

COLEGIO PARROQUIAL DE MUJERES
San Martín de Porres

1er Bimestre



FÍSICA

-  ANÁLISIS DIMENSIONAL
-  ANÁLISIS VECTORIAL
-  MOVIMIENTO MECÁNICO
-  MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME
-  MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO
-  MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE



Datos Personales

Nombre y Apellidos

Grado

Sección

Domicilio



E-mail:

Bibliografía a Consultar



CAPÍTULO

1

Física

Teoría Del Universo

LA FÍSICA

La palabra “Física” provienen del término griego “Physis”, que significa naturaleza, pudiéndose decir que la física es una rama de la filosofía natural y estudia las propiedades básicas del universo

La Física es una ciencia factica que estudia sistemáticamente los fenómenos naturales, tratando de encontrar las leyes básicas que los rigen. Utiliza las matemáticas como su lenguaje y combina estudios teóricos con experimentales para obtener las leyes correctas. La física es la rama de las ciencias naturales que estudia entre otras cosas: el equilibrio, el movimiento, el calor, la electricidad, el magnetismo, la luz, el micro y el macrocosmos; con el propósito de comprenderlos y aplicarlos en beneficio del hombre.

En forma general, puede decirse que la física permite comprender, emplear, transformar y pronosticar los fenómenos de la naturaleza. Hay otras ciencias que también estudian la naturaleza, tales como: astronomía, geografía, química, botánica, zoología. Todas estas ciencias utilizan las leyes de la física. El objeto de la física como ciencia natural consiste en descubrir y analizar las leyes de un fenómeno de modo que posteriormente sean utilizadas para satisfacer las necesidades de la humanidad, para este fin se basa en el método científico.

¿CÓMO SE DIVIDE LA FÍSICA?

Existen diversas formas de dividir la Física. Desde el punto de vista histórico, la Física se puede dividir en: Física Clásica y Física Moderna.

Considerando las aplicaciones específicas de la Física, podemos dividirla en: Física de sólidos, Física de plasma, Física nuclear, Física de fluidos (Mecánica de fluidos), Física de la atmósfera (Meteorología), Biofísica, etc.

FÍSICA CLÁSICA Y FÍSICA MODERNA

FÍSICA CLÁSICA

La Física clásica estudia todos los fenómenos que tienen que ver con nuestras impresiones sensoriales: de la observación de los movimientos surgió la Mecánica; del tacto surgió la Termo física; de la audición surgió la Acústica; de la visión surgió la óptica; etc. En la Física clásica, desde el punto de vista de la Mecánica, son válidas las leyes de Newton y desde el punto de vista electromagnético son válidas las ecuaciones de Maxwell.

Para el estudio sistemático del estudio de la Física clásica, ésta se divide en 5 partes principales, como se puede ver en el siguiente cuadro.



FÍSICA MODERNA.

Antes de 1900, las leyes de Newton en Mecánica, las ecuaciones de Maxwell en Electromagnetismo, las leyes de la termodinámica, y la Teoría Cinética Molecular de los gases, tuvieron suceso en la explicación de muchos fenómenos físicos. Pero, con el descubrimiento de los electrones por Thomson (1897), la Física Clásica empezó a “tambalear” porque los científicos no lograban explicar el



5to Secundaria

movimiento de los electrones dentro del átomo usando las leyes clásicas de la Física. Pero, felizmente en 1900, cuando Max Planck estaba estudiando la emisión y absorción de energía de un cuerpo negro, encontró que la única alternativa para que las observaciones sean coherentes con la teoría, era necesario asumir que “las Moléculas emiten o absorben energía en forma discontinua, en paquetes pequeños y discretos llamados “cuantos” o “fotones”. Esta idea es la que dio origen al nacimiento de la Teoría Cuántica de Planck. Con esta teoría se pudo explicar muchos fenómenos que ocurren a nivel de la estructura del átomo.

Otra teoría que revolucionó la Mecánica es la Teoría de Relatividad de Einstein, propuesto en 1905. Esta teoría surgió debido a las contradicciones que se encontraron cuando fueron aplicadas las leyes de Newton para movimientos con velocidades comparables a la velocidad de la luz (300 000 km/s).

EN RESUMEN:

La Física moderna estudia los fenómenos que no son percibidos por nuestros sentidos directamente, donde las leyes de Newton y las ecuaciones de Maxwell no son válidas, siendo necesaria su reformulación. Con la Física clásica no pueden ser explicados muchos fenómenos, que ocurren a nivel de la estructura del átomo. La Física clásica tampoco puede ser aplicada a movimientos de partículas con velocidades comparables con la velocidad de la luz. Debido a esta “incapacidad” de la Física clásica, surgen la teoría Cuántica y la teoría de la Relatividad, éstas actualmente constituyen la base de la Física moderna. Según la Física moderna, las leyes de Newton son casos particulares de la Física Relativista y Cuántica.

