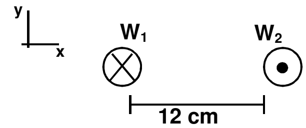
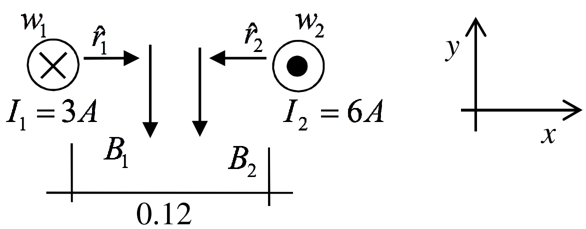
-MATERIAL DE ESTUDIO No.8 –
Fuentes de Campo Magnético

1. Se tienen dos conductores muy largos rectos, W_1 y W_2, paralelos entre sí, separados una distancia de 12 cm y por ellos circulan corrientes I_1=3 amperios e I_2=6 amperios, en la dirección como se muestra en la figura. El campo magnético en Teslas en el punto medio entre los dos conductores en µT es:



a)10(j)	b) 10 (-j)	c) 30 (j)	d)**30 (-j)**	e)NEC

Solución: El campo magnético entre los conductores lo calcularemos por el principio de superposición.



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r_1}, \text{ pero} \qquad r_1 = 0.06m$$

La dirección de B_1 la obtendremos por la regla de la mano derecha, en el producto cruz $d\vec{l}_1 \times \hat{r}_1$. De lo cual vemos que apunta hacia abajo

$$B_1 = \frac{(4\pi\times10^{-7})(3A)}{2\pi(0.06)} = 1\times10^{-5} Teslas(-\hat{j})$$

Ahora calcularemos el campo magnético producido por el alambre 2, en el punto medio entre conductores.

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi r_2}, \text{ pero} \qquad r_2 = 0.06m$$

La dirección de B_2 es hacia abajo en el punto medio entre los alambres $(d\vec{l}_2 \times \hat{r}_2)$

$$B_2 = \frac{(4\pi\times10^{-7})(6A)}{2\pi(0.06)} = 2\times10^{-5} Teslas(-\hat{j})$$

$$\vec{B}_{TOTAL} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 3\times10^{-5} T(-\hat{j})$$

2. De acuerdo a los datos del problema anterior, la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre el conductor W_1, expresada en µN/m tiene un valor de:

a)10(-i)	b) 30(i)	c) 10 (i)	**d)30 (-i)**	e)NEC

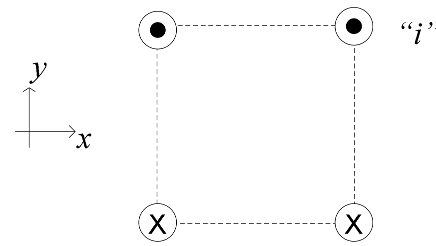
Solución: La magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud sobre w_1

$$\vec{F}_1 = I_1 \vec{L}_1 \times \vec{B}_2$$

$$\vec{F}_1 = I_1 L_1 B_2 \Rightarrow \frac{F_1}{L_1} = I_1 B_2 = \frac{I_1 \mu_o I_2}{2\pi r_{12}} \Rightarrow pero \quad r_{12} = 0.12m$$

$$\frac{F_1}{L_1} = \frac{(3A)(4\pi\times10^{-7})(6A)}{2\pi(0.12)} = 30\mu\frac{N}{m}(-\hat{i})$$

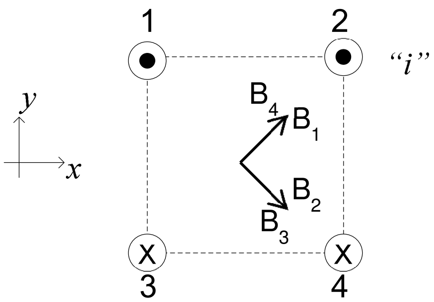
Se observa que los alambres paralelos transportan corrientes en direcciones opuestas, por lo que la fuerza es de repulsión, la fuerza que experimente W1 es hacia la izquierda. La dirección de la fuerza se puede encontrar también por la regla de la mano derecha del producto cruz $\vec{L}_1 \times \vec{B}_2$.



