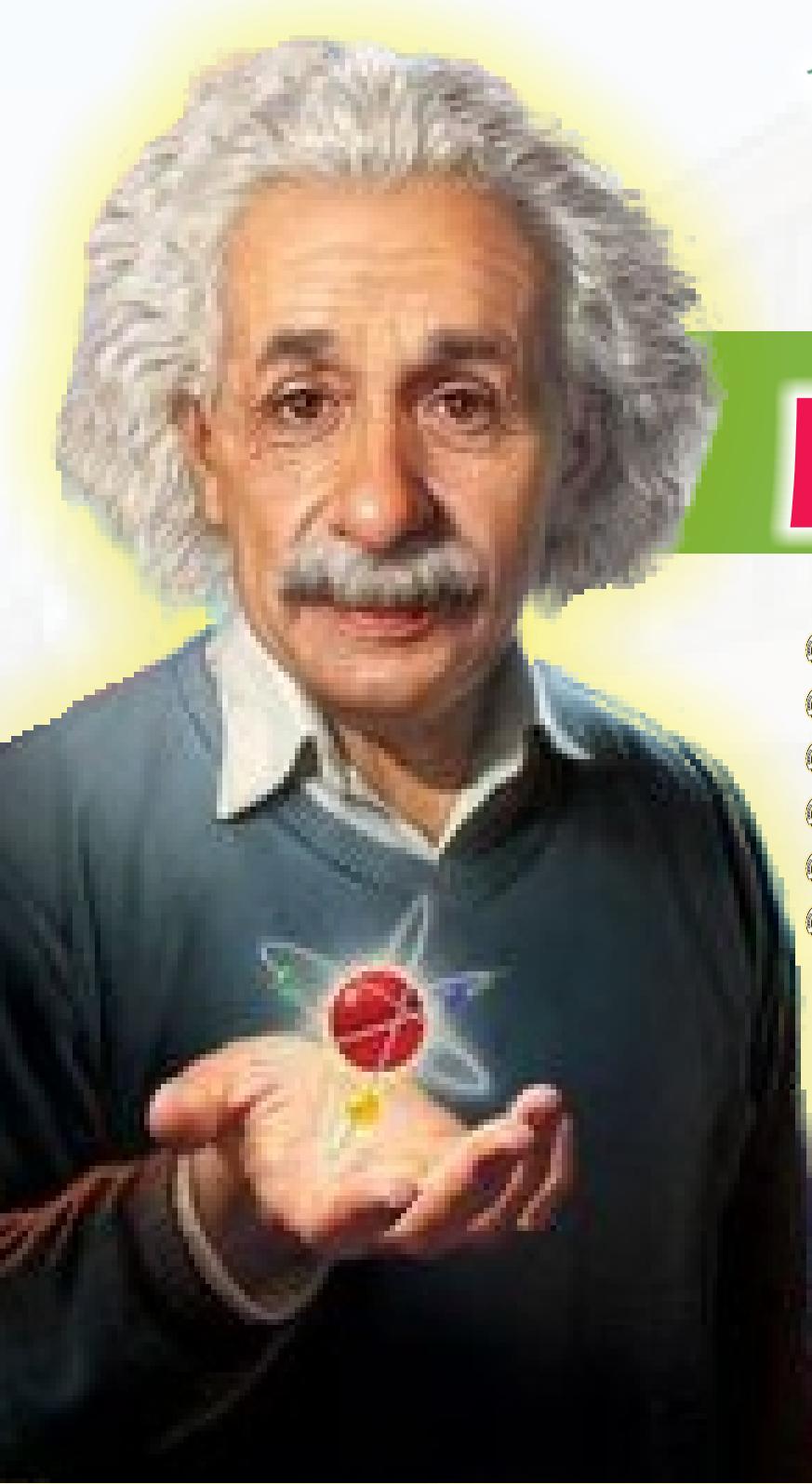


COLEGIO PARROQUIAL DE MUJERES
San Martin de Porres

1er Bimestre



FÍSICA



-  ANÁLISIS DIMENSIONAL
-  ANÁLISIS VECTORIAL
-  MOVIMIENTO MECÁNICO
-  MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME
-  MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO
-  MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE



Datos Personales

Nombre y Apellidos

Grado

Sección

Domicilio



E-mail:

Bibliografía a Consultar



CAPÍTULO

1

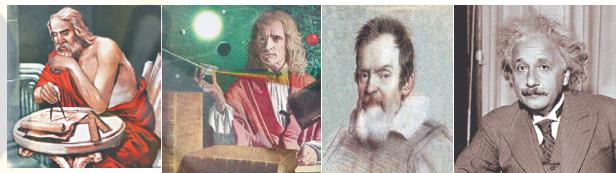
Física

Análisis Dimensional

Arquímedes

Matemático griego. Hijo de un astrónomo, quien probablemente le introdujo en las matemáticas, Arquímedes estudió en Alejandría, donde tuvo como maestro a Conón de Samos y entró en contacto con Eratóstenes; a este último dedicó Arquímedes su Método, en el que expuso su genial aplicación de la mecánica a la geometría, en la que «pesaba» imaginariamente áreas y volúmenes desconocidos para determinar su valor. Regresó luego a Siracusa, donde se dedicó de lleno al trabajo científico.

De la biografía de Arquímedes, gran matemático e ingeniero, a quien Plutarco atribuyó una «inteligencia sobrehumana», sólo se conocen una serie de anécdotas. Son célebres los ingenios béticos cuya paternidad le atribuye la tradición y que, según se dice, permitieron a Siracusa resistir tres años el asedio romano, antes de caer en manos de las tropas de Marcelo; también se cuenta que, contraviniendo órdenes expresas del general romano, un soldado mató a Arquímedes por resistirse éste a abandonar la resolución de un problema matemático en el que estaba inmerso.



«¡Cuándo dejaré de maravillarme para empezar a conocer!». Galileo Galilei

La física es el estudio de la materia y la energía, el estudio de la naturaleza, pero ¡con qué fin, con qué propósito? Hace casi 4000 años, en las alturas de los templos Zigurat, los sacerdotes astrólogos de Babilonia—scrutaban los cielos en busca de presagios del futuro. Sus descendientes intelectuales, los astrónomos de la Edad Media e incluso los del Renacimiento, elaboraban horóscopos en su tiempo libre; la astrología mística, de una forma u otra, estaba en el trasfondo. Así, los propósitos cambian a medida que cambia la ciencia; los astrofísicos modernos, aunque descendientes en línea directa de los hechiceros, tienen un objetivo diferente en su mente.

En términos generales, la ciencia busca entender el universo tal como lo percibimos. Hay que tener en cuenta desde el principio que nuestra comprensión puede ser profunda, incluso puede ser correcta, pero en cierta medida, siempre tentativa, con independencia de lo poderosos que nos haga. Por ejemplo, James Watt convirtió el primitivo motor de vapor en una máquina que cambio el curso mismo de la historia. Ese trabajo partió de la base de una «comprensión» del calor, basada en el flujo de un fluido invisible que en realidad nunca existió, la teoría era falsa, pero el motor era correcto.

Es tan presuntuoso seguramente decir «*sabremos con certeza*», como decir «*nunca sabremos con certeza*», pero la ciencia, hasta donde podemos decir, es un maravilloso juego sin fin, en el que ni siquiera sabemos qué es lo que no sabemos.



“El hombre es la medida de todas las cosas.”
Protágoras s.V a.C.

MAGNITUD

Es todo aquello posible o susceptible de ser medido. Las magnitudes pueden ser directamente apreciables por nuestros sentidos como tamaños y pesos de las cosas o indirectas como la aceleración y la energía.

¿QUÉ SE ENTIENDE POR MEDIR?

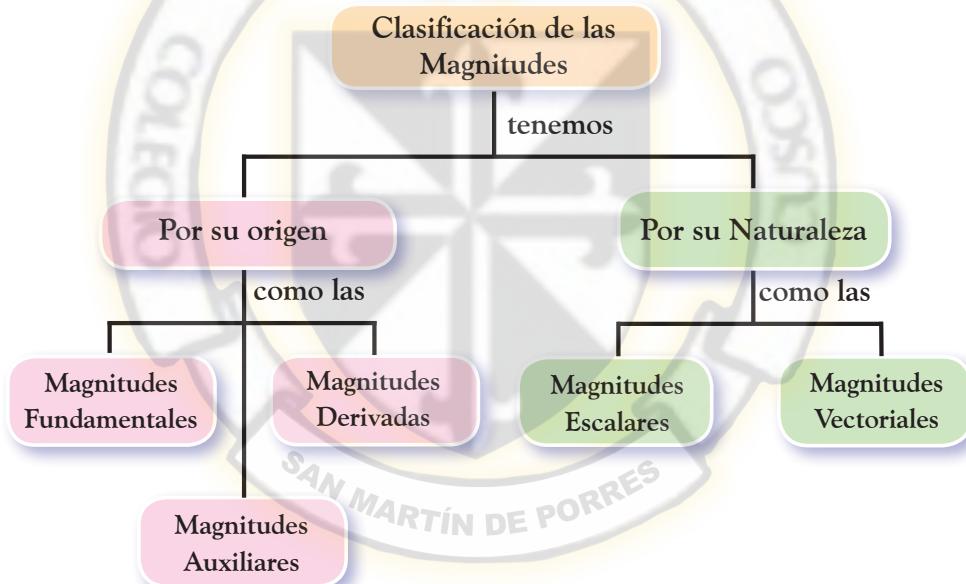
Medir es comparar una magnitud cualquiera con otra tomada de referencia.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

El sistema métrico decimal o simplemente sistema métrico es un conjunto de unidades de medida, basadas en el metro y relacionadas entre sí por múltiplos o submúltiplos de 10 (base 10).

Fue implantado en la 1.^a Conferencia General de Pesos y Medidas (París, 1889), con el que se pretendía buscar un sistema único para todo el mundo para facilitar el intercambio, ya que hasta entonces cada país, e incluso cada región, tenía su propio sistema, a menudo con las mismas denominaciones para las magnitudes, pero con distinto valor. Como unidad de medida de longitud se adoptó el metro, definido como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre, cuyo patrón se reprodujo en una barra de platino iridiado. El original se depositó en París y se hizo una copia para cada uno de los veinte países firmantes del acuerdo (entre ellos España). Como medida de capacidad se adoptó el litro, equivalente al decímetro cúbico. Como medida de peso (en realidad de masa) se adoptó el kilogramo, masa de un litro de agua pura.

Además se adoptaron múltiplos (deca, 10; hecto, 100; kilo, 1000 y miria, 10 000) y submúltiplos (deci, 0,1; centi, 0,01 y mili, 0,001) y un sistema de notaciones para emplearlos. Actualmente se ha sustituido por el Sistema Internacional de Unidades (SI) al que se han adherido muchos de los países que no adoptaron el Sistema Métrico Decimal.



¿Sabías Que...?

El «año luz» es una unidad de longitud para mediciones astronómicas. Es la distancia que recorrería en el espacio, un rayo luminoso durante un año a la velocidad de 300 000 km/s.



- Las magnitudes fundamentales, son aquellas que sirven de base para las demás magnitudes.
- Las magnitudes derivadas, resultan de la combinación de las magnitudes fundamentales y auxiliares.



Curiosidad

Con maletín en el ascensor

Con un maletín en la mano, tomas el ascensor en la planta baja. El ascensor empieza a subir. ¿El maletín te parece más pesado, más ligero o igual que antes?
Rpta: Más pesado



SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (S.I.)

Se dio a conocer oficialmente en París, Francia, basado en el sistema métrico decimal considera 7 magnitudes fundamentales y 2 auxiliares.

MAGNITUDES FUNDAMENTALES		UNIDAD	
Nombre	Dimensión	Nombre	Símbolo
1. Longitud	L	metro	m
2. Masa	M	kilogramo	kg
3. Tiempo	T	segundo	s
4. Temperatura termodinámica	θ	kelvin	K
5. Intensidad de corriente	I	ampere	A
6. Intensidad luminosa	J	candela	cd
7. Cantidad de sustancia	N	mol	mol

MAGNITUDES AUXILIARES		UNIDAD	
Nombre	Nombre	Símbolo	
1. Ángulo Plano	Radián	rad	
2. Ángulo Sólido	Estereoradián	sr	

¿Son importantes las unidades de medida?

El 23 de setiembre de 1999 la sonda Mars Climate Orbiter de los EE.UU. desaparece mientras orbita el planeta Marte minutos después de haberse realizado una corrección de órbita desde el control de misión en Tierra. El desconcertante suceso se confirma al no poder re establecerse contacto con la misma luego de haberse ocultado transitoriamente tras el planeta mientras completaba una nueva órbita.

La sonda había sido lanzada en diciembre de 1998 por la NASA con el propósito de obtener información sobre el clima de Marte a un costo de 125 millones de dólares.

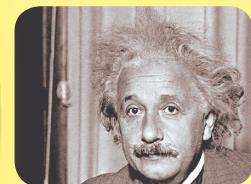
Además, debía proporcionar información y servir de estación de comunicaciones para apoyar la aproximación y el «aterrizaje» en Marte, en diciembre próximo, de la misión Mars Polar Lander.

¿Por qué ocurrió el desastre?

Un comunicado conjunto del Laboratorio de Propulsión a Chorro y de la corporación Lockheed Martin Astronautics de Denver, encargados de programar los sistemas de navegación y de diseñar y construir la sonda espacial, respectivamente, identifican como causa probable del fatal error de navegación,

a la utilización por parte del control de misión; de unidades de medidas anglosajonas (pies, millas, libras, ...) en vez de unidades de medidas métricas decimales (metros, kilómetros, kilogramos, ...); según fuera estipulado por el fabricante. La causa principal del contratiempo fue achacada a una tabla de calibración del propulsor, en la que se usaron unidades del sistema británico en lugar de unidades métricas. El software para la navegación celeste en el Laboratorio de Propulsión del Chorro esperaba que los datos del impulso del propulsor estuvieran expresados en newton por segundo, pero Lockheed Martin Astronautics en Denver, que construyó el Orbiter, dio los valores en libras de fuerza por segundo, y el impulso fue interpretado como aproximadamente la cuarta parte de su valor real. Dando como resultado que, en lugar de pasar a 150 kilómetros de altura en el momento de encender el motor para entrar en órbita, el Orbiter se adentró hasta 60 kilómetros de la superficie, es decir, 25.000 metros más bajo que la altura mínima segura. La gravedad de la falla, según admitió oficialmente el director del Proyecto Richard Cook, se basa en la incapacidad de no haber podido detectar y corregir el error luego de más de 8 meses (de navegación pasiva) por lo cual se ha iniciado una profunda investigación.

Esta es tan sólo una muestra de la gran importancia que tiene el uso correcto de las unidades de medida. No es lo mismo utilizar un sistema de unidades que otro. Lamentablemente, se perdió también el ingenio espacial compañero «Mars Polar Lander», debido a causas desconocidas, el 3 de diciembre del mismo año.



ECUACIONES DIMENSIONALES

Son expresiones matemáticas que nos relacionan a las magnitudes derivadas con las magnitudes fundamentales.

