ almacena más energía
c) $C_1$ almacena más carga y energía
24.71 a) primero (conectado) b) 144 cm$^2$ c) desconectado
24.73 opción (c)
24.75 opción (a)

## Capítulo 25

25.1 1.0 C
25.3 a) $3.12 \times 10^{19}$ b) $1.51 \times 10^6$ A/m$^2$
c) 0.111 mm/s
d) tanto (b) como (c) aumentarían
25.5 a) 110 min b) 440 min c) $v_d \propto 1/d^2$
25.7 a) 330 C b) 41 A
25.9 9.0 $\mu$A
25.11 a) $1.06 \times 10^{-5}$ $\Omega \cdot$m b) 0.00105 (C°)$^{-1}$
25.13 a) 0.206 mV b) 0.176 mV
25.15 a) 1.21 V/m b) 0.0145 $\Omega$ c) 0.182 V
25.17 0.125 $\Omega$
25.19 a) $4.67 \times 10^{-8}$ $\Omega$ b) $6.72 \times 10^{-4}$ $\Omega$
25.21 a) 11 A b) 3.1 V c) 0.28 $\Omega$
25.23 a) 99.54 $\Omega$ b) 0.0158 $\Omega$
25.25 a) 27.4 V b) 12.3 MJ
25.27 a) 0 b) 5.0 V c) 5.0 V
25.29 3.08 V, 0.067 $\Omega$, 1.80 $\Omega$
25.31 a) 1.41 A, en sentido de las manecillas del reloj
b) 13.7 V c) −1.0 V
25.33 a) 0.471 A, en sentido contrario a las manecillas del reloj b) 15.2 V
25.35 a) 144 $\Omega$ b) 240 $\Omega$
c) 100 W: 0.833 A; 60 W: 0.500 A
25.37 a) 29.8 W b) 0.248 A
25.39 a) 3.1 W b) 7.2 W c) 4.1 W
25.41 a) 300 W b) 0.90 J
25.43 a) 2.6 MJ b) 0.063 L c) 1.6 h
25.45 12.3%
25.47 a) 24.0 W b) 4.0 W c) 20.0 W
25.49 a) $1.55 \times 10^{-12}$ s
25.51 a) $3.65 \times 10^{-8}$ $\Omega \cdot$m b) 172 A
c) 2.58 mm/s
25.53 0.060 $\Omega$
25.55 a) 2.5 mA b) 21.4 $\mu$V/m c) 85.5 $\mu$V/m
d) 0.180 mV
25.57 a) 80 C° b) no
25.59 a) $\dfrac{\rho h}{\pi r_1 r_2}$
25.61 a) 0.36 $\Omega$ b) 8.94 V
25.63 a) 1.0 k$\Omega$ b) 100 V c) 10 W
25.65 a) \$78.90 b) \$140.27
25.67 a) $I_A\left(1 + \dfrac{R_A}{r+R}\right)$ b) 0.0429 $\Omega$
25.69 a) 171 $\mu\Omega$ b) 176 $\mu$V/m
c) izquierda: 54.7 $\mu\Omega$; derecha: 116 $\mu\Omega$
25.71 a) 204 V b) 199 J
25.73 6.67 V
25.75 b) no c) sí d) 9.40 W e) 4.12 W
25.77 a) $R = \dfrac{\rho_0 L}{A}\left(1 - \dfrac{1}{e}\right)$, $I = \dfrac{V_0 A}{\rho_0 L\left(1 - \dfrac{1}{e}\right)}$
b) $E(x) = \dfrac{V_0 e^{-x/L}}{L\left(1 - \dfrac{1}{e}\right)}$
c) $V(x) = \dfrac{V_0\left(e^{-x/L} - \dfrac{1}{e}\right)}{1 - \dfrac{1}{e}}$
25.79 opción (c)
25.81 opción (d)

## Capítulo 26

26.1 $3R/4$
26.3 22.5 W
26.5 a) 3.50 A b) 4.50 A c) 3.15 A d) 3.25 A
26.7 0.769 A
26.9 a) 8.80 $\Omega$ b) 3.18 A c) 3.18 A
d) $V_{1.60} = 5.09$ V, $V_{2.40} = 7.63$ V, $V_{4.80} = 15.3$ V e) $P_{1.60} = 16.2$ W, $P_{2.40} = 24.3$ W, $P_{4.80} = 48.5$ W
f) el resistor con la mayor resistencia
26.11 a) $I_1 = 8.00$ A, $I_3 = 12.0$ A b) 84.0 V

