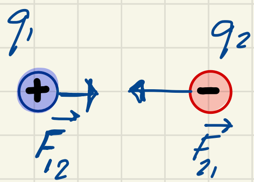
1. Carga y fuerza

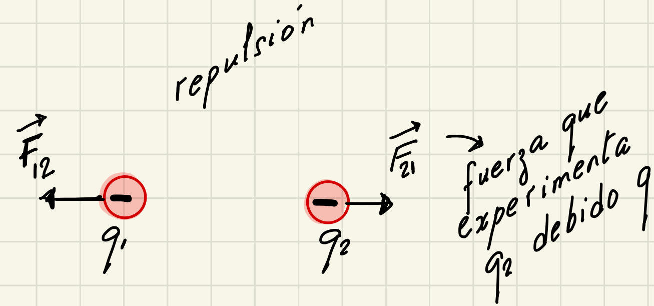
ELÉCTRICA

ing. Claudia Contreras

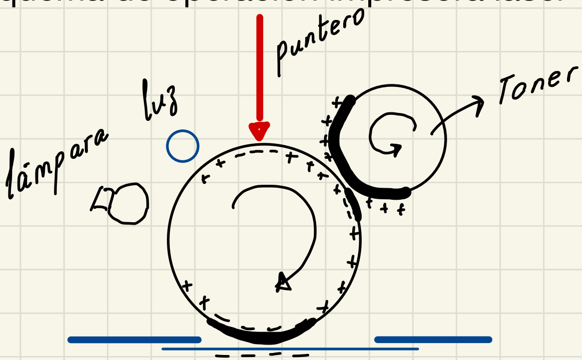
Carga eléctrica. -> Propiedad fundamental de la materia.

Existen dos tipos de carga
- positiva
- negativa

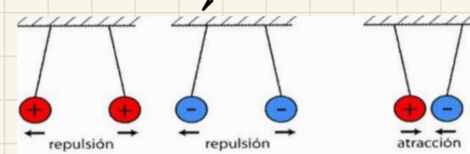




Esquema de operación impresora láser



Recordar que:



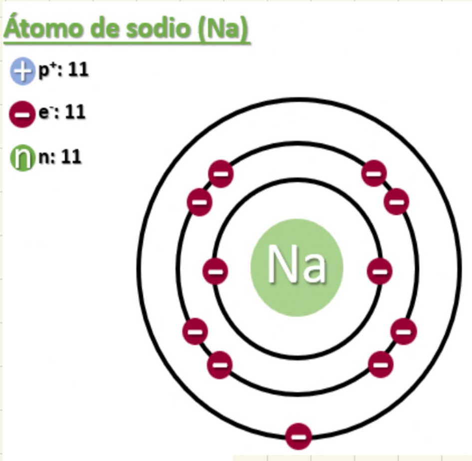
Estructura de la materia

$m_p = 1.67 \times 10^{-27}\,kg$ $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\,kg$

Átomo neutro

e = unidad natural de carga

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ Coulombs

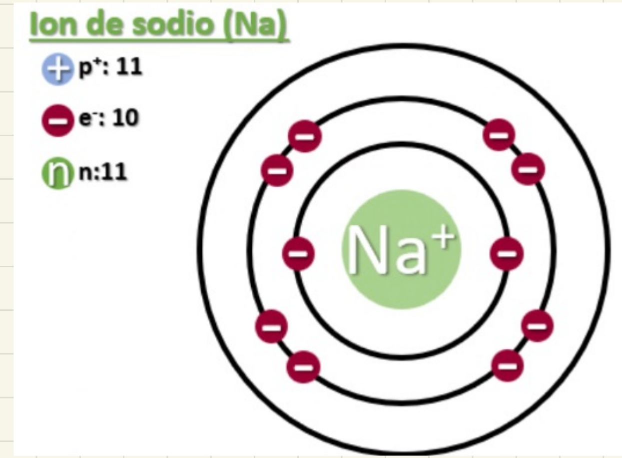


$e^- \Rightarrow -e$

$p^+ \Rightarrow +e$

Pérdida de un electrón

Ion positivo



$N \rightarrow$ # atómico

11 electrones $\rightarrow -11e \rightarrow -11(1.6 \times 10^{-19})C$

11 protones $\rightarrow +11e \rightarrow +11\,(1.6 \times 10^{-19})C$

carga neta $\nearrow \emptyset$

ion positivo

$p^+ \Rightarrow +11e$

$e^- \Rightarrow -10e$

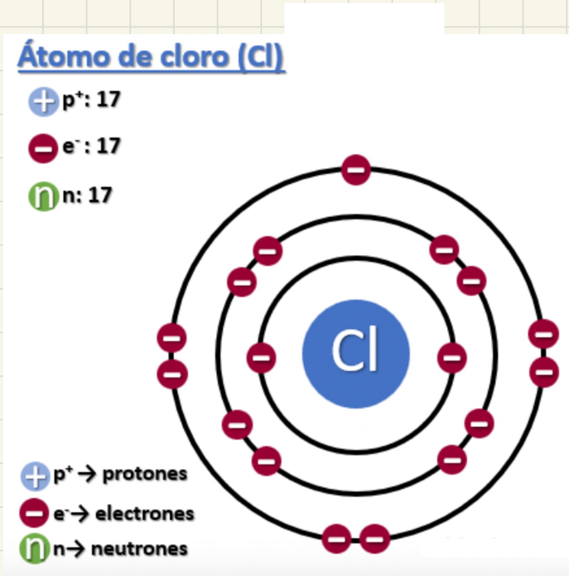
$+e = +1.6 \times 10^{-19}C$

carga neta

https://www.celeberrima.com/

Estructura de la materia

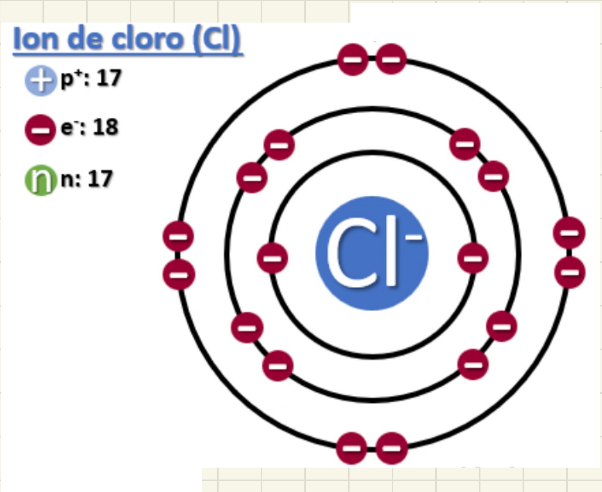
Átomo neutro



$$\begin{array}{r} +17e \\ -17e \\ \hline \emptyset \end{array}$$

Ganancia de electrón

Ion negativo



$$\begin{array}{lcr} p^+ & \Rightarrow & +17e \\ e^- & \Rightarrow & -18e \\ \hline & & -e \end{array}$$

carga neta

https://www.celeberrima.com/

Principio de conservación de la carga

La carga eléctrica siempre se conserva. La suma algebraica de todas las cargas en un sistema cerrado es igual a cero.

La carga está cuantizada (Millikan): la carga eléctrica siempre se presenta como un múltiplo entero de la cantidad de carga básica.

$e \rightarrow$ unidad natural de carga

$$Q = Ne$$

donde $N = 0, 1, 2, 3 \ldots$

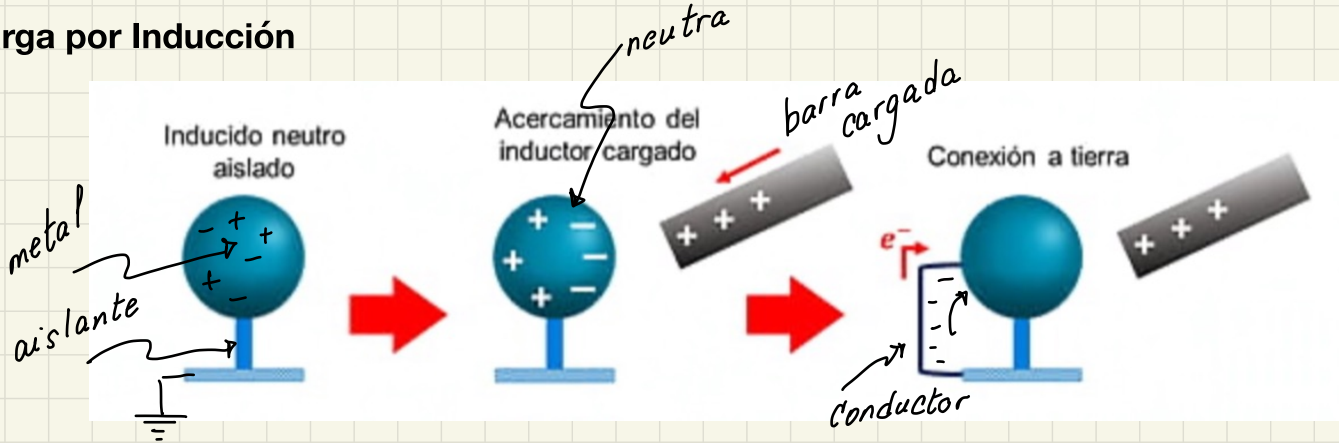
Materiales Conductores

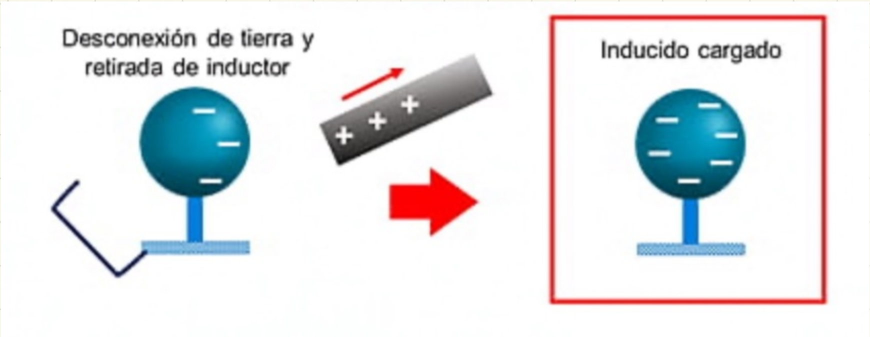
Permiten que los electrones de sus últimas capas se desplacen con facilidad de una región del material a otra. **Los electrones externos** de cada átomo se liberan y **se mueven con libertad a través del material**.

Materiales Aislantes

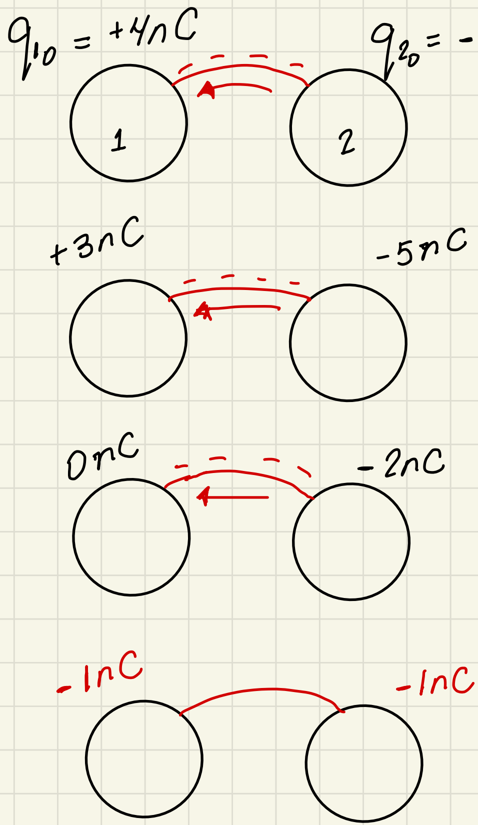
En un material aislante no hay electrones libres, o hay muy pocos, y la carga eléctrica **no pueden desplazarse a través del material**.

Carga por Inducción





¿Qué sucede cuando dos esferas conductoras $\boxed{\text{idénticas}}$ se ponen en contacto?



$\times 10^{-3}$ mili m
$\times 10^{-6}$ micro μ
$\times 10^{-9}$ nano n

$$Q_{final} = \frac{q_{10} + q_{20}}{2}$$

$q_{10} \rightarrow$ carga de la esfera 1 al inicio

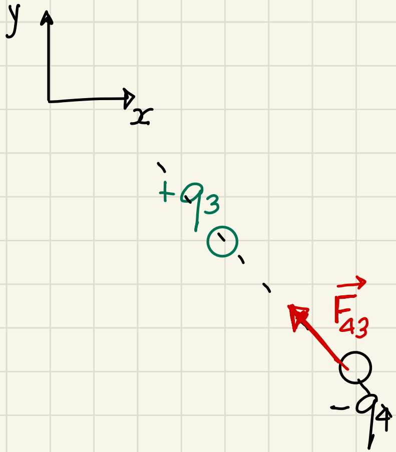
Ejercicio 1. Una pequeña moneda de cobre, eléctricamente neutra tiene una masa de 4.06 gramos y la masa molar del cobre es 63.5 g/mol. Sabiendo que el número atómico del cobre es 29. Calcule:
a) Cantidad de átomos que contiene la moneda
b) la carga negativa total
c) ¿Cuántos electrones en exceso debe depositarse a la moneda para que tenga una carga neta de Q = -3.2 nC ?

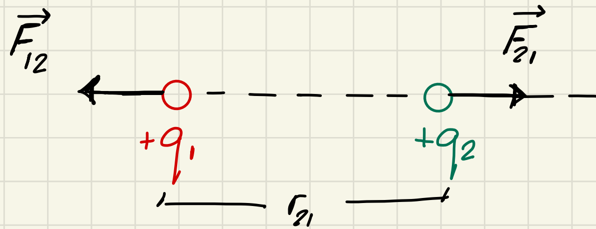
a) $$4.06\,\cancel{g} * \frac{1\,\cancel{mol}}{63.5\,\cancel{g}} * \frac{6.02 \times 10^{23}\ \text{átomos}}{1\,\cancel{mol}} = \underline{3.849 \times 10^{22}\ \text{átomos}}$$

b) $$3.849 \times 10^{22}\ \text{átomos} * \frac{29\ \text{electrones}}{1\ \text{átomo}} * \frac{-1.6 \times 10^{-19}\,C}{1\ \text{electrón}} = \underline{-178{,}594\ \text{Coulombs}}$$

c) $$\#\ \text{electrones} = \frac{|Q|}{e} = \frac{3.2 \times 10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19}} = \underline{2 \times 10^{10}\ \text{electrones}}$$

Fuerza Eléctrica entre partículas con carga





$$k = 9 \times 10^{9} \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$|F_{21}| = k \, \frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2}$$

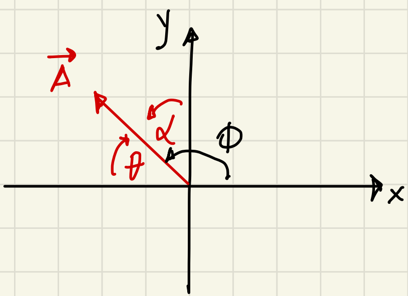
$k \rightarrow$ cte. de Coulomb

$$k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$$

$\varepsilon_0 \rightarrow$ permitividad

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \, C^2/N \cdot m^2$$

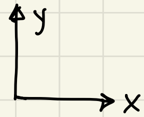
Recordar vectores:



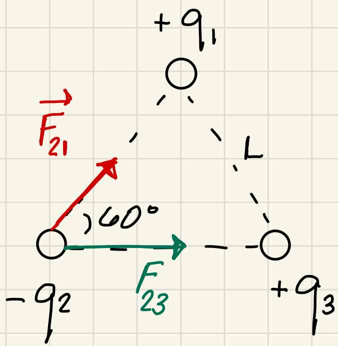
$$A_x = -|A| \operatorname{sen} \alpha$$
$$A_y = +|A| \cos \alpha$$

$$A_x = -|A| \cos \theta$$
$$A_y = +|A| \operatorname{sen} \theta$$

$$A_x = |A| \cos \phi$$
$$A_y = |A| \operatorname{sen} \phi$$



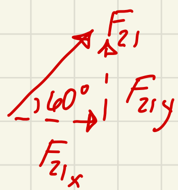
¿Qué sucede si se tienen más de dos partículas?



$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{k|q_2||q_1|}{L^2}\left(\cos 60°\,\hat{i} + \mathrm{sen}\,60\,\hat{j}\right)$$

$$\vec{F}_{23} = +\frac{k|q_2||q_3|}{L^2}\,\hat{i}$$



$$\vec{F}_2 = \left[\frac{k|q_2||q_1|}{L^2}\cos 60 + \frac{k|q_2||q_3|}{L^2}\right]\hat{i} + \frac{k|q_2||q_1|\,\mathrm{sen}\,60}{L^2}\,\hat{j}$$

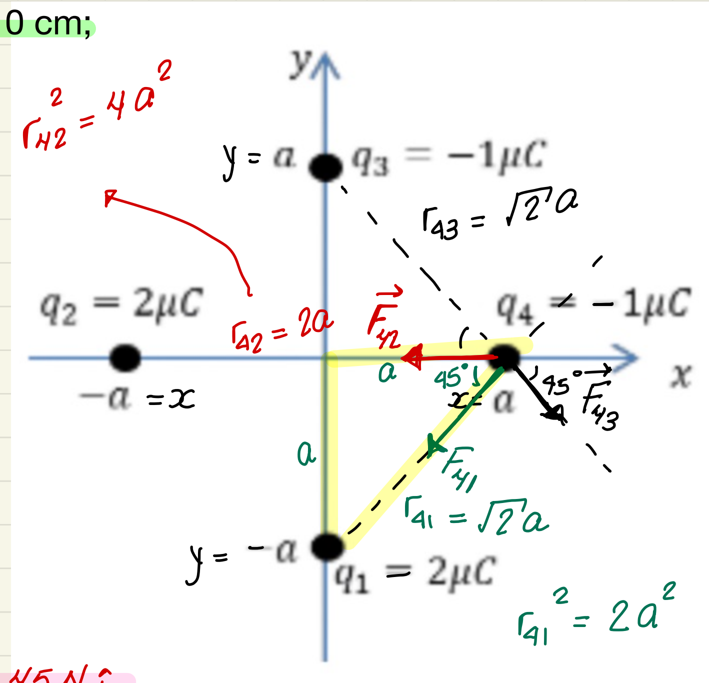
Ejercicio 2.

Para la distribución de cargas que aparece en la figura encuentre la fuerza que experimenta la carga q4. a =10 cm;

q1 = q2 = +2 x10^-6

q3 = q4 = -1x10^-6

$a = 10\,cm = 0{,}1\,m$



$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{41} + \vec{F}_{42} + \vec{F}_{43}$$

$$\vec{F}_{41} = \frac{k|q_4||q_1|}{r_{41}^2}\left(-\cos 45\,\hat{i} - \operatorname{sen} 45\,\hat{j}\right)$$

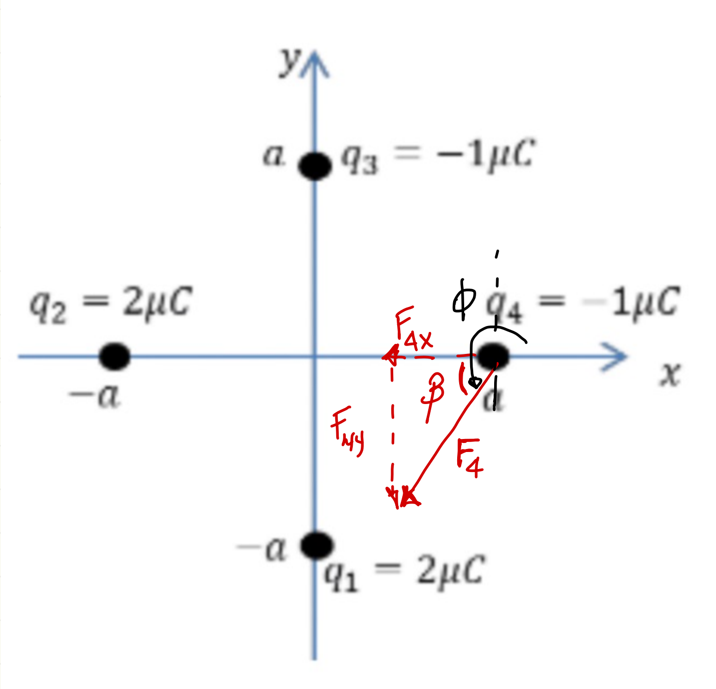
$$= \frac{9\times10^{9}(1\times10^{-6})(2\times10^{-6})}{2(0.1)^2}\left[-\cos 45\,\hat{i} - \operatorname{sen} 45\,\hat{j}\right]$$

$$= (-0.6364\,\hat{i} - 0.6364\,\hat{j})\,N$$

$$\vec{F}_{42} = -\frac{k|q_4||q_2|}{r_{42}^2}\hat{i} = -\frac{9\times10^{9}(1\times10^{-6})(2\times10^{-6})}{4(0.1)^2}\hat{i} = -0.45\,N\,\hat{i}$$

$$\vec{F}_{43} = \frac{k|q_4||q_3|}{2a^2}\left(\cos 45\,\hat{i} - \operatorname{sen} 45\,\hat{j}\right) = \frac{9\times10^{9}(1\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{2(0.1)^2}\left(\cos 45\,\hat{i} - \operatorname{sen} 45\,\hat{j}\right) =$$

$$= (0.3182\,\hat{i} - 0.3182\,\hat{j})\,N$$



$$\vec{F}_4 = [(-0.6364 - 0.45 + 0.3182)\hat{\imath} + (-0.6364 - 0.3182)\hat{\jmath}]N$$

$$\boxed{\vec{F}_4 = [-0.76282\hat{\imath} - 0.9546\hat{\jmath}]N}$$

$$|F_4| = \sqrt{(-0.7628)^2 + (-0.9546)^2}$$

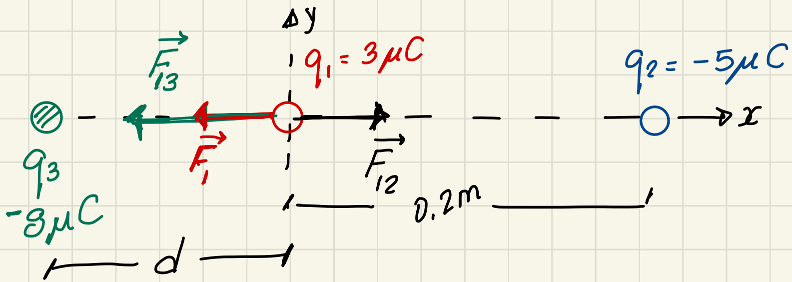
$$|F_4| = 1.223\,N$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{-0.9546}{-0.7628} = 51.4°$$

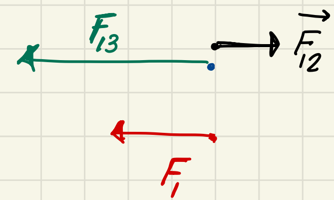
$$\phi = 180 + 51.4 = 231.4°$$

$$\boxed{\vec{F}_4 = 1.223\,N \measuredangle 231.4°}$$

Ejercicio 3. Tres cargas puntuales se localizan sobre el eje "x". La carga q1= +3x10^-6 C y se localiza en el origen de coordenadas. q2= -5x10^-6 C y se encuentra en x=0.2m. ¿En donde debe ubicarse una carga q3 = -8x10^-6 C si la fuerza neta sobre la carga q1 es F1 = 7N en dirección negativa de "x".