En conclusión: La Física Moderna es la Física de las altas velocidades, mientras que la Física Clásica es aplicable a las partículas cuyas velocidades son pequeñas en comparación con la velocidad de la luz.

RAMAS DE LA FÍSICA:

Para su mejor estudio de los fenómenos físicos la física se divide en ramas:

- ❖ Mecánica: Estudia el movimiento
- ❖ Acústica: Estudia el sonido
- ❖ Calor: Estudia los fenómenos térmicos
- ❖ Electricidad: Estudia los fenómenos eléctricos
- ❖ Magnetismo: Estudia los fenómenos magnéticos

- ❖ Electromagnetismo: Estudia la interacción entre la electricidad y el magnetismo.
- ❖ Óptica: Estudia la luz y sus fenómenos.
- ❖ Física nuclear: Estudia el átomo.
- ❖ Física moderna: Estudia la teoría de la relatividad y las características ondulatorias de las características subatómicas.

¡DE QUÉ SE OCUPA LA FÍSICA?

La Física estudia los fenómenos mecánicos, acústicos, térmicos, electromagnéticos, luminosos, etc. en resumen a todos aquellos que son considerados fenómenos físicos, los cuales se llevan a cabo en la naturaleza, descubriendo las leyes que los rigen, a fin de utilizarlas en aplicaciones prácticas para que éstas, luego satisfagan las necesidades del hombre y la sociedad. Pues bien, siendo amplio el espectro de los fenómenos físicos, el contenido lo podemos fraccionar y resumir en las siguientes partes:

MECÁNICA

Estudia el movimiento mecánico de una partícula, de los cuerpos rígidos y de los fluidos (sobre todo los líquidos), incluye el estudio de las ondas mecánicas, como el sonido, que es una parte de la acústica y el análisis de las condiciones de equilibrio, etc.

Termodinámica

Estudia el calor y las leyes que gobiernan los procesos de transformación de la energía de una forma a otra.

Física Molecular

Estudia las propiedades de los cuerpos considerando que están formados por una gran cantidad de moléculas en movimiento e interacción.

Mecánica Estadística

Explica y predice teóricamente las propiedades macroscópicas y el comportamiento de un sistema de muchos componentes como es el caso de cualquier sustancia, cuando se le analiza a nivel molecular, para ello se basa en las características ya conocidas de la forma cómo interactúan sus componentes microscópicos.

Electromagnetismo y Óptica

Estudia y describe los fenómenos eléctricos y magnéticos, demostrando que son fenómenos de una misma naturaleza así como también estudia el comportamiento de las ondas electromagnéticas, usadas



actualmente en un sinnúmero de aplicaciones como las telecomunicaciones, mientras que la óptica estudia la propagación, el comportamiento y los fenómenos que experimenta la luz.

CAMPOS DE ESTUDIO DE LA FÍSICA ACTUAL

Dos importantes avances producidos durante el primer tercio del siglo XX, la Teoría Cuántica y la Teoría de la Relatividad, explicaron estos hallazgos, llevaron a nuevos descubrimientos y cambiaron el modo de comprender la Física, así como también de la realidad; obligaron a replantear muchas de las concepciones dando lugar al surgimiento de nuevas ramas, agrupadas usualmente bajo el nombre genérico de Física Moderna. Estas ramas son:

Mecánica Cuántica

Estudia el comportamiento de sistemas extremadamente pequeños (moléculas, átomos, núcleos, etc.) y establece las propiedades que caracterizan el comportamiento del micro mundo.

Física Atómica

La física atómica es un campo de la física que estudia las propiedades y el comportamiento de los átomos (electrones y núcleos atómicos).

El estudio de la física atómica incluye a los iones así como a los átomos neutros y a cualquier otra partícula que sea considerada parte de los átomos.

La física atómica y la física nuclear tratan cuestiones distintas, la primera trata con todas las partes del átomo, mientras que la segunda lo hace sólo con el núcleo del átomo, siendo este último especial por su complejidad. Se podría decir que la física atómica trata con las fuerzas electromagnéticas del átomo y convierte al núcleo en una partícula puntual, con determinadas propiedades intrínsecas de masa, carga y espín.