Notación:

[A]

Se lee: Ecuación dimensional de «A»

REGLAS

1. La adición o sustracción no se aplican a las magnitudes físicas.
 - $L^3 + L^3 = L^3$
 - $M^2 + M^2 = M^2$
2. Las funciones trigonométricas, los ángulos, las funciones logarítmicas y en general cualquier número se considera adimensional, siendo su dimensión igual a la unidad.
 - $[7] = 1$
 - $[45^\circ] = 1$
 - $[\pi] = 1$
 - $[\sin 126^\circ] = 1$



PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD

Si una ecuación es dimensionalmente correcta, todos los términos de la ecuación son dimensionalmente homogéneos.

$$A + B = C - D \Rightarrow [A] = [B] = [C] = [D]$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determina la fórmula dimensional de «X».

$$X = \frac{\text{Densidad} \times \text{Velocidad}}{\text{Fuerza}}$$

Resolución:

Hallando las dimensiones de las magnitudes:

$$[X] = \left[\frac{\text{Densidad} \times \text{Velocidad}}{\text{Fuerza}} \right]$$

$$\Rightarrow [X] = \frac{[\text{Densidad}] \times [\text{Velocidad}]}{[\text{Fuerza}]}$$

Donde: $[\text{Densidad}] = ML^{-3}$;
 $[\text{Velocidad}] = LT^{-1}$;
 $[\text{Fuerza}] = MLT^{-2}$

$$\Rightarrow [X] = \frac{ML^{-3} \times LT^{-1}}{MLT^{-2}}$$

$$\Rightarrow [X] = L^3T$$

2. Si la ecuación $P = Q + RD$ es dimensionalmente correcta; determina $[R]$ si:

P = presión; D = densidad

Resolución:

Aplicando el principio de homogeneidad.

$$\Rightarrow [P] = [Q] = [RD]$$

$$\Rightarrow [P] = [RD] \Rightarrow [P] = [R][D]$$

donde:

$$[P] = ML^{-1}T^{-2}; [D] = ML^{-3}$$

$$\Rightarrow ML^{-1}T^{-2} = [R] \cdot ML^{-3}$$

$$\Rightarrow [R] = L^2T^{-2}$$

3. Si la ecuación $I = W - \frac{F}{Z}$ es dimensionalmente correcta, determina $[Z]$, si:

I = volumen; F = fuerza

Resolución:

Por principio de homogeneidad:

$$[I] = [W] - \left[\frac{F}{Z} \right]$$

$$[I] = \left[\frac{F}{Z} \right] \Rightarrow L^3 = \frac{MLT^{-2}}{[Z]}$$

$$\Rightarrow [Z] = ML^{-2}T^{-2}$$

4. Si la siguiente fórmula $E = mV^x$ es dimensionalmente correcta, determina x ; si:
 E = energía; m = masa;
 v = velocidad

Resolución:

$$[E] = [mV^x] = [m][v]^x$$

$$ML^2T^{-2} = M \cdot (LT^{-1})^x$$

$$L^2T^{-2} = L^xT^{-x} \Rightarrow x = 2$$

5. Si la siguiente fórmula;
 $M \cdot F = aR^6D^x$ es dimensionalmente correcta; determina X si:

M = masa; F = fuerza;
 R = longitud; D = densidad;
 a = aceleración

Resolución:

$$\begin{matrix} [MF] & = [aR^6D^x] \\ [M] [F] & = [a] [R]^6 [D]^x \end{matrix}$$

$$M \cdot MLT^{-2} = LT^{-2} \cdot L^6 (ML^{-3})^x$$

$$M^2LT^{-2} = L^7T^{-2} M^x L^{-3x}$$

$$M^2LT^{-2} = M^x L^{7-3x} T^{-2}$$

$$\Rightarrow x = 2$$



Resolviendo en clase

1 En la siguiente fórmula física:

$PK = mgh$; donde P = potencia; m = masa y
 g = aceleración de la gravedad; h = altura.

¿Qué magnitud representa K ?

Resolución:

Rpta:

2 Halla la ecuación dimensional de « S » en:

$$S = 10^{\text{tg}60^\circ} \cdot \text{Presión}^{\text{tg}45^\circ} \\ \text{Área}^{\text{sen}30^\circ}$$

Resolución:

Rpta:

3

En la siguiente fórmula física correcta, ¿qué magnitud representa « k »?

$$K = \frac{F \cdot D}{4E}$$

F = fuerza
D = distancia
E = energía

Resolución:

Rpta:

4

Si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta, determina [x] y [a]:

$$x = A\pi^{at^2} \cdot \sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$$

donde : A = área; t = tiempo;
 α = ángulo; $\pi = 3,14$

Resolución:

Rpta:



- 5** ¿Cuáles son las dimensiones y unidades de «k» en el S.I.?

$$k = E \frac{(t_1 + t_2)^2}{v}$$

donde : **E** = energía;
t₁ y **t₂** = tiempo;
v = velocidad

Resolución:

Rpta:

- 6** En la expresión dimensionalmente correcta $v = \text{velocidad}$, halla [B].

$$\sqrt{A + B^2 + C^3} = \frac{A \cdot V \cdot \log 20}{\sqrt[3]{B + D}}$$

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Determina la dimensión de α para que la ecuación sea dimensionalmente homogénea: $(\alpha P)^2 + BF = \pi$

donde: **P** = potencia;
F = fuerza;
 $\pi = 3,14$

8. Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea, hallar $x + y$

$$\frac{F}{a^2} = K \cdot A^x B^y$$

donde: **F** = fuerza;
K = constante;
B = frecuencia;
a = área;
A = densidad

9. Dada la ecuación con correcta expresión dimensional, halla [y]

$$B \cdot \log A = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi A V}{y B \cos 60^\circ} \right)$$

donde: **V** = velocidad

10. Halla la ecuación dimensional de «C» en la expresión:

$$P = P_o \left[e^{-\frac{mV^2}{2CE}} - 1 \right]$$

Donde: **V** = velocidad;
m = masa;
E = energía;
e = temperatura;
P_o = potencia.

11. La forma final de la ley de la gravitación universal para la fuerza entre dos partículas de masa «m₁» y «m₂» separadas en «r» está dada por:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Encuentra [G]

12. Si la ecuación escrita es homogénea y contiene volúmenes (v₁; v₂), masa (M), trabajos (w₁; w₂) y aceleración (a), encuentra [y].

$$(w_1 - w_2) a = \left(\frac{(v_1 - v_2) M}{y \log x} \right)$$



Para reforzar

1. En un resorte ideal se verifica que $F = kx$, donde F = fuerza y x= deformación (distancia). Halla [k].

a) M b) L^2 c) T^{-1}
d) LT e) MT^{-2}

2. Halla la ecuación dimensional de «A» si:

$$A = \frac{\text{densidad} \cdot \text{volumen}}{\sqrt{10 \log 100 \cdot \text{área}}}$$

a) $M^{1/2}L^{-2}$ b) ML c) LT
d) $M^{1/2}L^2$ e) MLT

3. En la siguiente ecuación dimensional homogénea se tiene que $x = d \sin(abx)$, donde $[x] = L$ y $[a] = T$. ¿Cuáles son las dimensiones de «b»?

a) T^{-1} b) L^{-1} c) LT
d) $L^{-1}T^{-1}$ e) L^2T

4. Halla la ecuación dimensional de «Q» en:

$$Q = \frac{\text{energía} \cdot \text{aceleración}}{\text{trabajo} \cdot \text{velocidad}}$$

a) LT b) T c) T^{-1}
d) L e) 1

5. En la siguiente fórmula física correcta, ¿qué magnitud representa «A»?

$$A = \frac{m \cdot a \cdot L}{10 P}$$

Donde: m = masa; a = aceleración; L = longitud; P = potencia

a) Fuerza b) Tiempo
c) Masa e) Adimensional
d) Longitud

6. En la siguiente fórmula física: $E = AV^2 + BP$ donde: E = energía; P = presión; V = velocidad Determina qué magnitud representa A/B

a) Longitud b) Caudal c) Presión
d) Densidad e) Volumen

7. De la siguiente ecuación dimensionalmente correcta, determina [x] e [y]. $V = x \cdot t + y \cdot a$ donde: V = velocidad; t = tiempo; a = aceleración

a) $L \cdot T$ b) $LT^{-1} \cdot L$ c) $LT^{-1} \cdot T$
d) $LT^{-2} \cdot T$ e) $L^{-1}T^2 \cdot T$

8. Si $P + \alpha V^2 + \beta h/3 = k$ es dimensionalmente correcta, halla $[\alpha/\beta]$.

donde: P = presión; V = velocidad; h = altura

a) $L^{-2}T^{-2}$ b) L^2T^2 c) LT
d) LT^{-2} e) $L^{-1}T^2$

9. La siguiente fórmula física es dimensionalmente correcta y homogénea: $E = AW^2 + BV^2 + CP$ donde: E = energía W = velocidad angular V = velocidad lineal P = presión

Halla $\left[\frac{BC}{A} \right]$

a) LM^{-1} b) L c) M
d) LM^2T^{-1} e) LM

10. En la siguiente ecuación dimensional, calcular las dimensiones de b/ac

$$V = \frac{a}{t^3} + \frac{b+h}{c}$$

siendo : V = volumen;
t = tiempo;
h = altura

a) LT^{-3} b) T^3 c) T^{-1}
d) T^{-3} e) L^2

11. ¿Cuál será la dimensión de «x» para que la expresión sea dimensionalmente correcta?

$$x = \frac{w}{m(b^2 + h^2)}$$

donde: w = trabajo; m = masa; h = altura.

a) L^2 b) M^2 c) MT^{-2}
d) T^{-2} e) ML^2

12. A partir de la fórmula mostrada determina $[x \cdot y \cdot z]$, de tal manera que la fórmula sea dimensionalmente correcta:

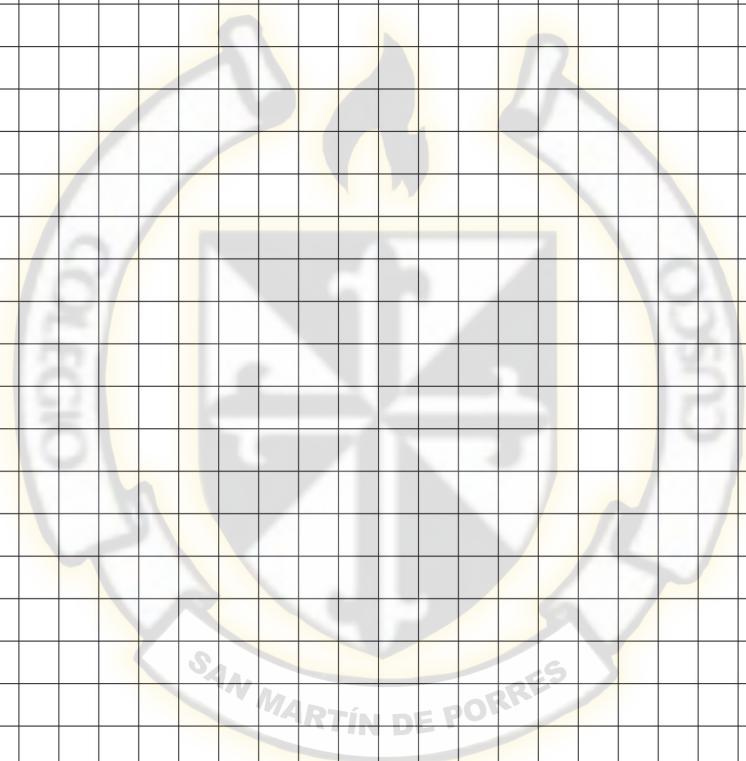
$$y = \frac{wx^2 + Vd}{\sqrt{A - z^2}}$$

donde: w = velocidad angular; d = distancia; A = área; V = velocidad.

a) L^4T b) L^4T^{-1} c) L^3T^{-1}
d) L^4T^{-2} e) L^3T



 **Hoja de Práctica**





CAPÍTULO

2

Física

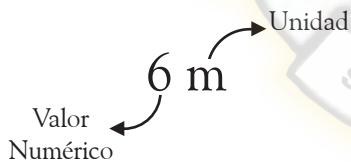
Análisis Vectorial

«Nada es estático, todo fluye».

Heráclito

Un coche que se mueve a lo largo de una carretera, viaja siguiendo una trayectoria prefijada, pero existen algunos movimientos en la naturaleza para los cuales el camino o carretera no está fijado de antemano. Si conduces una canoa en un lago, piloteas un avión o se te pide hallar el movimiento de un satélite que se mueve en el cielo, estás ante una nueva situación. No hay carreteras o caminos en la superficie del lago o en el espacio. Te preguntarás, ¿qué se puede usar, además de números y unidades, para orientarme? la respuesta es: el vector, y las magnitudes físicas que lo necesitan se llaman Magnitudes Vectoriales.

Si preguntamos por la longitud de un objeto nos bastaría responder simplemente con un valor numérico y su respectiva unidad. Así por ejemplo:



Pero si preguntamos a alguien donde está la comisaría y nos responde que está a 9 cuadras de distancia, probablemente seguiremos preguntando hasta que nos aclaren la dirección a seguir (¿Hacia donde?). Por lo tanto distinguiremos 2 tipos de magnitudes.

MAGNITUD ESCALAR

Es aquel tipo de magnitud que queda totalmente representada con un número y su respectiva unidad.

Ejemplo :



MAGNITUD VECTORIAL

Es aquel tipo de magnitud que posee dirección, por lo tanto para representarla usamos vectores.

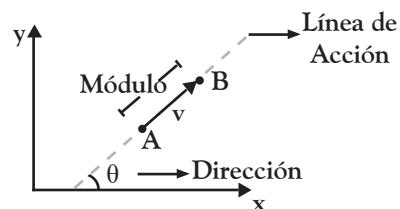
Ejemplo :



VECTOR

Es un elemento matemático que sirve para representar las magnitudes de tipo vectorial.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

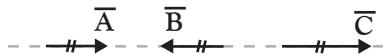


ELEMENTOS DE UN VECTOR

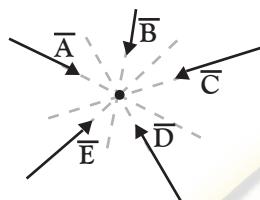
- Módulo : es el valor que representa al vector.
- Dirección : es la orientación que tiene el vector. Está dado por el ángulo que hace el eje positivo con el vector en sentido antihorario.

**REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA**Vector : $\overline{V} = \overline{AB}$ Módulo: $|\overline{V}| = |\overline{AB}| = V$ **TIPOS DE VECTORES**

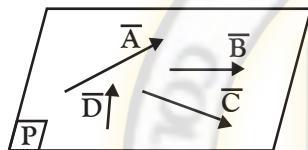
1. Vectores Colineales



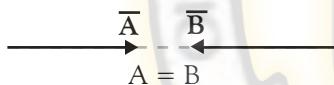
2. Vectores Concurrentes



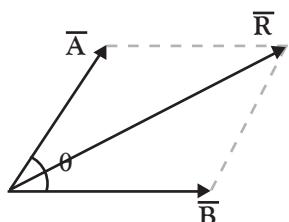
3. Vectores Coplanares



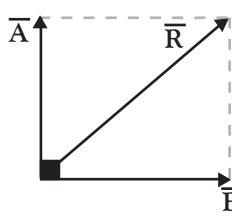
4. Vectores Opuestos

**OPERACIONES CON VECTORES****A. ADICIÓN DE VECTORES:**

1. Método del paralelogramo

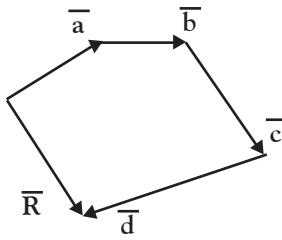


$$|\overline{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

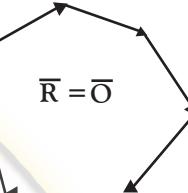
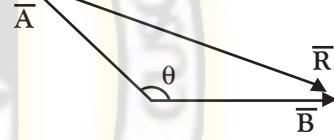
Caso Particular: Si $\overline{A} \perp \overline{B}$ 

$$|\overline{R}| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

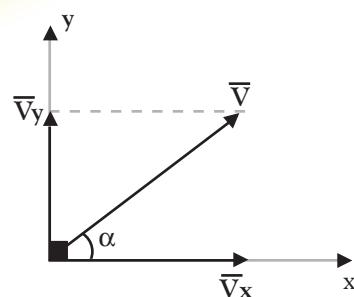
2. Método del polígono



$$\overline{R} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + \overline{d}$$

Caso Particular:
Polígono Cerrado**B. SUSTRACCIÓN DE VECTORES:**

$$|\overline{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

C. DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR

Donde :

$$\overline{V}_x = \overline{V}\cos\alpha$$

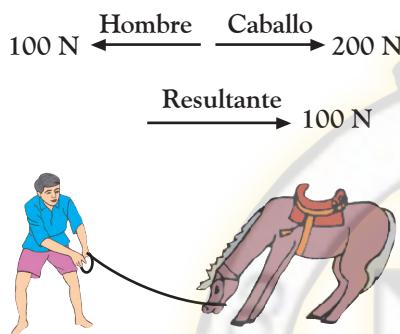
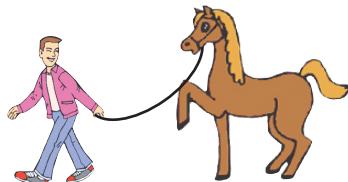
$$\overline{V}_y = \overline{V}\sin\alpha$$

$$|\overline{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$



FUERZA ES UN VECTOR

$$\begin{array}{l}
 \text{Hombre} \rightarrow 100 \text{ N} \\
 + \text{Caballo} \rightarrow 200 \text{ N} \\
 = \text{Resultante} \rightarrow 300 \text{ N}
 \end{array}$$

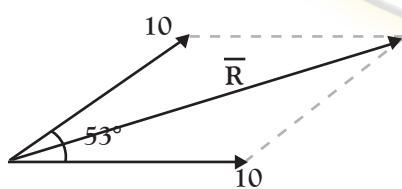


La resultante de dos fuerzas depende tanto de la dirección de éstas, como de sus magnitudes.