26.13 5.00 Ω; $I_{3.00}$ = 8.00 A, $I_{4.00}$ = 9.00 A, $I_{6.00}$ = 4.00 A, $I_{12.0}$ = 3.00 A
26.15 a) $I_1$ = 1.50 A, $I_2 = I_3 = I_4$ = 0.500 A b) $P_1$ = 10.1 W, $P_2 = P_3 = P_4$ = 1.12 W; bombilla $R_1$ c) $I_1$ = 1.33 A, $I_2 = I_3$ = 0.667 A d) $P_1$ = 8.00 W, $P_2 = P_3$ = 2.00 W e) $R_2$ y $R_3$ brillan más, $R_1$ brilla menos
26.17 18.0 V, 3.00 A
26.19 1010 s
26.21 a) 0.100 A b) $P_{400}$ = 4.0 W, $P_{800}$ = 8.0 W c) 12.0 W d) $I_{400}$ = 0.300 A, $I_{800}$ = 0.150 A e) $P_{400}$ = 36.0 W, $P_{800}$ = 18.0 W f) 54.0 W g) en serie, la bombilla de 800 Ω; en paralelo, la bombilla de 400 Ω h) conexión en paralelo
26.23 a) 20.0 Ω b) $A_2$: 4.00 A; $A_3$: 12.0 A; $A_4$: 14.0 A; $A_5$: 8.00 A
26.25 a) 2.00 A b) 5.00 Ω c) 42.0 V d) 3.50 A
26.27 a) 8.00 A b) $\mathscr{E}_1$ = 36.0 V, $\mathscr{E}_2$ = 54.0 V c) 9.00 Ω
26.29 a) 1.60 A (arriba), 1.40 A (en medio), 0.20 A (abajo) b) 10.4 V
26.31 a) 36.4 V b) 0.500 A
26.33 a) 2.14 V, $a$ b) 0.050 A, 0; hacia abajo
26.35 a) 0.641 Ω b) 975 Ω
26.37 a) 17.9 V b) 22.7 V c) 21.4%
26.39 a) 0.849 μF b) 2.89 s
26.41 a) 0 b) 245 V c) 0 d) 32.7 mA e) (a): 245 V; (b): 0; (c): 1.13 mC; (d): 0
26.43 a) 4.21 ms b) 0.125 A
26.45 192 μC
26.47 13.6 A
26.49 a) 0.937 A b) 0.606 A
26.51 a) 165 μC b) 463 Ω c) 12.6 ms
26.53 900 W
26.55 a) 2.2 A, 4.4 V, 9.7 W b) 16.3 W; más brillante
26.57 a) +0.22 V b) 0.464 A
26.59 $I_1$ = 0.848 A, $I_2$ = 2.14 A, $I_3$ = 0.171 A
26.61 $I_{2.00}$ = 5.21 A, $I_{4.00}$ = 1.11 A, $I_{5.00}$ = 6.32 A
26.63 a) 109 V; no b) 13.5 s
26.65 a) 186 V, terminal positiva superior b) 3.00 A, hacia arriba c) 20.0 Ω
26.67 a) −12.0 V b) 1.71 A c) 4.21 Ω
26.69 a) $P_1 + P_2$ b) $\dfrac{P_1P_2}{P_1 + P_2}$
26.71 a) 1.35 W b) 8.31 ms c) 0.337 W
26.73 a) 114 V b) 263 V c) 266 V
26.75 a) 18.0 V b) $a$ c) 6.00 V d) ambas disminuyen en 36.0 μC
26.77 a) $V_{224}$ = 24.8 V, $V_{589}$ = 65.2 V b) 3840 Ω c) 62.6 V d) no
26.79 1.7 MΩ, 3.1 μF
26.81 a) −1.23 ms (pendiente), 79.5 μC (intersección con $y$) b) 247 Ω, 15.9 V c) 1.22 ms d) 11.9 V
26.85 b) 4 c) 3.2 MΩ, $4.0 \times 10^{-3}$ d) $3.4 \times 10^{-4}$ e) 0.88
26.87 opción (d)

