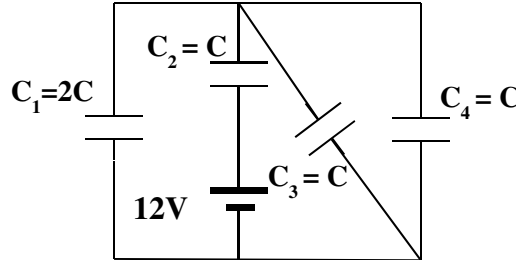


### MATERIAL DE ESTUDIO 4 - CAPACITANCIA

1. En el circuito que se muestra en la figura, los capacitores tienen una capacitancia de  $5\mu F$  y están conectados a una batería de 12V. El valor de la capacitancia equivalente del circuito es de (en  $\mu F$ ):

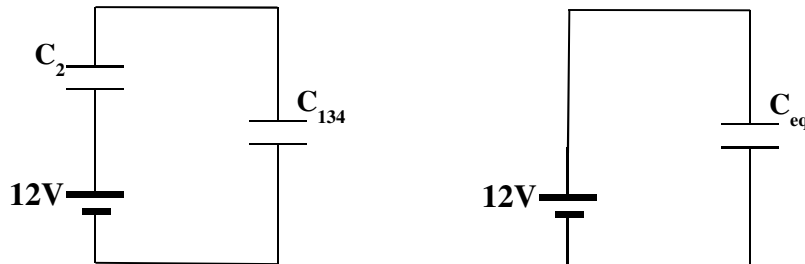
a) 15.3	b) 7	c) 25	d) 1.75	<b>e) 4</b>
---------	------	-------	---------	-------------

**Solución.** Empezaremos por numerar los capacitores.



Observe que los capacitores  $C_1$ ,  $C_3$  y  $C_4$  se encuentran conectados en paralelo por lo que pueden remplazarse con un capacitor equivalente:

$$C_{134} = C_1 + C_3 + C_4 = 2C + C + C = 4C = 20\mu F$$



El capacitor  $C_{134}$  se encuentra conectado en serie con el capacitor  $C_2$  de tal forma que la capacitancia equivalente en los extremos de la batería es:

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{C_{134}} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{20 \times 10^{-6}} + \frac{1}{5 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 4\mu F$$

2. Refiriéndonos al problema anterior, ¿Cuánta energía en  $\mu J$  almacena el capacitor de  $2C$ ?

a) 14.4	b) 44.9	c) 360	<b>d) 28.8</b>	e) 230.4
---------	---------	--------	----------------	----------

**Solución.** Para encontrar la energía del capacitor  $C_1$  requerimos conocer ya sea su carga o la diferencia de potencial entre sus terminales. Para ello encontraremos la carga del capacitor equivalente de la combinación  $C_{eq}$

$$Q_{eq} = C_{eq} V_{eq} = (4 \times 10^{-6})(12) = 48\mu C$$

La carga del capacitor equivalente es la misma que la carga en el capacitor dos y el capacitor  $C_{134}$ , es decir:

$$Q_{eq} = Q_{134} = Q_2$$

Debido a que el capacitor  $C_{134}$  es el que reemplaza a la combinación en paralelo de la cual es parte  $C_1$ , el voltaje en el capacitor  $C_{134}$  es el mismo que en  $C_1$  y encontrando éste voltaje se podrá encontrar la energía que almacena  $C_1$ .

Entonces:

$$V_{134} = \frac{Q_{134}}{C_{134}} = \frac{48 \times 10^{-6}}{20 \times 10^{-6}} = 2.4V$$

Asimismo,

$$V_{134} = V_1 = 2.4V$$

Por lo que la energía almacenada en el capacitor que hemos denominado  $C_1$  es:

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (10 \times 10^{-6}) (2.4)^2 = 28.8 \mu J$$

3. La capacitancia de un conductor esférico simple de radio  $r$  es  $C_0$ . Si el radio se duplica la nueva capacitancia será:

a)  $4C_0$       **b)  $2C_0$**       c)  $C_0/2$       d)  $C_0/4$       e)  $C_0$  no está definida para solo un objeto

**Solución.** La capacitancia de un capacitor es:  $C = \frac{Q}{\Delta V}$

Para este caso tomaremos la diferencia de potencial entre un punto en la superficie del conductor esférico y un punto de referencia para el cual el potencial es cero. Por lo que la diferencia de potencial será:

$$\Delta V = \frac{kq}{r}$$

Por lo tanto la capacitancia a la que se hace referencia es:

$$C_0 = \frac{Q}{\frac{kq}{r}}$$

Observe que si se duplica  $r$ , el valor de  $C_0$  también se duplica.