EJERCICIOS RESUELTOS

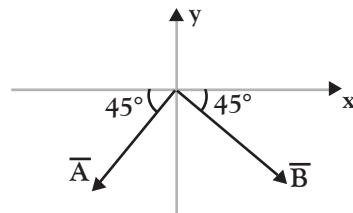
1. Se tienen dos vectores cuyo módulo es igual a 10 y además el ángulo entre los 2 vectores es 53° . Hallar el valor de su resultante.

Resolución:



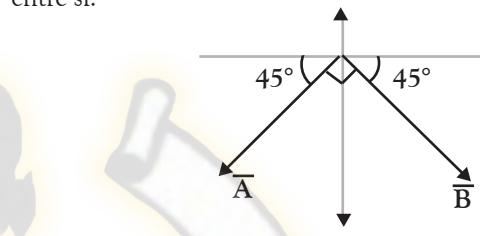
$$\begin{aligned}
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 53^\circ} \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{100 + 100 + 2 \cdot 100 \cdot \frac{3}{5}} \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{200 + 120} \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{320} \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= 8\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

2. Encuentra la magnitud del vector $\bar{A} + \bar{B}$ sabiendo que $|\bar{A}| = 5$ y $|\bar{B}| = 8$.



Resolución:

Observamos que los vectores A y B son perpendiculares entre sí:

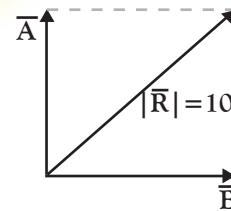


$$\begin{aligned}
 \Rightarrow |\bar{R}| &= |\bar{A} + \bar{B}| \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{A^2 + B^2} \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{5^2 + 8^2} \\
 \Rightarrow |\bar{R}| &= \sqrt{89}
 \end{aligned}$$

3. El módulo de la resultante de dos vectores perpendiculares es 10 y cuando forman 120° es $2\sqrt{3}$. Halla el módulo del mayor de ellos.

Resolución:

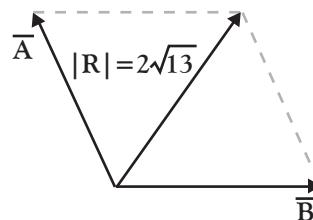
Primer caso : Cuando son perpendiculares.



$$|\bar{A}|^2 + |\bar{B}|^2 = 10^2$$

$$|\bar{A}|^2 + |\bar{B}|^2 = 100 \dots (1)$$

Segundo caso : Cuando forman 120° .





$$|\bar{R}|^2 = |\bar{A}|^2 + |\bar{B}|^2 + 2|\bar{A}||\bar{B}|\cos 120^\circ$$

$$(2\sqrt{13})^2 = 100 + 2|\bar{A}||\bar{B}| \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$52 = 100 - |\bar{A}||\bar{B}|$$

$$\Rightarrow |A||B| = 48 \dots (2)$$

Y tomando en consideración el producto notable:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

y colocando: $a = |\bar{A}|$ y $b = |\bar{B}|$

$$\Rightarrow (|\bar{A}| + |\bar{B}|)^2$$

$$\Rightarrow |\bar{A}|^2 + |\bar{B}|^2 + 2|\bar{A}||\bar{B}|$$

$$100 + 2 \times 48$$

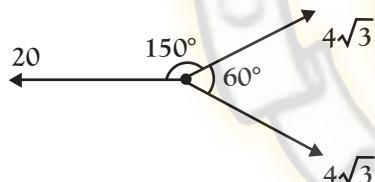
$$\Rightarrow (|\bar{A}| + |\bar{B}|)^2 = 196$$

$$\Rightarrow |\bar{A}| + |\bar{B}| = 14 \dots (3)$$

De (1), (2) y (3) tenemos que:

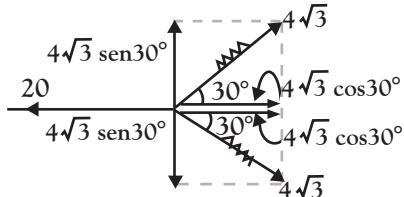
$$|\bar{A}| = 8 \quad \text{y} \quad |\bar{B}| = 6$$

4. Determina el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



Resolución:

Descomponemos los vectores cuyo módulo es $4\sqrt{3}$.



Y ahora hallando la resultante horizontal (R_x) y la resultante vertical (R_y):

$$\Rightarrow \bar{R}_x = 20 - 4\sqrt{3}\cos 30^\circ - 4\sqrt{3}\cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow \bar{R}_x = 20 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_x = 8 (\leftarrow)$$

$$\Rightarrow \bar{R}_y = 4\sqrt{3}\sin 30^\circ - 4\sqrt{3}\sin 30^\circ$$

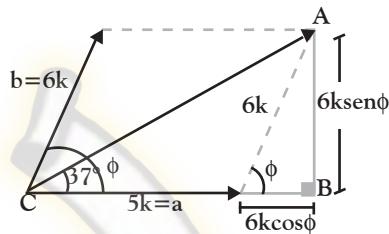
$$\Rightarrow \bar{R}_y = 0$$

$$\Rightarrow |\bar{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8^2}$$

$$\Rightarrow |\bar{R}| = 8$$

5. Dos vectores tienen sus módulos en la relación de 5 a 6. La resultante de los dos forman 37° con el de menor módulo. ¿Qué ángulo forman los vectores concurrentes?

Resolución:



Sean los vectores a y b y la relación entre sus módulo es:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{6} \quad a = 5k \quad b = 6k$$

Del gráfico, en el triángulo ABC.

$$\tan 37^\circ = \frac{6k \sin \phi}{5k + 6k \cos \phi} = \frac{6 \sin \phi}{5 + 6 \cos \phi}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6 \sin \phi}{5 + 6 \cos \phi}$$

$$\Rightarrow 3(5 + 6 \cos \phi) = 4(6 \sin \phi)$$

$$\Rightarrow 5 + 6 \cos \phi = 8 \sin \phi$$

$$\Rightarrow 8 \sin \phi - 6 \cos \phi = 5$$

Multiplicamos por $(\frac{1}{10})$

$$\Rightarrow \frac{8}{10} \sin \phi - \frac{6}{10} \cos \phi = \frac{5}{10}$$

$$\underbrace{\Rightarrow \cos 37^\circ \cdot \sin \phi - \sin 37^\circ \cdot \cos \phi}_{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{5}{10}$$

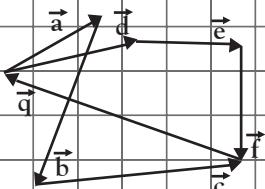
$$\Rightarrow \sin(\phi - 37^\circ) = \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \phi - 37^\circ = 30^\circ \Rightarrow \phi = 67^\circ$$



5

En el siguiente caso halla el vector resultante

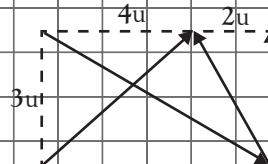


Resolución:

Rpta:

6

Halla el módulo de la resultante de los vectores mostrados en la figura.

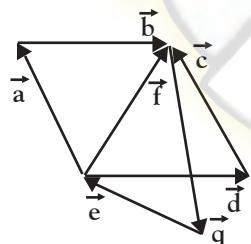


Resolución:

Rpta:

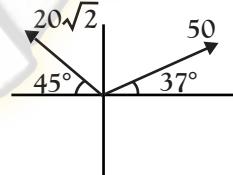
Ahora en tu cuaderno

En el siguiente caso halla el vector resultante



Resolución:

Halla el módulo de la resultante de los vectores mostrados.

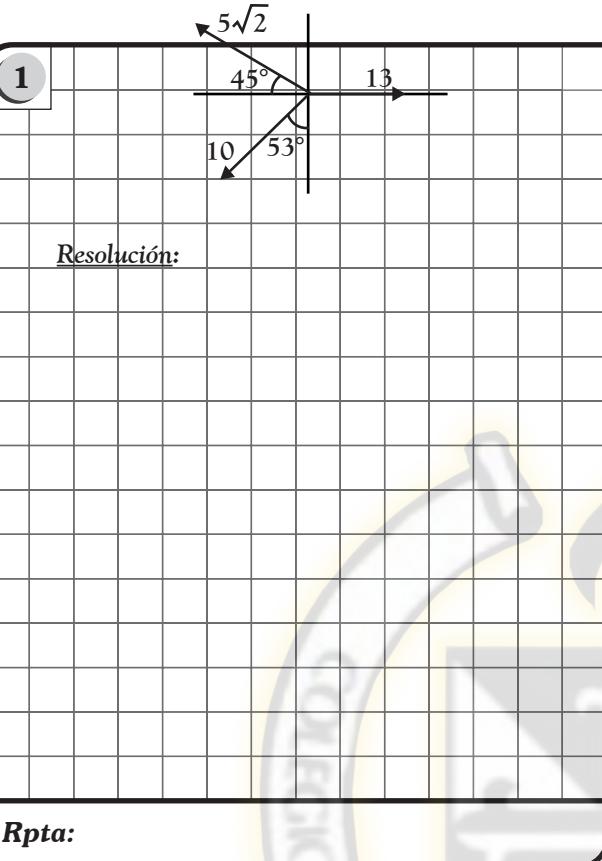


Resolución:



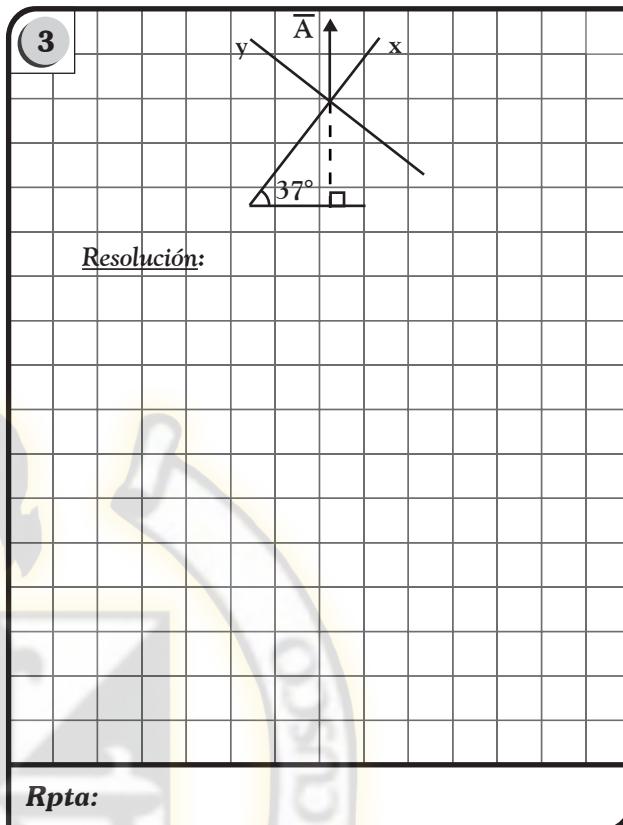
Resuelve en clase

Halla el módulo de la resultante.

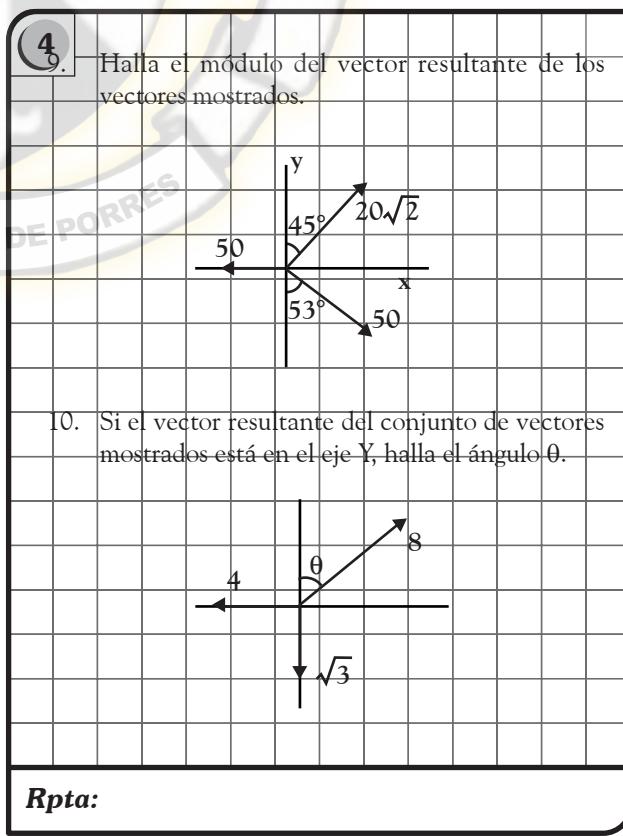
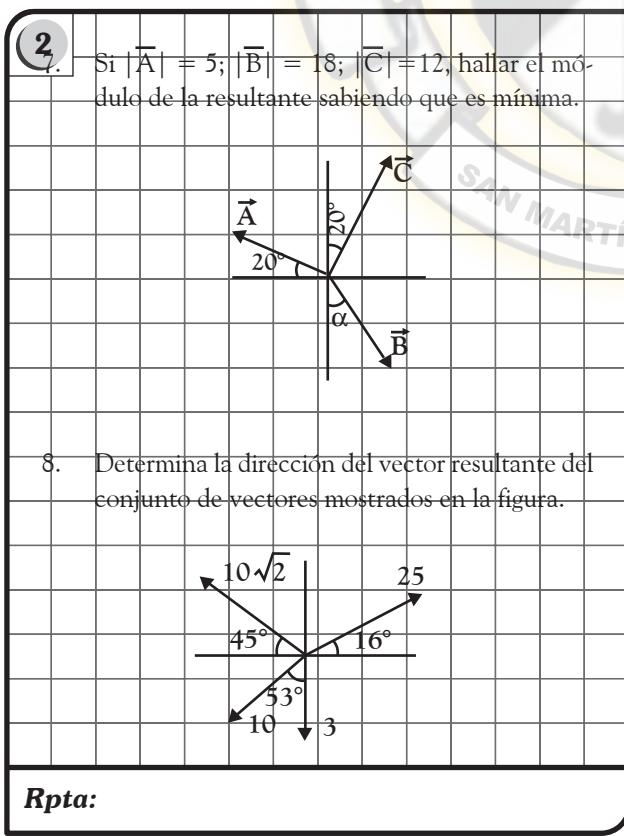


Rpta:

Determina los componentes del vector \bar{A} ($|\bar{A}|=10\text{N}$).

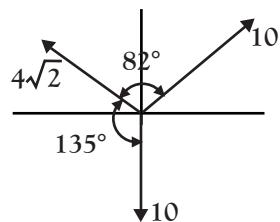


Rpta:



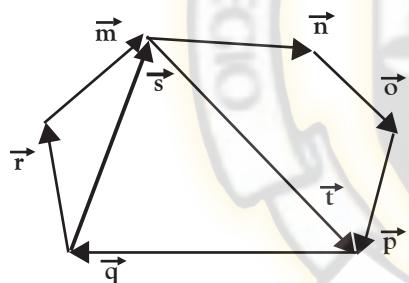


11. Determina el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



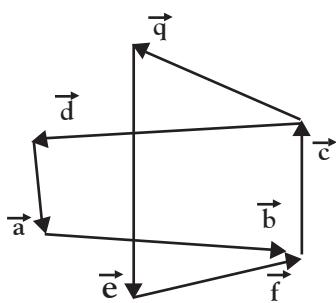
En los siguientes casos halla el vector resultante.

1.



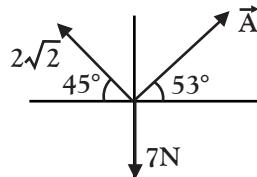
- a) $2\vec{q}$
b) $-\vec{q}$
c) \vec{t}
d) 0
e) $-2\vec{q}$

2.

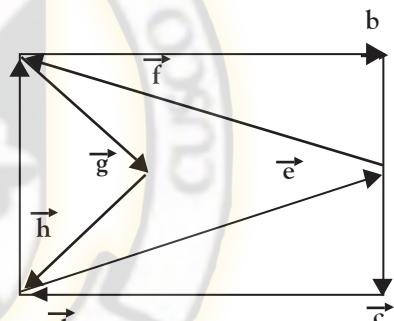


- a) $-\vec{c}$
b) \vec{e}
c) \vec{c}
d) $-\vec{e}$
e) $2\vec{c}$

12. Determina el módulo del vector \vec{A} mostrado si el vector resultante forma 37° con el semieje positivo de las «X».

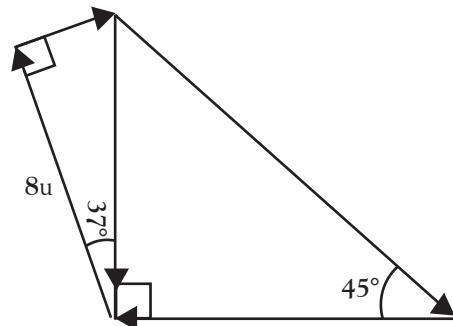


3.