## Capítulo 27

27.1 a) $(-6.68 \times 10^{-4}\ \text{N})\hat{k}$ b) $(6.68 \times 10^{-4}\ \text{N})\hat{\imath} + (7.27 \times 10^{-4}\ \text{N})\hat{\jmath}$
27.3 a) positivo b) 0.0505 N
27.5 9490 km/s
27.7 a) $B_x = -0.175$ T, $B_z = -0.256$ T b) $B_y$ c) 0; 90°
27.9 a) 1.46 T, en el plano $xz$ a 40° del eje $+x$ hacia el eje $-z$ b) $7.47 \times 10^{-16}$ N, en el plano $xz$ a 50° del eje $-x$ hacia el eje $-z$
27.11 a) 3.05 mWb b) 1.83 mWb c) 0
27.13 −0.78 mWb
27.15 a) 0.160 mT, hacia la página b) 0.111 μs
27.17 $7.93 \times 10^{-10}$ N, hacia el sur
27.19 a) $2.84 \times 10^6$ m/s, negativa b) sí c) igual
27.21 a) 835 km/s b) 26.2 ns c) 7.27 kV
27.23 0.838 mT
27.25 a) $(1.60 \times 10^{-14}\ \text{N})\hat{\jmath}$ b) sí c) hélice; no d) 1.40 cm
27.27 a) 7900 N/C, $\hat{\imath}$ b) 7900 N/C, $\hat{\imath}$
27.29 0.0445 T, hacia afuera de la página
27.31 a) 4.92 km/s b) $9.96 \times 10^{-26}$ kg
27.33 2.0 cm
27.35 0.724 N, 63.4° debajo de la dirección de la corriente en el segmento superior del alambre
27.37 a) 817 V b) 113 m/s$^2$
27.39 a) $a$ b) 3.21 kg
27.41 b) $F_{cd}$ = 1.20 N c) 0.420 N · m
27.43 a) $A_2$ b) 290 rad/s$^2$
27.45 a) $-NIAB\hat{\imath}$, 0 b) 0, $-NIAB$ c) $+NIAB\hat{\imath}$, 0 d) 0, $+NIAB$
27.47 a) 1.13 A b) 3.69 A c) 98.2 V d) 362 W
27.49 a) 4.7 mm/s b) $+4.5 \times 10^{-3}$ V/m, dirección $+z$ c) 53 μV
27.51 a) $-\dfrac{F_2}{qv_1}\hat{\jmath}$ b) $F_2/\sqrt{2}$
27.53 a) $8.3 \times 10^6$ m/s b) 0.14 T
27.55 3.45 T, perpendicular a la velocidad inicial de la moneda
27.57 a) −3.89 μC b) $(7.60 \times 10^{14}\ \text{m/s}^2)\hat{\imath} + (5.70 \times 10^{14}\ \text{m/s}^2)\hat{\jmath}$ c) 2.90 cm d) $2.88 \times 10^7$ Hz e) (0.0290 m, 0, 0.874 m)
27.59 1.6 mm
27.61 $\dfrac{Mg \tan\theta}{IB}$, de derecha a izquierda
27.63 a) 8.46 mT b) 27.2 cm c) 2.2 cm; sí
27.65 a) $ILB$, a la derecha b) $\dfrac{v^2m}{2ILB}$ c) 1960 km
27.67 1.97 N, 68.3° en sentido de las manecillas del reloj a partir del segmento de la izquierda
27.69 0.024 T, dirección $+y$
27.71 a) $F_{PQ} = 0$; $F_{RP}$ = 12.0 N, hacia la página; $F_{QR}$ = 12.0 N, hacia afuera de la página b) 0 c) $\tau_{PQ} = \tau_{RP} = 0$; $\tau_{QR}$ = 3.60 N · m d) 3.60 N · m; sí e) hacia afuera
27.73 $-(0.444\ \text{N})\hat{\jmath}$
27.75 b) hacia la izquierda: $(B_0LI/2)\hat{\imath}$; hacia arriba: $-IB_0L\hat{\jmath}$; hacia la derecha: $-(B_0LI/2)\hat{\imath}$; hacia abajo: 0 c) $-IB_0L\hat{\jmath}$
27.77 a) $-IA\hat{k}$ b) $B_x = \dfrac{3D}{IA}$, $B_y = \dfrac{4D}{IA}$, $B_z = -\dfrac{12D}{IA}$
27.79 b) $1.85 \times 10^{-28}$ kg c) 1.20 kV d) $8.32 \times 10^5$ m/s
27.81 a) 5.14 m b) 1.72 μs c) 6.08 mm d) 3.05 cm
27.83 opción (c)
27.85 opción (a)