4. En el circuito que se muestra  $C_1=5.0\mu F$ ,  $C_2=15\mu F$ ,  $C_3=30\mu F$  y  $V_0=24V$ , ¿Cuál es la diferencia de potencial en el capacitor  $C_2$  (en V)?

a) 21      b) 19      **c) 16**      d) 24      e) 8

**Solución:** En el circuito podemos observar que  $C_2$  se encuentra conectado en serie con  $C_3$ , por lo que los podemos remplazar por un capacitor equivalente  $C_{23}$  cuya magnitud será:

$$C_{23} = \left( \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{15 \times 10^{-6}} + \frac{1}{30 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 10 \mu F$$

El voltaje que se encuentra aplicado en el capacitor  $C_{23}$  es el de la fuente de voltaje  $V_0$ , por lo tanto la carga de este capacitor es:

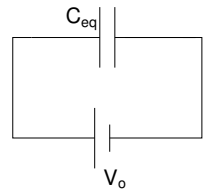
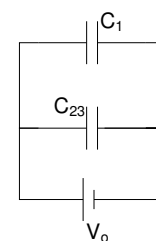
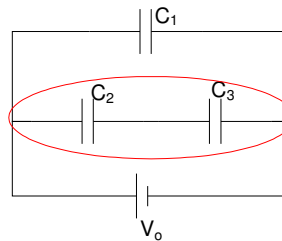
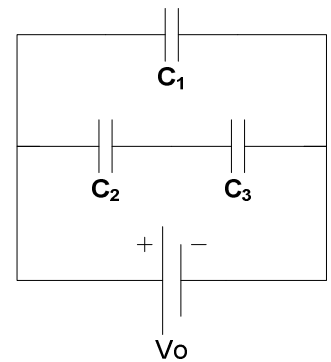
$$Q_{23} = \Delta V_{23} C_{23} = (24)(10 \times 10^{-6}) = 2.4 \times 10^{-4} C$$

Pero tomemos en cuenta que  $C_{23}$ , reemplaza a la combinación en serie de  $C_2$  y  $C_3$  por lo que la carga de éstos dos últimos es la misma a la de  $C_{23}$

$$Q_{23} = Q_2 = Q_3$$

Por lo cual la carga en el capacitor  $C_2$  es de  $2.4 \times 10^{-4} C$  y la diferencia de potencial en sus terminales será:

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{2.4 \times 10^{-4}}{15 \times 10^{-6}} = 16V$$



5. ¿Cuánta energía (en  $\mu J$ ) almacena el sistema de capacitores mostrado?

**a) 4320**      b) 1296      c) 2400      d) 360      e) 576

**Solución:** Para encontrar la energía potencial eléctrica del sistema, encontraremos la capacitancia equivalente del sistema y su energía potencial eléctrica:

Observemos que  $C_{23}$  se encuentra conectado en paralelo con  $C_1$  por lo cual la capacitancia equivalente del sistema será:

$$C_{eq} = C_{23} + C_1 = 10 \mu F + 5 \mu F = 15 \mu F$$

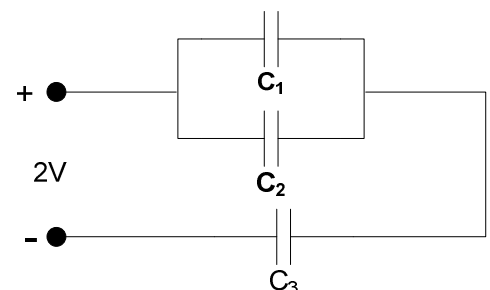
Y la energía potencial eléctrica del sistema es:

$$U_{sistema} = \frac{1}{2} C_{eq} (\Delta V_{eq})^2 = \frac{1}{2} (15 \times 10^{-6}) (24)^2 = 4.32 \times 10^{-3} J$$

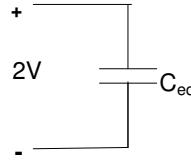
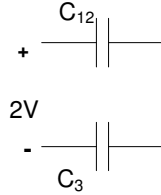
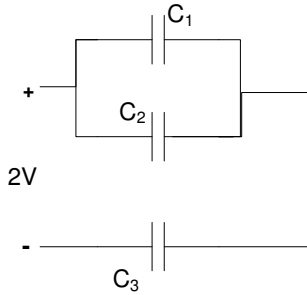
6. En el sistema de capacitores que se muestra en la figura  $C_1=C_2=C_3=3\mu F$ .