- a) \vec{f}
b) $2\vec{a}$
c) $-\vec{a}$
d) $-2\vec{a}$
e) 0

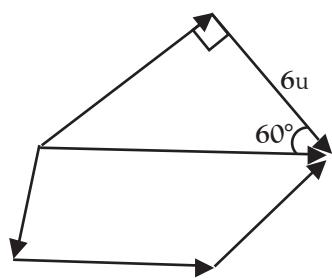
4.



- a) 30 u
b) 8 u
c) 5 u
d) 20 u
e) 10 u

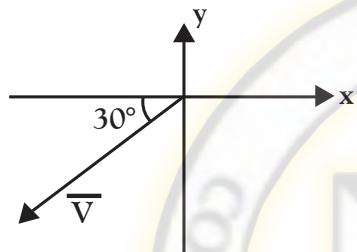


5.



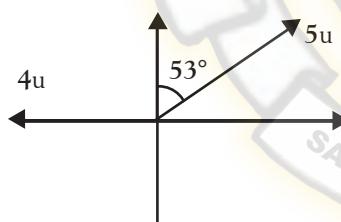
- a) 24 u b) 12 u c) $6\sqrt{3}$ u
d) 6 u e) 36 u

6. El módulo de \overline{V} es 100N. Halla el módulo de su componente en el eje de las ordenadas.



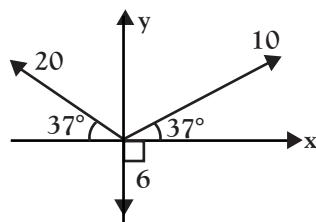
- a) 50 N b) $50\sqrt{3}$ N c) $60\sqrt{3}$ N
d) 80 N e) 90 N

7. Halla el módulo de la resultante de los vectores.



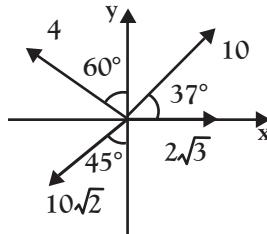
- a) 5 u b) 4 u c) 2 u
d) 3 u e) 9 u

8. Halla el módulo de la resultante.



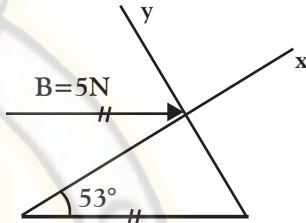
- a) 13 b) $26\sqrt{2}$ c) $39\sqrt{2}$
d) $52\sqrt{2}$ e) 12

9. Halla el módulo del vector resultante de los vectores mostrados.



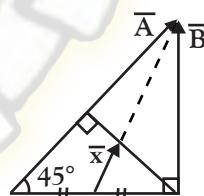
- a) $2\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) 4
d) 10 e) $2\sqrt{3}$

10. Descompón el vector B sobre los ejes perpendiculares de la figura.



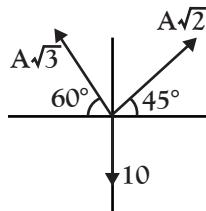
- a) $B_x = 4$ N; b) $B_x = 3$ N; c) $B_x = 4$ N;
 $B_y = 5$ N $B_y = -4$ N $B_y = 3$ N
d) $B_x = 5$ N; e) $B_x = 3$ N;
 $B_y = 3$ N $B_y = 5$ N

11. Halla x en función de \overline{A} y \overline{B} .



- a) $(\overline{A} + \overline{B})/6$ b) $(\overline{A} - \overline{B})/6$ c) $(2\overline{A} + \overline{B})/6$
d) $(2\overline{A} - \overline{B})/6$ e) $(\overline{A} + \overline{B})/3$

12. Halla el valor de A para que el vector resultante esté sobre el eje «X».



- a) 6 b) 5 c) 4
d) 3 e) 2



CAPÍTULO

3

Física

Características Físicas del Movimiento Mecánico

INTRODUCCIÓN

Al observar el vuelo de un pájaro, una persona caminando, un auto desplazándose o simplemente ver la caída de las hojas de un árbol, nos damos cuenta que estamos rodeados de movimiento y podríamos ir más allá, porque sabemos del movimiento de la Tierra, de los planetas y aun del mismo sol que en conjunto se mueven entorno al centro de la galaxia (Vía Láctea). En un nivel microscópico tenemos el movimiento molecular, el de los electrones alrededor del núcleo. Éste y otros ejemplos más nos hacen notar la importancia que tiene el fenómeno más fundamental y obvio que observamos alrededor nuestro, el **MOVIMIENTO**. El movimiento es una forma de existencia de la materia, pero en estas clases estudiaremos una forma de movimiento: «**El Movimiento Mecánico**».

EL MOVIMIENTO MECÁNICO

Es el cambio de posición que experimenta un cuerpo o una partícula a través del tiempo respecto a un sistema de referencia, el cual se considera fijo.



Para el futbolista, la pelota se move porque cambia de posición con respecto a él.

ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO MECÁNICO

a) Sistema de Referencia

Es un conjunto conformado por un observador, al cual se le asocia un sistema de ejes coordenados y un sistema temporal (reloj) que nos permite describir y analizar el fenómeno del movimiento mecánico.

b) Móvil

Es aquel cuerpo o partícula que está en movimiento mecánico.

c) Posición (\mathbf{r})

Es una magnitud vectorial que se encarga de ubicar al móvil respecto al sistema de referencia en cada instante.

d) Trayectoria

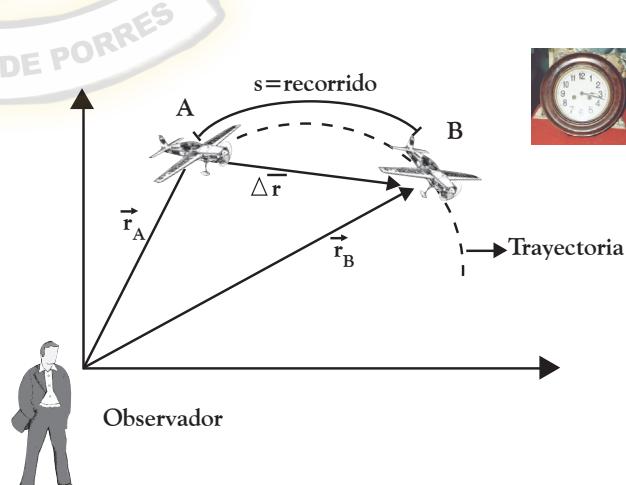
Es la ruta que ha empleado el móvil. A la longitud de la trayectoria se le denomina recorrido (s).

e) Desplazamiento ($\Delta \mathbf{r}$)

Es aquella magnitud física vectorial que expresa el cambio de posición que experimenta el móvil. Al módulo del desplazamiento se le denomina distancia (d).

f) Intervalo de tiempo (t)

Es el tiempo que se requiere para llevarse a cabo un evento determinado.



MEDIDAS DEL MOVIMIENTO MECÁNICO

1) Velocidad ($\bar{\mathbf{v}}$)

Magnitud vectorial que nos expresa la rapidez con la que cambia de posición una partícula en movimiento.



2) Velocidad Media(V_m)

Es la relación que existe entre el vector desplazamiento y el tiempo empleado en el cambio de posición.

$$V_m = \frac{\Delta r}{t}$$

Nota

Para convertir una velocidad de km/h a m/s se utiliza:

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{5}{18} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3) Rapidez Instantánea

Es la rapidez que se tiene en cualquier instante.



4) Rapidez Promedio (V_p)

Es la relación que existe entre la longitud recorrida por un móvil y el intervalo de tiempo empleado.

$$V_p = \frac{s}{t}$$

Observación



CLASIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO

a) Por su trayectoria

- 1. Rectilíneo
- 2. Curvilíneo
 - Circular
 - Parabólico
 - Elíptico

b) Por su rapidez

- 1. Uniforme : Velocidad constante
- 2. Variado : Velocidad variable

El movimiento es relativo

Un objeto puede estar moviéndose para un observador pero no para otro observador. Si cerca de nosotros pasa un automóvil, al ver que se aleja diremos que se mueve, pero el piloto ve que el automóvil siempre está junto a él, luego para el piloto el automóvil estará en reposo relativo.



El automóvil se mueve con relación al observador (O); pero, está en reposo con respecto al piloto (P).

UNIDAD DE MEDICIÓN

La velocidad en el S.I. se expresa en:

$$\frac{\text{metros}}{\text{segundo}} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

Importante

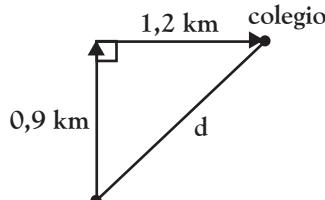
Al módulo de la velocidad se le conoce como «rapidez».



EJERCICIOS RESUELTOS

1. Un alumno sale de su casa dirigiéndose 0,9 km al norte, para luego recorrer 1,2 km hacia el este, llegando a su colegio. ¿Cuál es la distancia desde la casa del alumno hasta su colegio?

Resolución:



Del gráfico, para hallar la distancia, hacemos:

$$d^2 = (0,9)^2 + (1,2)^2 \\ d = 1,5 \text{ km}$$

2. Durante el primer tiempo de un partido de fútbol, los suplentes han corrido a lo largo de la cancha, cuya longitud es de 80m. Si han vuelto 4 veces al punto de partida, ¿cuánto se ha desplazado y cuál fue el recorrido realizado?

Resolución:

- Ya que los suplentes regresan al punto de partida, entonces:

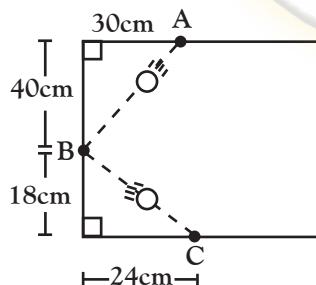
La posición inicial = la posición final
Por tanto el desplazamiento es cero.

- Hallando el recorrido

Tenemos que en una vuelta recorre 160m.
Entonces en 4 vueltas recorrerá:

$$4 \times 160 = 640 \text{ m}$$

3. Si en un juego de billar, la esfera es lanzada en A y se detiene en C. ¿Cuál es el recorrido realizado si el trayecto es el que se muestra?



Resolución:

De «A» a «B», el recorrido es:

$$\Rightarrow R_{AB} = \sqrt{40^2 + 30^2}$$

$$\Rightarrow R_{AB} = 50 \text{ cm}$$

De «B» a «C», el recorrido es:

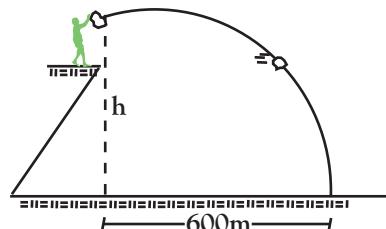
$$\Rightarrow R_{BC} = \sqrt{18^2 + 24^2}$$

$$\Rightarrow R_{BC} = 30 \text{ cm}$$

Entonces, el recorrido total es:

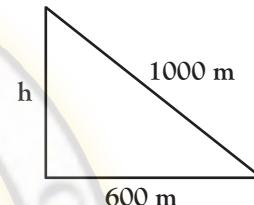
$$R_{AB} + R_{BC} = 50 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$$

4. Del gráfico, si el módulo del desplazamiento realizado es de 1000m. ¿A qué altura fue lanzada la piedra?



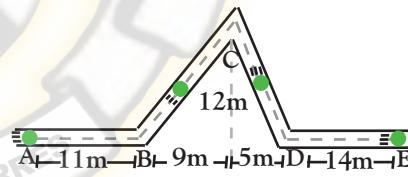
Resolución:

Del gráfico tenemos:



$$\Rightarrow h^2 = 1000^2 - 600^2 \\ \Rightarrow h = 800 \text{ m}$$

5. Una esfera se lanza desde «A», llegando hasta el punto E, ¿cuánto fue su recorrido?



Resolución:

De «A» a «B» recorrió :

$$R_{AB} = 11 \text{ m}$$

De «B» a «C» recorrió:

$$R_{BC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ m}$$

De «C» a «D» recorrió:

$$R_{CD} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ m}$$

De «D» a «E» recorrió:

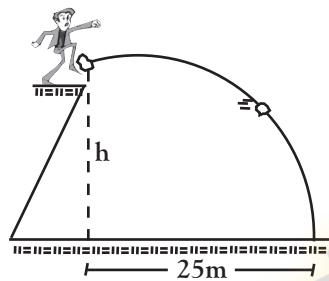
$$R_{DE} = 14 \text{ m}$$

El recorrido total:

$$R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} + R_{DE} = 53 \text{ m}$$

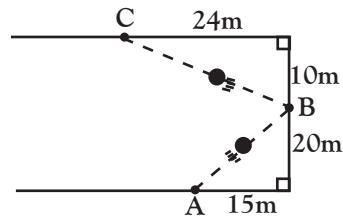


Del gráfico, se observa que el módulo del desplazamiento realizado es de 65m. ¿A qué altura fue lanzado el objeto?



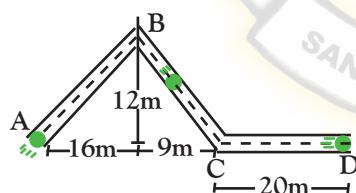
Resolución:

Del gráfico, la esfera es lanzada en «A» y se detiene en C. ¿Cuál es el recorrido realizado si el trayecto es el que se muestra?



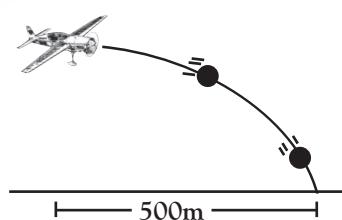
Resolución:

Una esfera se lanza de «A» llegando hasta el punto D. ¿Cuánto fue su recorrido?



Resolución:

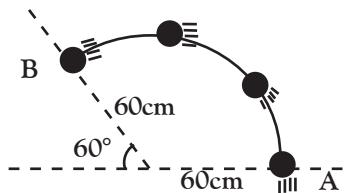
Una esfera pequeña es soltada desde un avión que vuela horizontal. Si el módulo del desplazamiento realizado es de 1300m, ¿a cuántos metros de altura se encontraba el avión en el momento de soltar la esfera?



Resolución:

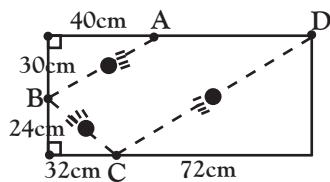


Si la partícula describe el trayecto indicado, determina el módulo del desplazamiento realizado.



Resolución:

La esfera de billar es lanzada en A y se detiene en D. ¿Cuál es el recorrido realizado si el trayecto realizado es el que se muestra en la figura.



Resolución:

Para reforzar

7. Durante un partido de vóley, la pelota es lanzada de un extremo a otro, a lo largo de la cancha, cuya longitud es de 30 m. Si ha vuelto 5 veces al punto de partida, ¿cuánto fue su recorrido?

8. La posición de un móvil que viaja con movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación:

$$X = (2t^2 - t + 4) \hat{i}$$

Determina la magnitud de la velocidad media desde $t=2$ s hasta $t=4$ s.

9. En la ecuación paramétrica de una partícula viene expresada por la ecuación:

$$X = (t^2 + 2t - 3) \hat{i}$$

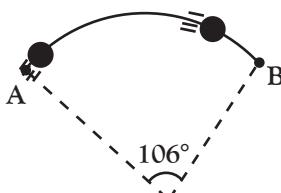
Halla el módulo de la velocidad media desde $t = 0$ s hasta $t = 2$ s.

10. Una hormiga se desplaza sobre la mesa en la que se han trazado los ejes X e Y. Inicialmente está en A(-6; 5) m, llegando finalmente a B(10; 17).

Determina el módulo del desplazamiento de la hormiga.

11. Una partícula se encuentra en la posición $\vec{r}_0 = (3\hat{i} + 4\hat{j})$ m y luego de cierto tiempo se encuentra en la posición $\vec{r}_f = (-7\hat{i} + 2\hat{j})$ m. Determina el desplazamiento realizado.

12. Una partícula recorre el arco AB cuyo radio es de 10 m. Determina el módulo del desplazamiento.

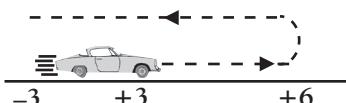


Para reforzar

1. Un caminante recorre 300 m hacia el norte y luego 400 m al oeste, su desplazamiento medirá:

a) 300 m b) 400 m c) 500 m
d) 700 m e) 1000 m

2. El móvil parte de la posición mostrada y emplea 6 s para recorrer la trayectoria.



Calcula la rapidez promedio del móvil.