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$

$$-7 = +\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} + \vec{F}_{13}$$

$$\vec{F}_{13} = -7 - \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

$$\vec{F}_{13} = -7 - \frac{9\times10^9(3\times10^{-6})(5\times10^{-6})}{0.2^2}$$

$$\vec{F}_{13} = -10.375\,N$$

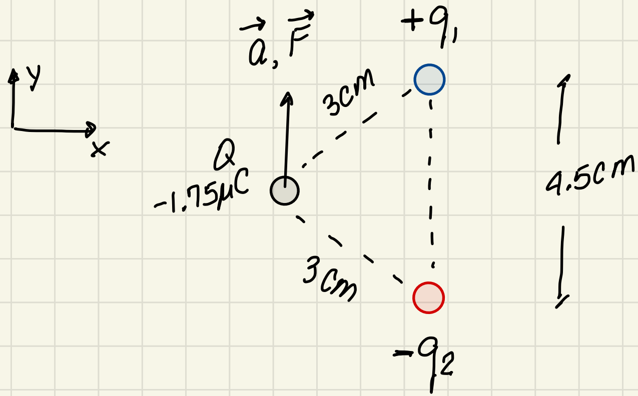
$$|F_{13}| = \frac{k|q_1||q_3|}{d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{9\times10^9(3\times10^{-6})(8\times10^{-6})}{10.375}}$$

$$d = 0.144\,m$$

q_3 debe estar ubicada en $x = -0.144m$

Ejercicio 4. Dos cargas puntuales q1 y q2 se encuentran fijas y separadas 4.5cm como se muestra en la figura. Otra carga Q que tiene una masa de 5gramos, inicialmente en reposo se encuentra a 3cm de ambas cargas y se suelta. Se observa que la aceleración inicial es de 324 m/s^2 en dirección vertical hacia arriba. Encuentre la magnitud y signos de q1 y q2.



$$\vec F = \sum \vec F = m\vec a = 5\times10^{-3}(324) = 1.62\ N\ \hat j$$

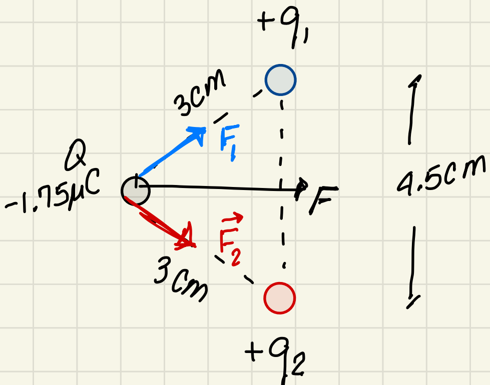
$$\vec F = \vec F_1 + \vec F_2$$

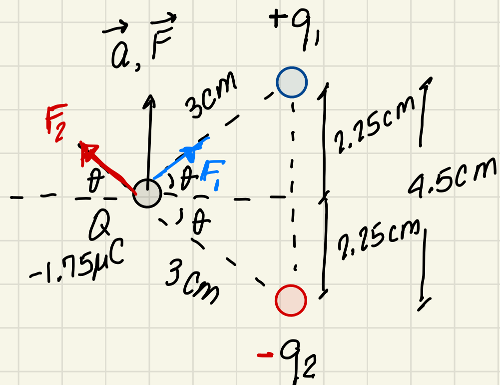
$$\sum F_x = \emptyset \qquad \sum F_y = 1.62$$

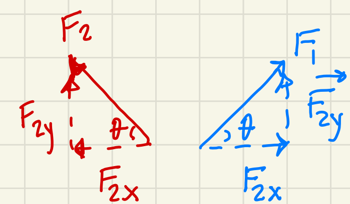
$$0 = \vec F_{1x} + \vec F_{2x} = +\frac{\cancel{k}|q_1||\cancel{Q}|\cancel{\cos\theta}}{0.\cancel{03}^2} - \frac{\cancel{k}|q_2||\cancel{Q}|\cancel{\cos\theta}}{0.\cancel{03}^2}$$

$$0 = |q_1| - |q_2|$$

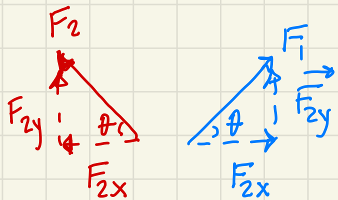
$$|q_1| = |q_2|$$

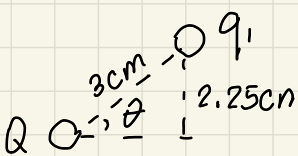






$$|q_1| = |q_2|$$





$$\operatorname{sen}\theta = \frac{0.0225}{0.03}$$

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}\frac{0.0225}{0.03}$$

$$\theta = 48.59°$$

$$Q = -1.75\,\mu C$$

$$\Sigma F_y = 1.62 = \vec{F_{1y}} + \vec{F_{2y}}$$

$$1.62 = \frac{k|q_1||Q|\operatorname{sen}\theta}{0.03^2} + \frac{k|q_2||Q|\operatorname{sen}\theta}{0.03^2}$$

$$1.62 = \frac{2k|q_1||Q|\operatorname{sen}\theta}{0.03^2}$$

$$|q_1| = \frac{1.62 * 0.03^2}{2(9\times10^9)(1.75\times10^{-6})\left(\frac{0.0225}{0.03}\right)}$$

$$|q_1| = 61.7\,nC$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} q_1 = +61.7\,nC \\ q_2 = -61.7\,nC \end{array}}$$

2.

CAMPO eléctrico

cargas puntuales

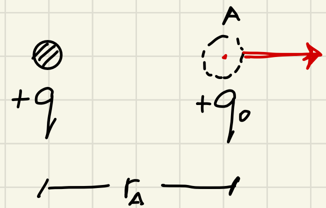
ing. Claudia Contreras

Campo Eléctrico de cargas puntuales

$(\vec{E})$

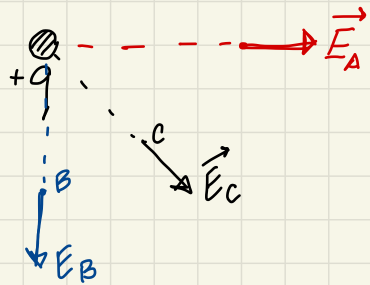
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

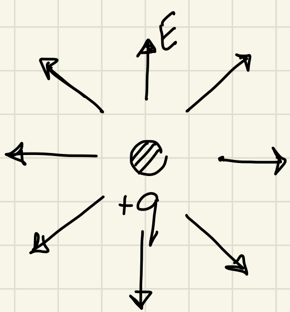
$q_0 \rightarrow$ carga de prueba positiva

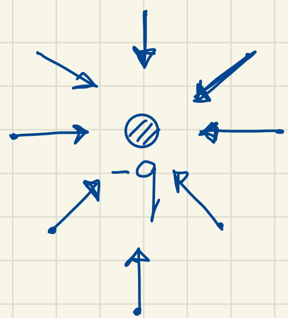


$$|E_A| = \frac{\frac{k|q|\cancel{|q_0|}}{r_A^2}}{\cancel{q_0}}$$

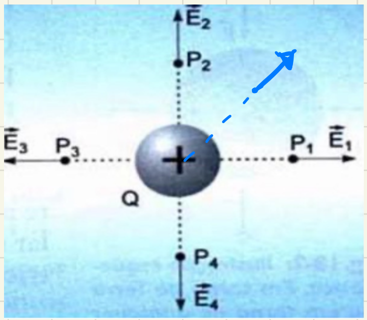
$$\boxed{|E_A| = \frac{k|q|}{r_A^2}}$$

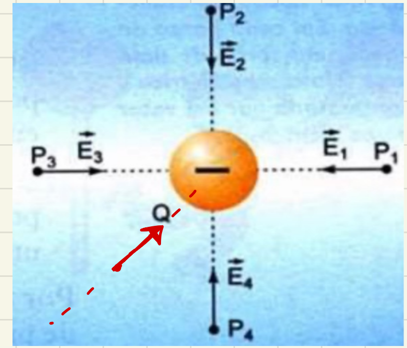




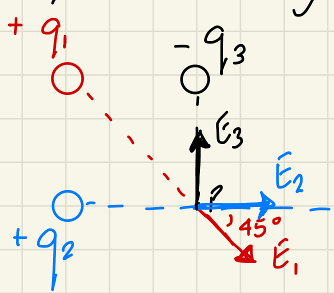


Dirección y Sentido La dirección y el sentido están dados por la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga de prueba positiva si se coloca en el punto.





¿Qué pasa si tengo más de una carga?



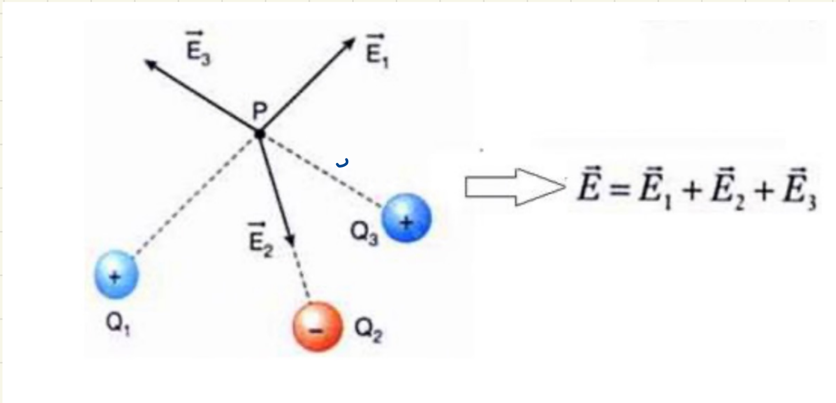
$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

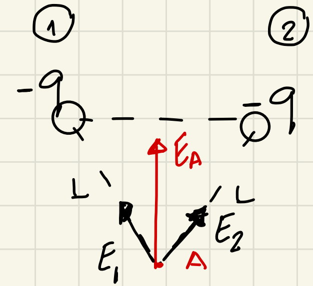
$$\vec{E}_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2}(+\cos 45\,\hat{i} - \text{sen}\, 45\,\hat{j})$$

$$\vec{E}_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2}\,\hat{i}$$

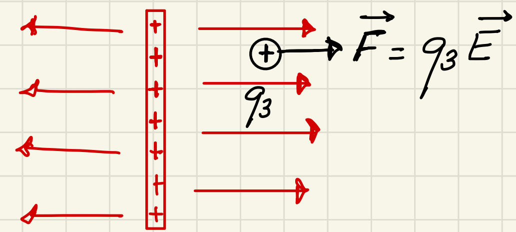
$$\vec{E}_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2}(+\hat{j})$$

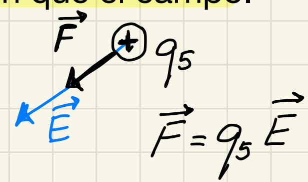
Campo eléctrico producido por varias cargas puntuales



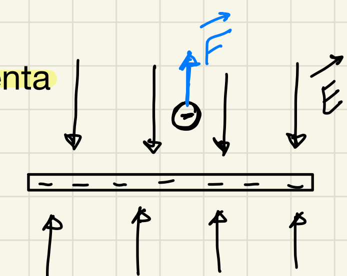


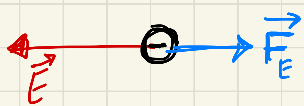
Una partícula positiva en un campo eléctrico experimenta una fuerza en la misma dirección que el campo.





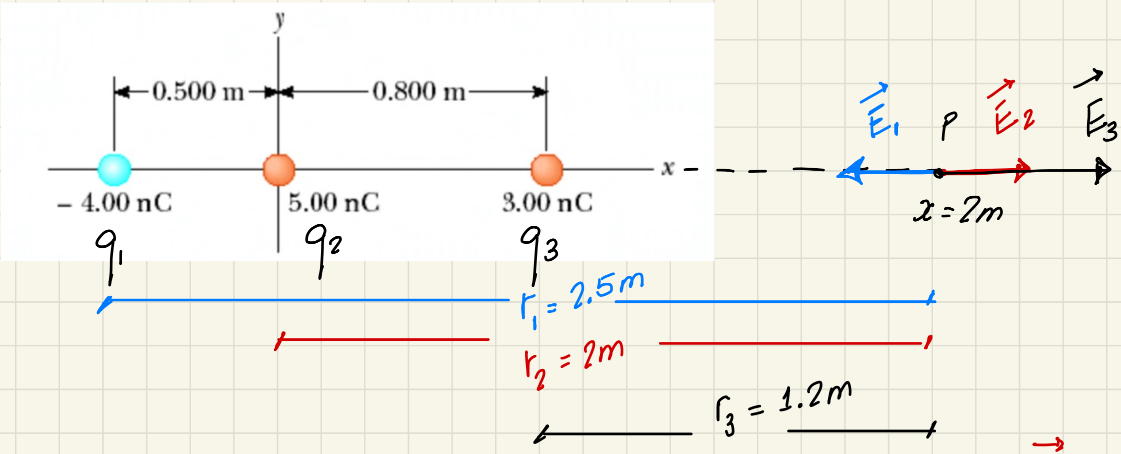
Una partícula negativa en un campo eléctrico experimenta una fuerza en dirección opuesta al campo.





Ejercicio 1. Tres cargas puntuales se encuentran sobre el eje “x”, encuentre el campo eléctrico en la posición (2,0) y (0,2). metros

$$\vec{E_p} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$$



$$\vec{E_1} = \frac{k|q_1|}{r_1^2}\,\hat{\imath}$$

$$\vec{E_1} = -\frac{9\times10^{9}(4\times10^{-9})}{2.5^2}\,\hat{\imath}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E_1} = -5.76\ \frac{N}{C}\,\hat{\imath}$$

$$\vec{E_2} = +\frac{k|q_2|}{r_2^2}\,\hat{\imath} = \frac{9\times10^{9}(5\times10^{-9})}{2^2}\,\hat{\imath}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E_2} = 11.25\,\hat{\imath}$$

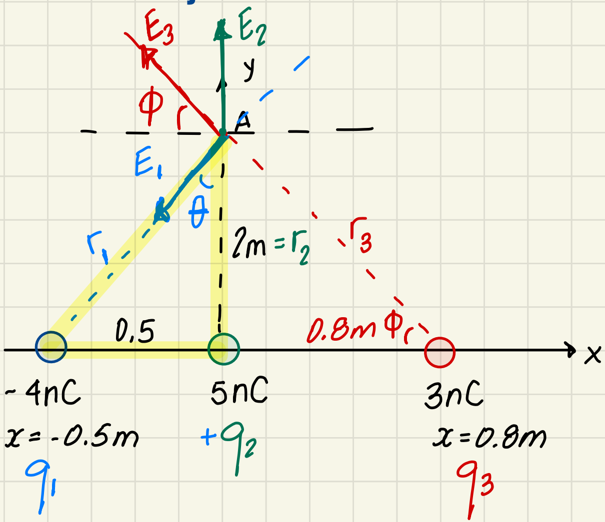
$$\vec{E_3} = \frac{k|q_3|}{r_3^2}\,\hat{\imath} = \frac{9\times10^{9}(3\times10^{-9})}{1.2^2}\,\hat{\imath}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E_3} = 18.75\ \frac{N}{C}\,\hat{\imath}$$

$$\vec{E_p} = (-5.76 + 11.25 + 18.75)\,\hat{\imath}\ \frac{N}{C}$$

$$\boxed{\vec{E_p} = 24.24\ \frac{N}{C}\,\hat{\imath}}$$

Continúa Ejercicio 1.



pto. A $\Rightarrow (0,2)$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E}_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2}\left[\operatorname{sen}\theta(-\hat{\imath}) + \cos\theta(-\hat{\jmath})\right]$$

$$\vec{E}_1 = \frac{9\times10^9(4\times10^{-9})}{4.25}\left[\operatorname{sen}14.04(-\hat{\imath}) + \cos 14.04(-\hat{\jmath})\right]$$

$$\vec{E}_1 = (-2.055\hat{\imath} - 8.2175\hat{\jmath})\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2}\hat{\jmath} = \frac{9\times10^9(5\times10^{-9})}{2^2} = +11.25\frac{N}{C}\hat{\jmath}$$

$$r_1^2 = 2^2 + 0.5^2 = 4.25$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{0.5}{2} = 14.04°$$

$$r_3^2 = 2^2 + 0.8^2 = 4.64\,m^2$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{2}{0.8} = 68.2°$$

$$\vec{E}_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2}\left(\cos\phi(-\hat{\imath}) + \operatorname{sen}\phi\,\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{E}_3 = \frac{9\times10^9(3\times10^{-9})}{4.64}\left(\cos 68.2(-\hat{\imath}) + \operatorname{sen}68.2\,\hat{\jmath}\right)$$

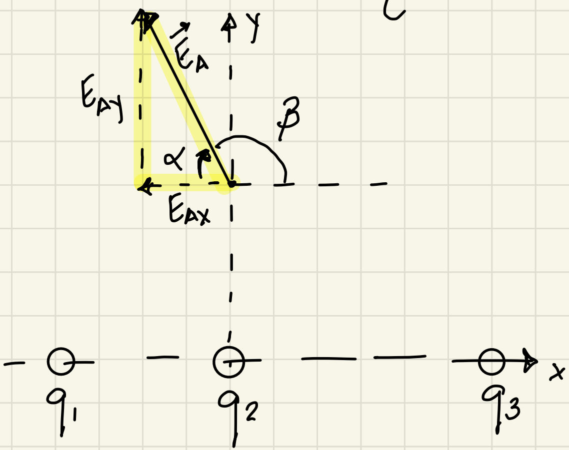
$$\vec{E}_3 = (-2.161\hat{\imath} + 5.4028\hat{\jmath})\ N/C$$

$$\vec{E}_A = \left[(-2.055 - 2.161)\hat{\imath} + (-8.2175 + 11.25 + 5.4028)\hat{\jmath}\right] N/C$$

Continúa Ejercicio 1.

$$\vec{E}_A = \left(-4.216\,\hat{\imath} + 8.4353\,\hat{\jmath}\right)\frac{N}{C}$$

$$|E_A| = 9.43\ \frac{N}{C}$$

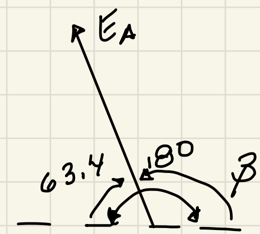


$$\tan\alpha = \frac{8.4353}{-4.216}$$

$$\alpha = -63.4^\circ$$

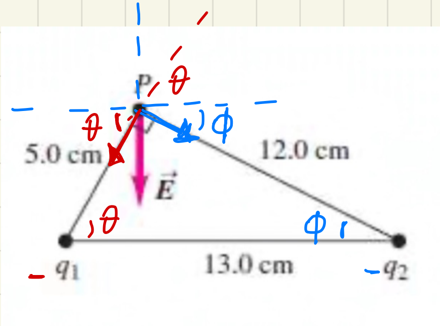
$$\beta = 180 - 63.4^\circ$$

$$\beta = 116.6^\circ$$



$$\boxed{\vec{E}_A = 9.43\ \frac{N}{C} \qquad \beta = 116.6^\circ}$$

Ejercicio 2. Dos cargas se colocan como se muestra en la figura, la magnitud de q1 es de 3x10^-6, pero se desconoce su signo. Se desconoce la magnitud y signo de q2. La dirección del campo eléctrico en el punto P es enteramente en dirección negativa de "y". a) ¿Cuáles son los signos de las cargas y la magnitud de q2? b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en P?



$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_{1x} + \vec{E}_{2x} = \emptyset$$

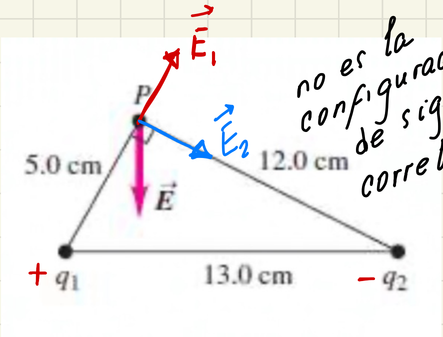
$$-\frac{\cancel{k}|q_1|}{r_1^2}\cos\theta + \frac{\cancel{k}|q_2|}{r_2^2}\cos\phi = \emptyset$$

$$|q_2| = \frac{|q_1|\cos\theta}{r_1^2} * \frac{r_2^2}{\cos\phi} = \frac{(3\times10^{-6})\cos 67.4°}{0.05^2} * \frac{0.12^2}{\cos 22.6°}$$

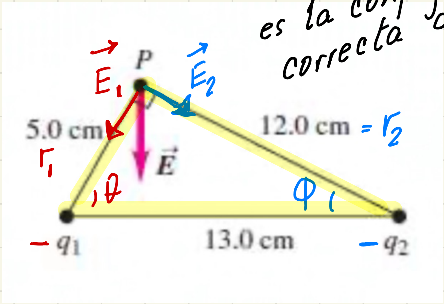
$$|q_2| = 7.2\mu C$$

$q_1 = -3\mu C$

$q_2 = -7.2\mu C$



no es la configuración de signos correctas

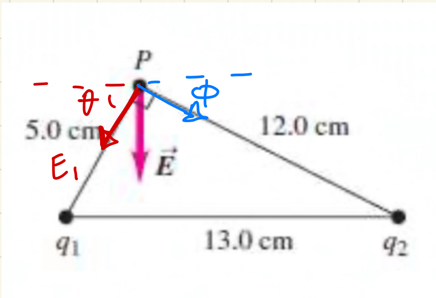


es la configuración de signos correcta

$$\theta = \tan^{-1}\frac{12}{5} = 67.4°$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{5}{12} = 22.6°$$

Continúa solución ejercicio 2.



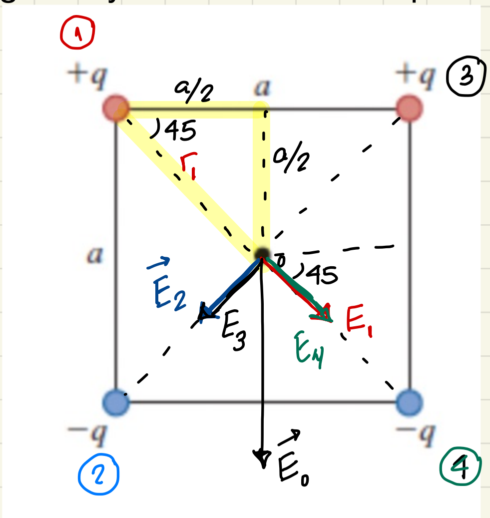
$$\vec{E}_{1y} + \vec{E}_{2y} = \vec{E}_p$$

$$-\frac{k|q_1|\,\text{sen}\,\theta}{r_1^2} - \frac{k|q_2|\,\text{sen}\,\phi}{r_2^2} = \vec{E}_p$$

$$\vec{E}_p = \left(\frac{-9\times10^9(3\times10^{-6})\,\text{sen}\,67.4}{0.05^2} - \frac{9\times10^9(7.2\times10^{-6})\,\text{sen}\,22.6}{0.12^2} \right)\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{E}_p = -11.7\ \frac{MN}{C}\ \hat{j}}$$

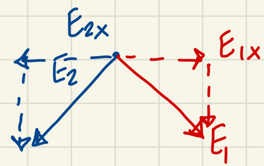
Ejercicio 3. Se coloca una carga puntual en cada vértice de un cuadrado de lado a. Calcule la magnitud y dirección del campo en el centro del cuadrado.



$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

por simetría

$$\sum E_{x_i} = \emptyset$$



$$\vec{E}_0 = 4\vec{E}_{1y}$$

$$\vec{E}_0 = 4\left[\frac{k|q_1|}{r_1^2}\,\text{sen } 45\right](-\hat{j})$$

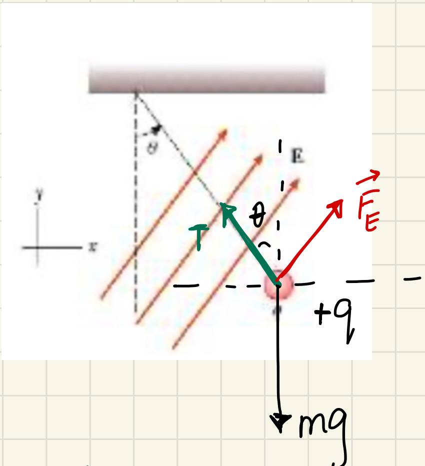
$$\vec{E}_0 = \frac{4kq}{\left(\frac{a^{\cancel{2}}}{\cancel{2}}\right)} * \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}(-\hat{j})$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\boxed{\vec{E}_0 = \frac{4\sqrt{2}\,kq}{a^2}(-\hat{j})}$$

Ejercicio 4. Una pelota de corcho de 1 gramo de masa está suspendida de un hilo muy ligero en un campo eléctrico uniforme como se muestra en la figura. Cuando E= (3i +5j)x10^5 N/C, la pelota está en equilibrio a un ángulo de 37 grados. Encuentre a) la carga de la pelota, b) la tensión del hilo.



$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$
$$= q\left[3\times10^5\,\hat{\imath} + 5\times10^5\,\hat{\jmath}\right]$$
$$\vec{F}_E = 3\times10^5 q\,\hat{\imath} + 5\times10^5 q\,\hat{\jmath}$$

$$\Sigma\vec{F} = \emptyset$$
$$\Sigma F_x = \emptyset$$
$$F_{E_x} - T_x = \emptyset$$
$$+3\times10^5 q - T\,\text{sen}\,\theta = \emptyset$$
$$\boxed{T = \frac{3\times10^5 q}{\text{sen}\,\theta}} \quad (1)$$

$$T = \frac{3\times10^5(10.91\times10^{-9})}{\text{sen } 37}$$
$$T = 5.44\,\text{mN}$$

$$\Sigma F_y = \emptyset$$
$$T_y + F_{E_y} - mg = \emptyset$$
$$\boxed{T\cos\theta + 5\times10^5 q = mg} \quad (2)$$

sust (1) en (2)

$$\frac{3\times10^5 q}{\text{sen}\,\theta}\cos\theta + 5\times10^5 q = mg$$
$$q\left[\frac{3\times10^5}{\tan\theta} + 5\times10^5\right] = mg$$
$$q = \frac{(1\times10^{-3})(9.8)}{\left[\frac{3\times10^5}{\tan 37} + 5\times10^5\right]} = 10.91\,nC$$

3.