¿Cuál es el valor de la carga (en  $\mu F$ ) que posee  $C_3$ ?

a) 6.0      **b) 4.0**      c) 3.0      d) 1.0      e) 2.0



**Solución:** en este caso primero simplificaremos el circuito a su capacitancia equivalente y después procederemos a analizar la cantidad de carga en el capacitor tres. Observemos que  $C_1$  y  $C_2$  se encuentran conectados en paralelo por lo que los podemos remplazar por un solo capacitor  $C_{12}$



$$C_{12} = C_1 + C_2 = 6\mu F$$

También se observa que  $C_{12}$  está en serie con  $C_3$  por lo que la capacitancia equivalente de todo el circuito será:

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{6 \times 10^{-6}} + \frac{1}{3 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 2\mu F$$

La carga de este capacitor equivalente es:  
 $Q_{eq} = \Delta V_{eq} C_{eq} = (2)(2 \times 10^{-6}) = 4 \times 10^{-6} C$

Debido a que el capacitor equivalente está remplazando la combinación en serie de  $C_{12}$  y  $C_3$  se puede concluir que:

$$Q_{eq} = Q_3 = Q_{12}$$

Por lo que la carga del capacitor tres es de  $4\mu C$ .

7. ¿Cuánta energía (en  $\mu J$ ) se almacena en el sistema mostrado?

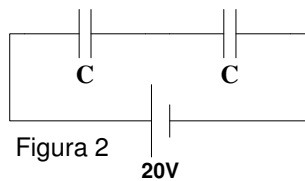
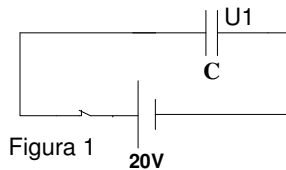
a) 6.0	<b>b) 4.0</b>	c) 3.0	d) 1.0	e) 2.0
--------	---------------	--------	--------	--------

**Solución:** La energía del sistema de capacitores será igual a la energía del capacitor equivalente del circuito, es decir:

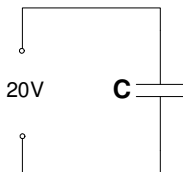
$$U_{sistema} = \frac{1}{2} C_{eq} (\Delta V_{eq})^2 = \frac{1}{2} (2 \times 10^{-6}) (2)^2 = 4 \times 10^{-6} J$$

8. Dos capacitores iguales que inicialmente estaban descargados, se conectan en serie a las terminales de una batería de 20V. Si cuando sólo uno de esos capacitores (inicialmente descargado) se conecta entre esa batería de 20V, la energía almacenada en él es  $U_1$ , entonces, ¿cuál será la energía total almacenada cuando se conecta a la batería la combinación en serie?

a) $2U_1$	b) $4U_1$	c) $\frac{1}{2}U_1$	d) $U_1$	e) NAC
-----------	-----------	---------------------	----------	--------



**Solución:**



Primero encontramos la energía almacenada por un solo capacitor:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = U_1$$

Ahora cuando se conectan en serie, se puede encontrar la energía del circuito:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C}{2}$$

$$U_f = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{C}{2} \right) V^2 = \frac{1}{4} CV^2 = \frac{U_1}{2}$$

9. Un capacitor de placas paralelas está conectado a una batería que tiene un voltaje constante entre sus terminales, entonces se separan las placas del capacitor:

a) El campo eléctrico aumenta, pero la carga en las placas disminuye.	b) El campo eléctrico permanece constante, pero la carga en las placas no.	c) El campo eléctrico permanece constante, pero la carga en las placas disminuye.	<b>d) Disminuye tanto el campo eléctrico como la carga en las placas.</b>	e) NEC
---	--	---	---	--------

**Solución:** ¿Qué sucede con el campo eléctrico?

$V = Ed \Rightarrow E = V/d$  de tal forma que si el voltaje permanece constante,

$$E = \frac{V}{d \rightarrow \text{aumenta}} \Rightarrow E \text{ disminuye}$$

¿Qué sucede con la carga? Para un capacitor de placas paralelas,  $C = \frac{\epsilon_o A}{d}$  por lo que  $Q = CV = \frac{\epsilon_o AV}{d}$ , en la última expresión se puede observar que para  $V$  constante, si  $d$  aumenta  $Q$  disminuye.

De la misma manera en un capacitor de placas paralelas  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_o} = \frac{Q/A}{\epsilon_o} = \frac{Q}{A\epsilon_o} \Rightarrow Q = EA\epsilon_o$

Por lo que en la última expresión se puede observar que si  $\vec{E}$  disminuye, la carga también disminuye.