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s
d) 4 m/s e) 5 m/s

3. Si Marco que estaba en «A» para llegar al punto «C» tuvo que pasar por «B», determina la distancia.

a) 11 m b) 12 m c) 13 m
d) 14 m e) 15 m

4. Una persona que se encuentra en la lancha de salvataje de la guardia costera, sale hacia una misión dirigiéndose 6 m hacia el oeste, para luego dirigirse inmediatamente 8 m al norte. ¿Qué recorrido realizó?

a) 12 m b) 14 m c) 16 m
d) 18 m e) 20 m

5. Durante los entrenamientos del actual campeón olímpico en una piscina de 50 m de longitud, éste ha vuelto 4 veces al punto de partida. ¿Cuánto fue su desplazamiento?

a) 0 i m b) $4\hat{i}$ m c) $6\hat{i}$ m
d) $-3\hat{i}$ m e) $-6\hat{i}$ m

6. Un joven va de su casa a una bodega que se encuentra a 100 m y luego regresa a su casa. Halla la distancia recorrida.

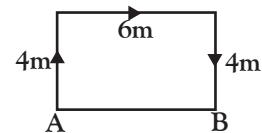
a) 50 m b) 100 m c) 200 m
d) 400 m e) 0

7. Una hormiga sigue el trayecto mostrado. Calcula el recorrido para ir de A hasta B.

a) 9π m b) 4π m c) 6π m
d) 8π m e) 10π m

8. Un móvil sigue una trayectoria mostrada. Halla el recorrido del móvil.

a) 4 m b) 6 m c) 10 m
d) 14 m e) 18 m



9. Una partícula sigue la trayectoria mostrada. Halla el módulo del desplazamiento.

a) 7 m b) 53 m c) 35 m
d) 49 m e) 67 m

10. Los vectores de posición se muestran en el diagrama. Calcula el módulo del desplazamiento del móvil entre dichos puntos.

a) 5 m b) 7 m c) 13 m
d) 15 m e) 12 m

11. La figura muestra el recorrido de una liebre que sale desde A pasa por B y C hasta llegar al punto D. ¿Qué longitud recorre la liebre? ¿A qué distancia del punto de origen se encuentra ahora la liebre?

a) 48 m, 18 m b) 35 m, 15 m c) 23 m, 12 m
d) 53 m, 13 m e) 48 m, 10 m

12. Una hormiga recorre la trayectoria mostrada desde A hasta D. Determina el recorrido y el módulo del desplazamiento.

a) 2π ; 6 m b) $(\pi+4)$; 8 m
c) $(2\pi+4)$; 8 m d) 2π ; 8 m e) $(4\pi+2)$; 6 m



CAPÍTULO

4

Física

*Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)***Mach, Ernst (1838 – 1916)**

Filósofo y científico alemán nacido en Turas (Moravia) y fallecido en Haar (Baviera). Como científico, realizó importantes aportaciones a la mecánica, la acústica, la electrología, la óptica, la termodinámica, la hidrodinámica y la psicología de la percepción. Realizó sus estudios en Viena y más tarde fue profesor de física en Graz (1864) y Praga (1867) y de historia y teoría de las ciencias inductivas en Viena (1895), contribuyó a formar el clima que haría posible el nacimiento del círculo de Viena.

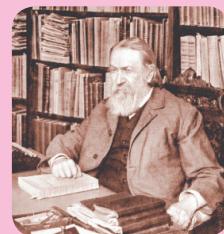
Durante la década de 1860, él descubrió el fenómeno fisiológico conocido como «bandas de Mach», que consiste en la tendencia que experimenta la vista humana al considerar como brillantes u oscuras aquellas bandas que se dan en los límites de las áreas fuertemente iluminadas.

En Praga, Mach encabezó estudios sobre la percepción cinética, la sensación asociada al movimiento y la aceleración. Entre los años 1873 y 1893, desarrolló las técnicas ópticas y fotográficas de medición y propagación de las ondas acústicas. Pero su mayor énfasis lo centró en el estudio sobre la aerodinámica para velocidades superiores a las del sonido, descubriendo la existencia del cono que lleva su nombre (una onda de presión de forma cónica que parte de los cuerpos que se mueven a velocidades superiores a la del sonido).

En 1885 obtuvo unas imágenes de un proyectil en vuelo, acompañado por un conjunto de estelas que fueron identificadas como las ondas de choque que éste provocaba al desplazarse a una velocidad supersónica. Hoy en día recibe el nombre de número de Mach a la relación entre la velocidad de un objeto y la velocidad del sonido en el medio en el que se mueve. En su obra Mecánica (1863) expuso el ahora conocido como Principio de Mach, según el cual un cuerpo carece de masa inercial si no hay presentes ninguna otra masa o cuerpo. Este principio influyó notablemente en las ideas de A. Einstein, quien las incorporó a su teoría de la relatividad. El resultado no agradó a Mach y la rechazó. También investigó en los mecanismos de la visión y la audición.

Aunque no se consideraba especialista en filosofía, las doctrinas de Mach influyeron notablemente en el nacimiento del neopositivismo.

Sus obras principales son: Historia crítica del desarrollo de la mecánica (1883), Análisis de las sensaciones (1886) y Conocimiento y error (1905).

**Algunas velocidades:**

- La velocidad de la luz en el vacío es 300 000 km/s.
- La velocidad del sonido en el aire es 340 m/s.
- Un «Mach» es la velocidad del sonido en el aire. Los aviones supersónicos vuelan a Mach 1,5 , Mach 2, o más aun.

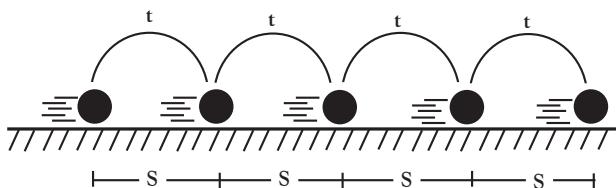
De la clase anterior, sabemos que un cuerpo se encuentra desarrollando un movimiento mecánico, cuando continuamente cambia su posición respecto de otro cuerpo, el cual es tomado como referencia. Ahora; estudiaremos el movimiento mecánico más simple, que puede describir un cuerpo, éste se denomina:

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

Es aquel movimiento rectilíneo en el cual la velocidad permanece constante.

CARACTERÍSTICAS

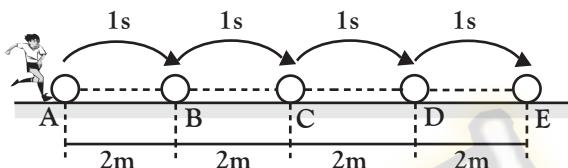
1. En tiempos iguales, el móvil recorre longitudes iguales.
2. La velocidad permanece constante en valor y dirección.
3. La longitud recorrida es directamente proporcional al tiempo empleado.



FÓRMULA DEL MRU

$$S = V \cdot t$$

Ejemplo :



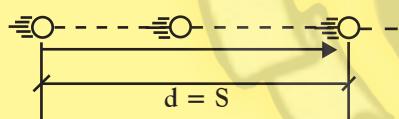
Del gráfico, nos percatamos que la esfera (móvil) describe como trayectoria una recta y que siempre está recorriendo 2m empleando 1s respecto al observador; por tanto, la esfera desarrolla un movimiento rectilíneo uniforme.



Nota

Si el móvil describe una línea recta y manteniendo la dirección de su movimiento se tiene:

$$d = S$$



UNIDADES DE VELOCIDAD

La velocidad se puede expresar en:

$$\frac{m}{s} ; \frac{km}{h} ; \frac{\text{pies}}{s} ; \frac{\text{pies}}{\text{min}}$$

Para convertir $\frac{km}{h}$ a $\frac{m}{s}$ se usa el factor de conversión:

$$\frac{5}{18}$$

Ejemplo :

Convierte $90 \frac{km}{h}$ a $\frac{m}{s}$

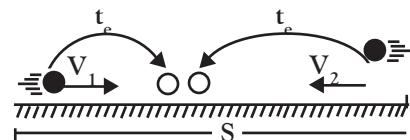
$$\text{Solución} \quad 90 \cdot \frac{5}{18} = 25$$

$$\text{Luego} \quad 90 \frac{km}{h} = 25 \frac{m}{s}$$

FÓRMULAS PARTICULARES DEL MRU

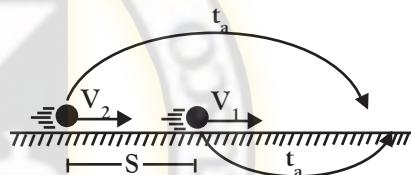
TIEMPO DE ENCUENTRO (t_e):

$$t_e = \frac{S}{V_1 + V_2}$$



TIEMPO DE ALCANCE (t_a)

$$t_a = \frac{S}{V_1 - V_2}$$

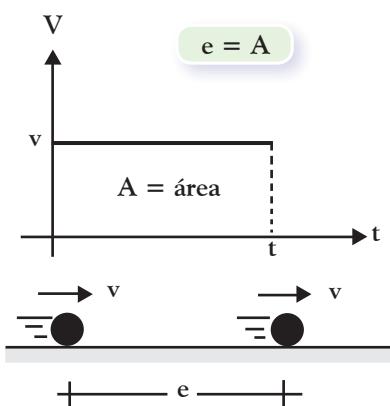


¿Qué significa que el módulo de la velocidad de un cuerpo sea de _____ m/s?

Rpta. Significa que en cada segundo el cuerpo recorre _____ m.

GRÁFICOS DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

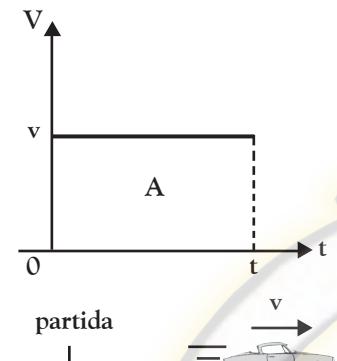
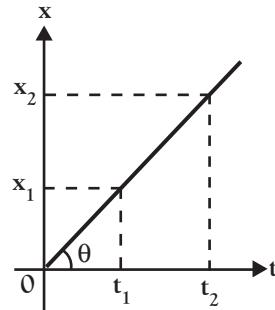
1. VELOCIDAD vs. TIEMPO





Características

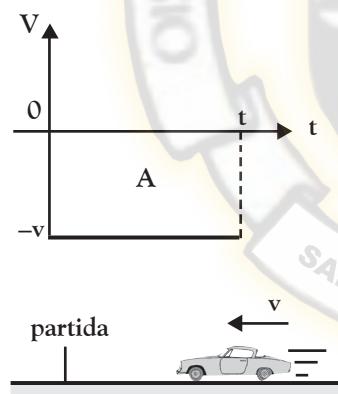
- A) La gráfica V vs. t es siempre un línea recta paralela al eje del tiempo.
- B) El área bajo la gráfica equivale al desplazamiento, qué será positivo cuando el móvil se aleja del punto de partida, y negativo si se acerca al punto de partida.
- C) El valor absoluto del área es numéricamente igual al espacio recorrido por el móvil.
 $d = \text{desplazamiento}$



$$d = A$$

$$e = |A| = +A$$

El móvil se aleja del punto de partida.



$$d = -A$$

$$e = |-A| = +A$$

El móvil se acerca del punto de partida.

El Número Mach

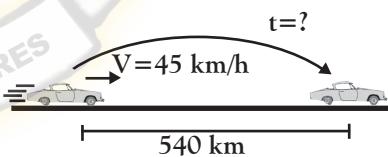
(Pronúnciese «mac»). Se define como el cociente entre la velocidad de un objeto y la velocidad del sonido en el medio en que se mueve dicho objeto. Dicha relación puede expresarse según la ecuación:
 $N \text{ mach} = v \text{ objeto} / v \text{ sonido}$

Si un objeto viaja a través de un medio, entonces su número de Mach es la razón entre la velocidad del objeto y la velocidad del sonido en ese medio. Es un número sin unidades, típicamente usado para describir la velocidad de los aviones. Mach 1 equivale a la velocidad del sonido, Mach 2 es dos veces la velocidad del sonido, etc.

EJERCICIOS RESUELTOS

- ¿Cuántas horas dura un viaje hasta una ciudad sureña ubicada a 540 km, si el bus marcha a razón de 45 km/h?

Resolución:

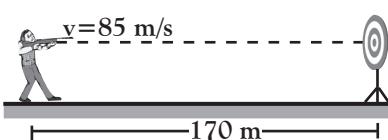


$$d = V \cdot t \Rightarrow 540 \text{ km} = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 12 \text{ horas}$$

- Un cazador se encuentra a 170 m de un «blanco» y efectúa un disparo saliendo la bala con 85 m/s (velocidad constante) ¿Después de qué tiempo impactará la bala?

Resolución:



$$d = V \cdot t \Rightarrow 170 \text{ m} = 85 \text{ m/s} \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

2. POSICIÓN vs. TIEMPO (X vs. t)

Características

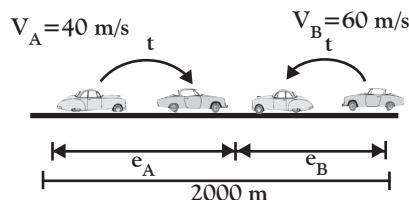
- A) La gráfica x vs.t es siempre una línea recta que no es paralela a ninguno de los ejes.
- B) El valor de la velocidad es numéricamente igual a la pendiente de la recta.

$$v = \tan \theta$$



3. Dos autos se mueven en sentidos contrarios con velocidades constantes. ¿Después de qué tiempo se encuentran si inicialmente estaban separados 2000 m? (Velocidades de los autos 40 m/s y 60 m/s)

Resolución:



$$e_A = V_A \cdot t = 40t$$

$$e_B = V_B \cdot t = 60t$$

$$\text{Sabemos que: } t_e = \frac{e}{V_A + V_B}$$

e : espacio de separación inicial.

De la figura :

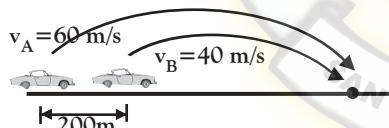
$$2000 = e_A + e_B$$

$$2000 = 40t + 60t$$

$$2000 = 100t$$

$$t = 20 \text{ s}$$

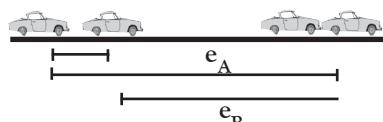
4. Dos autos que están separados 200 m se mueven en el mismo sentido con velocidades constantes de 40 m/s y 60 m/s. ¿Después de qué tiempo uno de ellos alcanza al otro?



Resolución:

$$e_A = V_A \cdot t = 60t$$

$$e_B = V_B \cdot t = 40t$$



De la figura :

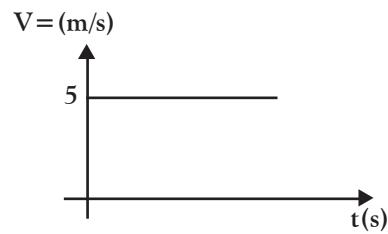
$$e_A = e_B + 200$$

$$60t = 40t + 200$$

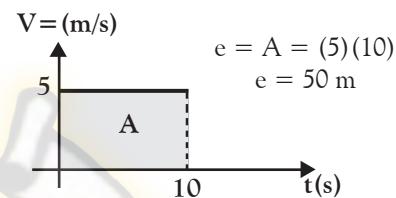
$$20t = 200$$

$$t = 10 \text{ s}$$

5. Un móvil se desplaza con MRU según el gráfico. Calcula el espacio recorrido al cabo de 10 segundos.



Resolución:



El CONCORDE es el único avión de pasajeros supersónico que opera en el mundo.

El CONCORDE es un esbelto SUPERSÓNICO ALA DELTA de 62 metros de largo, 25,5 metros de envergadura y 10 metros de altura, equipado con cuatro turbinas OLIMPUS que le proporcionan un empuje estático a nivel del mar del orden de los 70000 kg. Con una capacidad de 104 a 128 pasajeros, un peso máximo de despegue de 185000 Kg y una carga de combustible de 94465 Kg, posee una autonomía cercana a las 4 horas de vuelo siendo su alcance del orden de los 6400 kms.



¿Sabías Que...?

Las velocidades de vuelo según su número de Mach se clasifican en:

Subsónico $M < 0,7$

Transónico $0,7 < M < 1,2$

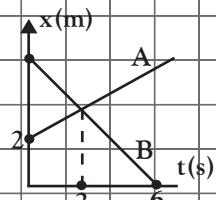
Supersónico $1,2 < M < 5$

Hipersónico $M > 5$



5

En la figura, se tiene la gráfica posición-tiempo para los móviles «A» y «B». Sabiendo que tienen la misma rapidez, determina la posición en la que se encuentran (en m).