CAMPO eléctrico

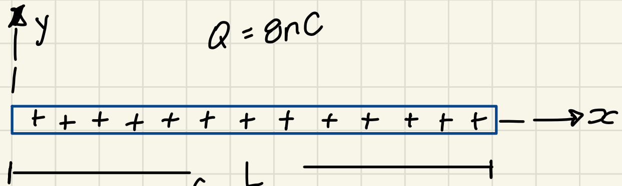
distribuciones lineales DE carga

ing. Claudia Contreras

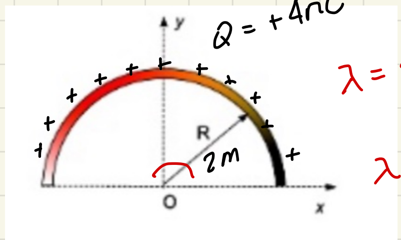
Distribuciones Lineales de carga

$\boxed{\lambda \rightarrow \text{densidad lineal de carga}}$

$Q = 8nC$



$\lambda = \dfrac{8nC}{2m} = \dfrac{4nC}{m}$

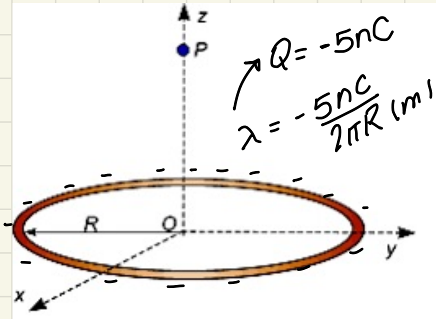


$Q = +4nC$

$S = R\theta$

$\lambda = \dfrac{4nC}{(2)\pi m}$

$\lambda = +\dfrac{2nC}{\pi\, m}$



$Q = -5nC$

$\lambda = -\dfrac{5nC}{2\pi R\,(m)}$

→ si la carga se distribuye uniformemente

$\boxed{\lambda = \dfrac{Q}{L}} \quad \left(\dfrac{C}{m}\right)$

→ si la carga no es uniforme

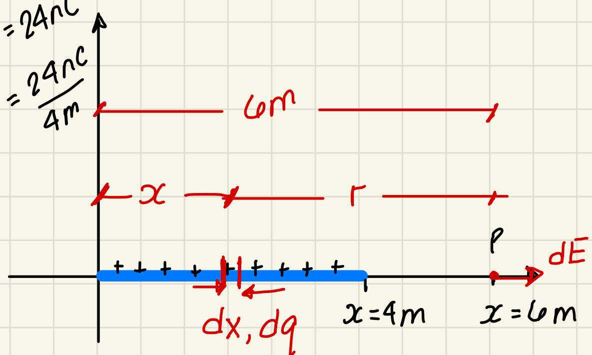
$\lambda = f(x) \qquad \lambda = f(y) \qquad \lambda = f(\theta)$

$\lambda = 6nC/m$

Calcule el campo eléctrico en el punto P, de la varilla de carga que se muestra en la figura:º

$Q = 24nC$

$\lambda = \dfrac{24nC}{4m}$



$dE = \dfrac{k\,dq}{r^2} = \dfrac{k|\lambda|\,dx}{(6-x)^2}\ \hat{\imath}$

$dq = |\lambda|\,dx$

$r = 6 - x$

$\vec{E}_p = \int_0^4 \dfrac{k|\lambda|\,dx}{(6-x)^2}\ \hat{\imath} = k|\lambda| \int_0^4 \dfrac{dx}{(6-x)^2}\ \hat{\imath}$

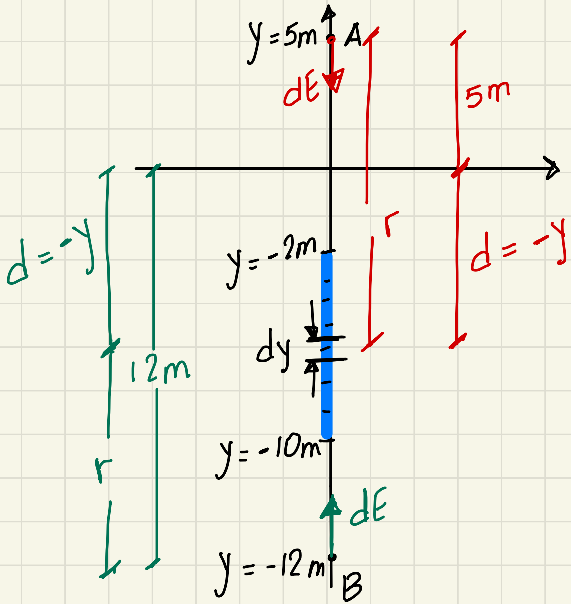
$u = 6 - x$

$du = -dx$

$\int \dfrac{-du}{u^2} = \dfrac{1}{u}$

$\vec{E}_p = k|\lambda| * \dfrac{1}{(6-x)}\Big|_0^4 = 54\left[\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{6}\right]\hat{\imath} = 18\,\dfrac{N}{C}\,\hat{\imath}$

Plantee la integral que me permita calcular el campo eléctrico de la distribución lineal de carga que se muestra en la figura, en lo siguientes puntos, A, B.



$Q = -16nC$

$\lambda = \dfrac{-16nC}{8m} = -\dfrac{2nC}{m}$

$dq = |\lambda| dy$

pto A

$dE = \dfrac{k\,dq}{r^2}$

$r = 5 + d$

$r = 5 - y$

$dE = \dfrac{k|\lambda| dy}{(5-y)^2}(-\hat{j})$

$\vec{E} = \displaystyle\int_{-10}^{-2} \frac{k|\lambda| dy}{(5-y)^2}(-\hat{j})$

Punto B

$dE = \dfrac{k\,dq}{r^2}(+\hat{j}) = \dfrac{k|\lambda| dy}{(12+y)^2}\hat{j}$

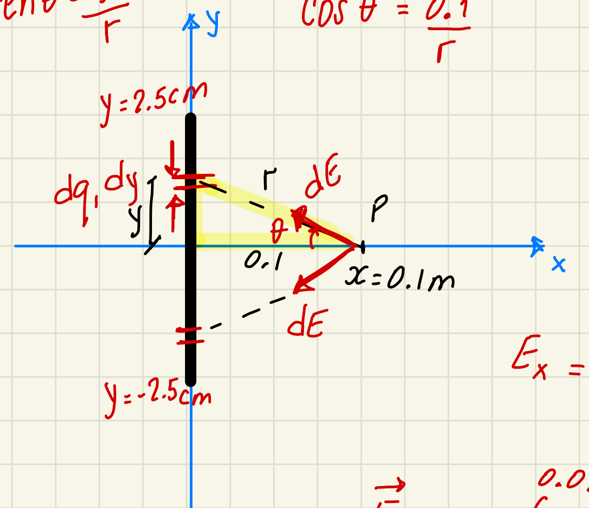
$r = 12 - d$

$r = 12 - (-y) = 12 + y$

$\vec{E} = \displaystyle\int_{-10}^{-2} \frac{k|\lambda| dy}{(12+y)^2}\hat{j}$

Ejemplo 1. Una línea de carga se extiende desde y=-2.5cm hasta y=+2.5cm. La carga está distribuida uniformemente a lo largo de la línea y es de -9nC. Encuentre el campo eléctrico (magnitud y dirección) en un punto ubicado sobre el eje "x" en x=10cm.

$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r}$ $\cos\theta = \frac{0.1}{r}$



$$dE = \frac{k\,dq}{r^2} \qquad dq = |\lambda|\,dy \qquad \lambda = \frac{-9\,nC}{0.05\,m}$$

$$r^2 = 0.1^2 + y^2 \qquad r = \sqrt{0.1^2 + y^2} \qquad \lambda = -180\,\frac{nC}{m}$$

$$dE = \frac{k\,|\lambda|\,dy}{(0.1^2 + y^2)}$$

$$dE_x = dE\cos\theta \qquad\qquad dE_y = dE\operatorname{sen}\theta$$

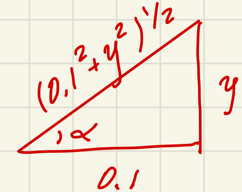
$$E_x = \int_{-0.025}^{0.025} \frac{k\,|\lambda|\,dy}{(0.1^2 + y^2)} * \frac{0.1}{(0.1^2 + y^2)^{1/2}}\,(-\hat{\imath}) \qquad\qquad E_y = \int dE_y = \emptyset$$

por simetría

$$\vec{E}_x = 2\int_0^{0.025} \frac{k\,|\lambda|\,(0.1)\,dy}{(0.1^2 + y^2)^{3/2}}\,(-\hat{\imath})$$

$$\vec{E} = 2k\,|\lambda|\,(0.1)\int_0^{0.025} \frac{dy}{(0.1^2 + y^2)^{3/2}}\,(-\hat{\imath})$$

$$\vec{E} = 2k|\lambda|(0.1)\int_0^{0.025} \frac{dy}{(0.1^2+y^2)^{3/2}}(-\hat{\imath})$$



$$\tan\alpha = \frac{y}{0.1}$$

$$y = 0.1\tan\alpha$$

$$dy = 0.1\sec^2\alpha\, d\alpha$$

$$\int \frac{0.1\sec^2\alpha\, d\alpha}{\left[0.1^2 + 0.1^2\tan^2\alpha\right]^{3/2}}$$

$$\int \frac{0.1\sec^2\alpha\, d\alpha}{\left[0.1^2(1+\tan^2\alpha)\right]^{3/2}}$$

$$\int \frac{0.1\sec^2\alpha\, d\alpha}{\left[0.1^2\sec^2\alpha\right]^{3/2}}$$

$$\int \frac{\cancel{0.1}\,\cancel{\sec^2\alpha}\, d\alpha}{0.1^{\cancel{3}}\sec^{\cancel{3}}\alpha} = \int \frac{d\alpha}{0.1^2\sec\alpha}$$

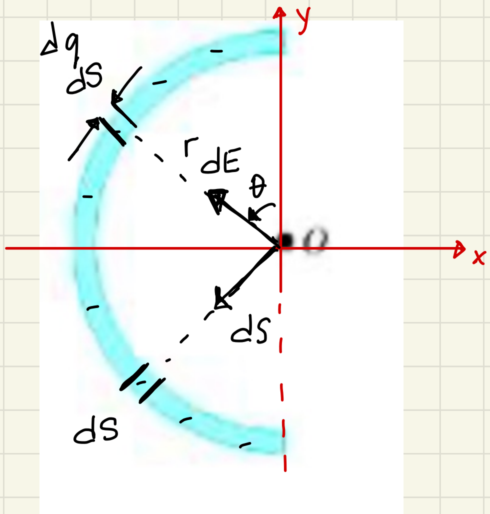
$$\frac{1}{0.1^2}\int \cos\alpha\, d\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{0.1^2}$$

$$\vec{E} = 2k|\lambda|\cancel{(0.1)} * \frac{1}{(0.1)^{\cancel{2}}}\left.\frac{y}{(0.1^2+y^2)^{1/2}}\right|_0^{0.025}$$

$$\vec{E} = \frac{2(9\times10^9)(180\times10^{-9})}{(0.1)} * \frac{0.025}{(0.1^2+0.025^2)^{1/2}}(-\hat{\imath})\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = 7.86\ k\frac{N}{C}(-\hat{\imath})$$

Ejemplo 2. Una varilla de 14 cm de longitud cargada uniformemente se dobla en forma de semicírculo, como se muestra en la figura. La varilla tiene una carga de - 7.5 x10^-6 C. Encuentre el campo eléctrico, magnitud y dirección en el centro del semicírculo.



$$dE = \frac{k\,dq}{r^2}$$

$$dq = |\lambda|\,ds$$

$$dq = |\lambda| R\,d\theta$$

$$r = R$$

$$\lambda = \frac{-7.5\times10^{-6}}{0.14}\ \frac{C}{m}$$

$$S = R\theta$$

$$ds = R\,d\theta$$

$$S = 0.14$$

$$0.14 = R\pi$$

$$R = \frac{0.14}{\pi}$$

$$dE = \frac{k|\lambda|\cancel{R}\,d\theta}{R^{\cancel{2}}}$$

$$dE = \frac{k|\lambda|\,d\theta}{R}$$

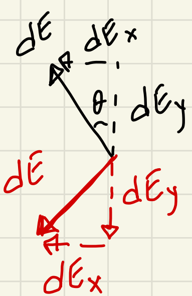
$$dE_x = dE\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$dE_x = \frac{k|\lambda|\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta}{R}$$

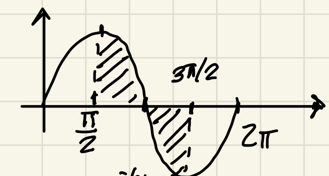
$$dE_y = dE\cos\theta$$

por simetría

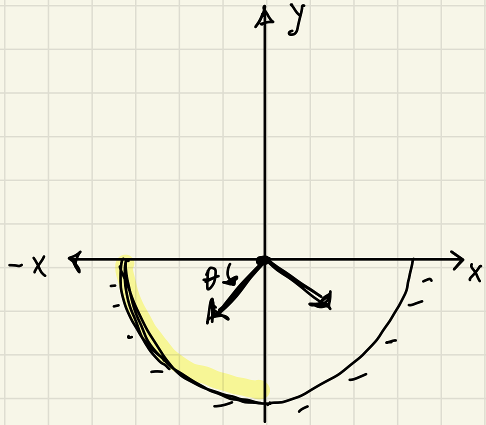
$$E_y = \emptyset$$



$$\vec{E}_x = \int_0^{\pi} dE_x = 2\int_0^{\pi/2} \frac{k|\lambda|\,\mathrm{sen}\,\theta}{R}\,d\theta$$



$$\vec{E}_0 = \frac{2k|\lambda|}{R}\left[-\cos\theta\Big|_0^{\pi/2}\right] = \frac{2k|\lambda|}{R}(-\hat{\imath}) = \frac{2(9\times10^{9})\left(\frac{7.5\times10^{-6}}{0.14}\right)}{\frac{0.14}{\pi}} = 21.6\ \frac{MN}{C}\ (-\hat{\imath})$$



respuestas preguntas

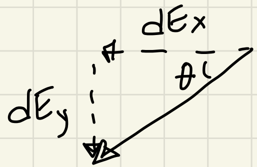
Q' sucede si el semicirculo esta en el III y IV cuadrante

por simetría

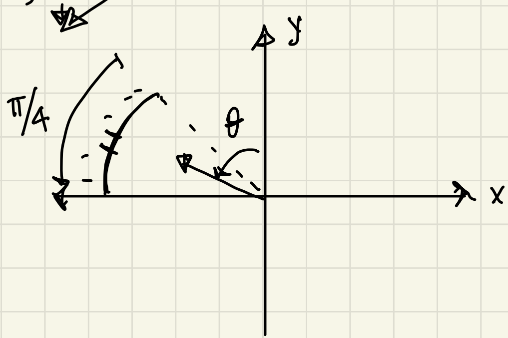
$E_x = 0$

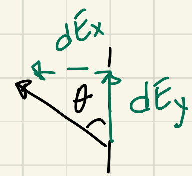
$dE_y = dE \operatorname{sen} \theta$

$E_y = 2\int_0^{\pi/2} dE_y = \int_0^{\pi} dE_y \; (-\hat{j})$



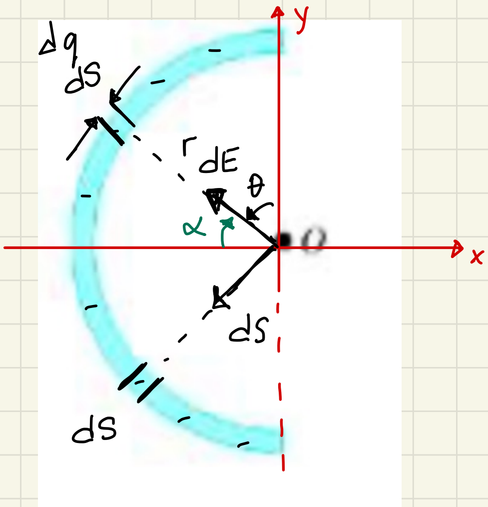
¿ y para un segmento de arco distinto ?





$\int_{\pi/4}^{\pi/2} dE_x = dE \operatorname{sen} \theta$

$E_y = \int_{\pi/4}^{\pi/2} dE_y = dE \cos \theta$



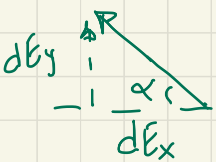
¿Qué sucede si elijo trabajar con α el problema?

$$dS = R\,d\alpha$$

$$dE = \frac{k|\lambda|\,d\alpha}{R}$$

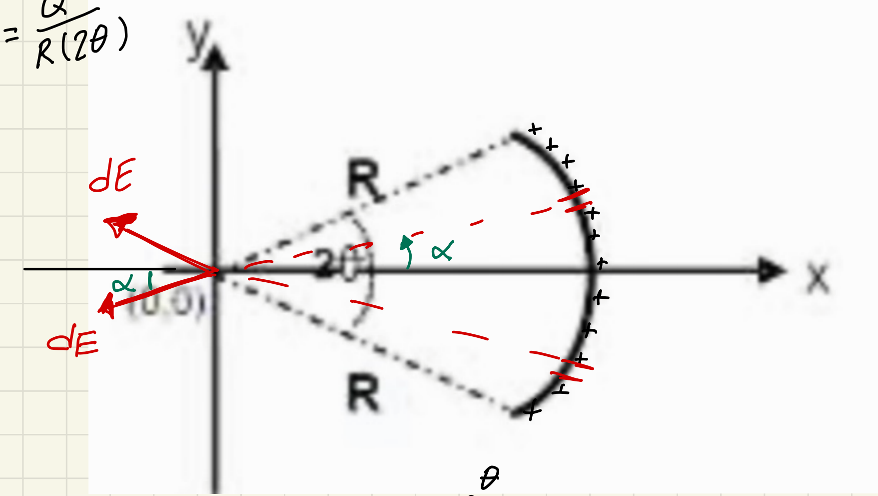
$$dE_x = dE\cos\alpha\,(-\hat{i})$$

$$E_x = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dE_x = 2\int_0^{\pi/2} dE_x$$



Ejemplo 3. Una varilla de carga se dobla como se muestra en la figura. La varilla se carga uniformemente y tiene una carta total +Q. El arco sustenta un ángulo de 2 theta, del centro del círculo. Encuentre el campo eléctrico resultante en el origen.

$$\lambda = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{R(2\theta)}$$



$$dE = \frac{k\,dq}{r^2}$$

por simetría $E_y = 0$

$$r = R \qquad dq = |\lambda|\,ds = |\lambda| R\,d\alpha$$

$$dE_x = dE \cos\alpha$$

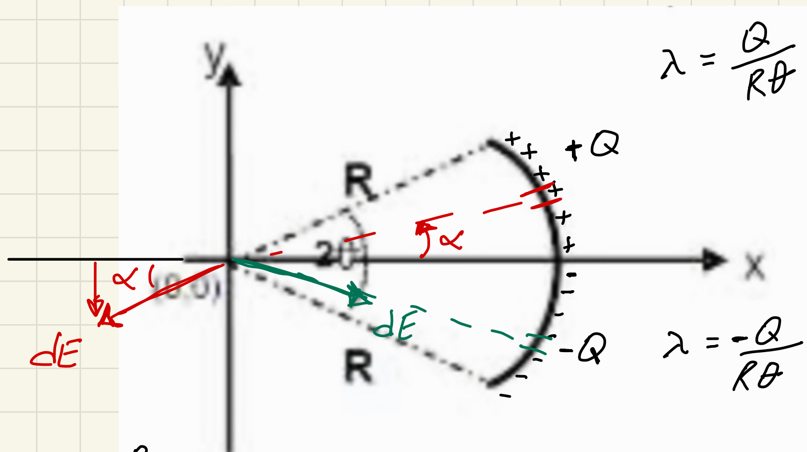
$$dE_x = \frac{k\,|\lambda| \cancel{R} \cos\alpha\,d\alpha}{R^{\cancel{2}}}$$

$$dE_x = \frac{k\,|\lambda| \cos\alpha\,d\alpha}{R}$$

$$\vec{E}_0 = 2\int_0^{\theta} \frac{k\,|\lambda| \cos\alpha\,d\alpha}{R} = \int_{-\theta}^{\theta} \frac{k\,|\lambda| \cos\alpha}{R}\,d\alpha$$

$$E_0 = \frac{\cancel{2}k\left(\frac{Q}{\cancel{2}R\theta}\right)}{R}\int_0^{\theta} \cos\alpha\,d\alpha = \frac{kQ}{R^2\theta}\left[\operatorname{sen}\alpha \Big|_0^{\theta}\right] = \frac{kQ\operatorname{sen}\theta}{R^2\theta}\,(-\hat{\imath})$$

Ejemplo 4. ¿Qué sucedería si el arco del ejemplo 3, tuviera una carga +Q en la mitad superior y una carga total -Q en la mitad inferior? ¿Cuál sería entonces el campo eléctrico en el origen de coordenadas?



por simetría

$$E_x = \emptyset$$

$$dE = \frac{k|\lambda|\cancel{R}\,d\alpha}{R^{\cancel{2}}}$$

$$dE = \frac{k|\lambda|}{R}\,d\alpha$$

$$E_0 = 2\int_0^\theta dE_y = 2\int_{-\theta}^{0} dE\,\mathrm{sen}\,\alpha = 2\int_0^\theta \frac{k|\lambda|\,\mathrm{sen}\,\alpha\,d\alpha}{R}\,(-\hat{j}) = \frac{2k|\lambda|}{R}\left(-\cos\alpha\,\Big|_0^\theta\right)(-\hat{j})$$

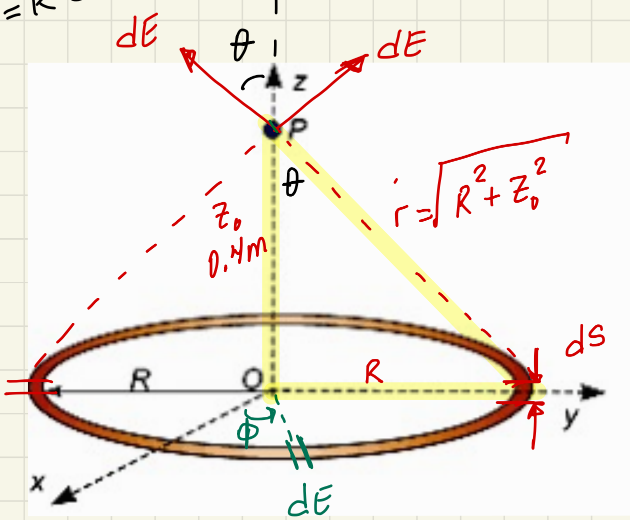
$$\vec{E}_0 = \frac{2k|\lambda|}{R}(-\cos\theta + 1)\,(-\hat{j}) = \frac{2k\,\frac{Q}{R\theta}}{R}(1-\cos\theta)\,(-\hat{j})$$

$$\boxed{\vec{E}_0 = \frac{2kQ}{R^2\theta}(1-\cos\theta)\,(-\hat{j})}$$

Ejemplo 5. (Anillo de carga). Un conductor de forma anular con radio R=2.5cm tiene una carga positiva total Q = +0.125nC. El centro del anillo está en el origen. Calcule el campo eléctrico en el punto P, localizado sobre el eje “z” en z= 40cm

$s = R\phi$

$ds = R\, d\phi$



Por simetría

$E_y = \emptyset \qquad E_x = \emptyset$

$E_z = E_p \quad (+\hat{k})$

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$$

$$dE = \frac{k\, dq}{r^2} \qquad dq = |\lambda|\, ds$$

$$ds = R\, d\phi$$

$$dE_z = dE \cos\theta$$

$$dE = \frac{k|\lambda| \cos\theta\, ds}{(R^2 + z_0^2)} = \frac{k|\lambda|\, z_0}{(R^2+z_0^2)^{3/2}}\, ds$$

$$\cos\theta = \frac{z_0}{(R^2+z_0^2)^{1/2}}$$

$$\vec{E}_p = \frac{k|\lambda|\, z_0}{(z_0^2+R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds \quad (+\hat{k}) = \frac{k|\lambda|\, z_0\, 2\pi R}{(z_0^2+R^2)^{3/2}} \quad (+\hat{k})$$

$$\vec{E}_p = \frac{k|\lambda| z_0}{(z_0^2+R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} R\, d\phi = \frac{k|\lambda|\, z_0\, 2\pi R}{(z_0^2+R^2)^{3/2}} \quad (+\hat{k})$$