3. En la figura se muestra cuatro conductores paralelos, perpendiculares a la página cuya sección forma un cuadrado, todas las corrientes son de tamaño “i” en la dirección mostrada. El campo magnético resultante Br en el centro del cuadrado está en dirección:

a) Br(+i)	b)Br(+j)	c)Br(-i)	d)Br(-j)	d)Br(i+j)

Solución: Empezaremos por enumerar cada uno de los conductores que se muestran en la figura. Posteriormente aplicando la regla de la mano derecha, encontraremos la dirección de cada uno de los campos en el centro del cuadrado:



Observemos que los campos producidos por los alambres 1 y 4 apuntan en la misma dirección y tienen igual magnitud, ya que se encuentran a la misma distancia del centro del cuadrado y transportan corrientes de igual magnitud. Lo mismo sucede con los alambres dos y tres, apuntan en la misma dirección.

Al sumar vectorialmente los campos de los cuatro alambres observamos que las componentes en “j” se cancelan y el campo Br apunta en dirección positiva de “x”.

4. Refiriéndonos al problema anterior, si la corriente i=10 A y el lado del cuadrado es de 20cm, la magnitud del campo resultante Br (en μT) es:

a)56.57	b) 10.0	c) 7.07	d)23.72	**e) 40**

Solución: Debido a que la magnitud de los campos producidos por los alambres son iguales y que las componentes en “y” se cancelan, podemos encontrar el campo resultante, encontrando la componente en “x” del campo de uno de los alambres y multiplicando éste por cuatro.

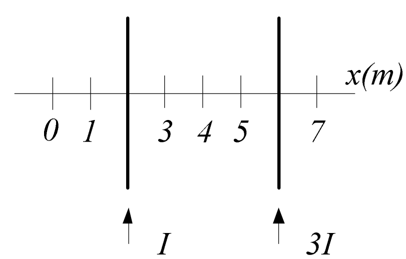
$$B_R = 4B_{1x} = 4\frac{\mu_o I}{2\pi r}\cos(45°)$$

Donde “r” es la distancia del alambre al centro del cuadrado: $r = \left[(\frac{l}{2})^2 + (\frac{l}{2})^2\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{(0.2)}{\sqrt{2}} = 0.1414m$ sustituyendo valores:

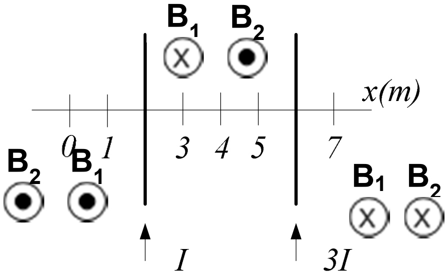
$$B_R = 2\frac{\mu_o(10)\cos(45°)}{\pi(0.1414)} = 40\mu T$$

5. Dos alambres rectos y largos llevan corrientes I y 3I en la dirección mostrada y se encuentran sobre el eje “x” como la figura. ¿En qué valor de “x” (en m) el campo magnético es cero?

a)7	**b) 3**	c) 1	d)5	e)0



Solución: Denominaremos alambre 1, al alambre que transporta una corriente “I” y alambre 2 al que transporta una corriente de “3I”. Observemos entonces la dirección de los campos producidos por los alambres en cada una de las tres regiones (a la izquierda de los alambres, entre los alambres y a la derecha de los alambres).