10. ¿Cuál de los siguientes cambios en un capacitor de placas paralelas conectado a una batería, incrementará la carga de un capacitor?

a) Reducción de la diferencia de potencial entre las placas	b) Reducción de la superficie de las placas.	c) <b><u>Reducción de la separación entre las placas.</u></b>	d) Reducción de la capacitancia.	e) NEC
---	--	---	----------------------------------	--------

**Solución.** La carga de un capacitor de placas paralelas que se encuentra conectado a una diferencia de potencial está dada

por:  $Q = C\Delta V = \frac{\epsilon_o A}{d} \Delta V$

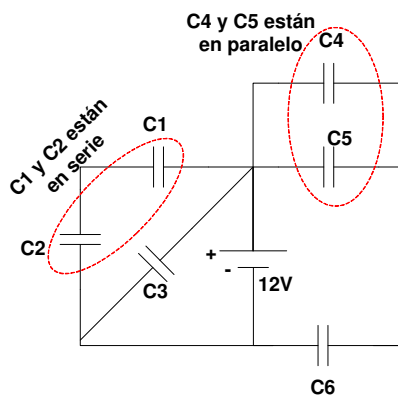
De la ecuación anterior puede observarse que para que la carga aumente la capacitancia debe aumentar y esto se logrará disminuyendo la separación entre sus placas.

11. La capacitancia de un capacitor puede incrementarse cuando:

a) Disminuye la carga	<b>b) <u>Disminuye la separación de las placas</u></b>	c) Incrementa la separación en las placas	d) Disminuye el área de las placas	e) Incrementa la carga.
-----------------------	--	---	------------------------------------	-------------------------

12. Para el circuito que se muestra en la figura, tome cada capacitor de  $C=2.0\mu F$  y calcule: ¿Cuál es la capacitancia equivalente del circuito (en  $\mu F$ )?

<b>a) 4.33</b>	b) 2.17	c) 1.33	d) 3.00	e) 1.00
----------------	---------	---------	---------	---------



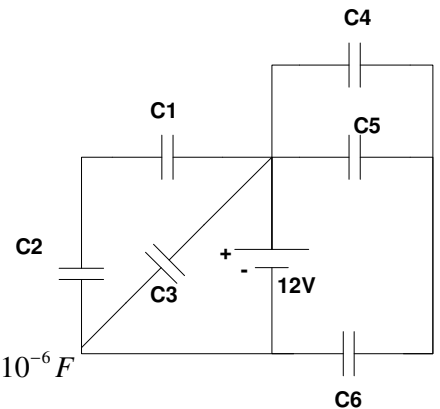
**Solución.**

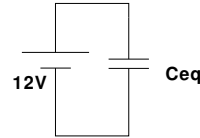
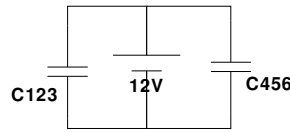
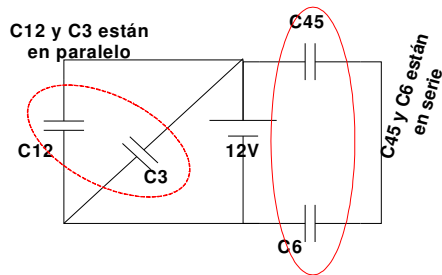
Para resolver este problema se irá reduciendo el circuito mostrado en la figura, hasta encontrar la capacitancia equivalente total del circuito.

Primera mente, observemos que  $C1$  y  $C2$  se encuentran conectados en serie, por lo que pueden ser reemplazados por un capacitor equivalente  $C_{12}$ . Asimismo,  $C4$  y  $C5$  están conectados en paralelo por lo que también los reemplazaremos por un solo capacitor  $C_{45}$ .

$$C_{12} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{2 \times 10^{-6}} + \frac{1}{2 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 1 \times 10^{-6} F$$

$$C_{45} = C_4 + C_5 = 2 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6} F$$





Del circuito resultante se observa que C12 y C3 están en paralelo. Adicionalmente C45 y C6 están en serie por lo que podemos reducir el circuito aún más:

$$C_{123} = C_{12} + C_3 = 1 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-6} F$$

$$C_{456} = \left( \frac{1}{4 \times 10^{-6}} + \frac{1}{2 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 1.33 \times 10^{-6} F$$

Y finalmente C123 y C456 están en paralelo por lo que la capacitancia equivalente del circuito es:

$$C_{equivalente} = C_{123} + C_{456} = 3 \times 10^{-6} + 1.33 \times 10^{-6} = 4.33 \times 10^{-6} F$$

13. Refiriéndonos al problema anterior ¿Cuál es la carga que se almacena en el capacitor C6 (en  $\mu C$ )?

- |         |         |         |         |                |
|---------|---------|---------|---------|----------------|
| a) 18.0 | b) 36.0 | c) 52.0 | d) 8.00 | <b>e) 16.0</b> |
|---------|---------|---------|---------|----------------|