## Capítulo 28

28.1 a) $-(19.2\ \mu\text{T})\hat{k}$ b) 0 c) $(19.2\ \mu\text{T})\hat{\imath}$ d) $(6.79\ \mu\text{T})\hat{\imath}$
28.3 a) 60.0 nT, hacia afuera de la página, en $A$ y $B$ b) 0.120 μT, hacia afuera de la página c) 0
28.5 a) 0 b) $-(1.31\ \mu\text{T})\hat{k}$ c) $-(0.462\ \mu\text{T})\hat{k}$ d) $(1.31\ \mu\text{T})\hat{\jmath}$
28.7 $(97.5\ \text{nT})\hat{k}$
28.9 a) 0.440 μT, hacia afuera de la página b) 16.7 nT, hacia afuera de la página c) 0
28.11 a) $(50.0\ \text{pT})\hat{\jmath}$ b) $-(50.0\ \text{pT})\hat{\imath}$ c) $-(17.7\ \text{pT})(\hat{\imath} - \hat{\jmath})$ d) 0
28.13 17.6 μT, hacia la página
28.15 a) 0.8 mT b) 40 μT (20 veces más grande)
28.17 250 μA
28.19 a) 10.0 A b) en todos los puntos directamente arriba del alambre c) en todos los puntos directamente al este del alambre
28.21 a) $-(0.10\ \mu\text{T})\hat{\imath}$ b) 2.19 μT, a 46.8° del eje $+x$ al eje $+z$ c) $(7.9\ \mu\text{T})\hat{\imath}$
28.23 a) 0 b) 6.67 μT, hacia la parte superior de la página c) 7.54 μT, hacia la izquierda
28.25 a) 0 b) 0 c) 0.40 mT, hacia la izquierda
28.27 a) $P$: 41 μT, hacia la página; $Q$: 25 μT, hacia afuera de la página b) $P$: 9.0 μT, hacia afuera de la página $Q$: 9.0 μT, hacia la página
28.29 a) 6.00 μN; de repulsión b) 24.0 μN
28.31 46 μN/m; de repulsión; no
28.33 0.38 μA
28.35 $\dfrac{\mu_0|I_1 - I_2|}{4R}$; 0
28.37 a) 25.1 μT b) 503 μT; no
28.39 18.0 A, en sentido contrario a las manecillas del reloj
28.41 a) 305 A b) $-3.83 \times 10^{-4}$ T · m
28.43 a) $\mu_0 I/2\pi r$ b) 0
28.45 a) 2.83 mT b) 35.0 μT; no
28.47 a) 1790 vueltas b) 63.0 m
28.49 a) 3.72 MA b) 249 kA c) 237 A
28.51 1.11 mT
28.53 a) (i) 1.13 mT (ii) 4.68 MA/m (iii) 5.88 T
28.55 a) 1.00 μT, hacia la página b) $(74.9\ \text{nN})\hat{\jmath}$
28.57 a) en el plano de los alambres, entre ellos, a 0.300 m del alambre de 75.0 A b) en el plano de los alambres, a 0.200 m del alambre de 25.0 A y a 0.600 m del alambre de 75 A
28.59 a) $5.7 \times 10^{12}$ m/s$^2$, alejándose del alambre b) 32.5 N/C, alejándose del alambre c) no
28.61 a) 81 A b) $2.4 \times 10^{-3}$ N/m
28.63 a) 2.00 A, afuera de la página b) 2.13 μT, hacia arriba c) 2.06 μT
28.65 23.2 A
28.67 a) $\dfrac{\mu_0 NIa^2}{2} \times \left\{\dfrac{1}{[(x + a/2)^2 + a^2]^{3/2}} + \dfrac{1}{[(x - a/2)^2 + a^2]^{3/2}}\right\}$ c) $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{3/2}\dfrac{\mu_0 NI}{a}$ d) 20.2 mT e) 0, 0
28.69 a) $\dfrac{3I}{2\pi R^3}$ b) (i) $B = \dfrac{\mu_0 Ir^2}{2\pi R^3}$ (ii) $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
28.71 b) $B = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$ c) $\dfrac{I_0 r^2}{a^2}\left(2 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)$ d) $B = \dfrac{\mu_0 I_0 r}{2\pi a^2}\left(2 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)$
28.73 a) $B = \mu_0 In/2$, dirección $+x$ b) $B = \mu_0 In/2$, dirección $-x$
28.75 a) $I_0 = 2\pi b\delta(1 - e^{-a/\delta})$, 81.5 A b) $\dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$ c) $\left(\dfrac{e^{r/\delta} - 1}{e^{a/\delta} - 1}\right)I_0$ d) $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\dfrac{e^{r/\delta} - 1}{e^{a/\delta} - 1}\right)$ e) $r = \delta$: 175 μT; $r = a$: 326 μT; $r = 2a$: 163 μT
28.77 a) no c) 65 A, 1.2 cm
28.79 b) $\dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi\lambda RCd}\right)^2$
28.81 opción (b)
28.83 opción (c)

## Capítulo 29

29.1 a) 17.1 mV b) 28.5 mA
29.3 a) $Q = NBA/R$ c) no

29.5 a) 34 V b) en sentido contrario a las manecillas del reloj

29.7 a) $\mu_0 i/2\pi r$, hacia la página b) $\frac{\mu_0 i}{2\pi r} L dr$ c) $\frac{\mu_0 i L}{2\pi}\ln(b/a)$ d) $\frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln(b/a)\frac{di}{dt}$ e) 0.506 $\mu$V

29.9 a) 5.44 mV b) en sentido de las manecillas del reloj

29.11 a) $bAv$ b) en sentido de las manecillas del reloj c) $bAv$, en sentido contrario a las manecillas del reloj

29.13 10.4 rad/s

29.15 a) en sentido contrario a las manecillas del reloj b) en sentido de las manecillas del reloj c) corriente no inducida

29.17 a) $C$: en sentido contrario a las manecillas del reloj; $A$: en sentido de las manecillas del reloj b) hacia el alambre

29.19 a) $a$ a $b$ b) $b$ a $a$ c) $b$ a $a$

29.21 a) en sentido de las manecillas del reloj b) corriente no inducida c) en sentido contrario a las manecillas del reloj

29.23 13.2 mA, en sentido contrario a las manecillas del reloj

29.25 a) 0.675 V b) punto $b$ c) 2.25 V/m, de $b$ a $a$ d) punto $b$ e) (i) 0 (ii) 0

29.27 46.2 m/s = 103 mph; no

29.29 a) 3.00 V b) de $b$ a $a$ c) 0.800 N, a la derecha d) 6.00 W para cada uno

29.31 a) en sentido contrario a las manecillas del reloj b) 42.4 mW

29.33 35.0 m/s, a la derecha

29.35 a) 0.225 A, en sentido de las manecillas del reloj b) 0 c) 0.225 A, en sentido contrario a las manecillas del reloj

29.37 a) $\pi r_1^2\frac{dB}{dt}$ b) $\frac{r_1}{2}\frac{dB}{dt}$ c) $\frac{R^2}{2r_2}\frac{dB}{dt}$ e) $\frac{\pi R^2}{4}\frac{dB}{dt}$ f) $\pi R^2\frac{dB}{dt}$ g) $\pi R^2\frac{dB}{dt}$

29.39 9.21 A/s

29.41 0.950 mV

29.43 a) 0.599 nC b) 6.00 mA c) 6.00 mA

29.45 a) adentro: $B = 0$, $\vec{M} = -(0.103\ \text{MA/m})\hat{\imath}$; afuera: $\vec{B} = (0.130\ \text{T})\hat{\imath}$, $M = 0$ b) adentro y afuera: $\vec{B} = (0.260\ T)\hat{\imath}$, $M = 0$