Estudia la estructura y las propiedades del átomo, las características de los electrones y otras partículas elementales de que se compone el átomo. Asimismo establece la disposición de los estados de energía del átomo y los procesos de transición electrónica implicados en la radiación de la luz y de los rayos X.

Física Nuclear

La física nuclear es una rama de la física que estudia las propiedades y el comportamiento de los núcleos atómicos. La física nuclear es conocida mayoritariamente por la sociedad por el aprovechamiento de la energía nuclear en

centrales nucleares y en el desarrollo de armas nucleares, tanto de fisión como de fusión nuclear.

En un contexto más amplio, se define la **física nuclear y de partículas** como la rama de la física que estudia la estructura fundamental de la materia y las interacciones entre las partículas subatómicas.

Física de Partículas

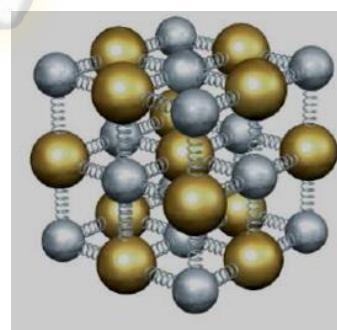
Los físicos de partículas se han esforzado desde un principio por clasificar las partículas conocidas y por describir toda la materia y sus interacciones. A lo largo de la historia de la física han existido muchas partículas que en su momento se han definido como indivisibles, tales como los protones y neutrones, que más adelante se ha demostrado que no lo son.

Después de diferentes teorías atómicas y nucleares, en la actualidad se usa el llamado modelo estándar para describir la materia que constituye el universo y sus interacciones.

De acuerdo con el modelo estándar, existen seis tipos de quarks, seis tipos de leptones y cuatro tipos de bosones. Estas partículas están divididas en dos grandes categorías por el principio de exclusión de Pauli: las que no están sujetas a este principio son los bosones y a las que sí lo están se las llama fermiones.

Física del estado sólido

Es la rama de la física de la materia condensada, trata sobre el estudio de la materia rígida, o sólidos. Estudia las propiedades físicas de los materiales sólidos utilizando disciplinas tales como la mecánica cuántica, la cristalografía, el electromagnetismo y la metalurgia física.



Forma la base teórica de la ciencia de materiales y su desarrollo ha sido fundamental en el campo de las aplicaciones tecnológicas de microelectrónica al posibilitar el desarrollo de transistores y materiales semiconductores.

La mayor parte de la investigación en la teoría de la física de estado sólido se centra en los cristales, en gran parte porque la periodicidad de los átomos en un cristal, su característica definitoria, facilita el modelado matemático, y también porque los materiales cristalinos tienen a menudo características eléctricas, magnéticas,



5to Secundaria

ópticas, o mecánicas que pueden ser explotadas para los propósitos de la ingeniería.

El marco de la mayoría de la teoría en la física de estado sólido es la formulación (de la onda) de Schrödinger de la mecánica cuántica no relativista. Un importante punto de partida para mucho análisis es el teorema de Bloch, que caracteriza las funciones de onda de electrones en un potencial periódico. Puesto que el teorema de Bloch se aplica solamente a los potenciales periódicos, y puesto que los incesantes movimientos al azar de los átomos en un cristal interrumpen la periodicidad, este uso del teorema de Bloch es solamente una aproximación, pero ha demostrado ser una aproximación enormemente valiosa, sin la cual la mayoría del análisis de la física de estado sólido serían insuperables. Las desviaciones de la periodicidad son tratadas por la teoría de perturbaciones de la mecánica cuántica

Criogenia

La criogenia (del griego κρύος [kryos], frío, y γενεια [geneia], generación) es el conjunto de técnicas utilizadas para enfriar un material a la temperatura de ebullición del nitrógeno o a temperaturas aún más bajas.

La temperatura de ebullición del nitrógeno, es decir 77,36 K (o lo que es lo mismo -195,79 °C) se alcanza sumergiendo a una muestra en nitrógeno líquido. El uso de helio líquido en lugar de nitrógeno permite alcanzar la temperatura de ebullición de éste, que es de 4,22 K (-268,93 °C).

Estudia el comportamiento de la materia a temperaturas extremadamente bajas, e incluso actualmente se investiga la posibilidad de conservar seres vivos mediante esta técnica para luego revivirlos en un futuro, al cual no podrían llegar de forma natural (aunque esto presenta ciertas limitaciones).

Física del Plasma

Estudia el comportamiento de los gases altamente ionizados (con carga eléctrica), tener en cuenta que como plasma, es como más abunda la sustancia en el universo (sol, estrellas, etc.).