En la única región donde es posible que el campo sea igual a cero es en la región comprendida entre los alambres, ya que en esta región los campos producidos por los alambres apuntan en direcciones opuestas, por lo que si en un punto tienen la misma magnitud, ese será el punto donde el campo magnético resultante sea cero. Sea “a” la distancia del alambre 1 a dicho punto, por lo cual la distancia del alambre dos a ese mismo punto será $r_2 = 4 - a$. Entonces:

$$B_1 = B_2$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{\mu_0(3I)}{2\pi(4-a)}$$
$$(4-a) = 3a$$
$$a = 1$$

Por lo que a una distancia a=1m a la derecha del alambre 1, el campo magnético es cero. Es decir en x=3m

6. Refiriéndonos al problema anterior si I =10A ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud (en μN/m) sobre el alambre que lleva la corriente I?

a)10 (-i)	b) 10 (+i)	c) 60 (+j)	d) 15(-i)	e) **15 (+i)**

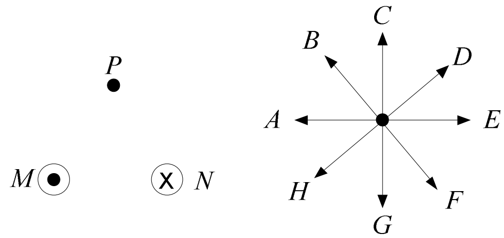
Solución: La fuerza que experimenta el alambre 1, debido al alambre dos está dada por:

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I(3I)L_1}{2\pi r_{12}}$$

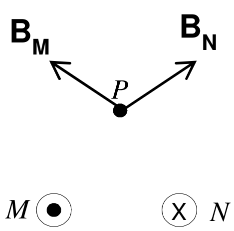
$$\frac{F_{12}}{L_1} = \frac{\mu_0 I(3I)}{2\pi r_{12}} = \frac{\mu_0(10)^2(3)}{2\pi(4)} = \frac{15\mu N}{m}(+\hat{\imath})$$

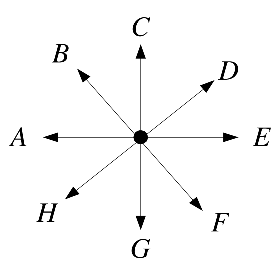
Debido a que los alambres transportan corrientes en la misma dirección, la fuerza es de atracción. El alambre 1, experimenta una fuerza hacia la derecha.

7. Corrientes de igual magnitud "I" se transportan hacia afuera de la página en el alambre M y hacia adentro de la página en el alambre N. Se muestran ocho posibles direcciones indicadas en el diagrama, del campo magnético resultante en el punto P. La dirección del campo magnético resultante en el punto P es:



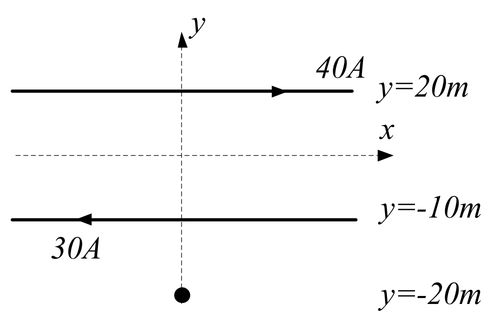
a) Solo en A	b) Solo en B	**c)Solo en C**	d)en G y C	d)Solo en E





Solución: La dirección del campo magnético resultante en el punto P, será la suma vectorial de los campos producidos por el alambre M y por el alambre N. Observemos entonces la dirección de estos campos en el punto P. Se puede visualizar que al sumar vectorialmente los campos del alambre M y N, las componentes en "x" se cancelan y solo se tiene una resultante en el eje positivo de "y" es decir en dirección C.

8. Dos alambres largos se encuentran en el plano x-y como lo muestra la figura. El valor de corriente y su dirección está indicada para cada alambre. La magnitud y dirección del campo magnético resultante en μT en el punto y= - 20m es:



a) 0.14 $\odot$	b) 0.4 $\otimes$	c)0.14 $\otimes$	**d) 0.4** $\odot$	d) 0.3 $\odot$

Solución: Denominaremos los alambres, alambre 1 el que porta una corriente I_1 =40A y alambre 2, el que porta una corriente I_2=30A. El campo magnético resultante será la suma vectorial del campo producido por el alambre 1 y el alambre 2. Las direcciones de los campos en y= -20m, los encontramos aplicando la regla de la mano derecha entre el vector $\vec{dl} \times \hat{r}$ para cada alambre respectivamente.