29.47 a) 3.7 A b) 1.33 mA c) en sentido contrario a las manecillas del reloj

29.49 16.2 $\mu$V

29.51 a) $\frac{\mu_0 Iabv}{2\pi r(r+a)}$ b) en sentido de las manecillas del reloj

29.53 a) 17.9 mV b) $a$ a $b$

29.55 $\mu_0 IW/4\pi$

29.57 a) $\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln(1 + L/d)$ b) $a$ c) 0

29.59 a) 0.165 V b) 0.165 V c) 0; 0.0412 V

29.61 a) $B^2L^2v/R$

29.63 $a$: $\frac{qr}{2}\frac{dB}{dt}$, a la izquierda; $b$: $\frac{qr}{2}\frac{dB}{dt}$, hacia la parte superior de la página; $c$: 0

29.65 5.0 s

29.67 a) 0.3071 $s^{-1}$ b) 3.69 T c) $a$ d) 2.26 s

29.69 a) $a$ a $b$ b) $\frac{Rmg\tan\phi}{L^2B^2\cos\phi}$ c) $\frac{mg\tan\phi}{LB}$ d) $\frac{Rm^2g^2\tan^2\phi}{L^2B^2}$ e) $\frac{Rm^2g^2\tan^2\phi}{L^2B^2}$; igual

29.71 opción (c)

29.73 opción (c)

## Capítulo 30

30.1 a) 0.270 V; sí b) 0.270 V

30.3 6.32 $\mu$H

30.5 a) 1.96 H b) 7.11 mWb

30.7 a) 1940 b) 800 A/s

30.9 a) 0.250 H b) 0.450 mWb

30.11 a) 4.68 mV b) $a$

30.13 a) 1000 b) 2.09 Ω

30.15 b) 0.111 $\mu$H

30.17 2850

30.19 a) 0.161 T b) 10.3 kJ/$m^3$ c) 0.129 J d) 40.2 $\mu$H

30.21 91.7 J

30.23 a) 2.40 A/s b) 0.800 A/s c) 0.413 A d) 0.750 A

30.25 a) 17.3 $\mu$s b) 30.7 $\mu$s

30.27 a) 0.250 A b) 0.137 A c) 32.9 V; $c$ d) 0.462 ms

30.29 15.3 V

30.31 a) 443 nC b) 358 nC

30.33 a) 25.0 mH b) 90.0 nC c) 0.540 $\mu$J d) 6.58 mA

30.35 a) 105 rad/s, 59.6 ms b) 0.720 mC c) 4.32 mJ d) −0.542 mC e) −0.050 A, en sentido contrario a las manecillas del reloj f) $U_C$ = 2.45 mJ, $U_L$ = 1.87 mJ

30.37 a) 7.50 $\mu$C b) 15.9 kHz c) 21.2 mJ

30.39 a) 298 rad/s b) 83.8 Ω

30.41 a) 8.76 kHz b) 1.35 ms c) 2420 Ω

30.43 a) 0.288 $\mu$H b) 14.2 $\mu$V

30.45 20 km/s; aproximadamente 30 veces menor

30.47 a) $\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ b) $\frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi r}dr$ c) $\frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\ln(b/a)$ d) $\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln(b/a)$

30.49 a) 5.00 H b) 31.7 m; no

30.51 222 $\mu$F, 9.31 $\mu$H

30.53 a) 0.896 mJ b) 0.691 A; 0

30.55 a) 24.0 mV b) 1.55 mA c) 72.1 nJ d) 5.20 $\mu$C, 18.0 nJ

30.57 a) 0, 20.0 V b) 0.267 A, 0 c) 0.147 A, 9.0 V

30.59 a) $A_1 = A_4 = 0.800$ A, $A_2 = A_3 = 0$; $V_1 = 40.0$ V, $V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = 0$ b) $A_1 = 0.480$ A, $A_2 = 0.160$ A, $A_3 = 0.320$ A, $A_4 = 0$; $V_1 = 24.0$ V, $V_2 = 0$, $V_3 = V_4 = V_5 = 16.0$ V c) 192 $\mu$C

30.61 a) 60.0 V b) $a$ c) 60.0 V d) $c$ e) −96.0 V f) $b$ g) 156 V h) $d$

30.63 a) 0; $v_{ac} = 0$, $v_{cb} = 36.0$ V b) 0.180 A, $v_{ac} = 9.0$ V, $v_{cb} = 27.0$ V c) $i_0 = (0.180\ \text{A})(1 - e^{-t/(0.020\ \text{s})})$, $v_{ac} = (9.0\ \text{V})(1 - e^{-t/(0.020\ \text{s})})$, $v_{cb} = (9.0\ \text{V})(3.00 + e^{-t/(0.020\ \text{s})})$

30.65 a) $A_1 = A_4 = 0.455$ A, $A_2 = A_3 = 0$ b) $A_1 = 0.585$ A, $A_2 = 0.320$ A, $A_3 = 0.160$ A, $A_4 = 0.107$ A

30.67 a) $v_L = \frac{\epsilon}{R + R_L}(R_L + Re^{-(R+R_L)t/L})$ b) 50.0 V c) 30.0 V; 3.00 A d) 6.67 Ω e) 40.0 mH