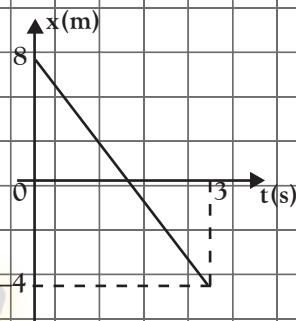


Resolución:

Rpta:

6

De la gráfica, determina en qué instante t el móvil pasa por el origen de coordenadas.

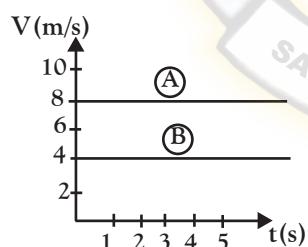


Resolución:

Rpta:

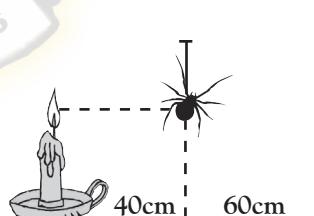
Ahora en tu cuaderno

En 4s: los móviles A y B estarán separados.
(considerando $x_0 = 0$ y $t_0 = 0$)



Resolución:

Si una araña desciende con una velocidad de 4 cm/s, determina la velocidad con que se mueve su sombra proyectada en la pared.



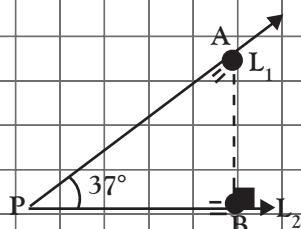
Resolución:

**Resolvendo en clase**

Por el punto «P», pasan simultáneamente dos partículas «A» y «B» describiendo trayectorias indicadas por L_1 y L_2 , de tal modo que la

1

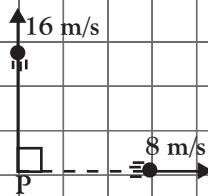
línea que las une es siempre perpendicular a la recta L_2 . Si la rapidez de «B» es de 8 m/s, ¿cuál es la rapidez de «A»?

**Resolución:****Rpta:****2**

7. Un muchacho parte de su casa todos los días a la misma hora y llega a su destino a las 10:30 a.m. Un día duplica su velocidad y llega a las 9:30 a.m. Si su movimiento es uniforme, ¿a qué hora parte de su casa?

8. Un tren demora en pasar frente a un muchacho 8 s y al pasar por un túnel de 160 m de longitud demora 48 s. ¿Cuánto mide el tren?

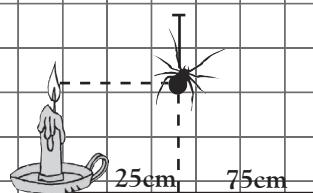
9. Calcula cuánto tiempo tardarán en estar separados 60 m, sabiendo que partieron simultáneamente del punto P.

**Rpta:**

Una araña se encuentra descansando. Si la vela se consume a razón de 2 mm/s, ¿con qué velocidad se desplaza su sombra proyectada

3

en la pared?

**Resolución:****Rpta:****4**

10. Una persona ubicada entre dos montañas, emite un grito y recibe el primer eco a los dos segundos y cuatro segundos más tarde, el segundo eco. ¿Cuántos segundos más tarde después de escuchar el segundo eco, escucha el eco por tercera vez?

11. Con una velocidad de 8 m/s, un atleta se acerca frontalmente hacia una gran pared. Si cuando el atleta está a 174 m de la pared emite un grito, ¿al cabo de qué tiempo el atleta escuchará su eco? Considera que la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s.

12. Un hombre parado sobre una escalera mecánica en funcionamiento «sube» en 60 s, pero si caminara sobre la escalera emplearía 20 s. ¿En cuánto tiempo, el hombre, bajaría caminando sobre la escalera en funcionamiento?

Rpta:



Para reforzar

1. Un móvil con MRU recorre una distancia de 100 km en 5 horas, ¿cuál es su velocidad en m/s?

a) 5,1 m/s b) 5,5 m/s c) 6,5 m/s
d) 5,8 m/s e) 6,2 m/s

2. Un hombre está parado frente a una montaña a 1700m y toca una bocina. Luego de qué tiempo escuchará el eco. ($V_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$)

a) 5 s b) 6 s c) 7 s
d) 9 s e) 10 s

3. Un camión de 10 m de longitud viaja a la velocidad de 45 km/h. ¿Cuántos segundos tardará en pasar un túnel de 40 m de longitud?

a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) 8

4. Un muchacho recorre 23 km en 7 horas los 8 primeros kilómetros con una velocidad superior en 1 km/h a la velocidad del resto del camino. Halla la velocidad con la que recorrió el primer trayecto.

a) 2 km/h b) 3 km/h c) 4 km/h
d) 6 km/h e) 8 km/h

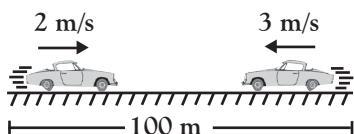
5. Un carro viaja durante 4h. Si hubiera viajado una hora menos con una velocidad mayor en 5km/h, hubiera recorrido 5km menos. Hallar la velocidad del carro.

a) 5 km/h b) 8 km/h c) 10 km/h
d) 16 km/h e) 20 km/h

6. Diego sale de su casa a las 7:20 a.m., con destino a la academia, con rapidez constante y llega a las 7:58 a.m. Si duplica su velocidad, ¿a qué hora llegaría?

a) 7:37 a.m. b) 7:38 a.m. c) 7:39 a.m.
d) 7:40 a.m. e) 7:44 a.m.

7. Segundo el gráfico, ¿después de cuánto tiempo los autos estarán separados 50m por primera vez?



a) 2 s b) 4 s c) 8 s
d) 10 s e) 12 s

8. Un auto se desplaza con una velocidad constante «v» durante 4 s, recorriendo un determinado espacio. Luego aumenta su velocidad en 4 m/s recorriendo el mismo espacio en 3,5 segundos. Halla «v» en m/s.

a) 28 b) 14 c) 7
d) 21 e) 38

9. Un tren de 100 m de longitud cruza un túnel de 200 m en 15 s. Halla en cuánto tiempo cruzará otro túnel de 200 m. Si su velocidad se reduce a la mitad.

a) 40 s b) 20 s c) 80 s
d) 10 s e) 30 s

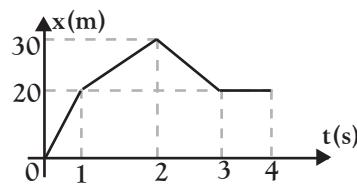
10. La posición inicial de un móvil es de 10 m ($t=0$). Halla su nueva posición para un tiempo $t = 4$ s. Su movimiento es rectilíneo con una velocidad constante de 5 m/s.

a) 30 m b) 20 m c) 10 m
d) 40 m e) 50 m

11. El profesor de física estando frente a una montaña emite un fuerte grito y escucha al eco luego de 3 s. ¿A qué distancia de la montaña se encuentra el profesor?

a) 480 m b) 510 m c) 740 m
d) 980 m e) 460 m

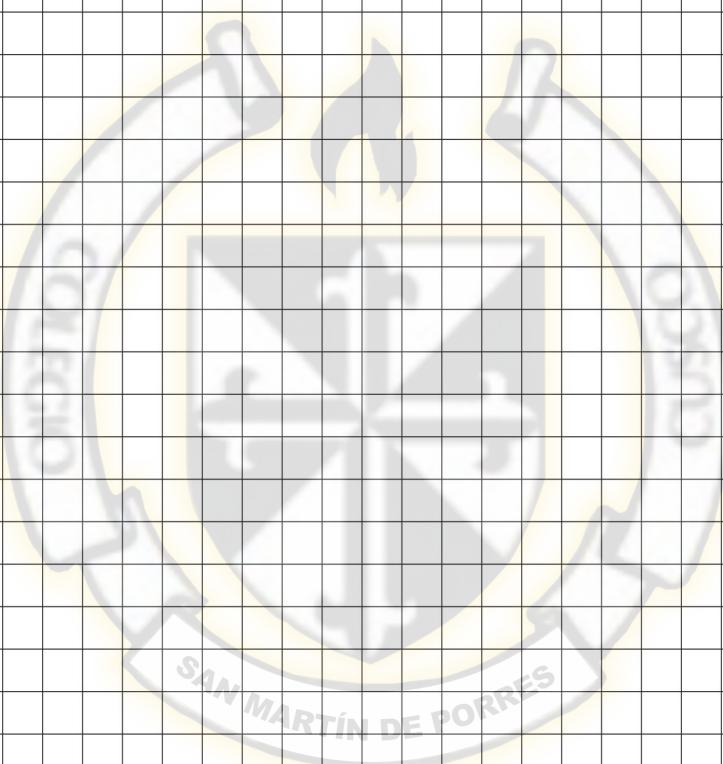
12. La gráfica nos muestra la posición «x» de un móvil en función del tiempo «t». Durante el tercer segundo el móvil está:



- a) En reposo.
b) Alejándose del origen a 10 m/s.
c) Acercándose al origen a 10 m/s.
d) Acelerando a razón de 10 m/s^2 .
e) Frenando a razón de 10 m/s^2



Hoja de Práctica





CAPÍTULO

5

Física

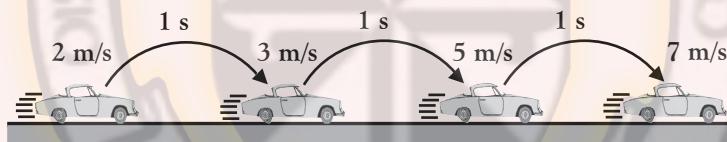
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

La luz y el sonido en su propagación por el aire llevan rapidez constante, tienen movimiento uniforme. Sin embargo, estos movimientos son poco frecuentes en la práctica. Un barco, un avión o un coche generalmente no llevan la misma velocidad durante su movimiento. Estos movimientos que no son uniformes se llaman variados. En el Movimiento Variado siempre deben distinguirse el Movimiento Variado y el Movimiento Uniformemente Variado. ¡Cuál crees que sea la diferencia?

Pero primero hablemos acerca de la aceleración.

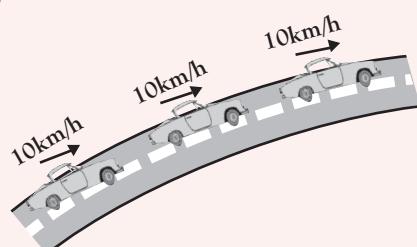
En el capítulo anterior se estudió la velocidad. La velocidad siendo una magnitud vectorial puede cambiar en módulo y/o dirección. Veamos los siguientes ejemplos:

- a) Un auto se desplaza por una pista rectilínea, así como se muestra.



Notamos que la dirección de la velocidad no cambia.
Sin embargo, el módulo de la velocidad está cambiando segundo a segundo.
Entonces : ¡LA VELOCIDAD CAMBIA!

- b) Un auto se desplaza por una pista curvilínea así como se muestra.



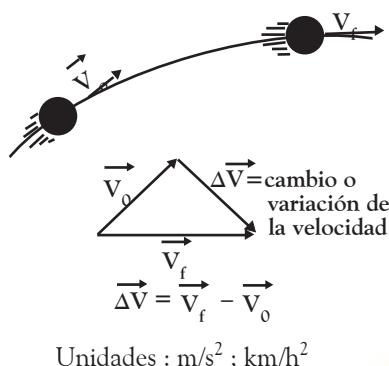
Notamos que el módulo de la velocidad no cambia.
Sin embargo, la dirección de la velocidad está cambiando.
Entonces : ¡LA VELOCIDAD CAMBIA!

Para caracterizar los cambios en la velocidad usamos una magnitud denominada «Aceleración».



¿QUÉ ES LA ACCELERACIÓN?

Es una magnitud vectorial que permite medir la rapidez con que un móvil cambia su velocidad.



Matemáticamente:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_f - \vec{V}_0}{\Delta t}$$

Unidad: $\frac{m}{s^2}$

V_0 : Velocidad inicial

V_f : Velocidad final

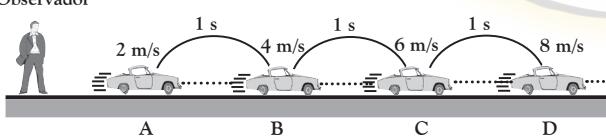
Δt : Intervalo de tiempo

A continuación estudiaremos el movimiento de cuerpos que presentan cambios en su velocidad, pero dicho cambio es sólo en módulo, es decir, la dirección permanece constante.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Observemos el siguiente movimiento:

Observador



Notamos rápidamente que la velocidad del móvil está cambiando, por lo tanto ¡PRESENTA ACELERACIÓN! Si analizamos tramo a tramo:

$$\left. \begin{aligned} a_{AB} &= \frac{4 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \\ a_{BC} &= \frac{6 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \\ a_{CD} &= \frac{8 \text{ m/s} - 6 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \\ a_{AD} &= \frac{8 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{La aceleración} \\ \text{no cambia,} \\ \text{es constante} \end{array}$$

$$a = \text{cte}$$

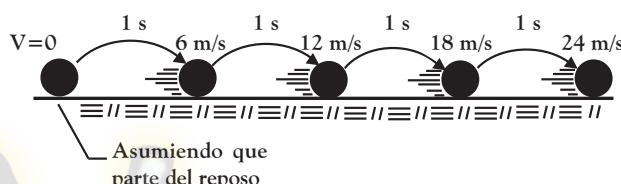
Las características principales del movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) son las siguientes:

- La trayectoria descrita por el móvil es una línea recta.
- Presenta cambios en el módulo de la velocidad \Rightarrow presenta aceleración.
- La aceleración es constante.

Ahora veamos lo siguiente:

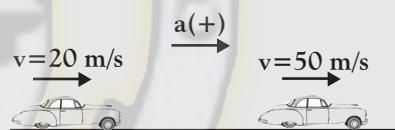
¿Qué significa que un móvil que presenta MRUV tenga una aceleración de 6 m/s^2 ?

Significa que la velocidad está cambiando segundo a segundo en 6 m/s .



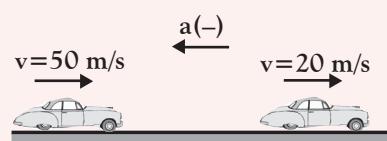
1. Si la velocidad del móvil aumenta:
(movimiento acelerado)

- La velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido.
- El signo de la aceleración es positivo.

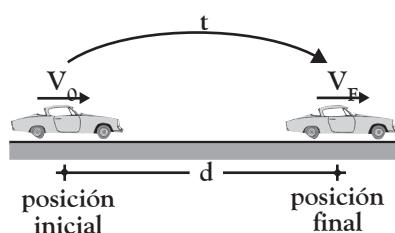


2. Si la velocidad del móvil disminuye:
(movimiento retardado)

- La velocidad y la aceleración tienen sentidos contrarios.
- El signo de la aceleración es negativo.



ECUACIONES DEL MREV





$V_f = V_i \pm at$
$V_f^2 = V_i^2 \pm 2ad$
$d = V_i t \pm \frac{1}{2} at^2$

- (+) Movimiento Acelerado
 → (-) Movimiento Retardado

También:

$$d = \left(\frac{V_i + V_f}{2} \right) t$$

Recorrido en el enésimo segundo:

$$d_n = V_i \pm \frac{a}{2} (2n - 1)$$

donde : V_f : velocidad final
 V_0 : velocidad inicial
 a : aceleración
 t : tiempo
 d : recorrido

Veamos un ejemplo:

Un móvil parte con una velocidad de 15 m/s. Si su aceleración es de 3 m/s², ¿cuál fue su velocidad al cabo de 7 segundos?

Resolución:

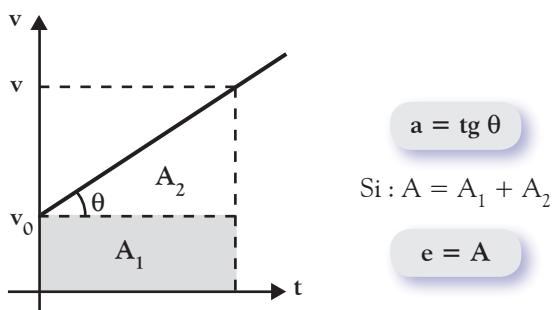
Utilizamos : $V_f = V_i + at$
 Datos: $V_i = 15$ m/s
 $a = 3$ m/s²
 $t = 7$ s

Reemplazamos:

$$\begin{aligned} V_f &= () + () () \\ V_f &= () + () \\ V_f &= \end{aligned}$$

GRÁFICOS DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

1. VELOCIDAD vs. TIEMPO (V vs. t)

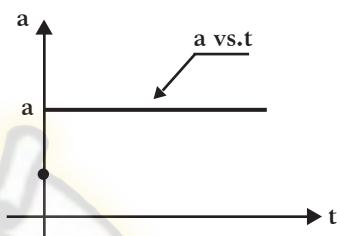


Características

- A) El gráfico velocidad vs. tiempo es una línea recta que no es paralela a ninguno de los ejes.
- B) La pendiente de la recta nos da el valor de la aceleración.
- C) El área bajo el gráfico es numéricamente igual al espacio recorrido por el móvil.