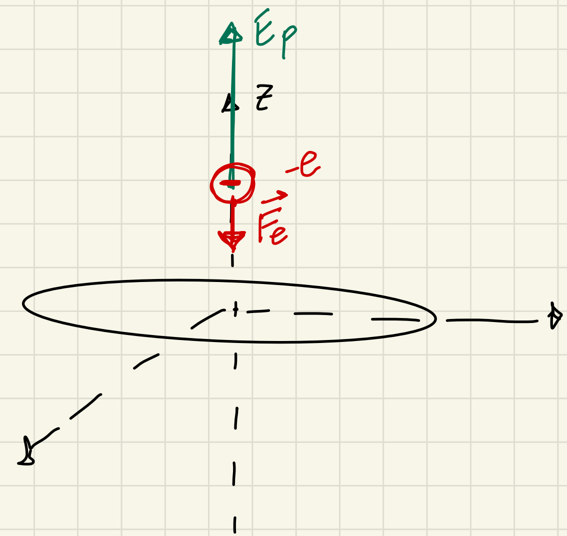
$$= \frac{k\,|\lambda|\,z_0\,2\pi R}{(z_0^2+R^2)^{3/2}}\,(+\hat{k})$$

$$= \frac{k\left(\frac{Q}{\cancel{2\pi} R}\right) z_0\,\cancel{2\pi} R}{(z_0^2+R^2)^{3/2}}\,(+\hat{k})$$

$$\vec{E}_p = \frac{k\,Q\,z_0}{(z_0^2+R^2)^{3/2}}\,(+\hat{k})$$

$$\vec{E}_p = \frac{9\times10^9\,(0.125\times10^{-9})(0.4)}{(0.4^2+0.025^2)^{3/2}}\,(+\hat{k})$$

$$\vec{E}_p = 6.99\,\frac{N}{C}\,(\hat{k})$$



4

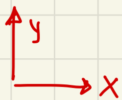
· CAMPO ·

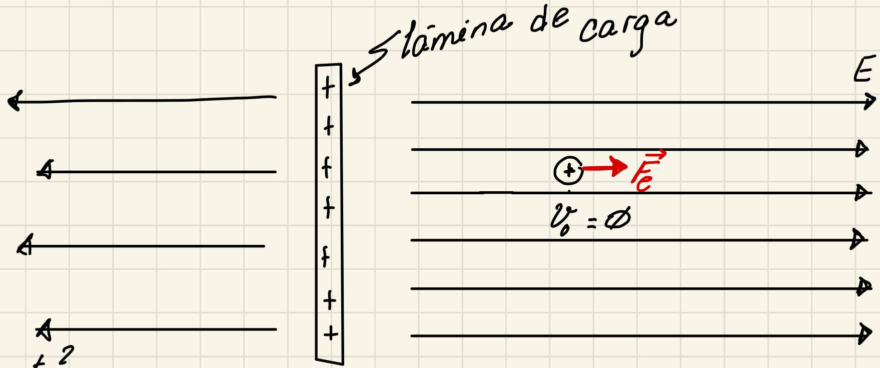
eléctrico

ing. Claudia Contreras

→ movimiento DE partículas EN UN campo uniforme

¿Cómo es el movimiento de una partícula si la suelto a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme?





$$v_{fx} = v_{0x} + a_x t$$

$$v_{fx}^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x$$

$$x_f = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

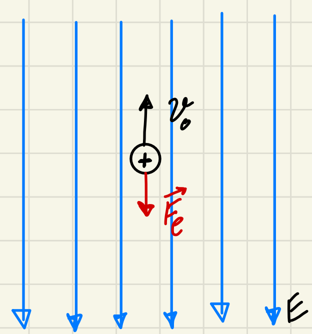
$$\vec{F_e} = q\vec{E}$$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\vec{a} = cte.$$

¿Cómo es el movimiento si la partícula se lanza paralela o antiparalela con el campo?



$$\vec{a_y} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

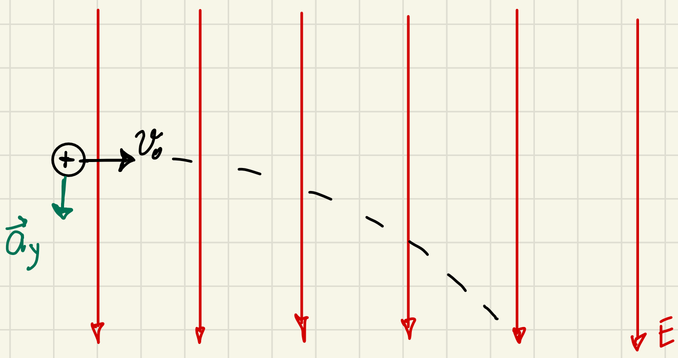
$$a_y = cte$$

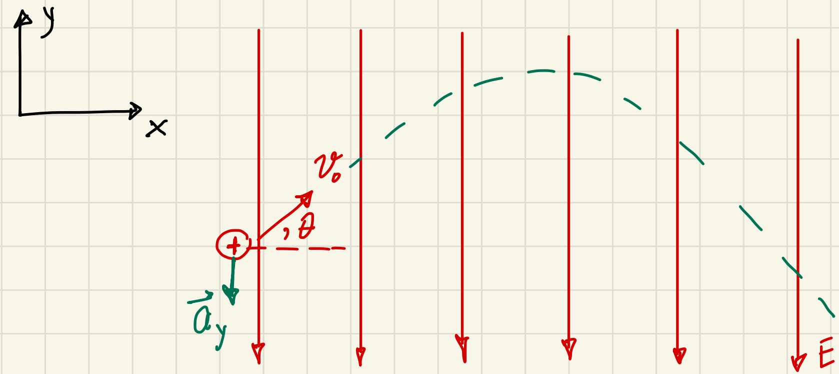
$$y_f = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2a\Delta y$$

$$v_{fy} = v_{0y} + a_y t$$

¿Qué trayectoria describe una partícula si la lanzo con una velocidad inicial que tiene una componente perpendicular a un campo uniforme?





En "x" mov con $v \rightarrow$ constante

$$v_x = v_0 \qquad v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En "y" mov con $a_y = cte \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{E}}{m}$

$$\vec{a}_y = \frac{q\vec{E}}{m} \qquad v_{0y} = \emptyset$$

$$y_f = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_{fy} = v_{0y} + a_y t$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2 a_y \Delta y$$

en "x" $\rightarrow v_{cte} = v_0 \cos\theta$

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

en "y" $a \Rightarrow cte \qquad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

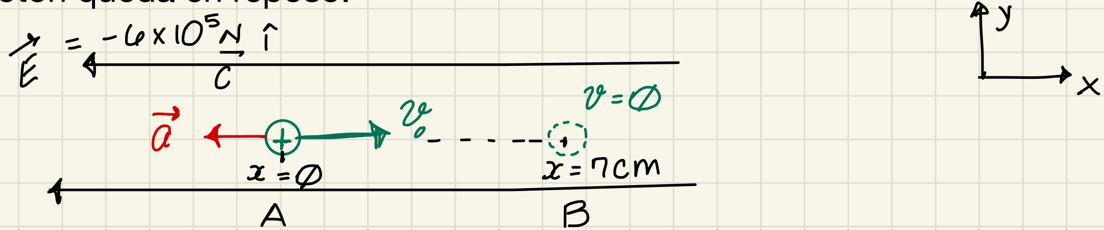
$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

$$y_f = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_{fy} = v_{0y} + a_y t$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2 a_y \Delta y$$

Problema 1. Un protón es proyectado en la dirección positiva de "x" al interior de la región de campo eléctrico uniforme de *E*= -6x10^5 en "x" en el instante t=0. El protón recorre una distancia de 7 cm antes de llegar al reposo. Determine: a) la aceleración del protón, b) su rapidez inicial y c) el intervalo del tiempo en el cual es protón queda en reposo.



Análisis AB

a) $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{-e|E|}{m_p} = -\frac{(1.6\times10^{-19})(6\times10^{5})}{1.67\times10^{-27}} = -5.7485\times10^{13}\ \frac{m}{s^2}$

b) $x_0 = \emptyset$

$x_f = 0.07m$

$\Delta x = 0.07m$

$v_f = \emptyset$

$a = -5.7485\times10^{-13}\ m/s$

$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

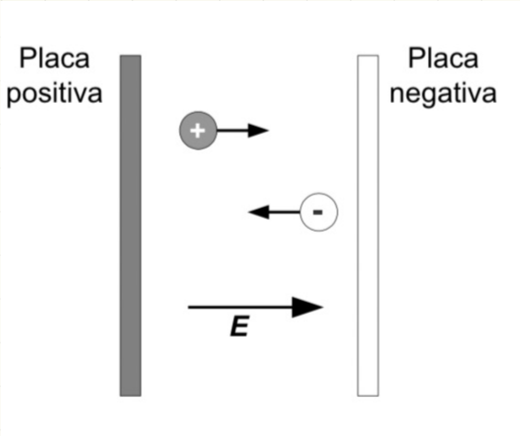
$0 = v_0^2 + 2(-5.7485\times10^{13})(0.07)$

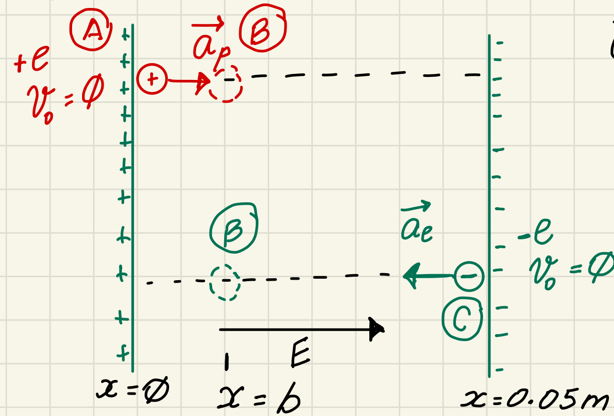
$v_0 = 2.84\times10^{6}\ m/s$

c) $\cancel{v_f} = v_0 + at$

$t = -\frac{v_0}{a} = \frac{-2.84\times10^{6}}{-5.7485\times10^{13}} = 49.3\ ns$

Problema 2. Dos grandes placas de cobre paralelas, están separadas 5.00 cm y tienen un campo eléctrico uniforme entre ellas, como se muestra en la figura. De la placa negativa se suelta un electrón, al mismo tiempo que, de la placa positiva se suelta un protón. Desprecie las fuerzas de las partículas entre sí y calcule la distancia respecto a la placa positiva cuando éstas se cruzan. Ignore las fuerzas debidas a la gravedad.





$$\vec{a}_p = \frac{e\vec{E}}{m_p} = \frac{eE}{m_p}$$

$$\vec{a}_e = \frac{-e\vec{E}}{m_e}$$

para +e AB

$v_0 = 0$

$x_0 = 0$

$x_f = b$

$$a_p = \frac{eE}{m_p}$$

$$x_f = \cancel{x_0} + \cancel{v_x t} + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\boxed{b = \frac{1}{2}\left(\frac{eE}{m_p}\right)t^2} \quad (1)$$

para el electrón BC

$$a = \frac{-eE}{m_e}$$

$x_0 = 0.05m$

$x_f = b$

$v_0 = 0$

$$x_f = x_0 + \cancel{v_x t} + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\boxed{b = 0.05 + \frac{1}{2}\left(\frac{-eE}{m_e}\right)t^2} \quad (2)$$

$$\boxed{b = \frac{1}{2}\left(\frac{eE}{m_p}\right)t^2} \quad (1)$$

$$t^2 = \frac{2b\,m_p}{eE}$$

$$\boxed{b = 0.05 + \frac{1}{2}\left(\frac{-eE}{m_e}\right)t^2} \quad (2)$$

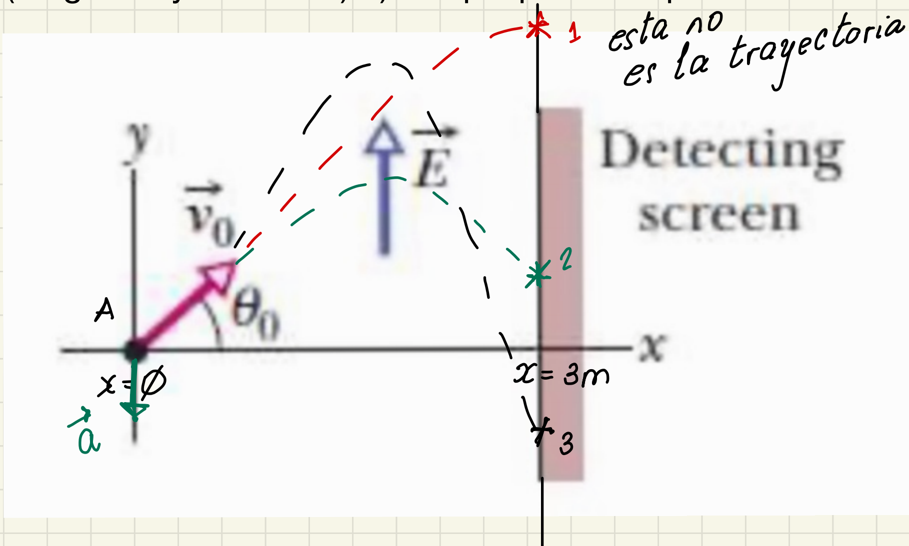
$$\Rightarrow \quad b = 0.05 + \frac{1}{\cancel{2}}\left(\frac{-\cancel{eE}}{m_e}\right)\left(\frac{\cancel{2}\,b\,m_p}{\cancel{eE}}\right)$$

$$b = 0.05 - \frac{b\,m_p}{m_e}$$

$$b\left(1 + \frac{m_p}{m_e}\right) = 0.05$$

$$b = \frac{0.05}{\left(1 + \frac{1.67 \times 10^{-27}}{9.1 \times 10^{-31}}\right)} = \underline{2.72 \times 10^{-5}\,m}$$

Problema 3. Un electrón es lanzado con una rapidez inicial de 2.00 x 10^6 m/s a un ángulo *theta* inicial = 40.0 grados con el eje *x*. Éste se mueve a través de un campo eléctrico uniforme E en dirección positiva de "y" igual 5.00 N/C. Una pantalla encargada en detectar los electrones es colocada paralela al eje "*y*" a una distancia *x*=3.00 m. a) ¿cuál es la velocidad del electrón cuando éste golpea la pantalla? (Magnitud y dirección) b) En qué punto respecto al nivel donde fue lanzado golpea la pantalla?



en "x" mov. con $v_x = cte$

$$v_x = +v_0 \cos\theta_0$$

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad t = \frac{\Delta x}{v_0 \cos\theta_0}$$

en "y" $a_y = cte = \frac{-eE}{m_e}$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0$$

$$v_{fy} = v_{0y} + a_y t$$

$$v_{fy} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 + \left(\frac{-eE}{m_e}\right)\left(\frac{\Delta x}{v_0\cos\theta_0}\right)$$

$$v_{fy} = 2\times10^6 \operatorname{sen} 40 + \left(\frac{-1.6\times10^{-19} * 5}{9.1\times10^{-31}}\right)\left(\frac{3}{2\times10^6 \cos 40}\right)$$

$$v_{fy} = -435{,}841 \text{ m/s}$$

$$v_x = 2\times10^6 \cos 40 = 1.532\times10^6 \text{ m/s}$$

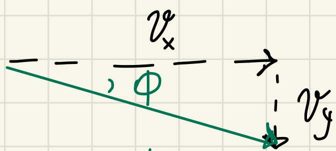
$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 1.59\times10^6 \text{ m/s}$$

Continúa problema 3.

$$v_{fy} = -435{,}841 \ m/s$$

$$v_x = 2\times10^6 \cos 40 = 1.532\times10^6 \ m/s$$

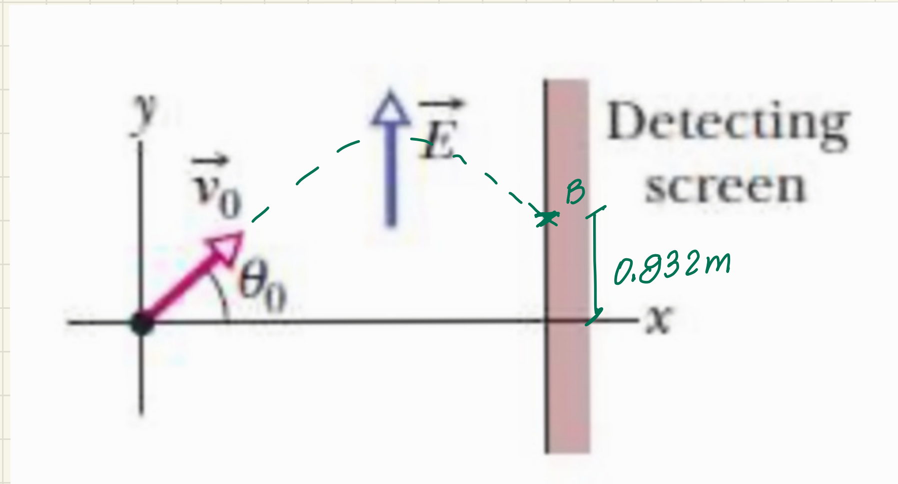
$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 1.59\times10^6 \ m/s$$



$$\phi = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\frac{-435841}{1.532\times10^6}$$

$$\phi = -15.9^\circ$$

$$|v| = 1.59\times10^6 \ \frac{m}{s} \qquad \phi = -15.9^\circ$$



b) $$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2a_y\Delta y \qquad \Delta y = y_f - \cancel{y_0}$$

$$(-435{,}841)^2 = (2\times10^6 \,\text{sen}\, 40)^2 + 2\left(\frac{-1.6\times10^{-19} * 5}{9.1\times10^{-31}}\right) y_f$$

$$y_f = +0.832 \ m$$

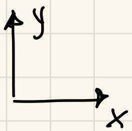
5.

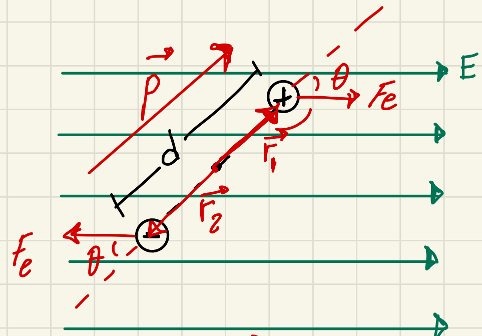
CAMPO eléctrico

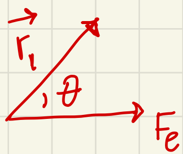
→ dipolo eléctrico

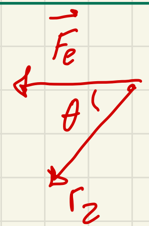
ing. Claudia Contreras

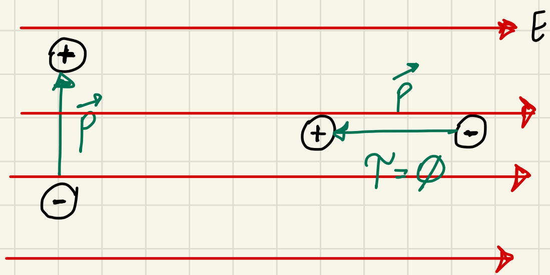
Dipolo Eléctrico











$$|F_e| = |qE|$$

$$\Sigma F = \emptyset$$

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\tau| = rF\,sen\,\theta$$

$$\tau_1 = \frac{d}{2} qE\,sen\,\theta \quad (-\hat{k})$$

$$\tau_2 = \frac{d}{2} qE\,sen\,\theta \quad (-\hat{k})$$

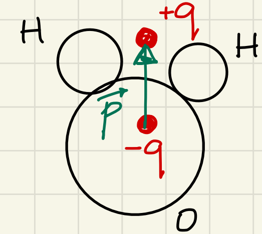
$$\vec{\tau} = qdE\,sen\,\theta \quad (-\hat{k})$$

$$\vec{\tau} = pE\,sen\,\theta\,(-\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

$$\tau_{MAX} = |p||E|\,sen\,90°$$

$$\tau_{MAX} = |p||E|$$



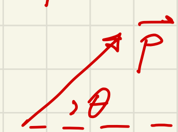
p = momento dipolar electrico

$$\boxed{p = qd}$$

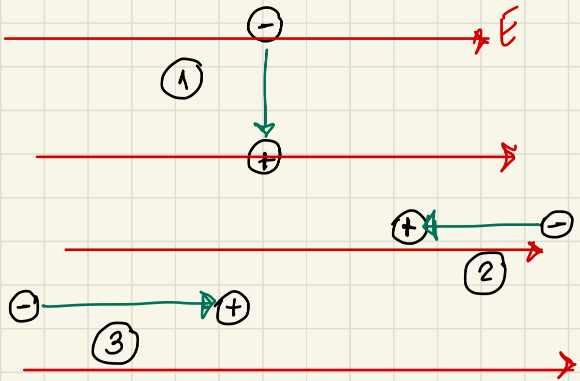
El vector de momento dipolar electrico siempre apunta de la carga negativa a la positiva.

$$P_x = |p| \cos \theta_0$$

$$P_y = |p|\,sen\,\theta_0$$



Energía Potencial Eléctrica



$$\boxed{\begin{aligned} U &= -\vec{p}\cdot\vec{E} \\ U &= -pE\cos\theta \\ U &= -(p_x E_x + p_y E_y + p_z E_z) \end{aligned}}$$

$$U_1 = -pE\cos 90 = \emptyset$$

$$U_2 = -pE\cos 180 = +pE$$

$$U_3 = -pE\cos 0 = -pE$$

Trabajo

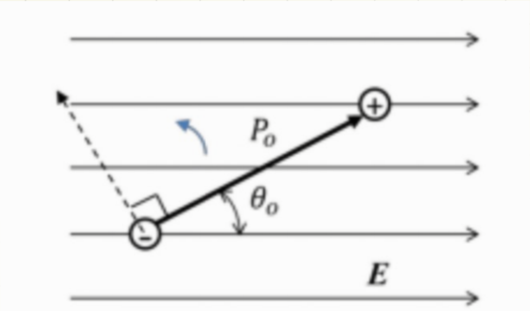
$$\boxed{\begin{aligned} W_{F.\,ELECTRICA} &= -\Delta U = U_0 - U_f \\ W_{AG.\,EXT.} &= +\Delta U = U_f - U_0 \end{aligned}}$$

Problema 1. Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas *Q = +/- 5 micro Coulomb* las cuales están separadas una distancia *d = 2a = 3mm*. El dipolo está inicialmente formando un ángulo de *theta sub cero = pi/6* con un campo eléctrico externo de magnitud *3.5 x 10^6 N/C*. Calcule

a) La magnitud del torque que experimenta el dipolo *10^-3 Nm* está dado por:

b) El trabajo que realiza el campo para rotar el dipolo hasta una posición final perpendicular a su posición inicial, en *10^-3 Nm*.