30.69 b) 5.0 Ω, 8.5 H c) 1.7 kJ; 2.0 kW

30.71 a) $i_1 = \frac{\epsilon}{R_1}(1 - e^{-R_1t/L})$, $i_2 = \frac{\epsilon}{R_2}e^{-t/R_2C}$, $q_2 = \epsilon C(1 - e^{-t/R_2C})$ b) $i_1 = 0$, $i_2 = 9.60$ mA c) $i_1 = 1.92$ A, $i_2 = 0$; $t \gg L/R_1$ y $t \gg R_2C$ d) 1.6 ms e) 9.4 mA f) 0.22 s

30.73 opción (b)

30.75 opción (c)

## Capítulo 31

31.1 1.06 A

31.3 a) 31.8 V b) 0

31.5 a) 90°; adelante b) 193 Hz

31.7 13.3 $\mu$F

31.9 a) 1510 Ω b) 0.239 H c) 497 Ω d) 16.6 $\mu$F

31.11 a) (12.5 V) cos[(480 rad/s)$t$] b) 7.17 V

31.13 a) $i$ = (0.0253 A) cos[(720 rad/s)$t$] b) 180 Ω c) $v_L$ = −(4.56 V) sen[(720 rad/s)$t$]

31.15 a) 601 Ω b) 49.9 mA c) −70.6°; se atrasa d) $V_R$ = 9.98 V, $V_L$ = 4.99 V, $V_C$ = 33.3 V

31.17 50.0 V

31.19 a) 40.0 W b) 0.167 A c) 720 Ω

31.21 b) 76.7 V

31.23 a) 45.8°, 0.697 b) 344 Ω c) 155 V d) 48.6 W e) 48.6 W f) 0 g) 0

31.25 a) 0.302 b) 0.370 W c) 0.370 W (resistor), 0, 0

31.27 a) 113 Hz; 15.0 mA b) 7.61 mA; se atrasa

31.29 a) 150 V b) $V_R$ = 150 V, $V_L = V_C$ = 1290 V c) 37.5 W

31.31 a) 1.00 b) 75.0 W c) 75.0 W

31.33 a) 945 rad/s b) 70.6 Ω c) $V_L = V_C$ = 450 V, $V_R$ = 120 V

31.35 a) 10 b) 2.40 A c) 28.8 W d) 500 Ω

31.37 0.124 H

31.39 230 Ω

31.41 $3.59 \times 10^7$ rad/s

31.43 a) inductor b) 0.133 H

31.45 a) 0.831 b) 161 W

31.47 $\frac{V_{sal}}{V_s} = \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

31.51 a) 102 Ω b) 0.882 A c) 270 V

31.53 a) $V_R$ = 48.6 V, $V_L$ = 155 V, $V_C$ = 243 V, −60.9° b) $V_R$ = 100 V, $V_L = V_C$ = 400 V, 0° c) $V_R$ = 48.6 V, $V_L$ = 243 V, $V_C$ = 155 V, +60.9°

31.55 b) 5770 rad/s c) 2.40 A d) 2.40 A e) 0.139 A f) 0.139 A

31.57 a) $\omega$ = 28,800 rad/s entonces $\phi$ = 60° b) $P_R$ = 0.375 W, $P_L = P_C$ = 0; 0.100 A

31.59 a) 0.750 A b) 160 Ω c) 341 Ω, 619 Ω d) 341 Ω

31.61 a) $\frac{V}{R}$ b) $\frac{V}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ c) $\frac{V}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ d) $\frac{1}{2}L\frac{V^2}{R^2}$ e) $\frac{1}{2}L\frac{V^2}{R^2}$

31.63 a) 20.6 Ω b) 105 $\mu$F c) 699 W

31.65 20.0 Ω, 0.18 H

31.67 a) $\frac{1}{2}V_RI$ b) 0 c) 0

31.69 opción (b)

31.71 opción (d)

## Capítulo 32

32.1 a) 1.28 s b) $8.15 \times 10^{13}$ km

32.3 13.3 nT, dirección +$y$

32.5 $3.0 \times 10^{18}$ Hz, $3.3 \times 10^{-19}$ s, $6.3 \times 10^{10}$ rad/s