2. ACCELERACIÓN vs. TIEMPO (a vs. t)

El gráfico a vs.t es una línea recta paralela al eje del tiempo, ya que el valor de «a» es constante.



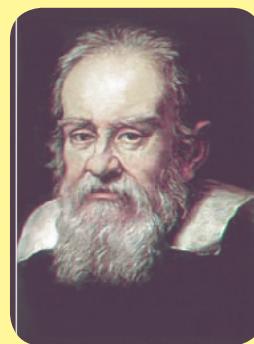
¿Sabías Que...?

El primer científico en analizar el M.R.U.V fue Galileo Galilei, quién al observar la caída de los cuerpos y querer tomar datos, tuvo la feliz idea de retardar la caída haciendo rodar los cuerpos por un plano inclinado. Tomó datos con un péndulo y con relojes de agua. Así pudo determinar que la distancia recorrida era proporcional al tiempo al cuadrado, es decir:

$$d \propto t^2$$

Después se utilizó el análisis dimensional y se obtuvo la fórmula:

$$d = \frac{1}{2} at^2$$



Galileo Galilei



EJERCICIOS RESUELTOS

1. Un móvil aumenta su velocidad de 10 m/s a 20 m/s, acelerando uniformemente a razón de 5 m/s. ¿Qué distancia logró aumentar en dicha operación?

$$\begin{array}{ccc} V_0 = 10 \text{ m/s} & a = 5 \text{ m/s}^2 & V_f = 20 \text{ m/s} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ + & d & + \end{array}$$

Resolución:

Notamos que el movimiento es acelerado.

$$\Rightarrow V_f^2 = V_0^2 + 2ad$$

$$\Rightarrow 20^2 = 10^2 + 2(5) \cdot d$$

$$\Rightarrow d = 30 \text{ m}$$

2. Un automóvil corre a razón de 108 km/h y luego frena, de tal modo que se logra detener por completo en 6s. ¿Cuál es su aceleración?

Resolución:

$$\begin{array}{ccc} V_0 = 60 \text{ m/s} & t = 6 \text{ s} & a = ? \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & V_f = 0 \end{array}$$

$$V_0 = 108 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 60}{6}$$

$$\Rightarrow a = -10 \text{ m/s}^2$$

Movimiento
Retardado

3. Una partícula recorre 30 m en 5 s con MRUV. Si al partir tenía una velocidad de 4 m/s, ¿qué velocidad tuvo al término del recorrido?

Resolución:

$$\begin{array}{ccc} V_0 = 4 \text{ m/s} & t = 5 \text{ s} & V_f = ? \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ d = 30 \text{ m} & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \left(\frac{V_0 + V_f}{2} \right) t$$

$$\Rightarrow 30 = \left(\frac{4 + V_f}{2} \right) 5$$

$$\Rightarrow V_f = 8 \text{ m/s}$$

4. Un avión parte del reposo con MRUV y cambia su velocidad a razón de 8 m/s², logrando despegar luego de recorrer 1600m. ¿Con qué velocidad despegó?

Resolución:

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{array}{ccc} V_0 = 0 & & V_f = ? \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ d = 1600 \text{ m} & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

Notamos que el movimiento es acelerado:

$$\Rightarrow V_f^2 = V_0^2 + 2ad$$

$$\Rightarrow V_f^2 = (0)^2 + 2(8)(1600)$$

$$\Rightarrow V_f = 160 \text{ m/s}$$

5. Un móvil posee una velocidad de 20 m/s y acelera uniformemente a razón de 2 m/s² durante 5 s. ¿Qué distancia recorrió en el quinto segundo de su movimiento?

Resolución:

$$\begin{array}{ccc} V_0 = 20 \text{ m/s} & t = 5 \text{ s} & a = 2 \text{ m/s}^2 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ d_5 & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

Distancia recorrida hasta los 5 segundos.

$$\begin{array}{ccc} V_0 = 20 \text{ m/s} & t = 4 \text{ s} & a = 2 \text{ m/s}^2 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ d_4 & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

Distancia recorrida hasta los 4 segundos.

La distancia recorrida en el 5º segundo será: $x = d_5 - d_4$

$$\begin{array}{ccc} a & & \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ t = 4 \text{ s} & & t = 5 \text{ s} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ x & \text{---} & \text{---} \end{array}$$

$$\Rightarrow x = [V_0(5) + \frac{1}{2}(a)(5)^2]$$

$$- [V_0(4) + \frac{1}{2}(a)(4)^2]$$

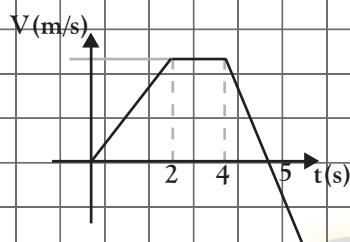
$$\Rightarrow x = [20(5) + \frac{1}{2}(2)(25)]$$

$$- [20(4) + \frac{1}{2}(2)(16)]$$

$$\Rightarrow x = 29 \text{ m}$$

Resolviendo en clase

- 1 Haciendo uso de la gráfica V vs. t halla el módulo del desplazamiento en el intervalo de 2 a 8 segundos.



Resolución:

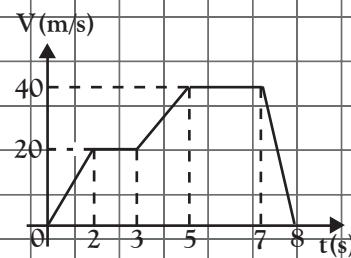
Rpta:

- 2 Un móvil con movimiento rectilíneo parte del reposo con $a = 2 \text{ m/s}^2$, hasta alcanzar una velocidad de 16 m/s . Mantiene constante esta velocidad durante 2 s , para luego desacelerar y detenerse en medio segundo. Calcula el recorrido total en metros.

Resolución:

Rpta:

- 3 En la gráfica V vs. t , determina el módulo de la velocidad media en el intervalo de 2 a 6 segundos.



Resolución:

Rpta:

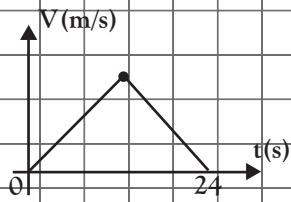
- 4 Cierto día a las 10 a.m. de Lima sale un bus hacia el sur con una velocidad inicial de 10 km/h y acelerando constantemente a razón de 20 km/h^2 . A las 12 meridiano, el bus se cruza con un auto que viene del sur a Lima con rapidez constante llegando a Lima a las 3 p.m. ¿Con qué velocidad viajó el auto?

Resolución:

Rpta:



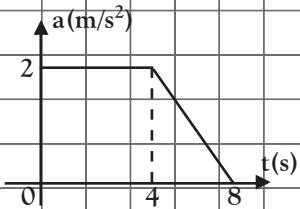
- 5** La gráfica velocidad versus tiempo describe el movimiento de una partícula. Si para $t = 24$ s, el espacio recorrido es 96 m, ¿qué velocidad máxima alcanzó la partícula?



Resolución:

Rpta:

- 6** Una partícula que se mueve en línea recta inicia su movimiento ($t=0$) con una velocidad $v_0 = 3 \text{ m/s}$. La figura muestra la gráfica a vs. t . Determina su velocidad en el instante $t = 8 \text{ s}$.

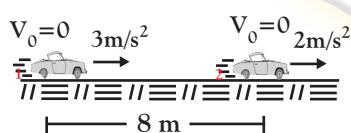


Resolución:

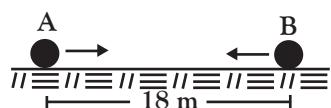
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

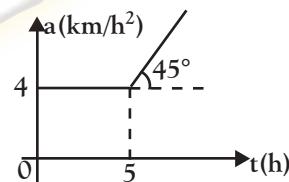
7. Los móviles mostrados parten simultáneamente del reposo y aceleran con 3 m/s^2 y 2 m/s^2 en la misma dirección. Después de qué tiempo el móvil 1 alcanza al móvil 2.



8. Los móviles A y B parten del reposo con aceleraciones de 1 m/s^2 y 2 m/s^2 , respectivamente. Si B parte 1 s después que A, ¿qué distancia los separa cuando sus velocidades son de igual valor?



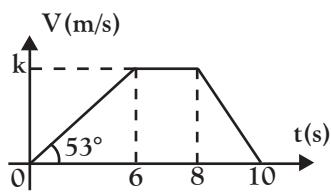
9. En la dependencia a vs. t , el respectivo móvil inicia su movimiento con una velocidad de 36 km/h . Halla el instante en que la velocidad del móvil es 8 km/h .



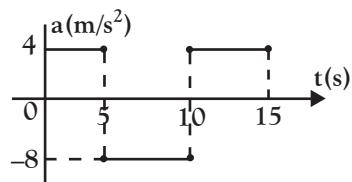
10. A las 10 a.m. desde la ciudad «A» salen, un auto con rapidez constante y un camión cargado que parte desde el reposo pero con una aceleración constante de 20 km/h^2 . A las 2 p.m. el auto llega a la ciudad «B» y luego de un descanso de 1 hora retorna con igual rapidez encontrando al camión en su viaje de ida a las 4 p.m. ¿Qué Distancia hay entre estas ciudades?



11. Halla la distancia total recorrida por el móvil cuya gráfica se muestra.



12. Determina la magnitud del cambio de velocidad que experimenta el móvil cuya gráfica se muestra.



Para reforzar

1. Un móvil parte del reposo con MRUV y alcanza una velocidad de 2 m/s en 4 s. ¿Qué distancia recorrió en los primeros 10 s?

- a) 8 m
- b) 10 m
- c) 16 m
- d) 20 m
- e) 25 m

2. Un automovilista que se desplaza con rapidez de 60 km/h aplica los frenos de manera que desacelera uniformemente durante 12 s hasta detenerse. ¿Qué distancia recorrió?

- a) 40 m
- b) 50 m
- c) 100 m
- d) 120 m
- e) 400 m

3. Un móvil recorre 27 m con MRUV luego de haber partido del reposo con aceleración de 6 m/s^2 . Calcula el tiempo empleado en dicho tramo.

- a) 1 s
- b) 2 s
- c) 3 s
- d) 4 s
- e) 5 s

4. Un camión se desplaza sobre una recta a 40 m/s . Si empieza a acelerar con 5 m/s^2 en forma constante, ¿qué tiempo tardará en triplicar su rapidez?

- a) 5 s
- b) 16 s
- c) 17 s
- d) 20 s
- e) 25 s

5. La velocidad de un móvil se reduce de 12 m/s a 5 m/s en un recorrido de 119 m. Halla la distancia que recorre a continuación hasta detenerse sabiendo que la aceleración es constante.

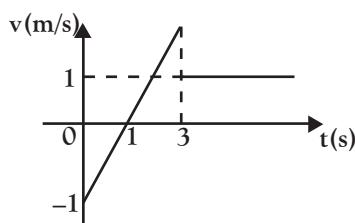
- a) 20 m
- b) 21 m
- c) 22 m
- d) 24 m
- e) 25 m

6. Un móvil parte del reposo con aceleración constante y recorre 21 m en el cuarto segundo de movimiento. Calcula su aceleración.

- a) 3 m/s^2
- b) 4 m/s^2
- c) 6 m/s^2
- d) 8 m/s^2
- e) 9 m/s^2



7. Determina el módulo de la velocidad media entre los instantes $t=0$ y $t = 5\text{s}$.



- a) 0,7 m/s
- b) 0,8 m/s
- c) 0,3 m/s
- d) 0,5 m/s
- e) 0,6 m/s

8. Un auto se encuentra viajando a rapidez constante y desacelera a razón de 12 m/s^2 . ¿Qué distancia recorre en el último segundo de su movimiento?

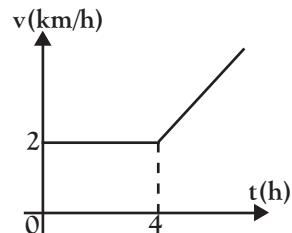
- a) 1 m
- b) 1,5 m
- c) 3 m
- d) 4,5 m
- e) 6 m

9. En la figura se muestra un móvil desacelerando a razón de 8 m/s^2 . Determina la longitud recorrida por el móvil en el penúltimo segundo de su movimiento.



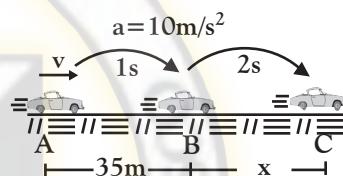
- a) 8 m
- b) 4 m
- c) 10 m
- d) 12 m
- e) 16 m

10. Halla la distancia recorrida por un móvil hasta las 12 horas si su movimiento varía de un MRU a un MRUV, en el que muestra una aceleración constante de 1 km/h^2 .



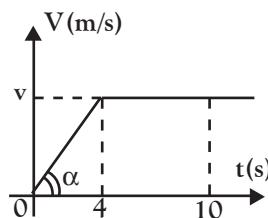
- a) 38 km
- b) 56 km
- c) 48 km
- d) 40 km
- e) 50 km

11. En la figura, el móvil realiza un MRUV. Determina la distancia recorrida en el tramo \overline{BC} .



- a) 90 m
- b) 100 m
- c) 50 m
- d) 45 m
- e) 55 m

12. Un automóvil parte del reposo y recorre una trayectoria recta de 320 m. La trayectoria durante los cuatro primeros segundos tiene una aceleración constante, luego con la velocidad adquirida hace nula la aceleración del móvil durante 6 segundos más, con lo cual completa su recorrido. Halla la aceleración del móvil durante el primer segundo.



- a) 10 m/s^2
- b) 20 m/s^2
- c) 15 m/s^2
- d) 25 m/s^2
- e) 16 m/s^2



CAPÍTULO

6

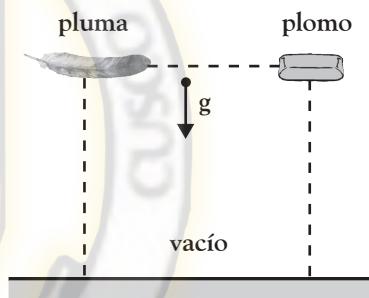
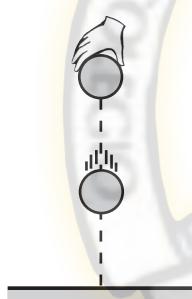
Física

Movimiento Vertical de
Caída Libre

Si soltamos un cuerpo desde cierta altura, notamos que cae. ¿Por qué?

Los cuerpos al ser soltados son atraídos por la Tierra pero al ir descendiendo impactan con las partículas del aire, las cuales ofrecen una oposición al movimiento de los cuerpos.

Además las trayectorias descritas son rectilíneas y verticales. De una misma altura se deja caer una pluma de gallina y un trozo de plomo, ¿cuál de los cuerpos toca primero el suelo si están en el vacío?



Esta oposición la notamos claramente al soltar una pluma. En este caso el movimiento de la pluma se ve afectado en mayor proporción que el movimiento de la piedra. Por ello describen trayectorias diferentes y si ambos son soltados simultáneamente desde la misma altura la piedra llegará antes que la pluma al piso.



Pero en este capítulo se DESPRECIARÁN LOS EFECTOS DEL AIRE.

Llegan simultáneamente al piso, esto se debe a que los cuerpos sólo están afectados por la atracción de la Tierra y caen «libremente» (Caída libre).

¿QUÉ ES EL MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE?

Es un movimiento vertical de ascenso o descenso en donde la resistencia del aire es nula y la única fuerza que actúa sobre los cuerpos es la fuerza de gravedad (peso). En este tipo de movimiento todos los cuerpos adquieren la misma aceleración, la cual se denomina aceleración de la gravedad (g).

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD (g)

Es aquella aceleración con la cual caen los cuerpos. Su valor depende íntegramente del lugar en que se tome. En la superficie terrestre está aceleración no es constante, esto se debe a que la Tierra no es perfectamente esférica y además posee superficies accidentadas.



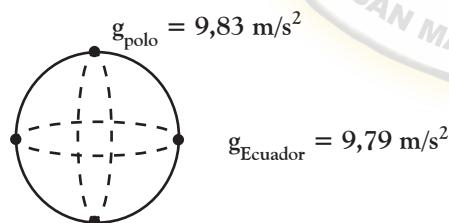
La conocida historia acerca de Galileo Galilei, cuenta que dejó caer dos objetos de la torre de Pisa y observó su caída comprobando que llegaban al suelo al mismo tiempo. Es casi con seguridad que sólo es una leyenda. Dada la altura de la torre y los objetos que se dice usó Galileo, el objeto más grande y más pesado habría alcanzado el suelo entre uno o varios metros antes que el objeto más ligero, debido a los efectos de la resistencia del aire. Así pues Galileo habría parecido demostrar que Aristóteles tenía razón, después de todo!