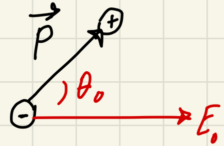
c) Si en su posición inicial el dipolo está en reposo y posee una inercia rotacional alrededor de su centro de masa *I centro de masa* = 7 x 10^-3 kg.m^2, su velocidad angular cuando está alineado con el campo en *rad/s*, esta dada por:

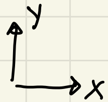


a) $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

$|\vec{p}| = qd = 5\times10^{-6} * 3\times10^{-3} = 15\times10^{-9}\ C{\cdot}m$

$\vec{\tau} = |p||E|\,sen\,\theta_0 = 15\times10^{-9}(3.5\times10^{6})\,sen\,30 \quad (-\hat{k})$





$\vec{\tau} = 26.25\ mN{\cdot}m\ (-\hat{k})$

$U_0 = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

$U_0 = -pE\cos\theta_0$

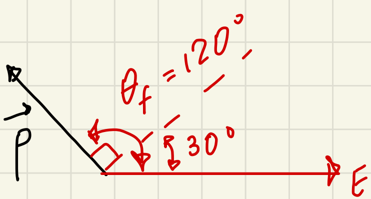
$U_0 = -0.04547\ J$

b) $W_{CAMPO} = -\Delta U = -(U_f - U_0) = U_0 - U_f$

$W_{CAMPO} = -0.04547 - (0.02625)$

$W_{CAMPO} = -0.07172\ J$

$-71.72\ mJ$

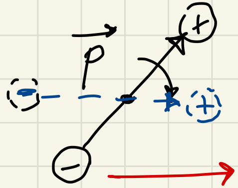


$U_f = -pE\cos\theta_f$

$U_f = -(15\times10^{-9})(3.5\times10^{+6})\cos 120$

$U_f = +0.02625\ J$

c)



$\omega_0 = 0$

$E = 3.5 \times 10^6 \frac{N}{C}$

$\omega_f = ?$

$|\vec{p}| = 15 \times 10^{-9}\ C \cdot m$

$\tau \rightarrow$ varía

$\alpha \rightarrow$ variable

$\theta_0 = 30°$

$I_0 = 7 \times 10^{-3}\ kg \cdot m^2$

Aplicar métodos de energía

solo la fuerza eléctrica (CONSERVATIVAS)

$$E_{MEC_0} = E_{MEC_F}$$

$$U_0 + \cancel{K_0}^{0} = U_f + K_f$$

$$-pE\cos\theta_0 = -pE\cancel{\cos 0}^{1} + \frac{1}{2} I_0 \omega_f^2$$

$$\omega_f = \sqrt{\frac{2(-pE\cos\theta_0 + pE)}{I_0}}$$

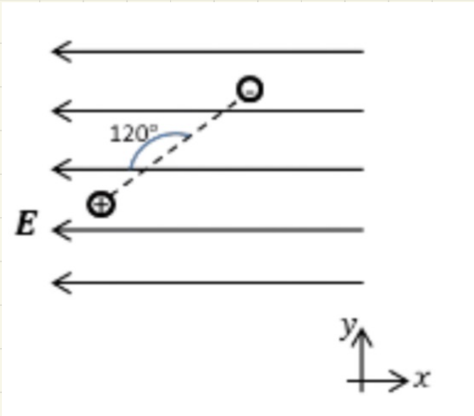
$$\omega_f = \sqrt{\frac{2(15\times10^{-9} * 3.5\times10^{6}[-\cos 30° + 1])}{7\times10^{-3}}}$$

$$\omega_f = 1.418\ \frac{rad}{s}$$

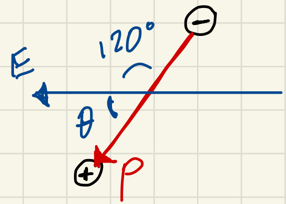
Problema 2. Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas *Q=+/- 1.5 mili Coulomb* las cuales están separadas una distancia *d = 6 cm.* El dipolo está inicialmente como se muestra en la figura, con un campo eléctrico externo de magnitud *4 x 10^5 N/C*.

a) ¿Cuál es la magnitud y dirección del torque inicial que experimenta el dipolo?

b) ¿Cuánto trabajo se requiere para mover el dipolo desde la posición mostrada a una posición paralela con el campo?



a) $p = qd = 1.5\times10^{-3} * 0.06 = 9\times10^{-5}\ C\cdot m$



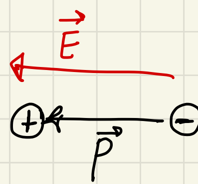
$\vec{\tau} = |p||E|\,\text{sen}\,60° \quad (-\hat{k})$

$\vec{\tau} = 9\times10^{-5} * 4\times10^{5}\,\text{sen}\,60\ N\cdot m\,(-\hat{k})$

$\vec{\tau} = 31.18\ N\cdot m\,(-\hat{k})$

$U_0 = -|p||E|\cos 60$

$U_0 = -9\times10^{-5} * 4\times10^{5}\cos 60 = -18\ J$



$U_f = -|p||E|\cos 0$

$U_f = -36\ J$

b) $W_{AG.\ EXT.} = +\Delta U = U_f - U_0$

$= -36\ J - (-18\ J)$

$= -18\ J$

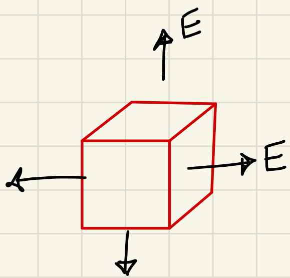
Flujo eléctrico y Ley de Gauss

1

EJERCICIOS
• PARA RESOLVER •
EN CLASE

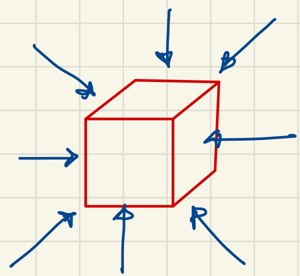
ing. Claudia Contreras

Flujo Eléctrico Φ_E



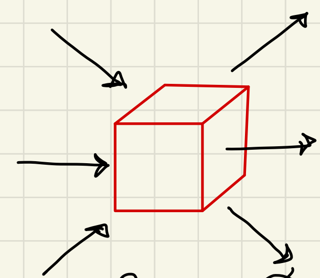
$q_{enc} = +$

$\Phi_E \rightarrow$ saliente o positivo



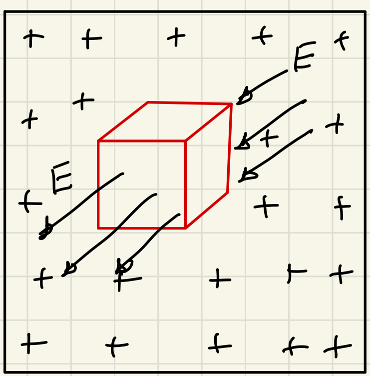
$q_{enc} = -$

$\Phi_E \rightarrow$ entrante o negativo



$q_{enc} = \varnothing$

$\Phi_{NETO} = \varnothing$



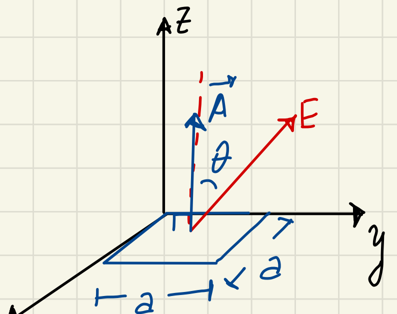
$\Phi_{NETO} = \varnothing$

Cargas que se encuentren afuera de la superficie cerrada, no producen flujo neto a través de la superficie cerrada.

El flujo es proporcional a la cantidad de carga encerrada.

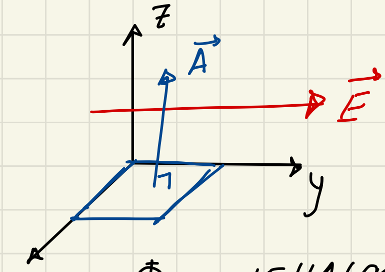
El flujo neto solo depende de la cantidad de carga encerrada y su signo, pero no de la forma de la superficie cerrada,

¿Cómo calcular el flujo eléctrico para una superficie plana?



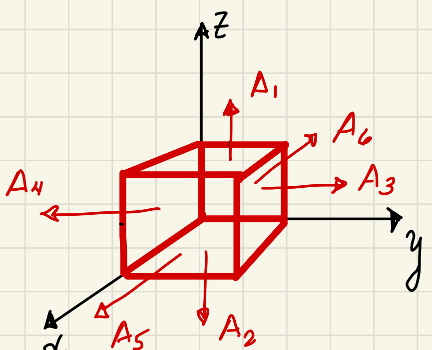
$\vec{A} = a^2 \hat{n}$

$$\boxed{\begin{aligned} \Phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{A} \\ \Phi_E &= |E||A| \cos\theta \\ \Phi_E &= E_x A_x + E_y A_y + E_z A_z \end{aligned}}$$

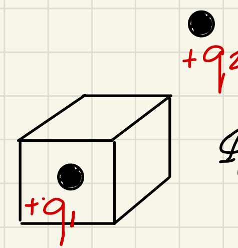


$\Phi_E = |E||A| \cos 90°$

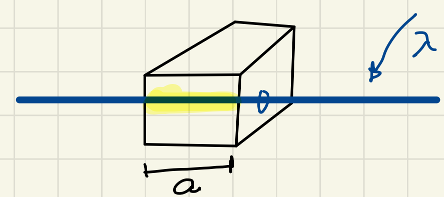
¿Cómo calcular el flujo eléctrico para una superficie cerrada?



$$\boxed{\begin{aligned} \Phi_{TOTAL} &= \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_6 \\ \Phi_{TOTAL} &= \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \end{aligned}}$$

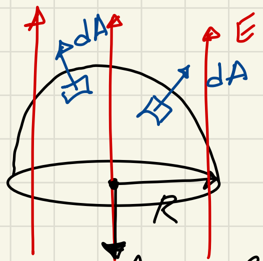


$\Phi_{CUBO} = \frac{+q_1}{\varepsilon_0}$



$\Phi_{CUBO} = \frac{\lambda a}{\varepsilon_0}$

Flujo neto a través de una superficie cerrada cuando el Campo Eléctrico es Uniforme

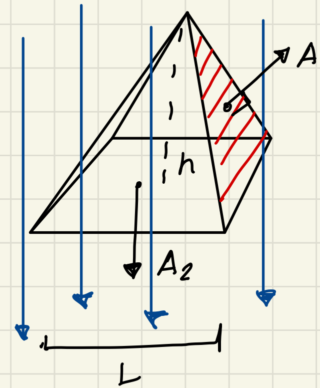


$A_1 = \pi R^2$

$\Phi_{NETO} = 0$

$\Phi_{CIRC} = E\pi R^2 \cos 180 = -E\pi R^2$

$\Phi_{HEMISF} = +E\pi R^2$



$\Phi_{NETO} = 0$

$\Phi_{BASE} = EL^2 \cos 0$

$\Phi_{BASE} = +EL^2$

$\Phi_{1\,CARA\,TRIANG} = -\dfrac{EL^2}{4}$

¿Y si el campo no es uniforme?

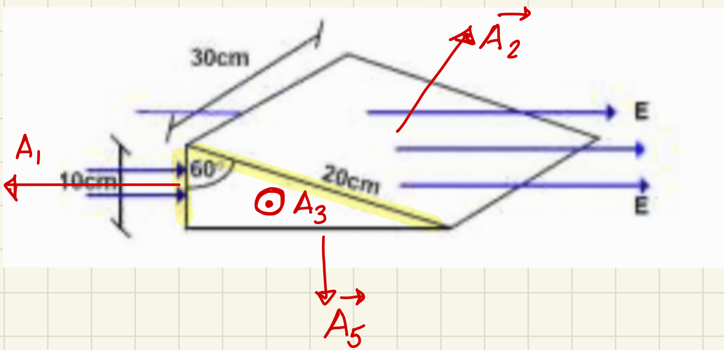
$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$

$\Phi_E = \int d\Phi_E$

$\Phi_E = \dfrac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$

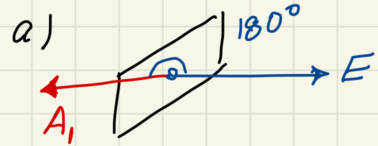
$\Phi_E = \Phi_1 + \dots + \Phi_n$

Ejercicio 1. Considere una caja triangular cerrada en reposo que se encuentra en un campo eléctrico horizontal y uniforme de 7.8 x 10^4 N/C. a. Calcule el flujo eléctrico en la superficie rectangular vertical, b) en la superficie inclinada, c) laterales y superficie inferior, d) flujo neto.



$\Phi_{TOTAL} = \emptyset$

a)

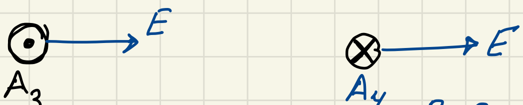


$\Phi_1 = E A_1 \cos 180°$

$\Phi_1 = -(7.8\times10^4)(0.3*0.1)$

$\Phi_1 = -2340 \frac{N}{C} m^2$

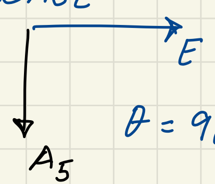
CARAS TRIANGULARES



$\theta = 90$ $\theta = 90$

$\cos 90 = 0 \Rightarrow \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5 = 0$

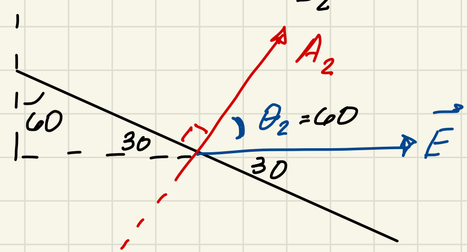
BASE



$\theta = 90°$

CARA INCLINADA

$\Phi_2 = +2340 \frac{N}{C} m^2$

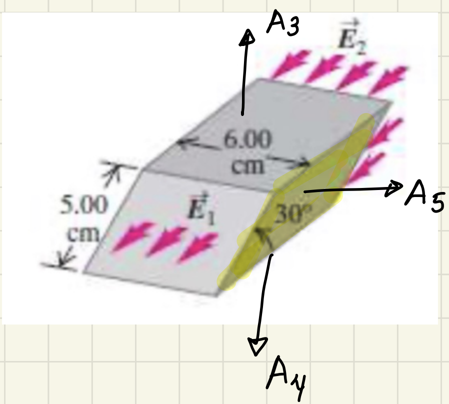


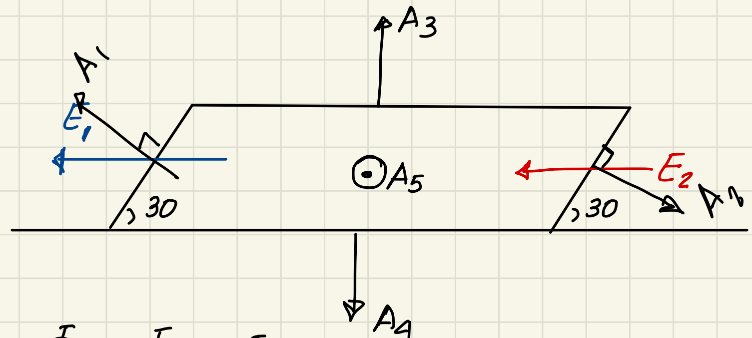
$\Phi_2 = E A_2 \cos 60 =$

$= 7.8\times10^4 (0.2*0.3)\cos 60$

$= +2340 \frac{N}{C} m^2$

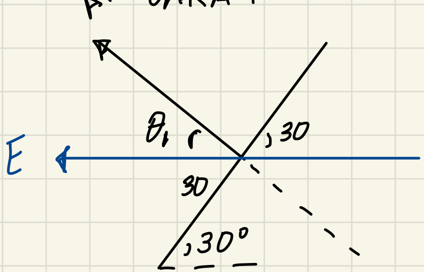
Ejercicio 2. El campo eléctrico E1 en toda la cara de un paralepípedo es uniforme y se dirige hacia afuera de la cara. En la cara opuesta, el campo eléctrico E2 también es uniforme y se dirige hacia esa cara. La magnitud de E1 es 2.5 x 10^4 N/C y E2 tiene una magnitud de 7x10^4 N/C. Las caras del paralepípedo están inclinadas 30 grados respecto a la horizontal, en tanto que E1 y E2 son horizontales. a) Determine el flujo eléctrico en las caras del paralepípedo, b) determine la carga encerrada contenida en el paralepípedo.





$$\Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = \varnothing$$

CARA 1



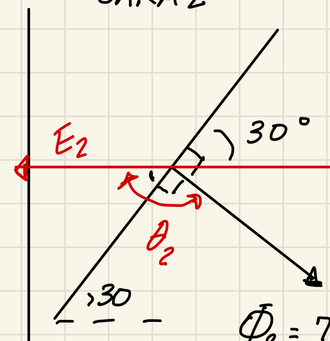
$\theta_1 = 60°$

$$\Phi_1 = E_1 A_1 \cos 60$$

$$\Phi_1 = 2.5 \times 10^4 (0.05 * 0.06) \cos 60$$

$$\Phi_1 = +37.5 \frac{N}{C} m^2$$

CARA 2



$\theta_2 = 120°$

$$\Phi_2 = E_2 A \cos 120$$

$$\Phi_2 = -105 \frac{N}{C} m^2$$

$$\Phi_2 = 7 \times 10^4 (0.05 * 0.06) \cos 120$$

$$\Phi_{TOTAL} = \Phi_1 + \dots + \Phi_6$$

$$= -105 + 37.5 = -67.5 \ \frac{N}{C} \cdot m^2$$

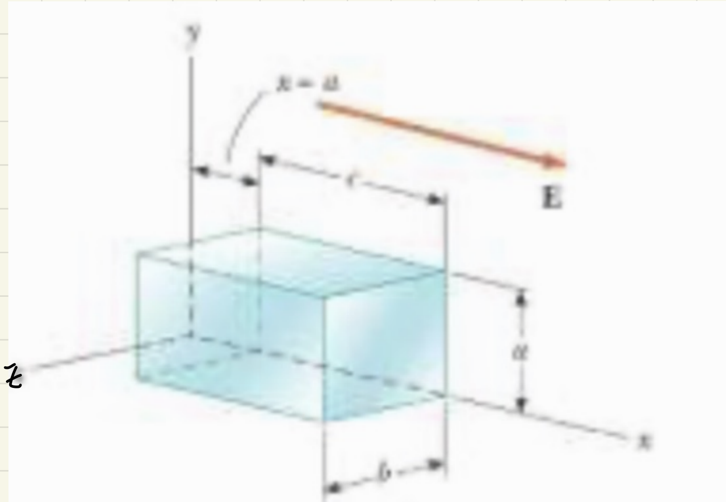
$$\Phi_{TOTAL} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$q_{enc} = \Phi_{TOTAL} * \varepsilon_0$$

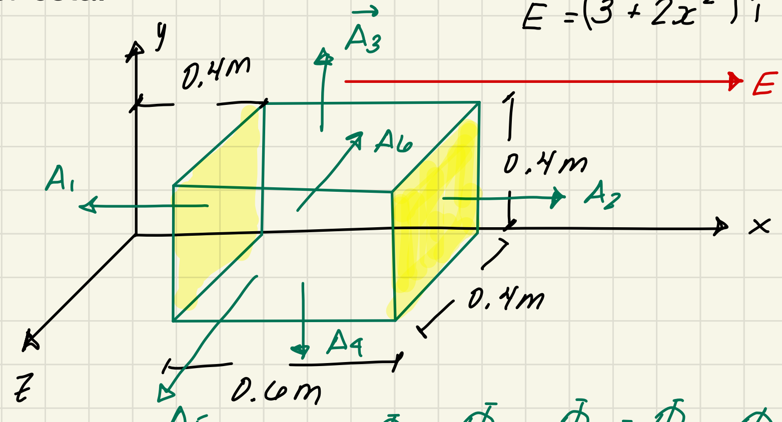
$$= -67.5 * 8.85 \times 10^{-12}$$

$$= \underline{-597.4 \ pC}$$

Ejercicio 3. Una superficie cerrada de dimensiones a=b=0.40m y c= 0.6m está colocada como se muestra en la figura. La arista izquierda está ubicada en la posición x=a. El campo eléctrico no es uniforme y está dado por E= (3+2x^2)i donde x está dado en metros. Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie cerrada y la carga encerrada por ésta.



$\vec{E} = (3 + 2x^2)\,\hat{\imath}$



$$\Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = 0$$

$$\Phi_{TOTAL} = \Phi_1 + \Phi_2$$
$$= -0.5312 + 0.8$$
$$= \boxed{+0.2688 \frac{N}{C} \cdot m^2}$$

cara 1

$$\vec{E} = 3 + 2x^2\,\hat{\imath} \qquad x = 0.4m$$
$$\vec{E} = 3 + 2(0.4)^2\,\hat{\imath}\,\frac{N}{C} = 3.32\,\frac{N}{C}\,\hat{\imath}$$
$$A_1 = -0.16\,m^2\,\hat{\imath}$$
$$\Phi_1 = E_x A_x + \cancel{E_y A_y} + \cancel{E_z A_z} = (3.32)(-0.16) = -0.5312\,\frac{N}{C}\,m^2$$

cara 2

$$\vec{E} = 3 + 2(1)^2 = 5\,\frac{N}{C}\,\hat{\imath}$$
$$A = 0.16\,\hat{\imath}\;m^2$$
$$\Phi_2 = E_x A_x + \cancel{E_y A_z} + \cancel{E_z A_z}$$
$$\Phi_2 = 5(0.16) = +0.8\,\frac{N}{C} \cdot m^2$$

$$\Phi_{TOTAL} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow q_{enc} = \Phi_{TOTAL}\,\varepsilon_0$$

$$= 0.2688 * 8.85 \times 10^{-12}$$

$$= \boxed{2.379\ pC}$$

APLICACIONES ley de Gauss

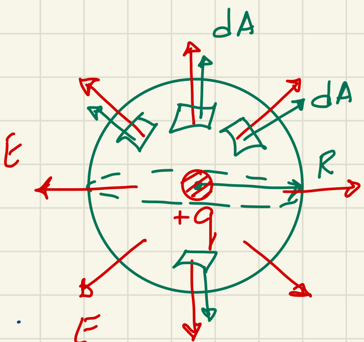
--- simetría ---

ESFÉRICA Y CILÍNDRICA

EJERCICIOS
• PARA RESOLVER •
EN CLASE

ing. Claudia Contreras

Ley de Gauss



$$\vec{E} = \frac{kq}{R^2}\hat{r}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint E\,dA\cos 0°$$

$$= \frac{kQ}{R^2}\oint dA = \frac{kQ}{R^2}A = \frac{kQ}{\cancel{R^2}} * 4\pi \cancel{R^2}$$

$$= kQ4\pi \qquad \text{recuerde} \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$= \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0} * Q\cancel{4\pi} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

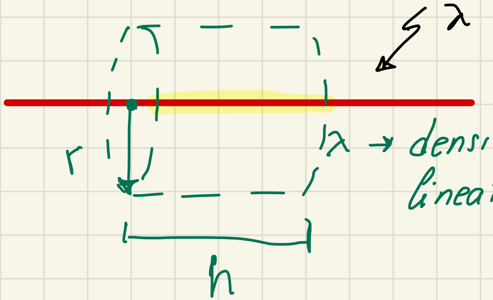
$$\Phi_E = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}}$$ Ley de Gauss

	esf.	cilindro
Área	$4\pi r^2$	$2\pi r h$
Volumen	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\pi r^2 h$

Tipos de distribuciones de carga

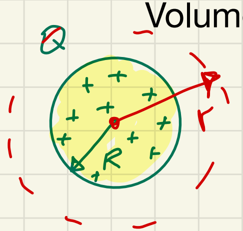
Lineales



$\lambda \rightarrow$ densidad lineal

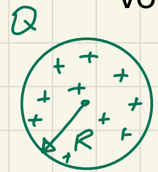
$$q_{enc} = \lambda \, \text{longitud}$$
$$= \lambda h$$

Volumétricas



$$q_{enc} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

Volumétricas

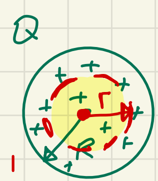


$\rho \rightarrow$ densidad volumétrica de carga

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \qquad \frac{C}{m^3}$$

$$\rho = \frac{Q}{\pi R^2 h} \qquad \frac{C}{m^3}$$

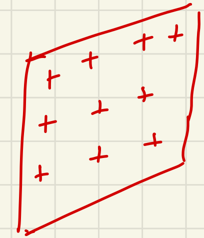
$$\rho = \frac{Q}{\pi R_2^2 h - \pi R_1^2 h}$$



$$q_{enc} = \rho \, \text{Volumen}$$

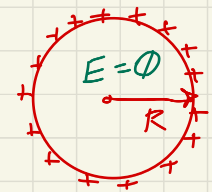
$$q_{enc} = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

Superficiales

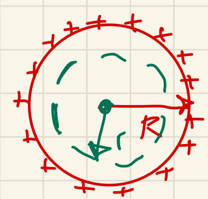


σ = densidad superficial

$$\sigma = \frac{Q}{\text{Area}} \qquad \frac{C}{m^2}$$



$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

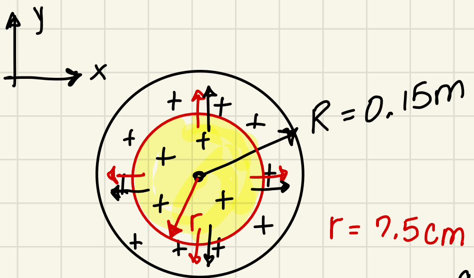


$$q_{enc} = \sigma \, \text{Area}$$

$$\rightarrow q_{enc} = 0$$

Problema 1.