32.7 a) $6.94 \times 10^{14}$ Hz b) 375 V/m
c) $E(x, t) = (375\ \text{V/m}) \times \cos[(1.45 \times 10^7\ \text{rad/m})x - (4.36 \times 10^{15}\ \text{rad/s})t]$,
$B(x, t) = (1.25\ \mu\text{T}) \times \cos[(1.45 \times 10^7\ \text{rad/m})x - (4.36 \times 10^{15}\ \text{rad/s})t]$
32.9 a) (i) 60 kHz (ii) $6.0 \times 10^{13}$ Hz (iii) $6.0 \times 10^{16}$ Hz
b) (i) $4.62 \times 10^{-14}$ m $= 4.62 \times 10^{-5}$ nm (ii) 508 m $= 5.08 \times 10^{11}$ nm
32.11 a) dirección $+y$ b) 0.149 mm
c) $\vec{B} = (1.03\ \text{mT}) \cos[(4.22 \times 10^4\ \text{rad/m})y - (1.265 \times 10^{13}\ \text{rad/s})t]\,\hat{\imath}$
32.13 a) 361 m b) 0.0174 rad/m
c) $5.22 \times 10^6$ rad/s d) 0.0144 V/m
32.15 a) 0.381 $\mu$m b) 0.526 $\mu$m
c) 1.38 d) 1.90
32.17 a) 330 W/m$^2$ b) 500 V/m, 1.7 $\mu$T
32.19 $2.5 \times 10^{25}$ W
32.21 a) 0.24 mW b) 17.4 V/m
32.23 12.0 V/m, 40.0 nT
32.25 850 kW
32.27 a) 0.18 mW b) 274 V/m, 0.913 $\mu$T
c) 0.18 mJ/s d) 0.010 W/cm$^2$
32.29 a) 637 W/m$^2$ b) 693 V/m, 2.31 $\mu$T
c) 2.12 $\mu$J/m$^3$
32.31 a) 30.5 cm b) 2.46 GHz c) 2.11 GHz
32.33 a) 0.375 mJ b) 4.08 mPa c) 604 nm, $3.70 \times 10^{14}$ Hz d) 30.3 kV/m, 101 $\mu$T
32.35 a) $6.02 \times 10^{-9}$ W/m$^2$ b) $2.13 \times 10^{-3}$ N/C, $7.10 \times 10^{-12}$ T c) $1.20 \times 10^{-18}$ N; no
32.37 a) en $r = R$: 64 MW/m$^2$, 0.21 Pa; en $r = R/2$: 260 MW/m$^2$, 0.85 Pa b) no
32.39 $3.89 \times 10^{-13}$ rad/s$^2$
32.41 a) $\rho I/\pi a^2$, en la dirección de la corriente
b) $\mu_0 I/2\pi a$, en sentido contrario a las manecillas del reloj si la corriente sale de la página
c) $\dfrac{\rho I^2}{2\pi^2 a^3}$, radialmente hacia adentro
d) $\dfrac{\rho I^2}{\pi a^2} = I^2 R$
32.43 a) 1.363 m b) 10.90 m
32.45 a) $9.75 \times 10^{-15}$ W/m$^2$
b) 2.71 $\mu$V/m, $9.03 \times 10^{-15}$ T, 67.3 ms
c) $3.25 \times 10^{-23}$ Pa d) 0.190 m
32.47 a) $\dfrac{4\rho G\pi M R^3}{3r^2}$ b) $\dfrac{LR^2}{4cr^2}$ c) 0.19 $\mu$m; no
32.49 b) $3.00 \times 10^8$ m/s
32.51 b) $1.39 \times 10^{-11}$ c) $2.54 \times 10^{-8}$
32.53 c) 66.0 $\mu$m
32.55 opción (d)

## Capítulo 33

33.1 39.4°
33.3 a) $2.04 \times 10^8$ m/s b) 442 nm
33.5 a) 1.55 b) 550 nm
33.7 a) 47.5° b) 66.0°
33.9 $2.51 \times 10^8$ m/s
33.11 a) 2.34 b) 82°
33.13 71.8°
33.15 a) 51.3° b) 33.6°
33.17 a) 58.1° b) 22.8°
33.19 1.77
33.21 a) 48.9° b) 28.7°
33.23 0.6°
33.25 $0.375I_0$
33.27 a) $A$: $I_0/2$, $B$: $0.125I_0$, $C$: $0.0938I_0$ b) 0
33.29 a) 1.40 b) 35.5°
33.31 $\arccos\left(\dfrac{\cos\theta}{\sqrt{2}}\right)$
33.33 6.38 W/cm$^2$
33.35 a) $0.364I$ b) $2.70I$
33.37 a) 46.7° b) 13.4°
33.39 72.1°
33.41 1.28
33.43 $3.52 \times 10^4$
33.45 1.84
33.47 a) 48.6° b) 48.6°
33.49 39.1°
33.51 b) 0.23°; aproximadamente igual
33.53 b) 38.9° c) 5.0°
33.55 23.3°
33.57 a) $A$: 1.46, tetracloruro de carbono; $B$: 1.33, agua; $C$: 1.63, disulfuro de carbono; $D$: 1.50, benceno
b) $A$: 2.13, $B$: 1.77, $C$: 2.66, $D$: 2.25
c) en todos: $5.09 \times 10^{14}$ Hz
33.59 a) 35° b) $I_0 = 10$ W/m$^2$, $I_p = 20$ W/m$^2$
33.61 a) $\Delta = 2\theta_a^A - 6 \arcsen\left(\dfrac{\operatorname{sen}\theta_a^A}{n}\right) + 2\pi$
b) $\theta_2 = \arccos\sqrt{\dfrac{n^2 - 1}{8}}$
c) violeta: $\theta_2 = 71.55°$, $\Delta = 233.2°$
rojo: $\theta_2 = 71.94°$, $\Delta = 230.1°$; violeta
33.63 opción (d)