Sin embargo, se considera como valor promedio al nivel del mar.

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$g = 32,2 \text{ pies/s}^2$$



¿CUÁLES SON LAS CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO EN CAÍDA LIBRE?

- ✓ El tiempo de ascenso y descenso de la misma altura son iguales.
- ✓ La rapidez en un punto cuando el cuerpo sube es igual a la rapidez de bajada en el mismo punto.
- ✓ En caída libre todos los cuerpos adquieren la misma aceleración.
- ✓ En la altura máxima su velocidad es cero.

Isaac Newton

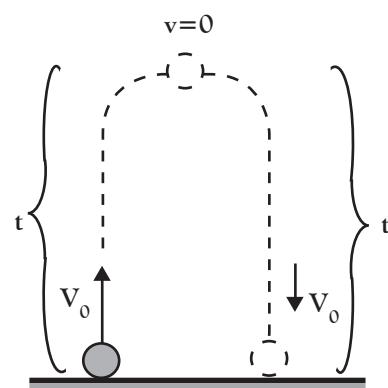
Es el más grande de los astrónomos ingleses. Nacido el 25 de diciembre de 1642, en Woolsthorpe, Lincolnshire, Inglaterra. Se destacó también como gran físico y matemático. Fue en realidad un genio al cual debemos el descubrimiento de la Ley de Gravitación Universal, que es una de las piedras angulares de la ciencia moderna. Fue uno de los inventores del Cálculo Diferencial e Integral. Estableció las leyes de la mecánica clásica, y partiendo de la ley de gravitación universal dedujo las leyes de Kepler en forma más general. Logró construir el primer telescopio de reflexión. También son importantes sus contribuciones al estudio de la luz. Sus obras más importantes publicadas son *La Optica*, en la que explica sus teorías sobre la luz, y la obra monumental *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, comúnmente conocida como *Principia*, en la cual expone los fundamentos matemáticos del universo.

Construyó la primera versión funcional de un nuevo instrumento astronómico, el telescopio de reflexión, que usaba un espejo curvo en vez de lentes para enfocar la luz. Desarrolló una nueva y poderosa rama de las matemáticas llamada cálculo. Y efectuó el trabajo fundamental de su Teoría de la Gravitación.

El relato popular del origen de esa teoría -que Newton la concibió en el verano de 1666 tras ver caer una manzana de un árbol- es imposible de confirmar, pero la tradición ha señalado un árbol de la granja familiar como aquel del que cayó la manzana. Cuando el árbol murió en 1820, fue cortado a trozos, que fueron cuidadosamente conservados. En cualquier caso, algo durante este periodo dirigió los pensamientos de Newton hacia la idea de la ley universal de la gravitación.

Su gran tratado *Principios Matemáticos de Filosofía Natural*, publicado en 1687 presenta los estudios de Newton durante más de veinte años en relación a la mecánica terrestre y celeste. Allí enuncia la ley de gravitación: dos cuerpos se atraen con una fuerza proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Falleció el 20 de marzo de 1727, en Cambridge, Cambridgeshire, Inglaterra.



El tiempo de subida es igual al tiempo de bajada para un mismo nivel.



Fórmulas:

$$1. V_f = V_i \pm gt$$

$$2. h = V_i t \pm \frac{1}{2} gt^2$$

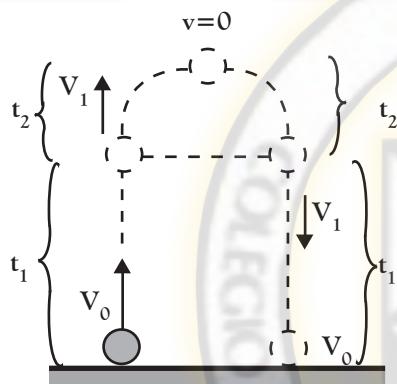
$$3. V_f^2 = V_i^2 \pm 2gh$$

$$4. h = \left(\frac{V_i + V_f}{2} \right) t$$

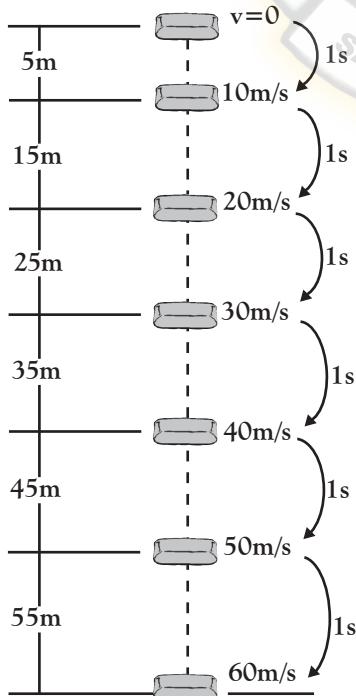
Fórmulas Especiales:

$$t_{\text{sub}} = \frac{V_i}{g}$$

$$H_{\text{máx}} = \frac{V_i^2}{2g}$$



El módulo de la velocidad de subida es igual al módulo de la velocidad de bajada para un mismo nivel.



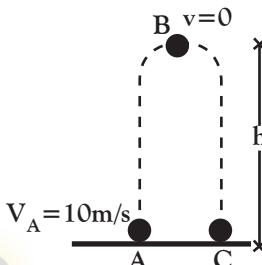
EJERCICIOS RESUELTOS

1. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/s ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

Se pide:

- Calcula la altura que subirá.
- El tiempo que demora en subir.

Resolución:



Del gráfico tomamos los puntos:

- a) Entre A y B

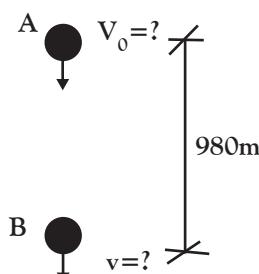
$$\begin{aligned} V_f^2 &= V_0^2 - 2gh && (\text{Mov. retardado}) \\ 0^2 &= (10 \text{ m/s})^2 - 2(10 \text{ m/s}^2) h \\ \Rightarrow h &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

- b) Del gráfico entre A y B.

$$\begin{aligned} V_f &= V_0 - gt \\ 0 &= 10 \text{ m/s} - (10 \text{ m/s}^2) t \\ \Rightarrow t &= 1 \text{ s} \end{aligned}$$

2. ¿Qué velocidad debe darse a un cuerpo para que caiga 980 m en 10s? y cuál será su velocidad al cabo de 10 s? ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

Resolución:



Del gráfico A y B:

$$V_0 = ? \quad g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$h = 980 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$\Rightarrow h = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$\Rightarrow 980 = V_0 \cdot (10 \text{ s}) + \frac{1}{2}(9,8 \text{ m/s}^2)(10 \text{ s})^2$$



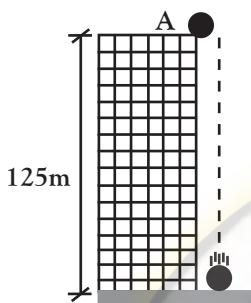
$$\Rightarrow V_0 = 49 \text{ m/s}$$

Calculando la velocidad final:

$$V_f = V_0 + gt \quad (\text{baja})$$

3. Una bola se deja caer desde lo alto de un edificio de 125 m de altura. Calcula cuánto tardará en caer y con qué velocidad llegará al suelo. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

Resolución:



De la figura tomamos los puntos A y B.

$$h = V_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$125 \text{ m} = (0 \text{ m/s}) + \frac{1}{2} (10 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = 25 \text{ s}^2$$

$$\Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

Calculando la velocidad final:

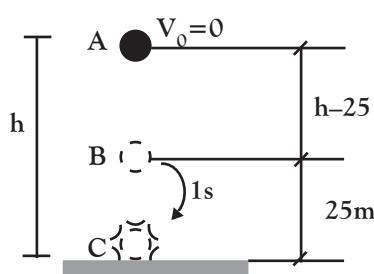
$$V_f = V_0 + gt$$

$$V_f = 0 \text{ m/s} + (10 \text{ m/s}^2) (5 \text{ s})$$

$$\Rightarrow V_f = 50 \text{ m/s}$$

4. Un cuerpo es dejado caer en el vacío sin velocidad inicial. Si en el último segundo recorre 25 m, Calcula la altura desde la cual fue abandonado.

Resolución:



Del gráfico, entre los puntos B y C.

$$h = V_B t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$25 \text{ m} = V_B (1 \text{ s}) + \frac{1}{2} (10 \text{ m/s}^2) (1 \text{ s})^2$$

$$\Rightarrow V_B = 20 \text{ m/s}$$

Entre A y B:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2gh$$

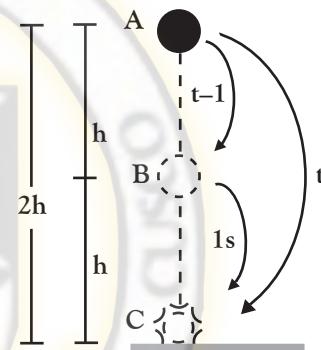
$$V_B^2 = 0 + 2(10) (h - 25)$$

$$(20)^2 = 20 (h - 25)$$

$$\Rightarrow h = 45 \text{ m}$$

5. Un cuerpo cae libremente desde el reposo. La mitad de su caída se realiza en el último segundo. Calcula el tiempo total en segundos. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Resolución:



Del gráfico:

➤ Entre A y B

$$\Rightarrow h = V_0 (t-1) + \frac{1}{2} g(t-1)^2$$

$$\Rightarrow h = 0 + \frac{1}{2} g(t-1)^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} g (t-1)^2 \dots (\text{I})$$

➤ Entre A y C

$$2h = \frac{1}{2} gt^2 \dots (\text{II})$$

Reemplazando (I) en (II)

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2 = \frac{1}{2} gt^2$$

$$\Rightarrow 2(t-1)^2 = t^2$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 4t + 2 = t^2$$

$$\Rightarrow t^2 - 4t + 2 = 0$$

$$\Rightarrow t = (2 + \sqrt{2}) \text{ s}$$



Resolviendo en clase

- 1) ¿Con qué velocidad se debe lanzar un proyectil verticalmente hacia abajo, para que en el 5º segundo de caída libre recorra 50 m? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

Resolución:

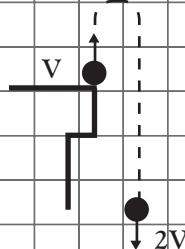
Rpta:

- 2) Una esfera es lanzada hacia arriba con una rapidez inicial (V_0) alcanzando una altura máxima «H». Si se duplica su rapidez, su altura máxima aumenta en 60m. Determina V_0 .

Resolución:

Rpta:

- 3) Se lanza un cuerpo hacia arriba con una velocidad de 35 m/s. ¿Después de cuánto tiempo tendrá el doble de velocidad? ($g=10 \text{ m/s}^2$)



Resolución:

Rpta:

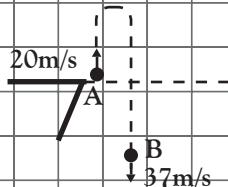
- 4) Tres segundos después de lanzar un cuerpo verticalmente hacia arriba se observa que su rapidez se ha reducido a la cuarta parte. ¿Cuál será la altura máxima que alcanzará?

Resolución:

Rpta:



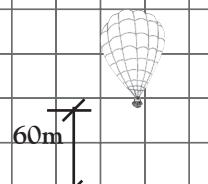
- 5** De la figura, determina el tiempo que emplea el móvil en ir de «A» hasta «B». ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Resolución:

Rpta:

- 6** Desde un globo aerostático, el cual asciende verticalmente con una rapidez constante de 5 m/s, se suelta una piedra en el instante mostrado. Determina la distancia que los separa a ambos cuerpos en el instante que la piedra impacta en el piso ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

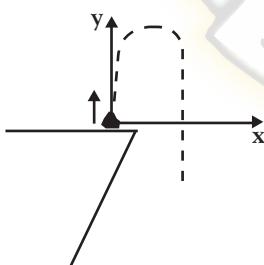


Resolución:

Rpta:

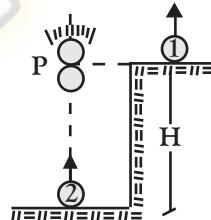
Ahora en tu cuaderno

7. Halla la posición de una piedra luego de 5 s si fue lanzada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 10 m/s. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



8. Un móvil se deja caer desde 20 m de altura. En ese instante se lanza desde el suelo otro móvil con una velocidad de 4m/s. Halla el tiempo de encuentro. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

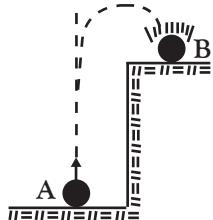
9. Dos móviles instantáneamente son lanzados con velocidades $V_1 = 2\text{m/s}$ y $V_2 = 1\text{m/s}$, como muestra la figura e impactan en «P». Halla «H» ($g = 10 \text{ m/s}^2$).



10. Se deja caer un cuerpo a cierta altura. ¿Qué altura desciende en el 4º segundo? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



11. Una piedra es lanzada hacia arriba desde «A» con una velocidad de 20 m/s. ¿Luego de qué tiempo llegará a «B» con una velocidad de 10 m/s? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



12. Si para el instante en que se abandona la esfera (A), se lanza la esfera (B) impactando ambas con las misma rapidez, entonces:



Para reforzar

1. Un objeto es lanzado hacia arriba con una velocidad de 60 m/s. ¿Al cabo de cuánto tiempo el cuerpo alcanzará la altura máxima? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 4 s
- b) 5 s
- c) 6 s
- d) 7 s
- e) 8 s

2. Un proyectil se dispara hacia arriba con una velocidad de 80 m/s. Determina cuánto tiempo tarda en regresar a su nivel de lanzamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 14 s
- b) 16 s
- c) 18 s
- d) 20 s
- e) 22 s

3. Un objeto se lanza hacia arriba con una rapidez de 40 m/s. Calcula la altura máxima alcanzada por el objeto ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 65 m
- b) 70 m
- c) 75 m
- d) 80 m
- e) 85 m

4. Una piedra es lanzada hacia arriba con 50 m/s. Determina su velocidad luego de 7 s de su lanzamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 m/s \uparrow
- b) 15 m/s \downarrow
- c) 20 m/s \downarrow
- d) 15 m/s \uparrow
- e) 25 m/s \downarrow

5. Un cuerpo se lanza hacia arriba con 30 m/s. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que la velocidad, cuando cae, sea de 10 m/s? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2 s
- b) 3 s
- c) 4 s
- d) 5 s
- e) 6 s

6. Un cuerpo se deja caer desde una altura de 80 m. ¿Después de qué tiempo llega al piso? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1 s
- b) 2 s
- c) 3 s
- d) 4 s
- e) 5 s

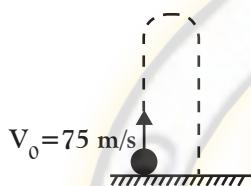


7. Desde lo alto de un edificio se lanza hacia abajo una piedra con 20 m/s. Si demora en llegar al piso 5s, ¿qué altura tiene el edificio?

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- a) 150 m
- b) 175 m
- c) 200 m
- d) 225 m
- e) 250 m

8. Un cuerpo es lanzado como muestra la figura. Determina el tiempo de vuelo ($g=10 \text{ m/s}^2$).



- a) 5 s
- b) 10 s
- c) 15 s
- d) 20 s
- e) 25 s

9. Un cuerpo se deja caer desde cierta altura y en el último segundo de su movimiento recorre 20m. ¿Qué velocidad tiene al impactar en el piso? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 20 m/s
- b) 25 m/s
- c) 40 m/s
- d) 45 m/s
- e) 50 m/s

10. Un cuerpo es lanzado hacia arriba con una velocidad de 5 m/s. Determinar su posición y velocidad luego de 1s

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- a) 0; 15 m/s ↓
- b) 0; 10 m/s ↓
- c) -2 ; 10 m/s ↑
- d) 0; 5 m/s ↓
- e) 0 ; 15 m/s ↑

11. Se deja caer una piedra de cierta altura. ¿Qué altura desciende en el tercer segundo?

- a) 15 m
- b) 20 m
- c) 25 m
- d) 30 m
- e) 35 m

12. Un cuerpo es lanzado hacia arriba con una velocidad de 5 m/s. ¿Luego de qué tiempo adquiere una velocidad de 15 m/s?

- a) 1 s
- b) 2 s
- c) 3 s
- d) 4 s
- e) 5 s