**Solución.** Del circuito resultante podemos observar que los 12V se aplican al capacitor C456 el cual está sustituyendo a la combinación en serie del capacitor C6 y C45, por lo tanto la carga del capacitor C456 será la misma que la del capacitor C6:

$$Q_6 = Q_{456} = V_{456} C_{456} = (12)(1.33 \times 10^{-6}) = 15.96 \times 10^{-6} C$$

14. ¿Cuál de los siguientes cambios en un capacitor de placas paralelas conectado a una batería, incrementará la carga de un capacitor?

a) Reducción de la diferencia de potencial en las placas.	b) Reducción de la superficie de las placas.	<b>c) Reducción de la separación de las placas.</b>	d) Reducción de la capacitancia.	e) NEC
---	--	---	----------------------------------	--------

15. ¿Cuál es la capacitancia equivalente ( $\mu F$ ) en el circuito mostrado, cuando  $C_1 = 50 \mu F$ ,  $C_2 = 30 \mu F$ ,  $C_3 = 36 \mu F$ ,  $C_4 = 12 \mu F$  y  $V_0 = 30V$ ?

- |        |      |              |         |         |
|--------|------|--------------|---------|---------|
| a) 6.1 | b) 9 | <b>c) 30</b> | d) 28.0 | e) 80.0 |
|--------|------|--------------|---------|---------|

**Solución.** Observe que C1 y C2 se encuentran en paralelo por lo que se pueden sustituir por un capacitor C12 con una capacitancia:

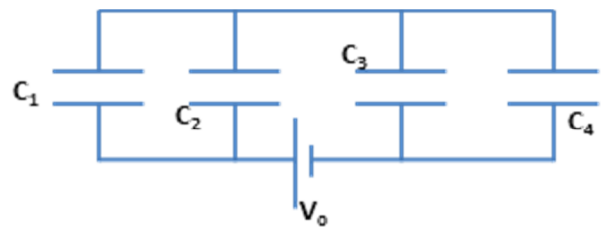
$$C_{12} = C_1 + C_2 = 80 \mu F$$

Asimismo, C3 y C4 se encuentran en paralelo por lo que se pueden sustituir por un capacitor C34 con una capacitancia:

$$C_{34} = C_3 + C_4 = 48 \mu F$$

El capacitor C12 está en serie con el capacitor C34 por lo que la capacitancia equivalente del circuito es:

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{80 \times 10^{-6}} + \frac{1}{48 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 30 \mu F$$



16. ¿Cuánta carga (en  $\mu C$ ) se almacena en C1?

- |          |          |          |                 |          |
|----------|----------|----------|-----------------|----------|
| a) 337.5 | b) 225.0 | c) 675.0 | <b>d) 562.5</b> | e) 900.0 |
|----------|----------|----------|-----------------|----------|

**Solución:** Encontraremos la carga del capacitor equivalente este reemplaza a la combinación en serie C12 y C34 por lo que tiene la misma carga que éstos. A partir de esta información podemos encontrar el voltaje que tiene entre sus terminales el Capacitor C12, que tiene la misma diferencia de potencial que C1 y derivado de esto encontraremos la carga de este último.

$$V_{eq} = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}} \rightarrow Q_{eq} = C_{eq}V_{eq} = 30 \times 10^{-6}(30) = 900\mu C$$

Se tiene que  $Q_{eq} = Q_{12}$ ; por lo que el voltaje que tiene entre sus terminales el capacitor  $C_{12}$  es:

$$V_{12} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{900 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-6}} = 11.25V$$

Asimismo, como  $V_{12} = V_1$

$$Q_1 = C_1V_1 = 50 \times 10^{-6}(11.25) = 562.5\mu C$$

### CAPACITORES Y DIELECTRICOS

17. Un capacitor  $C_1 = 3\mu F$  está conectado en serie con un capacitor  $C_2$  de placas paralelas, el cual tiene un dieléctrico de constante  $K=2.5$ , la distancia de separación de las placas es de  $2 \times 10^{-4}m$  y de área  $54.23m^2$ , ambos descargados inicialmente y posteriormente conectados a una batería de 8V. ¿Cuánta energía se almacena en el conjunto de los capacitores (en  $\mu J$ )?

a) 288	<b>b) 64</b>	c) 126.2	d) 32.5	e) 16.0
--------	--------------	----------	---------	---------

**Solución.** Encontremos la capacitancia del segundo capacitor

$$C_2 = \frac{k\epsilon_0 A}{d} = \frac{(2.5)(8.85 \times 10^{-12})(54.23)}{2 \times 10^{-4}} = 6\mu F$$