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r_1}(-\hat{k}) = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(40)}{2\pi(40)} = 2 \times 10^{-7} T(-\hat{k})$$

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi r_2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(30)}{2\pi(10)} = 6 \times 10^{-7} T(\hat{k})$$

$$\vec{B}_T = (-2\times 10^{-7} + 6\times 10^{-7})(\hat{k}) = 4\times 10^{-7}T(\hat{k})$$

9. En relación al problema anterior, ¿Qué magnitud y dirección de campo debe producir un tercer alambre (en µT), para que la resultante del campo magnético en el origen de los tres alambres sea cero?

a) 1.0 $\odot$	b) 1.0 $\otimes$	c)0.2 $\otimes$	d) 0.2 $\odot$	d) 2.0 $\odot$

Solución: Calcularemos el campo magnético en el origen producido por el alambre 1 y el alambre 2. Por consiguiente, el campo que debe producir el alambre 3, será de igual magnitud al calculado para el alambre 1 + alambre 2, pero en dirección opuesta.

$$\vec{B}_o = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r_1}(-\hat{k}) = \frac{(4\pi\times 10^{-7})(40)}{2\pi(20)} = 4\times 10^{-7}T(-\hat{k})$$

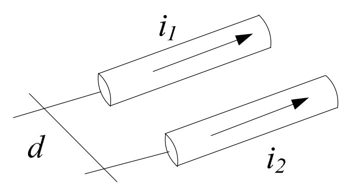
$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi r_2} = \frac{(4\pi\times 10^{-7})(30)}{2\pi(10)} = 6\times 10^{-7}T(-\hat{k})$$

$$\vec{B}_o = (+4\times 10^{-7} + 6\times 10^{-7})(-\hat{k}) = 10\times 10^{-7}T(-\hat{k})$$

Por lo tanto para que el campo en el origen sea cero, el 3er alambre deberá tener una magnitud de 1µT en dirección +k.

---

10. La figura muestra dos conductores paralelos separados una distancia "d", que llevan corrientes i_1 e i_2 de igual tamaño e igual sentido. La fuerza magnética que experimentan ambos conductores es:

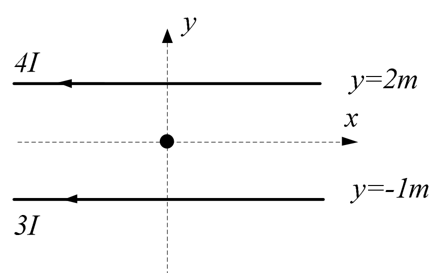


a) **de atracción**	b) de repulsión	c)de atracción y repulsión	d)es fuerza de Lorentz faltan datos para resolverlo	d)NEC

Solución: Conductores que transportan corrientes en la misma dirección experimentan entre sí una fuerza de atracción.

---

11. Dos alambres largos se encuentran en un plano x-y como lo muestra la figura. El valor de corriente y su dirección está indicada para cada alambre, con I=25A. ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo magnético resultante en el origen (en µT) producido por los dos conductores?



a) 25 $\odot$	b) **5** $\otimes$	c)25 $\otimes$	d) 5 $\odot$	d)10 ↑

Solución: El campo magnético resultante en el origen será la suma vectorial de los campos magnéticos producidos por los dos alambres, denominemos alambre 1, al alambre localizado en la parte de arriba en y=2m y alambre dos al localizado en y=-1m.

La distancia de los respectivos alambres al origen es: $r_1 = 2$ $\quad r_2 = 1$. Las direcciones de cada uno de los campos en el origen los podemos establecer utilizando la regla de la mano derecha.

$$\vec{B}_o = \vec{B}_1 + \vec{B_2} = \frac{\mu_o(4I)}{2\pi r_1}(+\hat{k}) + \frac{\mu_o(3I)}{2\pi r_2}(-\hat{k})$$

Sustituyendo valores:

$$\vec{B}_o = \frac{\mu_o(4)(25)}{2\pi(2)}(+\hat{k}) + \frac{\mu_o(3)(25)}{2\pi(1)}(-\hat{k}) = 5\mu T(-\hat{k})$$