Una esfera aislante con un radio de $0.15m$, tiene una densidad uniforme de carga de $\rho = 7.50nC/m^3$. $= \dfrac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ Calcule el campo eléctrico a las siguientes distancias de su centro: a) inmediatamente afuera de su superficie. b) a $0.30m$ c) en el interior a $0.075m$



c) $E\,(r = 0.075m)$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E\,(\cancel{4\pi} r^{\cancel{2}}) = \frac{\rho\,\frac{4}{3}\cancel{\pi}\, r^{\cancel{3}}}{\varepsilon_0}$$

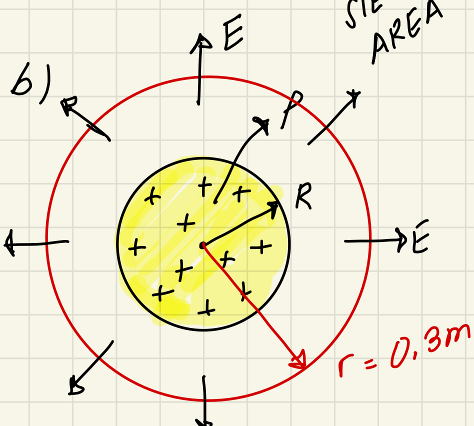
izq de la ecuación SIEMPRE AREA GAUSIANA

$$\vec{E} = \frac{\rho\, r}{3\varepsilon_0}\,\hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{(7.5 \times 10^{-9})(0.075)}{3\,(8.85 \times 10^{-12})}$$

$$\vec{E} = 21.19\,\frac{N}{C}\,\hat{r}$$

b)



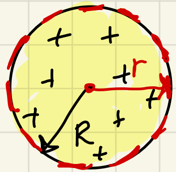
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E\,(\cancel{4\pi} r^2) = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\cancel{\pi} R^3\right)}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{7.5 \times 10^{-9}(0.15)^3}{3\,(8.85 \times 10^{-12})(0.3)^2}$$

$$\vec{E} = 10.59\,\frac{N}{C}\,\hat{r}$$

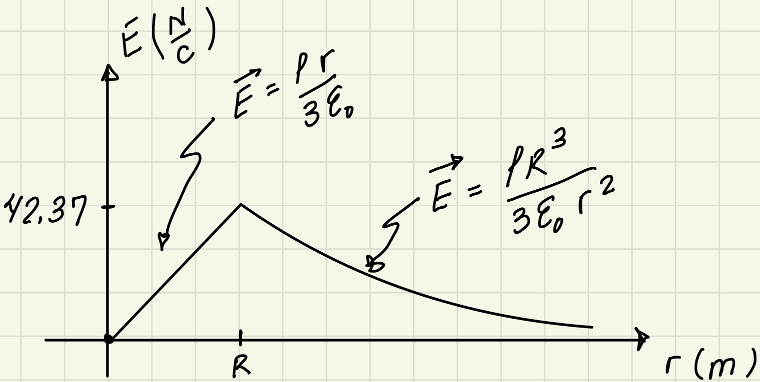


$\rightarrow$ $r = R$

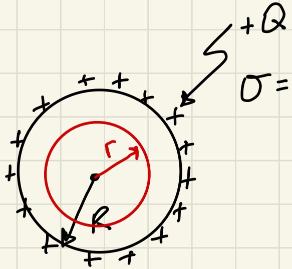
a) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$E(\cancel{4\pi r^2}) = \dfrac{\rho \frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} R^{\cancel{3}}}{\varepsilon_0}$

$E = \dfrac{\rho R}{3\varepsilon_0}\hat{r} = \dfrac{7.5\times10^{-9}(0.15)}{3(8.85\times10^{-12})} = \underline{42.37\ \dfrac{N}{C}\hat{r}}$



¿Qué sucede si tengo una esfera solamente cargada superficialmente?



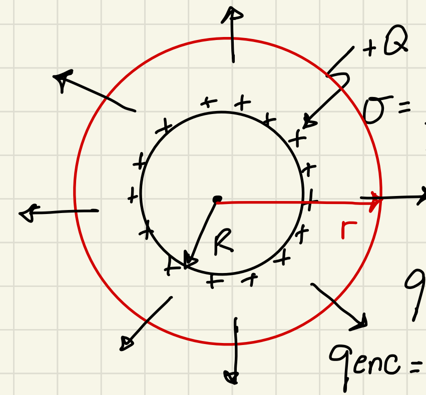
$\sigma = \dfrac{Q}{4\pi R^2}$

a) $\vec{E}(r<R)$

$q_{enc} = 0$

$\vec{E} = \phi \ \frac{N}{C}$

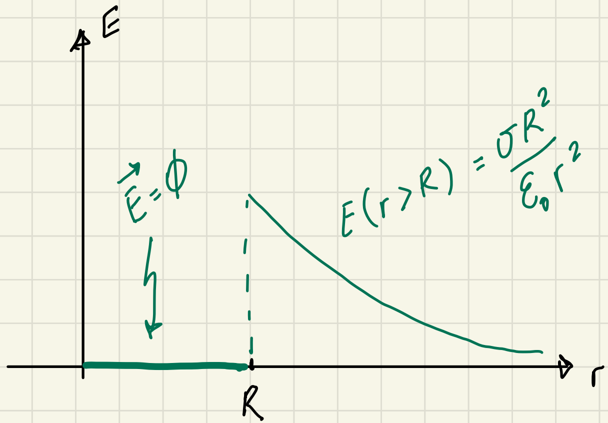
b) $E\ (r>R)$



$\sigma = \dfrac{Q}{4\pi R^2}$

$q_{enc} = Q$

$q_{enc} = \sigma\, 4\pi R^2$



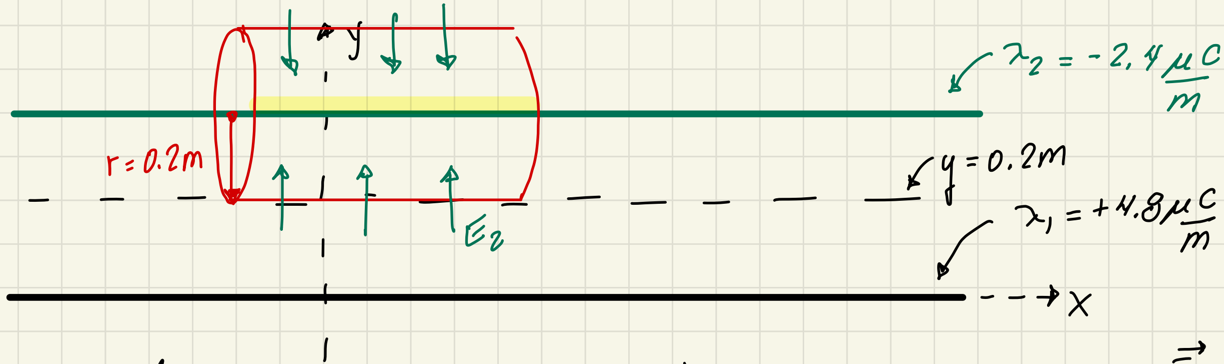
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E\,(\cancel{4\pi} r^2) = \frac{\sigma\, \cancel{4\pi} R^2}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}\ \hat{r}$$

Problema 2.

Una línea con carga uniforme y muy larga tiene una carga por unidad de longitud de $+4.8\mu C/m$ yace a lo largo del eje "x". Una segunda línea con carga tiene una carga por unidad de longitud de $-2.4\mu C/m$ y es paralela al eje "x" en $y = 0.4m$. ¿Cuál es el campo eléctrico producido por ambas líneas en $y = 0.2m$?



$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

para línea 2

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

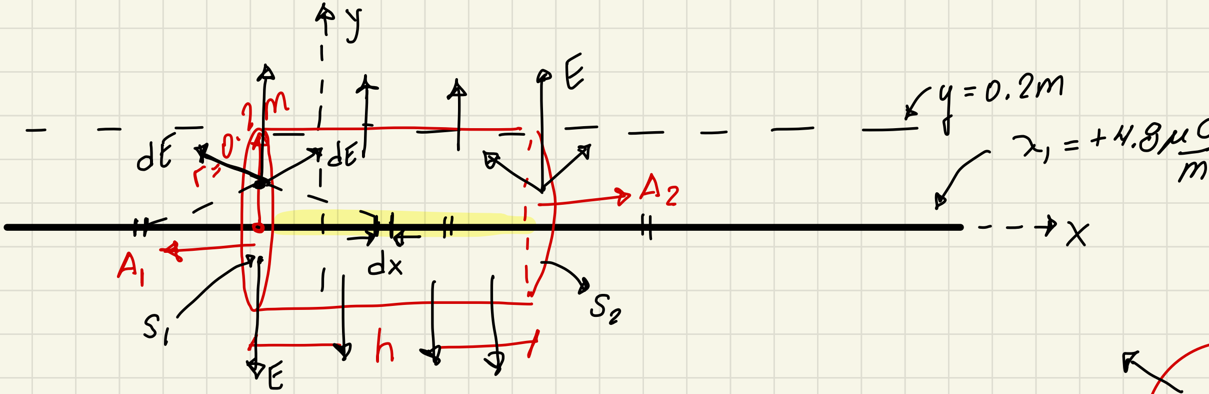
$$E(2\pi r \cancel{l}) = \frac{\lambda \cancel{l}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{r} = \frac{-2.4\times10^{-6}}{2\pi * 8.85\times10^{-12} * 0.2} = -215.8\,\frac{kN}{C}\,\hat{r}$$

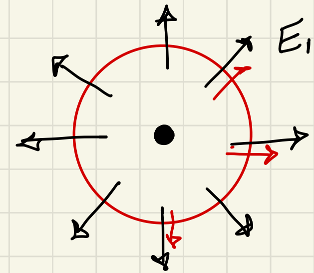
$$\vec{E}_2 = 215.8\,\frac{kN}{C}\,(+\hat{j})$$

$$\vec{E}_R = \left[431.6\,\frac{kN}{C} + 215.8\,\frac{kN}{C}\right]\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{E}_R = 647.4\,\frac{kN}{C}\,\hat{j}}$$



$$q_{enc} = \lambda_1 h$$



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\cancel{\int_{\substack{\text{CIRC.}\\ \text{IZQ}}} \vec{E}\cdot d\vec{A}_1} + \cancel{\int_{\substack{\text{CIRC}\\ \text{DER}}} \vec{E}\cdot d\vec{A}_2} + \int_{\text{CURVA}} \vec{E}\cdot d\vec{A}_3 = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\downarrow$$

$$E_1(2\pi r \cancel{h}) = \frac{\lambda_1 \cancel{h}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{r} = \frac{4.8\times10^{-6}}{2\pi(8.85\times10^{-12})(0.2)}\,\hat{r} = 431.6\,\frac{kN}{C}\,\hat{r}$$

$$\vec{E}_1 = 431.6\,\frac{kN}{C}\,(+\hat{j})$$

Problema 3.

muy largo

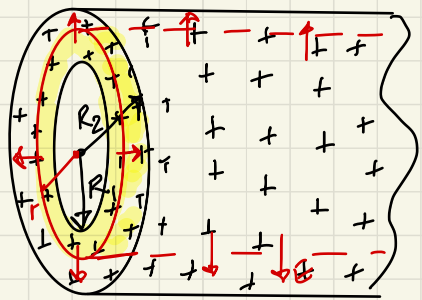
$q_{enc} = \rho \text{ Volumen}$

Un cilindro hueco de radio interior $1mm$ y radio exterior $3mm$ tiene una densidad volumétrica de carga de 80 nC/m^3, distribuida uniformemente en todo su volumen. a) Determine la magnitud del campo eléctrico (en N/C) en un punto localizado a 2 mm del eje del cilindro. b) Determine el campo eléctrico en un punto ubicado a 5 mm del eje del cilindro. c) Determine el campo eléctrico en un punto ubicado a 0.5 mm del eje del cilindro.

a)

$R_1 = 1mm$

$R_2 = 3mm$



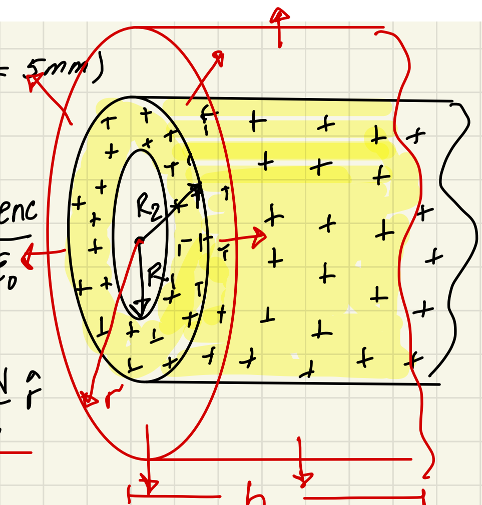
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\cancel{\pi} r \cancel{h}) = \frac{\rho[\cancel{\pi} r^2 \cancel{h} - \cancel{\pi} R_1^2 \cancel{h}]}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho[r^2 - R_1^2]}{2\varepsilon_0 r}\hat{r}$$

$$= \frac{80\times10^{-9}(0.002^2 - 0.001^2)}{2(8.85\times10^{-12})(0.002)} = 6.78\,\frac{N}{C}\hat{r}$$

b) $E(r = 5mm)$

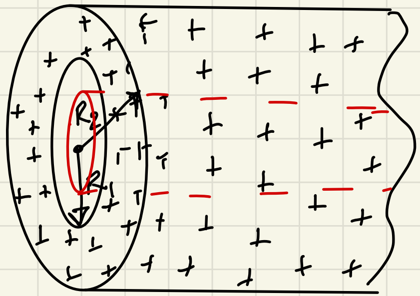


$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = 7.23\,\frac{N}{C}\hat{r}$$

$$E(2\cancel{\pi} r \cancel{h}) = \rho\frac{(\cancel{\pi} R_2^2 \cancel{h} - \cancel{\pi} R_1^2 \cancel{h})}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho(R_2^2 - R_1^2)}{2\varepsilon_0 r} = \frac{80\times10^{-9}(0.003^2 - 0.001^2)}{2(8.85\times10^{-12})(0.005)}$$



c) $E(r = 0.0005\,m) = \emptyset$

$q_{enc} = \emptyset$

$E(r < R_1) = \emptyset$

APLICACIONES Ley de Gauss

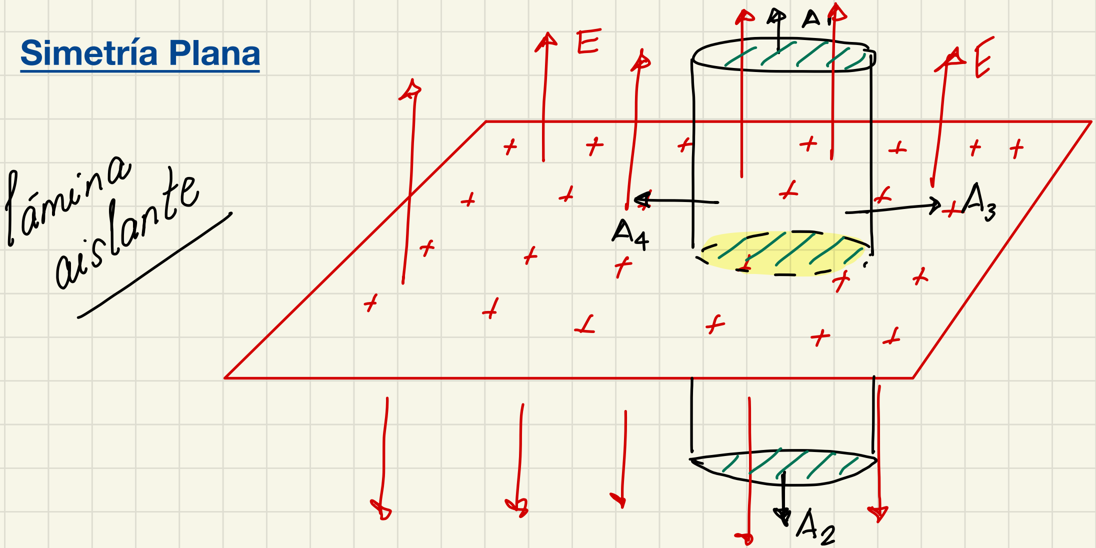
3.

Simetría PLANA -Y- conductores

EJERCICIOS
• PARA RESOLVER •
EN CLASE

ing. Claudia Contreras

Simetría Plana



$q_{enc} = \sigma \, Area$

$q_{enc} = \sigma A$

$A_1 = A_2 = A$

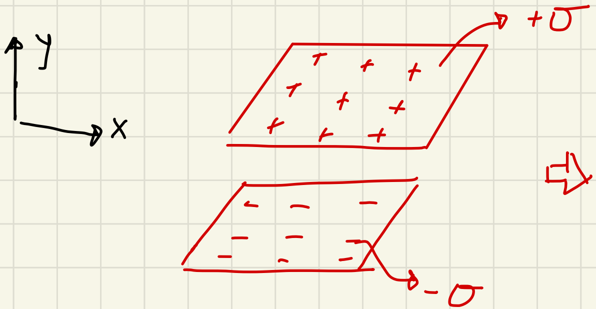
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

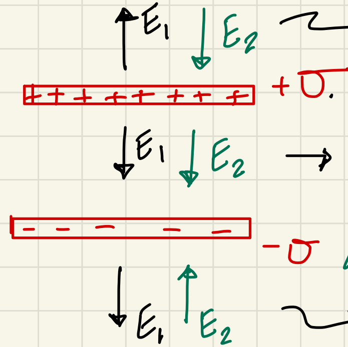
$$\int_{\substack{CARA\\SUP}} E \cdot dA_1 + \int_{\substack{CARA\\INF}} E \cdot d\vec{A_2} + \int_{CURVA} \cancel{E \cdot d\vec{A_3}}^{\,0} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E\cancel{A_1} + E\cancel{A_2} = \frac{\sigma \cancel{A}}{\varepsilon_0}$$

$$2E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{|E| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}}$$





$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \emptyset$$

$$\vec{E} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}(-\hat{j}) + \frac{|-\sigma|}{2\varepsilon_0}(-\hat{j}) = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}(-\hat{j})$$

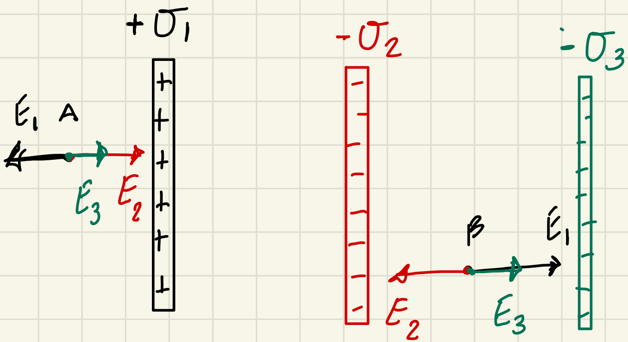
$$\vec{E} = \emptyset$$

$$|E_1| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} \qquad |E_2| = \frac{|-\sigma|}{2\varepsilon_0}$$

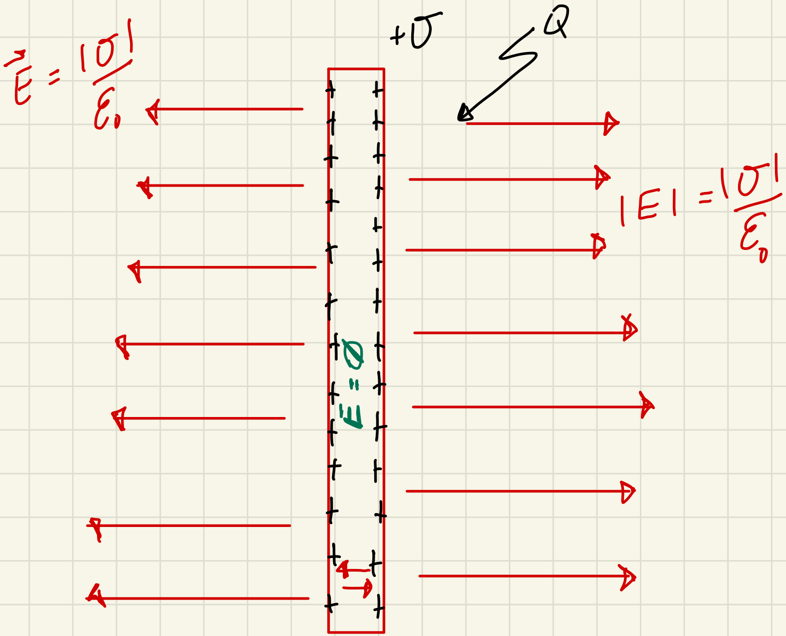
¿Qué pasa si tengo más de dos placas?

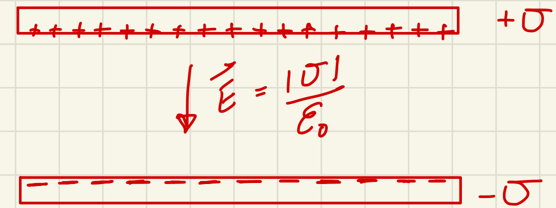
$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$= \frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0}(-\hat{i}) + \frac{|-\sigma_2|}{2\varepsilon_0}\hat{i} + \frac{|-\sigma_3|}{2\varepsilon_0}\hat{i}$$

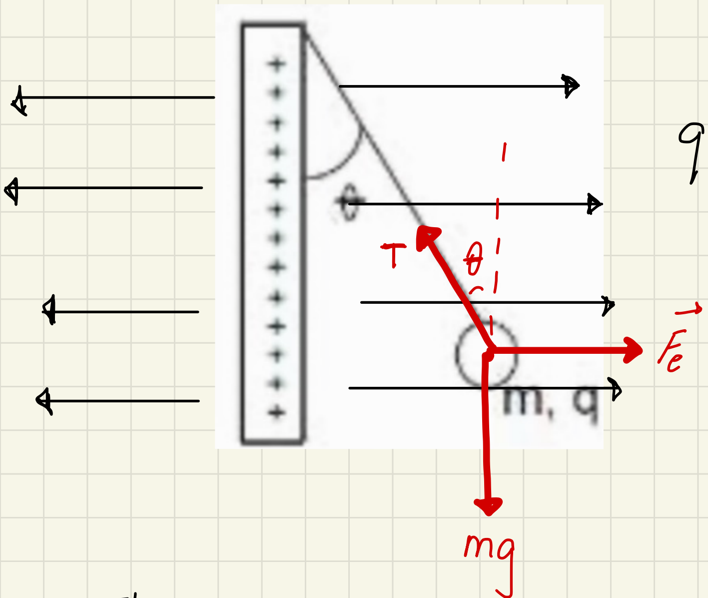


¿Qué pasa si la lámina es conductora?