Como está conectado en serie con  $C_1$ , la capacitancia equivalente del circuito es:

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{3 \times 10^{-6}} + \frac{1}{6 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 2\mu F$$

Y la energía del conjunto de capacitores será la energía del capacitor equivalente:

$$U_{sistema} = \frac{1}{2}C_{eq}V_{eq}^2 = \frac{1}{2}(2 \times 10^{-6})(8)^2 = 64\mu J$$

18. De acuerdo a los datos del problema anterior, ¿Cuál es la densidad de energía en  $\mu J/m^3$  en el capacitor  $C_2$ ?

a) 288	b) 126.2	c) 786.6	d) 1573.7	<b>e) 1966.7</b>
--------	----------	----------	-----------	------------------

**Solución:** Para resolver este problema primero calcularemos la carga del capacitor equivalente, que es la misma carga del capacitor 2, debido a que el capacitor equivalente está reemplazando una combinación en serie:

$$Q_{eq} = C_{eq}V_{eq} = 2 \times 10^{-6}(8) = 16\mu C$$

Por lo que la energía del capacitor dos es:

$$U_2 = \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{(16 \times 10^{-6})^2}{2(6 \times 10^{-6})} = 2.13 \times 10^{-5}J$$

Y su densidad de energía:

$$u_2 = \frac{U_2}{Ad} = \frac{2.13 \times 10^{-5}}{(54.23)(2 \times 10^{-4})} = 1966.9\mu J/m^3$$

19. De acuerdo a los datos del problema anterior, ¿Cuál será el espacio entre las placas de  $C_1$  (en mm), suponiendo que también es de placas paralelas, de tal forma que  $C_1$  tenga una densidad de energía de  $71\mu J/m^3$ ?

a) 1.77	b) 16.62	c) 2.00	d) 5.33	<b>e) 1.33</b>
---------	----------	---------	---------	----------------

**Solución:** La densidad de energía del capacitor 1 será:

$$u = 71 \times 10^{-6} = \frac{U_1}{A_1d_1}$$

Donde  $C_1 = \frac{\epsilon_0 A_1}{d_1} = 3\mu F \rightarrow A_1 = \frac{3 \times 10^{-6}d_1}{8.85 \times 10^{-12}}$  Ec.1

Encontrando ahora la energía almacenada por el primer capacitor:

$$Q_{eq} = C_{eq}V_{eq} = 2 \times 10^{-6}(8) = 16 \times 10^{-6}C$$

Entonces la energía del capacitor uno:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C_1} = 4.27 \times 10^{-5} \text{ Joules (Ec.2)}$$

Sustituyendo las ecuaciones 1 y 2 en la expresión de densidad de energía:

$$71 \times 10^{-6} = \frac{4.27 \times 10^{-5} (8.85 \times 10^{-12})}{3 \times 10^{-6} d_1^2}$$

Despejando la distancia de separación entre placas:

$$d_1 = 0.00133m$$

20. Un material específico tiene una constante dieléctrica de 2.8 y una intensidad dieléctrica de  $18 \times 10^6$  V/m. Si este material se usa como dieléctrico en un capacitor de placas paralelas, ¿Cuál debe ser el área mínima de las placas del capacitor (en  $m^2$ ) para tener una capacitancia de  $7.0 \times 10^{-2} \mu F$  y para que el capacitor pueda soportar una diferencia de potencial de 4,000V.

a) 7.1	b) 4.0	c) 0.71	<b>d) 0.63</b>	e) 0.01
--------	--------	---------	----------------	---------

**Solución:** En un capacitor de placas paralelas se tiene que:

$$\Delta V = Ed$$

Por lo que para un  $E_{\max} = 18 \times 10^6 V/m$  y una diferencia de potencial  $\Delta V = 4000V$ , la distancia de separación entre las placas del capacitor es:

$$d = \frac{\Delta V}{E} = \frac{4000}{18 \times 10^6} = 2.22 \times 10^{-4} m$$

Asimismo, para un capacitor de placas paralelas con dieléctrico su capacitancia es:  $C = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$

Por lo que el área de nuestro capacitor debe ser de:

$$A = \frac{dC}{K\epsilon_0} = \frac{(2.22 \times 10^{-4})(0.07 \times 10^{-6})}{(2.8)(8.85 \times 10^{-12})} = 0.63 m^2$$

21. Refiriéndose al problema anterior, la magnitud de la carga inducida (en C) en las superficies del dieléctrico es:

a) $2.8 \times 10^{-4}$	<b>b) <math>1.8 \times 10^{-4}</math></b>	c) $2.8 \times 10^{-8}$	d) $1.8 \times 10^{-8}$	e) $3.7 \times 10^{-8}$
-------------------------	---	-------------------------	-------------------------	-------------------------