12. Refiriéndonos al problema anterior ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza en μN, en un metro de longitud sobre el conductor que lleva la corriente de 4I?

a) 125↓	b) 500↑	c)125↑	**d) 500↓**	d)300 ⊗

Solución: La fuerza que experimenta el alambre 1, debido al alambre dos está dada por:

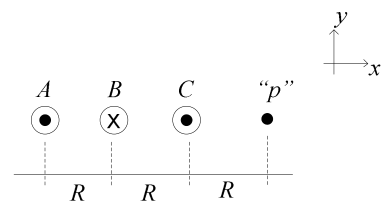
$$F_{12} = \frac{\mu_0(4I)(3I)L_1}{2\pi r_{12}}$$

$$F_{12} = \frac{\mu_0(4I)(3I)(1)}{2\pi r_{12}} = \frac{\mu_0(25)^2(12)}{2\pi(3)} = 500\mu N$$

Debido a que los alambres transportan corrientes en la misma dirección, la fuerza es de atracción. El alambre 1, experimenta una fuerza hacia abajo.

---

13. La figura muestra la sección transversal de tres alambres paralelos, cada uno transportando una corriente de 15 A. Las corrientes en los alambres A y C se dirigen hacia afuera del papel, mientras que el alambre B es hacia adentro. ¿Cuál es el campo resultante (en T) en magnitud y dirección en el punto "p"?



a) $\mathbf{5 \times 10^{-4}(+j)}$	b) $5 \times 10^{-4}(-j)$	c) $6 \times 10^{-4}(+i)$	d) $3 \times 10^{-4}(-j)$	d) $3 \times 10^{-4}(+j)$

Solución: El campo resultante será la suma vectorial de los campos producidos por los alambres A, B, C en el punto "p". Utilizando la regla de la mano derecha encontramos la dirección de los campos de cada uno de los alambres, de tal forma que:

$$\vec{B}_P = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \overrightarrow{B_C} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_A}(+\hat{j})\frac{\mu_0 I}{2\pi r_B}(-\hat{j}) + \frac{\mu_0 I}{2\pi r_C}(+\hat{j})$$

Donde $r_A = 3R = 3(5 \times 10^{-3}) = 15mm,\ \ r_B = 10mm,\ \ r_C = 5mm$. Sustituyendo valores se tiene:

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0(15)}{2\pi}\left[\frac{1}{15 \times 10^{-3}}(+\hat{j})\frac{1}{10 \times 10^{-3}}(-\hat{j}) + \frac{1}{5 \times 10^{-3}}(+\hat{j})\right] = 5 \times 10^{-4}T(+\hat{j})$$

14. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza en mN sobre el alambre C si tiene una longitud de 4m?

a) 90	b)54	c)30	**d)18**	d)36

Solución: La fuerza será la suma vectorial de las fuerzas que experimenta el alambre C debido al alambre A, más la fuerza que experimenta debido al alambre B.

$$\overrightarrow{F_C} = \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{CB}$$

Observe que la fuerza CA será de atracción porque los alambres transportan corrientes en la misma dirección, por lo que la fuerza sobre C, debido a A apuntará hacia la izquierda (-i).

$$F_{CA} = \frac{\mu_0 I_C I_A L_C}{2\pi r_{CA}} = \frac{\mu_0(15)^2(4)}{2\pi(10 \times 10^{-3})} = 0.018N(-\hat{\imath})$$

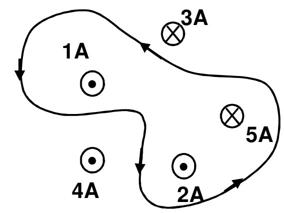
La fuerza CB es de repulsión debido a que los alambres transportan corrientes en direcciones opuestas. Por lo que la fuerza sobre C debido a B apunta hacia la derecha (+i).

$$F_{CB} = \frac{\mu_0 I_C I_B L_C}{2\pi r_{CB}} = \frac{\mu_0(15)^2(4)}{2\pi(5 \times 10^{-3})} = 0.036N(+\hat{\imath})$$