Problema 1. Una esfera pequeña cuya masa es m = 1.12mg contiene una carga de q = 19.7nC. Cuelga en el campo gravitatorio de la tierra de un hilo de seda que forma un ángulo $\theta = 27.4°$ con una lámina grande no conductora y uniformemente cargada. Encuentre la densidad superficial de carga de la lámina.



$$\Sigma F_x = \varnothing$$

$$F_e - T_x = 0$$

$$qE - T\,sen\,\theta = 0$$

$$\boxed{T = \frac{qE}{sen\,\theta}} \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_y = mg$$

$$T\cos\theta = mg$$

$$\boxed{T = \frac{mg}{\cos\theta}} \quad (2)$$

$$(3) \quad \boxed{E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}}$$

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

igualando 1 y 2

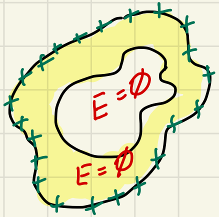
$$\frac{qE}{sen\,\theta} = \frac{mg}{\cos\theta} \Rightarrow E = \frac{mg\tan\theta}{q}$$

$$\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} = \frac{mg\tan\theta}{q} \Rightarrow |\sigma| = \frac{1.12\times10^{-6}(9.8)\tan 27.4 * 2 * 8.85\times10^{-12}}{19.7\times10^{-9}} = 5.11\,\frac{nC}{m^2}$$

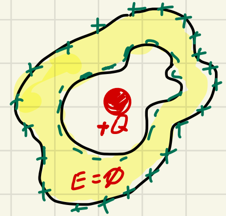
Distribución de Carga en Conductores

COND. 1 +2Q

COND. 2
+2Q

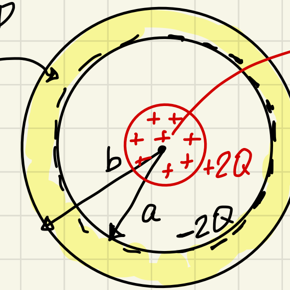


COND. 3
+2Q



COND.
sup. int. −Q
sup. ext +3Q
+2Q

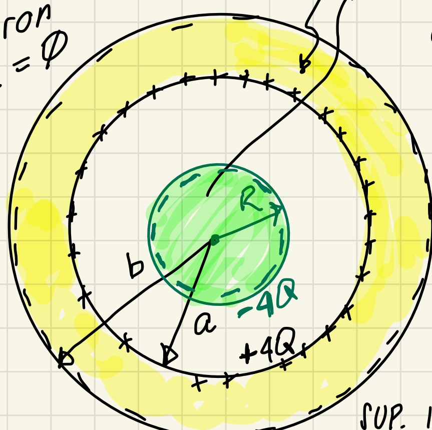
−2Q
COND



COND.
SUP. INT −2Q
SUP. EXT Ø
−2Q

cascarón
qneta = Ø

conductores

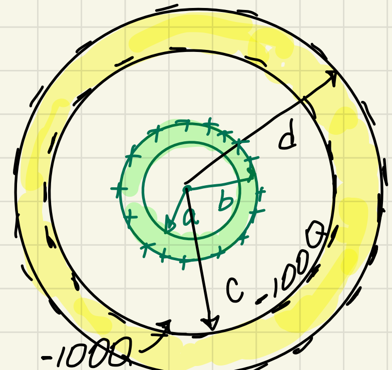


esfera −4Q

−4Q

SUP. INT +4Q
SUP. EXT −4Q
0

CORAZA
COND.
GRANDE
−150Q



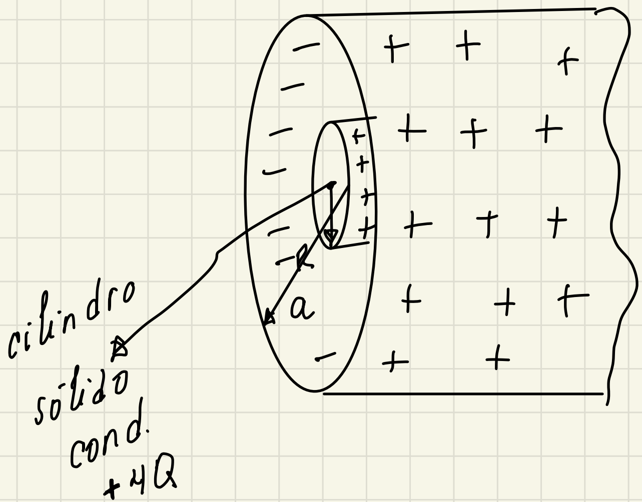
SUP. INT −100Q
SUP EXT −50Q
−150Q

CORAZA COND
PEQ. +100Q

SUP. INT Ø
SUP. EXT +100Q
+100Q

Distribución de carga en conductores

COND.



CILINDRO SÓLIDO

SUP. EXT = +4Q

CASCARÓN CILINDRICO

SUP. INT −4Q

SUP. EXT +2Q

−2Q

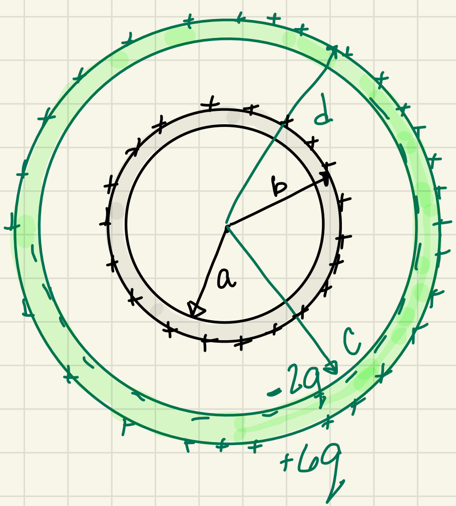
Problema 2. Una coraza esférica conductora pequeña de radio interior a y radio exterior b, es concéntrica con una coraza esférica conductora grande de radio interior c y radio exterior d. La coraza interior tiene una carga $+2q$ y la grande $+4q$. Indique:

a) ¿Cuál es la carga de la superficie interna de la coraza pequeña? $\emptyset$

b) ¿Cuál es la carga de la superficie externa de la coraza pequeña? $+2q$

c) ¿Cuál es la carga en la superficie interna de la coraza grande y la de su superficie externa? $-2q$, $+6q$

d) Calcule el campo eléctrico a una distancia r con respecto al campo i) r < a; ii) a < r < b; iii) b < r < c; iv) c < r < d; v) r > d.



PEQUEÑA

SUP. INT $\emptyset$

SUP. EXT $+2q$

$+2q$

$$\sigma_{EXT} = \frac{+2q}{4\pi b^2}$$

GRANDE

SUP. INT $-2q$

SUP. EXT $+6q$

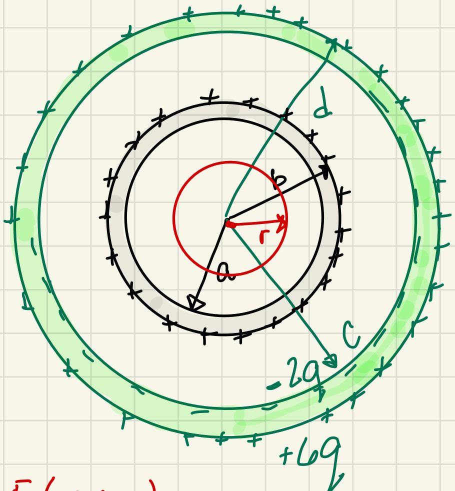
$+4q$

$$\sigma_{INT} = -2q/4\pi c^2$$

$$\sigma_{EXT} = \frac{+6q}{4\pi d^2}$$

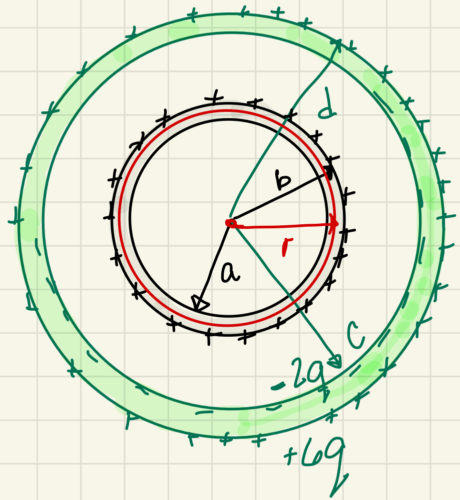
Continúa Problema 2

— gausiana



$E(r<a)$

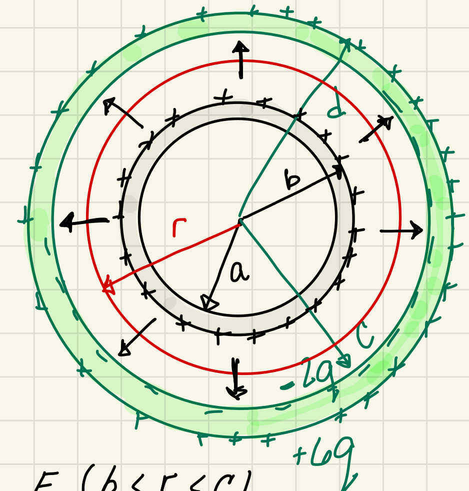
$\Rightarrow q_{enc} = \emptyset \quad \Rightarrow \vec{E}(r<a) = \emptyset$



$E(a<r<b)$

$q_{enc} = \emptyset$

$E(a<r<b) = \emptyset$



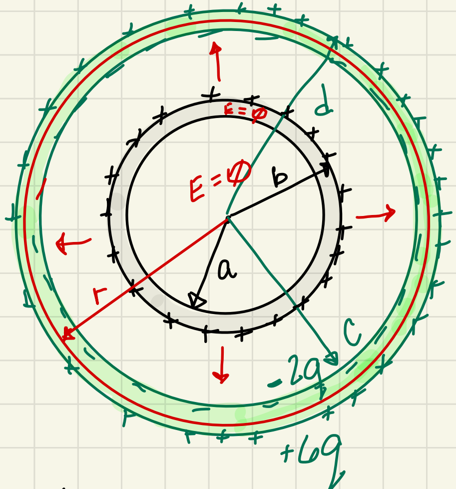
$E(b<r<c)$

$q_{enc} = +2q$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

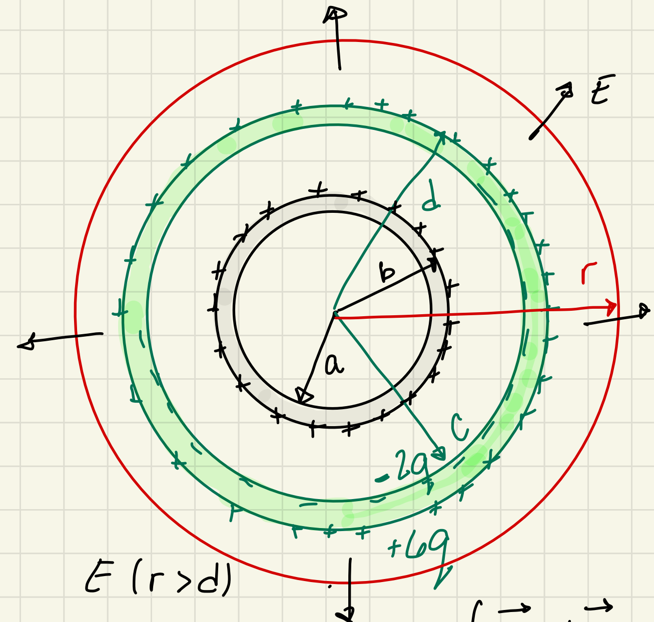
$$E(4\pi r^2) = +\frac{2q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{+2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$$



$$E(c < r < d) = \emptyset$$

$$q_{enc} = +2q - 2q = \emptyset$$



$$E(r > d)$$

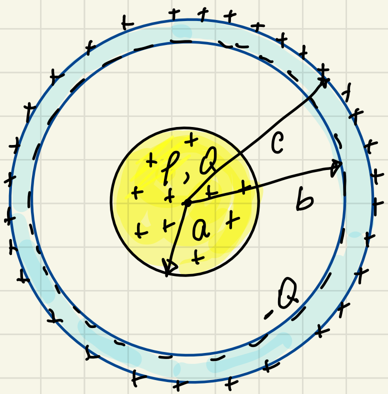
$$q_{enc} = +6q$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{+6q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{+6q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{+6kq}{r^2}\,\hat{r}$$

Problema 3. Una esfera aislante y sólida, de radio a tiene una densidad de carga uniforme ρ y una carga total Q. Colocada en forma concéntrica a esta esfera existe otra esfera hueca, conductora pero descargada, de radios interno y externo b y c, respectivamente. a) Determine la magnitud del campo eléctrico en las regiones, r < a, a < r < b, b < r < c y r > c. b) Determine la carga inducida por unidad de superficie en las superficies interna y externa de la esfera hueca.



esfera aislante ρ, Q

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

CASCARÓN ESFÉRICO COND.

SUP. INT $\quad -Q$

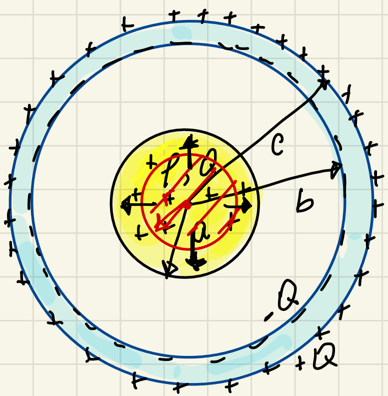
SUP. EXT $\quad +Q$

$$\overline{\qquad \emptyset \qquad}$$

$$\sigma_{INT} = \frac{-Q}{4\pi b^2}$$

$$\sigma_{EXT} = \frac{+Q}{4\pi c^2}$$

Continúa Problema 3

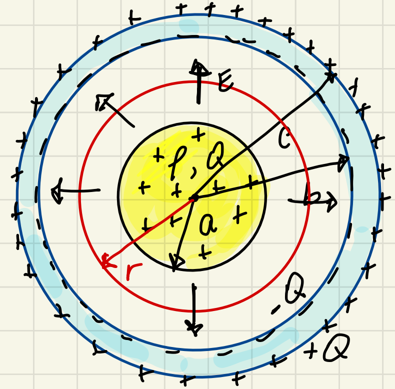


$E(r<a)$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(\cancel{4\pi} r^{\cancel{2}}) = \frac{\rho \frac{4}{3}\cancel{\pi} r^{\cancel{3}}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r}$$



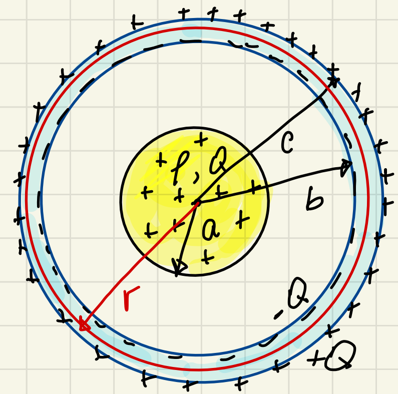
$E(a<r<b)$

$$q_{enc} = Q = \rho \frac{4}{3}\pi a^3$$

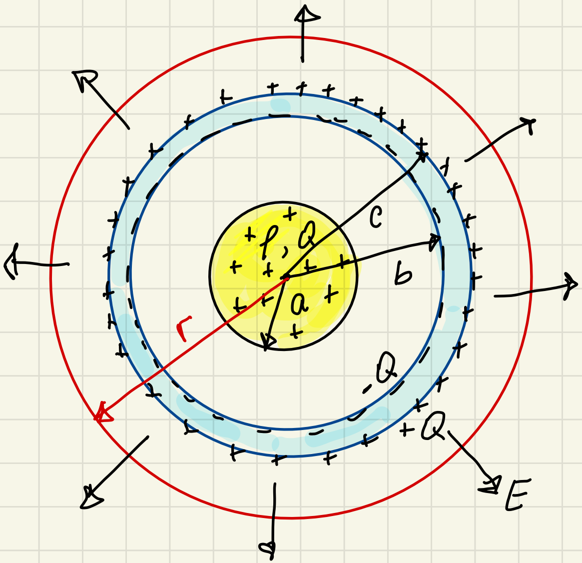
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$



$E(b<r<c) = \emptyset$



$E\,(r > c)$

$$q_{enc} = +Q$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E\,(4\pi r^2) = \frac{+Q}{\varepsilon_0}$$

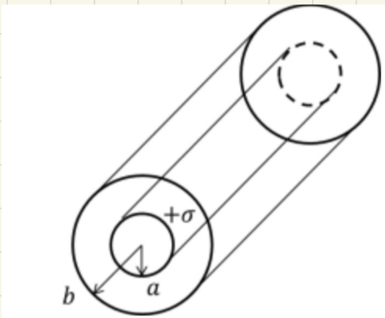
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\,\hat{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Problema 4. Un conductor coaxial está formado por dos cascarones cilíndricos metálicos concéntricos, el tubo metálico tiene radio $a = 6mm$; y el cascarón de pared delgada radio $b = 18mm$. Considérese dicho conductor muy largo. El conductor interior posee una densidad superficial de carga positiva $\sigma = +25nC/m^2$. Calcule:

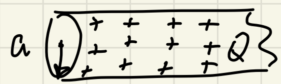
a) El valor de la densidad de carga en la cara interior del conductor externo ($-8.33nC/m^2$)

b) El valor del campo eléctrico en $r = 10mm$. ($1694.9\frac{N}{C}\hat{r}$)



CILINDRO INT A

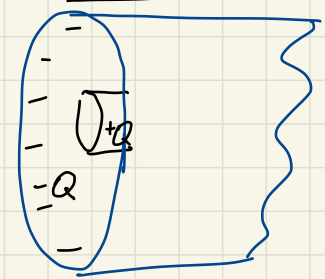
$$\sigma_A = +25 \frac{nC}{m^2}$$



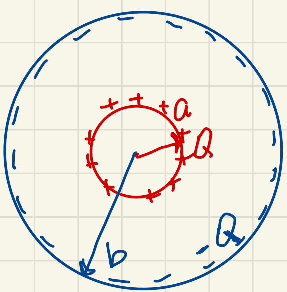
$$\sigma_A = \frac{Q}{2\pi a h}$$

$$Q = 2\pi a h\, \sigma_A$$

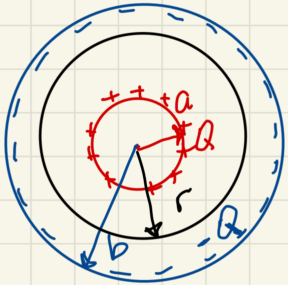
CILINDRO EXT B



$$\sigma_{INT_{EXTERNO_B}} = \frac{-Q}{2\pi b h}$$



$$\sigma_{INT_{EXT.B}} = \frac{-\cancel{2\pi} a \cancel{h}\, \sigma_A}{\cancel{2\pi} b \cancel{h}} = -\frac{6\times10^{-3}}{18\times10^{-3}} * 25\times10^{-9} = -8.33 \frac{nC}{m^2}$$



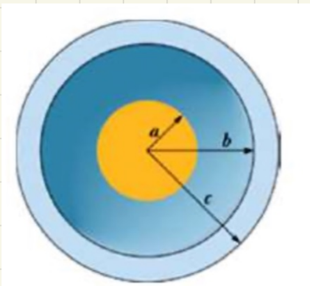
$r = 10\,mm$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(\cancel{2\pi} r \cancel{h}) = \frac{\sigma_A \cancel{2\pi} a \cancel{h}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma_A\, a}{\varepsilon_0\, r} = \frac{25\times10^{-9}\,(6\times10^{-3})}{(8.85\times10^{-12})(10\times10^{-3})} = 1694.9\ \frac{N}{C}\,\hat{r}$$

Problema 5. Para la configuración que se muestra en la figura, suponga que $a = 5cm$, $b = 20cm$ y $c = 25cm$. Además suponga que el campo eléctrico en un punto a $10\,cm$ del centro al ser medido es $3.6\,kN/C$ radialmente *hacia adentro*, mientras que el campo en un punto a $50\,cm$ del centro *es* $0{,}2\,kN/C$ radialmente *hacia afuera*. Con esta información, determine: (a) la carga total de la esfera aislante; (b) las cargas en las superficies interna y externa, respectivamente del cascarón.

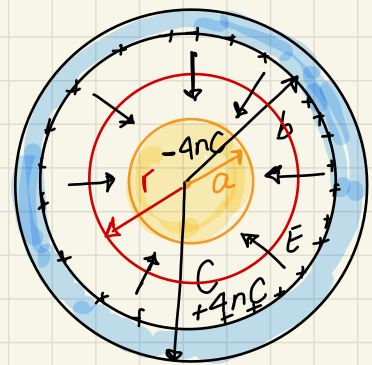


a) $\vec{E}(r=0.1m) = -3.6\,\frac{kN}{C}\,\hat{r}$ $\qquad$ $\vec{E}(r=0.5m) = 0.2\,\frac{kN}{C}\,r$

$a = 5cm$

$b = 20cm$

$c = 25cm$



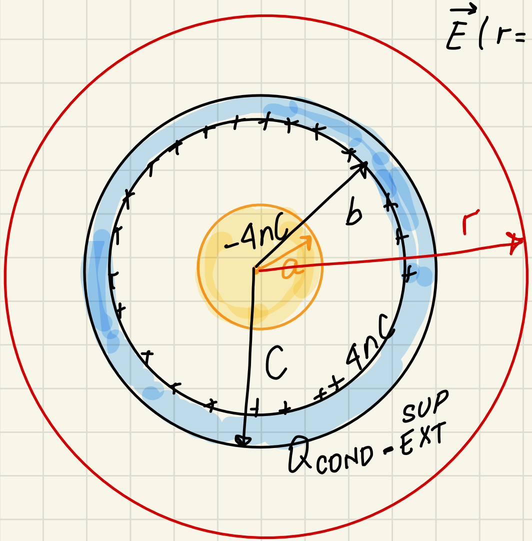
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q_{AISLANTE}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{AISLANTE} = \varepsilon_0 E (4\pi r^2)$$

$$= 8.85\times10^{-12}(-3.6\times10^{3})(4\pi * 0.1^2)$$

$$= \underline{-4.00\,nC}$$



$\vec{E}(r=0.5m) = 0.2 \frac{kN}{C} \hat{r}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\cancel{-4nC} + \cancel{4nC} + Q_{SUP.EXT-COND}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{SUP.EXT-COND} = \varepsilon_0 E (4\pi r^2)$$

$$= 8.85 \times 10^{-12} * 0.2 \times 10^3 * 4\pi * 0.5^2$$

$$= \underline{+5.56\,nC}$$

Cascarón cond.

sup. int	+4nC
sup. ext	+5.56nC
	9.56nC

POTENCIAL eléctrico

- Energía
- Cargas puntuales

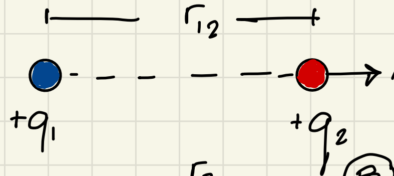
EJERCICIOS
• PARA RESOLVER •
EN CLASE

INGA

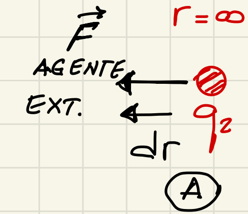
claudia contreras

Energía Potencial Eléctrica de un par de partículas con carga

$k = 9\times 10^{9}$



$$\vec{F}_E = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\hat{r}$$



$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}_{AG.\,EXT}\cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{r_B} -\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\,dr = k|q_1||q_2|\int_{\infty}^{r_{12}} \frac{-dr}{r^2}$$

$$W_{A\to B} = k|q_1||q_2|\left(\frac{1}{r}\Big|_{\infty}^{r_{12}}\right) = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}}$$

$$\boxed{U = \frac{k\,q_1 q_2}{r_{12}}}$$ Joules

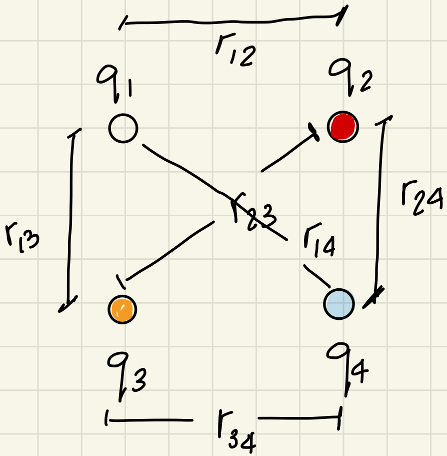
La energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales es el trabajo que debe realizar un agente externo para acercar dos cargas q1 y q2, que originalmente estaban muy lejos la una de la otra.