**Solución:** La densidad de carga inducida en el dieléctrico está dado por  $\sigma_{ind} = \frac{Q_{ind}}{A}$  por lo cual si encontramos la densidad de carga inducida podremos conocer la carga inducida en el material dieléctrico. También se tiene:

$$\sigma_{ind} = \sigma \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \text{ en donde } \sigma = \frac{Q}{A}$$

La carga del capacitor de acuerdo a los datos del problema:

$$Q = C\Delta V = (0.07 \times 10^{-6})(4000) = 2.8 \times 10^{-4} C$$

Entonces  $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{2.8 \times 10^{-4}}{0.63} = 4.44 \times 10^{-4} C/m^2$ , por lo tanto la densidad de carga inducida en el dieléctrico es:

$$\sigma_{ind} = (4.44 \times 10^{-4}) \left( 1 - \frac{1}{2.8} \right) = 2.85 \times 10^{-4} C/m^2$$

Y la carga inducida  $Q_{ind} = \sigma_{ind} A = (2.85 \times 10^{-4})(0.63) = 1.80 \times 10^{-4} C$

22. Dos placas paralelas de  $100cm^2$  se cargan con una misma magnitud de carga pero de signo opuesto,  $8.9 \times 10^{-7} C$ . El campo eléctrico en el material dieléctrico es de  $1.4 \times 10^6 V/m$ , la constante dieléctrica del material tiene un valor de:

a) 9.52	b) 0.139	<b>c) 7.18</b>	d) 0.105	e) NAC
---------	----------	----------------	----------	--------

**Solución.** El campo eléctrico en un capacitor que posee un dieléctrico está dado por:

$$E = \frac{E_o}{K} = \frac{\sigma}{K\epsilon_o}$$

En la ecuación anterior  $E_o$  representa el valor del campo del capacitor si éste no tuviera dieléctrico, el cual está dado por la relación entre la densidad de carga de la placa del capacitor y la constante  $\epsilon_o$ .

Despejando entonces la constante K de la ecuación anterior:

$$K = \frac{\sigma}{E\epsilon_o} = \frac{Q}{EA\epsilon_o} = \frac{8.9 \times 10^{-7}}{(1.4 \times 10^6)(0.01)(8.85 \times 10^{-12})} = 7.18$$

23. Un capacitor de placas paralelas de 120pF de capacitancia tiene 120cm<sup>2</sup> de área y mica (K=6.2) como dieléctrico. Calcular cuando la diferencia de potencial es de 90V, el valor del campo eléctrico en la mica(en kV/m):

a) cero	<b>b) 16.40</b>	c) 101.69	d) 2.64	e) 630.48
---------	-----------------	-----------	---------	-----------

**Solución:** El valor del campo eléctrico en la mica depende de la diferencia de potencial aplicado al capacitor y la distancia de separación entre sus placas.  $\Delta V = Ed$

De la ecuación anterior, desconocemos la distancia de separación del capacitor, la cual podemos determinarla ya que conocemos la capacitancia de éste, el área de sus placas y la constante dieléctrica del material:

$$C = \frac{k\epsilon_o A}{d} \rightarrow d = \frac{k\epsilon_o A}{C} = \frac{(6.2)(8.85 \times 10^{-12})(0.012)}{120 \times 10^{-12}} = 5.487 \times 10^{-3} m$$

Por lo que:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{90}{5.487 \times 10^{-3}} = 16,402 V / m$$

24. Refiriéndonos al problema anterior, la magnitud de carga superficial inducida(en nC) es de

a) cero	b) 5.4	<b>c) 9.08</b>	d) 10.8	e) 66.96
---------	--------	----------------	---------	----------

**Solución:** La carga inducida en el capacitor la podemos encontrar utilizando la siguiente expresión:

$$Q_{ind} = Q \left( 1 - \frac{1}{K} \right)$$

La constante dieléctrica del material es 6.2 y la carga la podemos encontrar, ya que

$$Q = CV = (120 \times 10^{-12})(90) = 1.08 \times 10^{-8} C$$

$$Q_{ind} = (1.08 \times 10^{-8}) \left( 1 - \frac{1}{6.2} \right) = 9.06 \times 10^{-9} C$$

25. Un capacitor C<sub>1</sub> de placas planas paralelas y aire en las placas se coloca en serie con un capacitor C<sub>2</sub> que tiene un área de 0.1m<sup>2</sup>, una distancia de separación entre placas de 1mm y contiene un dieléctrico de constante 5.4. Si se desea una capacitancia equivalente de 2.754nF ¿Qué tamaño de capacitor C<sub>1</sub> (en nF) deberá colocarse para obtener la capacitancia equivalente deseada?