Entonces la fuerza total sobre C, es de:

$$\overrightarrow{F_C} = \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{CB} = 0.018\ N(+\hat{\imath})$$

Ley de Ampere



15. En la trayectoria que se muestra en la figura, ¿Qué valor es la integral B·ds (en unidades T·m^2)?

a) -8π x10^{-7}	b) +8π x10^{-7}	c) -4π x10^{-7}	d) +32π x10^{-7}	d)Falta información

Solución: Ponga atención en el sentido de integración (es contrario a las manecillas del reloj) por lo tanto tomaremos positivas las corrientes salientes de la página y negativas las entrantes a ella.

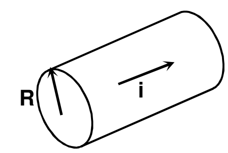
$$\oint B.ds = \mu_o I_{enc} \quad \Rightarrow \quad I_{enc} = (1A + 2A - 5A) = -2A$$

$$\Rightarrow \oint B.ds = (4\pi \times 10^{-7})(-2A) = -8\pi \times 10^{-7}$$

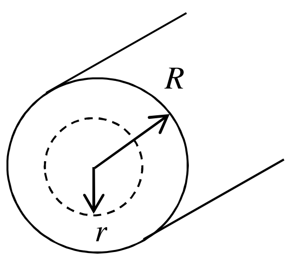
---

16. Un conductor cilíndrico largo y recto de radio R= 2.00 mm transporta una corriente I = 80A con densidad de corriente uniforme. Determine la densidad del campo magnético (en mT) para un r =1.5mm

a) 4	b) 2	c) 3	d) cero	**e) 6**



Solución: Este problema lo resolveremos aplicando la Ley de Ampere, utilizando una trayectoria circular de radio *r=1.5mm*.



Por ser nuestra trayectoria menor al radio R del conductor, podemos observar que no encerramos toda la corriente del conductor por lo que debemos calcular la corriente que estamos encerrando, para ello calcularemos la densidad de corriente

$$J = \frac{I_{TOTAL}}{\pi R^2} \quad \Rightarrow \quad I_{ENCERRADA} = J\pi r^2 = \frac{I_{TOTAL}}{\pi R^2} * \pi r^2 = \frac{(80A)(1.5\times 10^{-3})^2}{(2\times 10^{-3})^2}$$

$$I_{ENCERRADA} = 45A$$

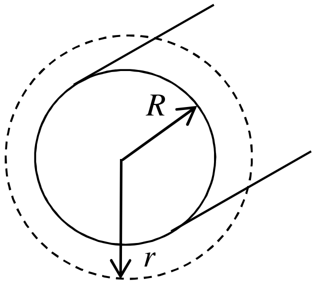
Entonces

$$\int B.dl = \mu_o I_{enc}$$

$$B.2\pi r = \mu_o I_{enc} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_o I_{enc}}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(45)}{2\pi(1.5\times 10^{-3})} = 0.006T \text{ ó } 6mT$$

17. Refiriéndonos al problema anterior, ¿Cuál es la magnitud del campo magnético (en mT) para un r=4.0mm?

a) 4	b) 2	c) 3	d) cero	e) 6



Solución: Para *r=4mm* observamos que al escoger una trayectoria circular de este radio, encerramos toda la I del conductor. $I_{encerrada} = 80A$

$$\int B.dl = \mu_o I_{enc}$$

$$B.2\pi r = \mu_o I_{enc} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_o I_{enc}}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(80)}{2\pi(4\times 10^{-3})} = 0.004T \text{ ó } 4mT$$