## Capítulo 34

34.1 39.2 cm a la derecha del espejo, 4.85 cm
34.3 9.0 cm; la punta del lápiz
34.5 b) 33.0 cm a la izquierda del vértice, 1.20 cm, invertida, real
34.7 0.213 mm
34.9 18.0 cm del vértice; 0.50 cm, derecha, virtual
34.11 a) +4.00
b) 48.0 cm a la derecha del espejo; virtual
34.13 a) cóncavo b) $f = 2.50$ cm, $R = 5.00$ cm
34.15 a) 10.0 cm a la izquierda del vértice del cascarón, 2.20 mm
b) 4.29 cm a la derecha del vértice del cascarón, 0.944 mm
34.17 2.67 cm
34.19 3.30 m
34.21 a) en el centro del tazón, 1.33 b) no
34.23 39.5 cm
34.25 8.35 cm a la izquierda del vértice, 0.326 mm, derecha
34.27 a) 107 cm a la derecha de la lente, 17.8 mm; real; invertida b) igual
34.29 71.2 cm a la derecha de la lente; −2.97
34.31 3.69 cm; 2.82 cm a la izquierda de la lente
34.33 1.67
34.35 a) 18.6 mm b) a 19 mm de la córnea
c) 0.61 mm; real; invertida
34.37 a) 36.0 cm a la derecha de la lente b) 180 cm a la izquierda de la lente c) 7.20 cm a la izquierda de la lente d) 13.8 cm a la izquierda de la lente
34.39 26.3 cm de la lente, 12.4 mm; derecha; el mismo lado
34.41 a) 200 cm a la derecha de la primera lente, 4.80 cm
b) 150 cm a la derecha de la segunda lente, 7.20 cm
34.43 a) 53.0 cm b) real c) 2.50 mm; invertida
34.45 10.2 m
34.47 8.69 cm; no
34.49 a) $f/11$ b) 1/480 s = 2.1 ms
34.51 a) 80.0 cm b) 76.9 cm
34.53 49.4 cm, 2.02 dioptrías
34.55 –1.37 dioptrías
34.57 a) 6.06 cm b) 4.12 mm
34.59 a) 8.37 mm b) 21.4 c) −297
34.61 a) −6.33 b) 1.90 cm c) 0.127 rad
34.63 a) 0.661 m b) 59.1
34.65 7.20 m/s
34.67 a) 20.0 cm b) 39.0 cm
34.69 51 m/s
34.71 a) 1.49 cm
34.73 b) 2.4 cm; −0.133
34.75 2.00
34.77 a) convergente, a 52.5 cm de la lente
b) convergente, a 17.5 cm de la lente
34.79 convergente, +50.2 cm
34.81 a) 58.7 cm, convergente b) 4.48 mm; virtual
34.83 a) 6.48 mm b) no, detrás de la retina
c) a 19.3 mm de la córnea; enfrente de la retina
34.85 10.6 cm
34.87 a) 0.24 m b) 0.24 m
34.89 b) primera imagen: (i) 51.3 cm a la derecha de la lente (ii) real (iii) invertida
segunda imagen: (i) 51.3 cm a la derecha de la lente (ii) real (iii) derecha
34.91 −26.7 cm
34.93 7.06 cm a la izquierda del vértice del espejo esférico, 0.177 cm de alto; 13.3 cm a la izquierda del vértice del espejo esférico, 0.111 cm de alto
34.95 134 cm a la izquierda del objeto
34.97 4.17 dioptrías
34.99 a) 30.9 cm b) 29.2 cm
34.101 d) 36.0 cm, 21.6 cm; $d = 1.2$ cm
34.103 a) −16.6 cm b) 20.0 cm a la derecha
34.105 a) $4f$
34.107 b) 1.74 cm
34.109 opción (d)
34.111 opción (b)

## Capítulo 35

35.1 a) 14 cm, 48 cm, 82 cm, 116 cm, 150 cm
b) 31 cm, 65 cm, 99 cm, 133 cm
35.3 0.75 m, 2.00 m, 3.25 m, 4.50 m, 5.75 m, 7.00 m, 8.25 m
35.5 a) 2.0 m b) constructivamente
c) 1.0 m, destructivamente
35.7 1.14 mm
35.9 0.83 mm
35.11 a) 39 b) ±73.3°
35.13 12.6 cm
35.15 1200 nm
35.17 a) $0.750I_0$ b) 80 nm
35.19 1670 rad
35.21 a) 4.52 rad b) $0.404I_0$
35.23 114 nm
35.25 0.0234°
35.27 a) 55.6 nm
b) (i) 2180 nm (ii) 11.0 longitudes de onda
35.29 a) 514 nm; verde b) 603 nm; naranja
35.31 0.11 $\mu$m
35.33 0.570 mm
35.35 1.57
35.37 a) 96.0 nm b) no, no
35.39 a) 1.58 mm (verde), 1.72 mm (naranja)
b) 3.45 mm (violeta), 4.74 mm (verde), 5.16 mm (naranja) c) 9.57 $\mu$m
35.41 1.730
35.43 761 m, 219 m, 90.1 m, 20.0 m
35.45 $6.8 \times 10^{-5}\,(\text{C}°)^{-1}$
35.47 1.33 $\mu$m
35.49 600 nm, 467 nm; no
35.51 a) 1.54 b) ±15.0°
35.53 a) 50 MHz b) 237.0 m
35.55 14.0
35.57 opción (d)
35.59 opción (c)

## Capítulo 36

36.1 506 nm
36.3 a) 226 b) ±83.0°