a) 0.1539	b) 2.025	<b>c) 6.5</b>	d) 0.209	e) 4.779
-----------	----------	---------------	----------	----------

**Solución:** La capacitancia equivalente de dos capacitores en serie se obtiene mediante:

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1}$$

Para encontrar C<sub>1</sub> en la ecuación anterior, encontraremos primero el valor de C<sub>2</sub> a partir de la información del problema:

$$C_2 = \frac{K\epsilon_o A}{d} = \frac{(5.4)(8.85 \times 10^{-12})(0.1)}{(1 \times 10^{-3})} = 4.779 \times 10^{-9} F$$

Entonces el valor de C<sub>1</sub>es:

$$2.754 \times 10^{-9} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{(4.779 \times 10^{-9})}} \rightarrow \frac{2.754 \times 10^{-9}}{C_1} + \frac{2.754 \times 10^{-9}}{4.779 \times 10^{-9}} = 1$$

Finalmente despejando el tamaño del capacitor uno:

$$\frac{2.754 \times 10^{-9}}{C_1} = 0.4237 \rightarrow C_1 = 6.49 \times 10^{-9} F$$



26. Refiriéndonos al problema anterior, si el voltaje en el capacitor  $C_1$  es de 8750V y la distancia de separación entre sus placas es de 2.5mm ¿Cuál sería su densidad de energía (en J/m<sup>3</sup>)?

a) $3.5 \times 10^6$	b) 108.4	c) 21.87	d) $1.55 \times 10^{-5}$	<b>e) 54.2</b>
----------------------	----------	----------	--------------------------	----------------

**Solución:** La densidad de energía del capacitor está dada por:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_o E^2 \quad \text{pero } V = Ed \rightarrow u = \frac{\epsilon_o V^2}{2d^2} = \frac{(8.85 \times 10^{-12})(8750)^2}{2(2.5 \times 10^{-3})^2} = 54.2 \text{ J/m}^3$$

27. Tres capacitores con capacitancias de 8.4μF, 8.4μF y 4.2μF están conectados en serie a través de una diferencia de potencial de 36 V. ¿Cuál es la energía almacenada en los tres capacitores en J?

a) $1.36 \times 10^{-2}$	b) $2.72 \times 10^{-3}$	c) $5.44 \times 10^{-3}$	<b>d) <math>1.36 \times 10^{-3}</math></b>	e) NEC
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--	--------

**Solución:** Calcularemos la capacitancia equivalente del circuito y posteriormente a partir de ésta la energía almacenada en el sistema de capacitores:

$$C_{eq} = \left( \frac{1}{8.4 \times 10^{-6}} + \frac{1}{8.4 \times 10^{-6}} + \frac{1}{4.2 \times 10^{-6}} \right)^{-1} = 2.1 \times 10^{-6} \text{ F}$$

Entonces la energía almacenada por los tres capacitores es de:

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} (2.1 \times 10^{-6})(36)^2 = 1.36 \times 10^{-3} \text{ J}$$

28. Refiriéndonos al problema anterior, si se desconectan los capacitores sin permitir que se descarguen y luego se conectan en paralelo, con las placas con carga positiva conectadas unas con otras ¿Cuál es el voltaje en V en los bornes del capacitor de 8.4μF?

<b>a) 10.8</b>	b) 12	c) 14.4	d) 3.6	e) NEC
----------------	-------	---------	--------	--------

**Solución:** La carga total del sistema de capacitores debe permanecer igual en el sistema, es decir se conserva la carga total de los capacitores conectados en serie cuando éstos se conectan en paralelo.

Encontremos primero la carga total del sistema de tres capacitores conectados en serie, la misma será igual a tres veces el valor de la carga del capacitor equivalente:

$$Q_o = 3Q_{eq}$$

Donde la carga del capacitor equivalente la podemos obtener:

$$Q_{eq} = C_{eq} \Delta V = (2.1 \times 10^{-6})(36) = 7.56 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$Q_o = 3(7.56 \times 10^{-5}) = 2.268 \times 10^{-4} \text{ C}$$

Al conectarse en paralelo la carga del sistema debe conservarse:

$$Q_o = Q_f$$

$$Q_f = Q_{1f} + Q_{2f} + Q_{3f} = C_1 V_f + C_2 V_f + C_3 V_f = V_f (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$V_f = \frac{Q_f}{(C_1 + C_2 + C_3)} = \frac{2.268 \times 10^{-4}}{8.4 \times 10^{-6} + 8.4 \times 10^{-6} + 4.2 \times 10^{-6}} = 10.8 \text{ V}$$