---

18. Considere un solenoide con R<<<L. El campo magnético en su centro es Bo. Se construye otro solenoide que tiene el doble de radio y de longitud, y que transporta el doble de corriente que el primero, pero tiene el mismo número de vueltas por metro. El campo magnético en el centro del segundo solenoide es:

a) Bo/2	b) Bo	c) **<u>2Bo</u>**	d) 4Bo	e) NEC

<u>Solución</u>: Para una solenoide de $r <<< L$

$B_0 = \dfrac{\mu_o NI}{L} = \mu_o nI$, por lo que si el número de vueltas por unidad de longitud *(n)* permanece constante y se duplica *I*

$$B = \mu_o n(2I) = 2\mu nI$$

$$B = 2B_o$$

Flujo Magnético

19. Un campo magnético uniforme hace un ángulo de 30° con el eje “z”. Si el flujo magnético a través de una porción de área de $1m^2$ en el plano “xy” es de 5Wb. ¿Cuál es el flujo magnético (en Wb) a través de un área de $2m^2$ en el plano “xy?

a) 2.5	b)4.3	c) 5	d) 5.8	**<u>e) 10</u>**

<u>Solución</u>: El flujo magnético a través de una superficie de área A, está dado por:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BAcos\theta$$

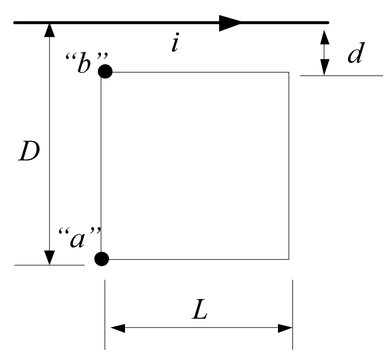
En este caso nos indican el valor del flujo para un plano xy de $1m^2$, cuyo vector de área apunta en dirección del eje z, por lo que a partir de esta información encontraremos el valor del campo magnético de la región.

$$5 = B(1)\cos(30°) \quad \rightarrow B = \frac{5}{\cos(30°)} = 5.7735T$$

Para un área de $2m^2$, el flujo será:

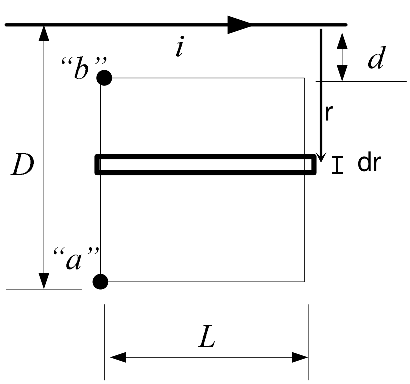
$$\Phi = (5.7735)(2)\cos(30°) = 10Wb$$

20. Una espira de resistencia 2mΩ está situada como lo muestra la figura respecto de un alambre largo que transporta corriente. La expresión que permite calcular el flujo magnético a través de la espira es:



a) $\frac{\mu_o iL}{4\pi}$	b) $\frac{\mu_o i(D+d)L}{2\pi}$	<u>c)</u> $\frac{\mu_o iL}{2\pi}\ln\frac{D}{d}$	d) $\frac{\mu_o iL}{2\pi}\ln\frac{D-d}{d}$	e) $\frac{\mu_o iL}{2\pi}(D-d)$

<u>Solución</u>: Al resolver este problema debemos observar que el campo magnético no es uniforme a través del área de la espira. En los puntos más cercanos al alambre el campo magnético es de mayor intensidad, mientras que en la parte inferior de la espira el campo es de menor intensidad. Por ello deberemos dividir nuestra espira en pequeños elementos de área de longitud L y altura dr, como se muestra en la figura.



En estos elementos de área, de altura dr, podemos decir que el campo magnético tiene la misma magnitud y tiene un valor de:

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

El elemento de área de la espira tiene un área de: Ldr. Por lo que el diferencial de flujo a través de este elemento de espira es:

$$d\boldsymbol{\Phi_B} = \boldsymbol{BdA} = \frac{\mu_o I}{2\pi r}(Ldr)$$

Si ahora sumamos todos los diferenciales de flujo producidos por cada uno de los elementos de área en el que se ha dividido la espira tendremos:

$$\boldsymbol{\Phi_B} = \int_d^D \frac{\mu_o I}{2\pi r} Ldr = \frac{\mu_o IL}{2\pi} ln(\frac{D}{d})$$