$U \Rightarrow +$ si q_1 y q_2 mismo signo

$U \Rightarrow -$ si q_1 y q_2 signo opuesto

$U = \emptyset$ $\quad r \to \infty$

Energía Potencial Eléctrica de un sistema de partículas con carga



$$U_{SISTEMA} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$$

$$+ \frac{kq_1q_4}{r_{14}} + \frac{kq_2q_4}{r_{24}} + \frac{kq_3q_4}{r_3}$$

Recordar:

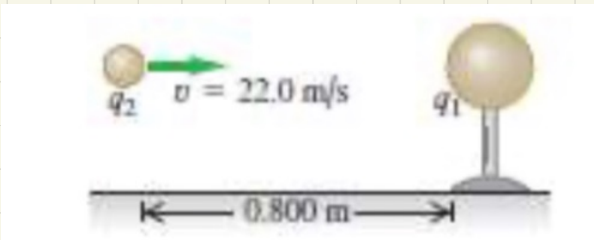
$$W_{AGENTE-EXTERNO} = +\Delta U = U_f - U_0$$

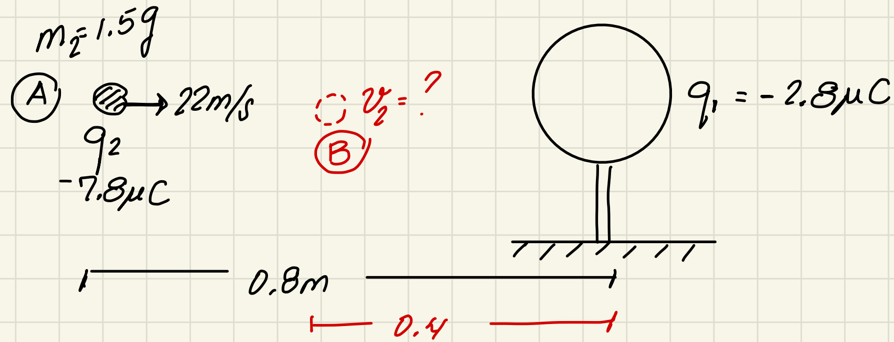
$$W_{F.ELECT.} = -\Delta U$$

Conservación de la energía

$$\underset{\substack{\downarrow \\ U_A + K_A}}{E_{MEC_A}} + W_{OTRAS} = \underset{\substack{\downarrow \\ U_B + K_B}}{E_{MEC\,FINAL_B}}$$

Problema 1. Una esfera metálica pequeña tiene una carga neta $q_1 = -2.80\mu C$ y se mantiene estacionaria por medio de un soporte aislante. Una segunda esfera metálica pequeña con carga neta $q_2 = -7.80\mu C$ y masa 1.5 g es proyectada hacia q_1. Cuando las dos esferas están a una distancia de 0.800m una de otra q_2 se mueve con una rapidez de $22\, m/s$. Suponga que las dos esferas pueden considerarse como cargas puntuales y que se ignora la fuerza de gravedad. A) ¿Cuál es la rapidez de q_2 cuando está a 0.400m de q_1. B)¿qué tan cerca de q_1 llega q_2?





a) $$E_{MEC_A} + \cancel{W_{OTRAS}} = E_{MEC_B}$$

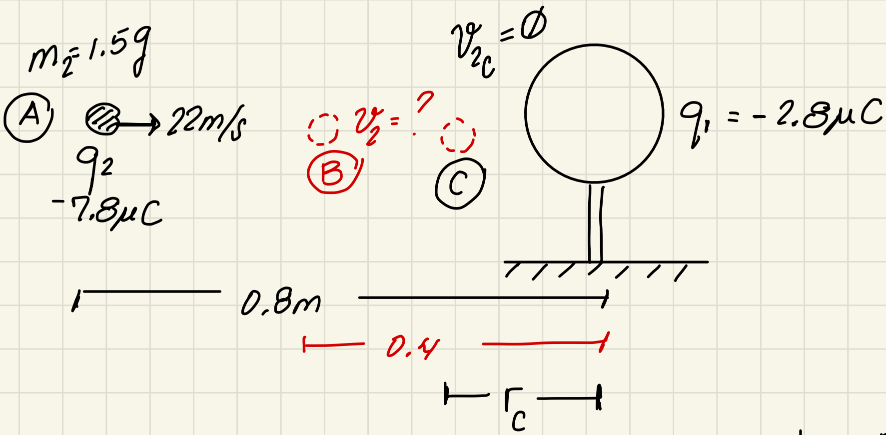
$$U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\frac{kq_1q_2}{0.8} + \frac{1}{2}m_2 v_{2A}^2 = \frac{kq_1q_2}{0.4} + \frac{1}{2}m_2 v_{2B}^2$$

$$v_{2B} = \sqrt{\frac{2\left(kq_1q_2\left(\frac{1}{0.8} - \frac{1}{0.4}\right) + \frac{1}{2}m_2 v_{2A}^2\right)}{m_2}}$$

$$v_{2B} = \sqrt{\frac{2\left(9\times10^9(-2.8\times10^{-6})(-7.8\times10^{-6})\left(\frac{1}{0.8} - \frac{1}{0.4}\right) + \frac{1}{2}(1.5\times10^{-3})22^2\right)}{1.5\times10^{-3}}}$$

$$v_{2B} = 12.51\ m/s$$



en el pto. mayor acercamiento

$v_{2C} = \emptyset$

$$E_{MEC_A} + \cancel{W_{OTRAS}} = E_{MEC_C}$$

$$U_A + K_A = U_C + \cancel{K_C}$$

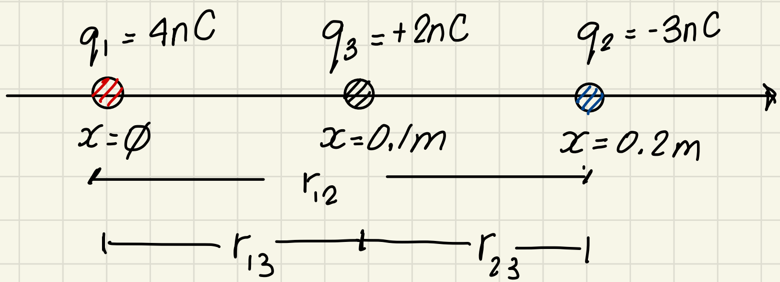
$$\frac{kq_1q_2}{0.8} + \frac{1}{2} m_2 v_{2A}^2 = \frac{kq_1q_2}{r_C}$$

$$r_C = \frac{kq_1q_2}{\left(\frac{kq_1q_2}{0.8} + 0.5 m_2 v_{2A}^2\right)}$$

$$r_C = \frac{9\times10^9(-2.8\times10^{-6})(-7.8\times10^{-6})}{\frac{9\times10^9(-2.8\times10^{-6})(-7.8\times10^{-6})}{0.8} + 0.5(1.5\times10^{-3})(22)^2}$$

$$r_C = 0.32\ m$$

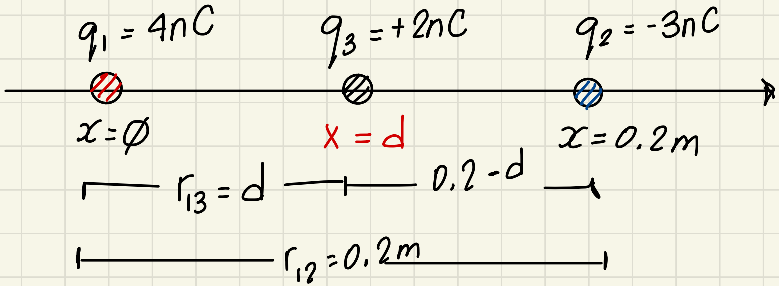
Problema 2. Una carga puntual $q_1 = 4nC$ está situada en el origen y una segunda carga puntual $q_2 = -3nC$ está en el eje "x" en $x = +20cm$. Una tercera carga puntual $q_3 = +2nC$ se coloca en el eje "x" entre q_1 y q_2. Considere la energía potencial eléctrica de las tres cargas igual a cero cuando están separadas una distancia infinita. a) ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de las tres cargas si q_3 se coloca en $x = 10cm$. b) ¿Dónde debe situarse q_3 para que la energía potencial eléctrica del sistema sea cero?



$$U_{SISTEMA} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}} = 9\times10^9\left(\frac{4\times10^{-9}(-3\times10^{-9})}{0.2} + \frac{(4\times10^{-9})(2\times10^{-9})}{0.1} + \frac{(-3\times10^{-9})(2\times10^{-9})}{0.1}\right)$$

$$U_{SISTEMA} = -340\ nJ$$

b)



$U_{SISTEMA} = \emptyset$

$$\frac{\cancel{k} q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{\cancel{k} q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{\cancel{k} q_2 q_3}{r_{23}} = 0$$

$$\frac{(4\times10^{-9})(-3\times10^{-9})}{0.2} + \frac{(4\times10^{-9})(2\times10^{-9})}{d} + \frac{(-3\times10^{-9})(2\times10^{-9})}{0.2-d} = \emptyset$$

$$-6\times10^{-17} + \frac{8\times10^{-18}}{d} - \frac{6\times10^{-18}}{0.2-d} = \emptyset$$

$$\underline{x = 0.07\,m}$$

Potencial Eléctrico de Partículas con carga (V) Volts

$$\boxed{U = qV}$$

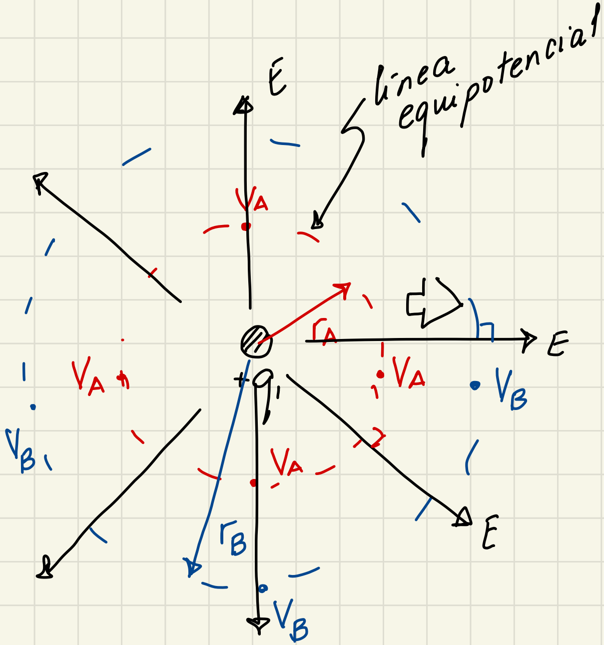
$$V_A = \frac{U}{q_0} = \frac{\frac{kq_1q_0}{r_A}}{q_0} \quad \left(\frac{J}{S}\right)$$

$$1\,\frac{J}{S} = 1\ \text{Voltio}$$

$$V_A = \frac{kq_1}{r_A}$$

$$\boxed{V = \frac{kq}{r}}$$

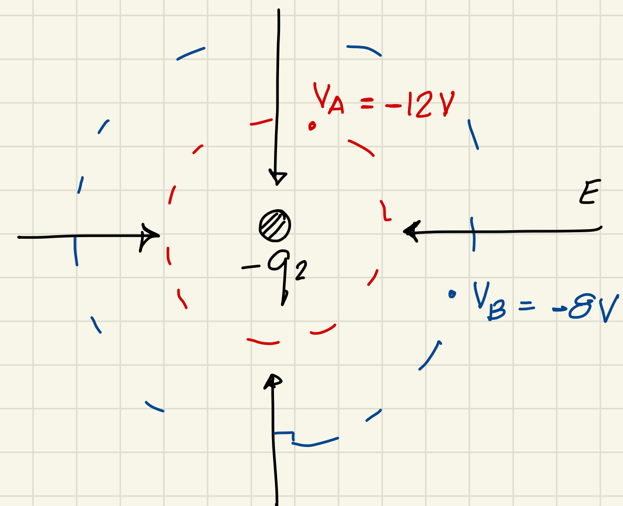
$$V \begin{cases} + & \text{si } q\ + \\ - & \text{si } q\ - \\ 0 & \text{si } r \to \infty \end{cases}$$



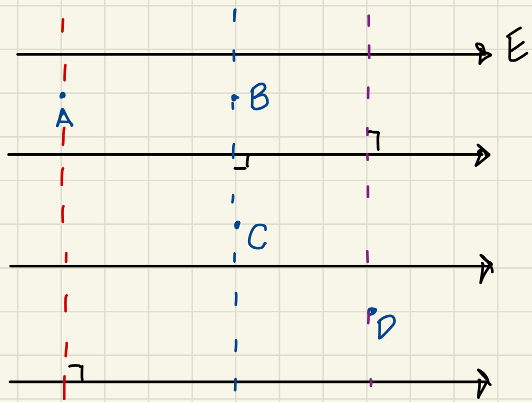
$$V_A > V_B$$

$$V_A = \frac{kq_1}{r_A}$$

$$V_B = \frac{kq_1}{r_B}$$



El potencial eléctrico disminuye a medida que nos movemos en dirección del campo eléctrico.



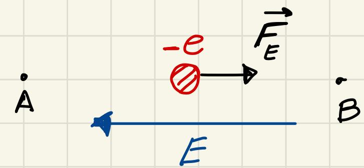
$$V_A > V_B > V_D$$

$$V_B = V_C$$

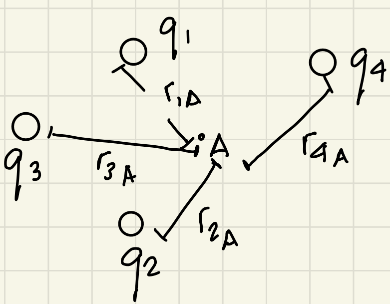
Entre los puntos A y B existe una diferencia de potencial que es negativa.
Va - Vb < 0. Si entre los puntos se coloca un electrón, ¿qué sucede?
a). Se acelera hacia A
b). Permanece inmóvil
c). Se acelera hacia a B

$$V_A - V_B < \emptyset$$

$$V_A < V_B$$



Potencial Eléctrico de un sistema de partículas con carga



$$V_A = V_{A_1} + V_{A_2} + V_{A_3} + V_{A_4}$$

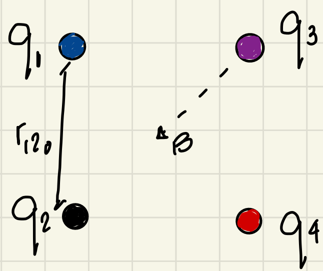
$$V_A = \frac{kq_1}{r_{1A}} + \frac{kq_2}{r_{2A}} + \frac{kq_3}{r_{3A}} + \frac{kq_4}{r_{4A}}$$

Trabajemos con conceptos de trabajo

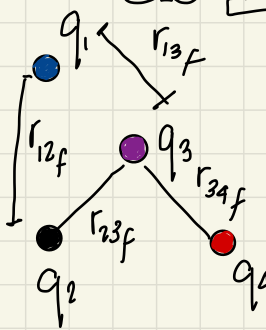
¿Cuánto trabajo se requiere para mover q_3 al centro del cuadrado

método 1

$$W = +\Delta U = U_f - U_0$$



INICIO



FINAL

$$U_f = \frac{kq_1q_2}{r_{12f}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13f}} + \frac{kq_1q_4}{r_{14f}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23f}} + \frac{kq_2q_4}{r_{24f}} + \frac{kq_3q_4}{r_{34f}}$$

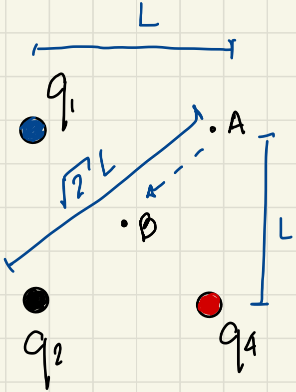
$$U_0 = \frac{kq_1q_2}{r_{12_0}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13f}} + \frac{kq_1q_4}{r_{14f}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23f}} + \frac{kq_2q_4}{r_{24f}} + \frac{kq_3q_4}{r_{34f}}$$

método 2

$$W = U_f - U_0 \qquad U = qV$$

$$W = q_3V_f - q_3V_0 = q_3(V_f - V_0)$$

$$W = q_3(V_B - V_A)$$



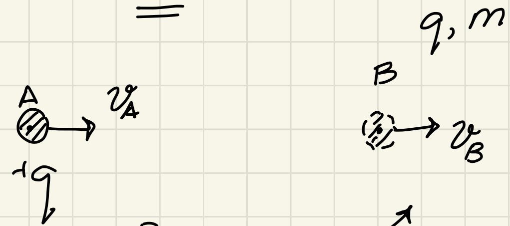
$$V_A = \frac{kq_1}{r_{1A}} + \frac{kq_2}{r_{2A}} + \frac{kq_4}{r_{4A}}$$

$$V_B = \frac{kq_1}{r_{1B}} + \frac{kq_2}{r_{2B}} + \frac{kq_4}{r_{4B}}$$

Problemas de conservación de la energía

$U = qV$

una particula se desplaza en el pto. A con una rapidez v_A, al llegar a B su rapidez es v_B. Si la particula tiene una carga q, y una masa m. ¿Cuales es $\underline{\underline{V_{AB}}}$?



$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

$$E_{MEC_A} + \cancel{W_{OTRAS}} = E_{MEC_B}$$

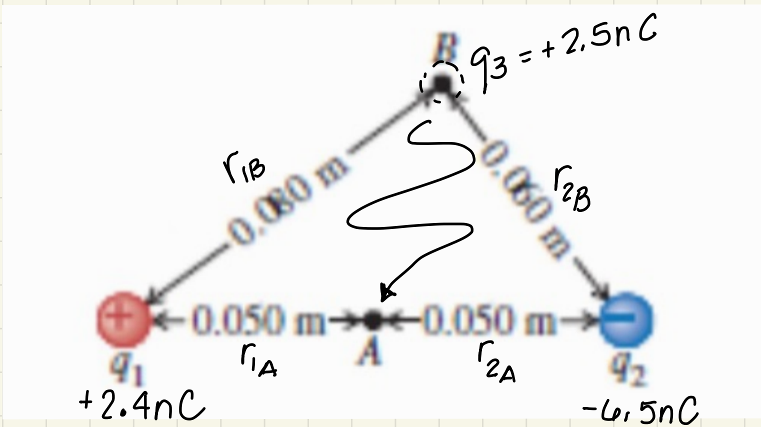
$$U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$qV_A + \frac{1}{2} m v_A^2 = qV_B + \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$q(V_A - V_B) = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$V_A - V_B = \frac{\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)}{q}$$

Problema 3. Dos cargas puntuales $q_1 = +2.4nC$ y $q_2 = -6.5nC$ están separadas $0.100m$. El punto A está a la mitad de la distancia entre ellas; el punto B está a 0.0800m de q_1 y a $0.06m$ de q_2. a) Calcule el potencial eléctrico en el punto A; b) el potencial en el punto B; c) el trabajo realizado por el campo sobre una carga $q_3 = +2.5nC$ que viaja del punto B al punto A.



$$V_A = \frac{kq_1}{r_{1A}} + \frac{kq_2}{r_{2A}}$$

$$V_A = 9\times10^9\left(\frac{+2.4\times10^{-9}}{0.05} - \frac{6.5\times10^{-9}}{0.05}\right) = \underline{-738\,V}$$

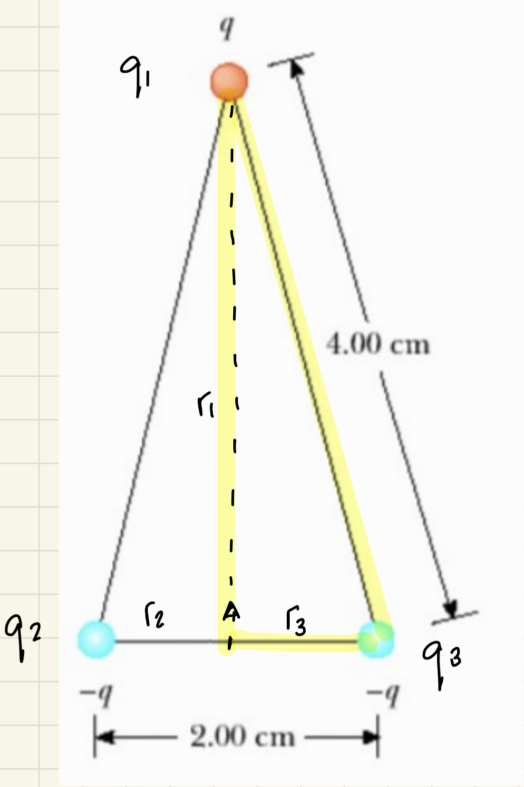
$$V_B = \frac{kq_1}{r_{1B}} + \frac{kq_2}{r_{2B}} = 9\times10^9\left(\frac{+2.4\times10^{-9}}{0.08} - \frac{6.5\times10^{-9}}{0.06}\right)$$

$$V_B = \underline{-705\,V}$$

c) $W_{CAMPO} = -\Delta U = U_0 - U_f = q_3\left[V_B - V_A\right] = 2.5\times10^{-9}\left(-705 - (-738)\right)$

$= \underline{82.5\,nJ}$

Problema 4. Tres cargas puntuales se encuentran en los vértices de un triángulo isósceles, como se muestra en la figura. Calcule el potencial eléctrico en el punto medio de la base del triángulo. Tome $q = 7.00\ \mu C$.



$$r_1 = \sqrt{0.04^2 - 0.01^2}\ m$$

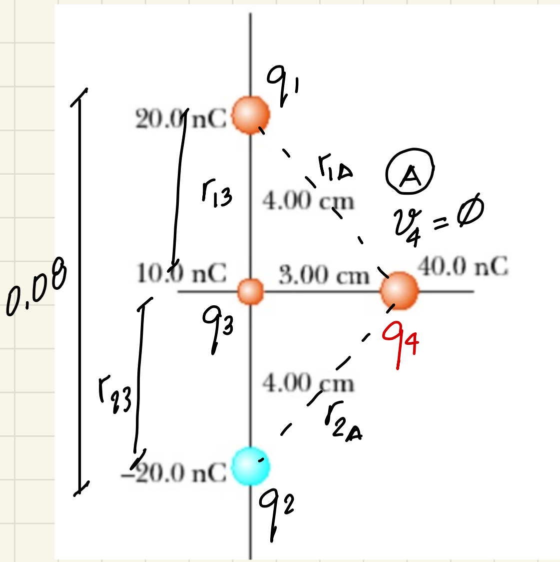
$$r_2 = r_3 = 0.01m$$

$$V_A = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3}$$

$$V_A = 9\times10^9 \left[\frac{7\times10^{-6}}{\sqrt{0.04^2 - 0.01^2}} - \frac{7\times10^{-6}}{0.01} - \frac{7\times10^{-6}}{0.01} \right]$$

$$\underline{V_A = -10.97\times10^4 \text{ Voltios}}$$

Problema 5. Dos partículas, con carga de 20.0 nC y –20.0 nC, se colocan en los puntos con coordenadas (0, 4.00 cm) y (0, –4.00 cm), como se muestra en la figura. Una partícula con carga de 10.0 nC se encuentra en el origen. (a) Encuentre la energía potencial electrica de las tres cargas. (b)Una cuarta partícula con una masa de 2.00 × 10^{-13} kg y una carga de 40.0 nC, se suelta desde el reposo desde el punto (3.00 cm, 0). Encuentre el trabajo que se requiere para alejar esta cuarta partícula a una distancia muy alejada de las otras tres y su rapidez después que se ha alejado a una distancia muy lejos de las otras cargas.



a) $U_{sisr} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$

$= 9\times10^{9}\left[\frac{20\times10^{-9}(-20\times10^{-9})}{0.08} + \cancel{\frac{(20\times10^{-9})(10\times10^{-9})}{0.04}} + \cancel{\frac{(-20\times10^{-9})(10\times10^{-9})}{0.04}}\right]$

$U_{sist} = \underline{-45\mu J}$

b) $m_4 = 2\times10^{-13} kg$ $\qquad r_B = \infty \qquad V_B = \varnothing$

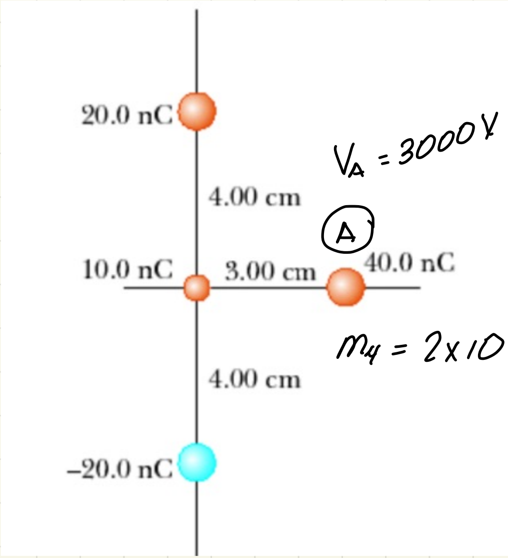
$W_{AG.EXT} = +\Delta U = U_f - U_o = q_4V_f - q_4V_o = q_4(V_B - V_A)$

$V_A = V_{A_1} + V_{A_2} + V_{A_3}$

$V_A = \cancel{\frac{kq_1}{r_{1A}}} + \cancel{\frac{kq_2}{r_{2A}}} + \frac{kq_3}{r_{3A}} = \frac{9\times10^{9}(10\times10^{-9})}{0.03} = 3000 V$

$W_{AG.EXT} = 40\times10^{-9}(0-3000)$

$= \underline{-120\mu J}$



$V_A = 3000\,V$

A

$m_4 = 2\times10^{-13}\,kg$

$$E_{MEC_A} = E_{MEC_B}$$

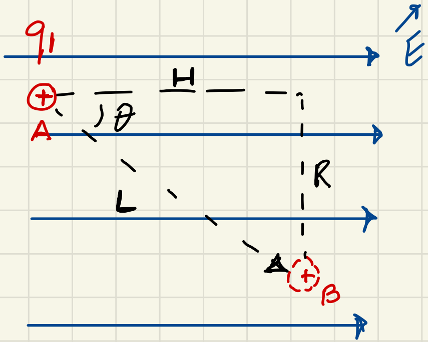
$$U_A + \cancel{K_A} = U_B + K_B$$

$$q_4 V_A = \cancel{q_4 V_B} + \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 q_4 V_A}{m_4}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2(40\times10^{-9})(3000)}{2\times10^{-13}}}$$

$$v_B = 34{,}641\ m/s$$



$$W_{F.ELECT\; A \to B} = \int_A^B q_1 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$\boxed{\text{a) } q_1 E H}$

b) $q_1 E R$

c) $q_1 E L$

$$W = -\Delta U = U_0 - U_f$$

$$= q_1 V_A - q_1 V_B$$