Los campos de actividad de la física actual, se pueden ampliar aún más, por ejemplo podemos mencionar a la astrofísica, la relatividad, la óptica no lineal, etc. Como vemos los campos de estudio son diversos y dentro de ellos mismos el contenido es cada vez más amplio. Esto es consecuencia de nuestro acelerado desarrollo y cambiante conocimiento sobre la naturaleza.

En física y química, se denomina **plasma** a un gas constituido por partículas cargadas de iones libres y cuya dinámica presenta efectos colectivos dominados por las interacciones electromagnéticas de largo alcance entre las mismas. Con frecuencia se habla del plasma como un estado de agregación de la materia con características propias, diferenciándolo de este modo del estado gaseoso, en el que no existen efectos colectivos importantes.

Es también llamado el cuarto estado de la materia. Los átomos de este estado se mueven libremente. Cuanto más alta es la temperatura más rápido se mueven los átomos en el gas y en el momento de colisionar la velocidad es tan alta que se produce un desprendimiento de electrones. El plasma tiene la característica especial de que se puede manipular muy fácilmente por campos magnéticos y además es conductor eléctrico.

IMPORTANCIA DE LA FÍSICA Y SU RELACIÓN CON OTRAS CIENCIAS

Los conocimientos adquiridos en el campo de la Física son tan amplios que los físicos llegan a entrar en contacto con temas tan disímiles como: los organismos vivos o partes de ellos y con la estructura del universo. En este siglo ya se avizora una ciencia Física en contacto con problemas provenientes de la Química, la Biología, la Astronomía, las ciencias de la salud, etc. por ello la importancia de la Física se comprende con respecto a su relación con otras ciencias y su aporte a la actividad práctica del hombre.

Su desarrollo continuo le proporciona su base conceptual y su estructura teórica y experimental; la Física está estrechamente relacionada con las demás ciencias naturales, y en cierto modo las engloba a todas. Tal como veremos en una breve sinopsis:

Con la Química

La química se ocupa dentro de muchos temas, de la interacción de los átomos para formar moléculas; está muy relacionada con la Física y ambas se han desarrollado y correspondido mutuamente; por ejemplo, son de interés común para estas dos ciencias la estructura atómica y molecular; la termodinámica y las propiedades de los gases, líquidos y sólidos. Actualmente la fisicoquímica abarca todas estas relaciones estudiando las propiedades químicas de los átomos y moléculas en función de su estructura; estudia el enlace químico, la estructura de los cristales, de los metales, etc.



Con la Biología y la Medicina

La Biología Molecular, que comprende la biofísica y la bioquímica, ha constituido un gran aporte a la biología moderna. La biofísica estudia los fenómenos físicos que tienen lugar en los seres vivos. Los sistemas vivos están constituidos por partículas fundamentales que siguen el mismo tipo de leyes que las partículas más sencillas estudiadas tradicionalmente por los físicos. Por ello, cada vez más, el estudiar la estructura de las moléculas en los seres vivos requiere de técnicas de análisis físico como la difracción con rayos X; donde a partir de los datos obtenidos se formuló el modelo del ADN que es el material que contiene la información genética. El estudio de las enzimas, los ácidos nucleicos y en general el estudio físico de las macromoléculas de realizan mejor con las leyes y las técnicas de la Física actual. A nivel celular, con la ayuda de la Física se estudia las membranas, los mecanismos de obtención de energía, intercambios energéticos, mecanismos de autorregulación, etc. y a nivel de los organismos pluricelulares, estudia la transformación de la energía a través de la actividad muscular y la transmisión de información en forma de impulsos en las células nerviosas mediante una acertada combinación de la electroquímica, la electrónica moderna y los modelos matemáticos.

Por otro lado, también se aplica la Física nuclear en los sistemas biológicos, incluyendo la investigación de los efectos de la radiación sobre la materia viva. Entre los diversos instrumentos utilizados en las investigaciones biológicas cabe citar el uso del microscopio y también electrónico, centrifugadora y ultracentrifugadora, la radiografía con rayos X y los isótopos radiactivos.

Con la Geología

Gran parte de la Geología moderna es en esencia un estudio de la Física de la Tierra y se conoce como Geofísica; en ella se aplican los principios físicos al estudio de la Tierra. Los geofísicos examinan los fenómenos naturales y sus relaciones con el interior terrestre; entre ellos se encuentran el campo magnético terrestre, los flujos de calor, la vulcanología, la propagación de ondas sísmicas y la fuerza de la gravedad. El campo de la Geofísica, tomada en un sentido amplio, estudia también los fenómenos extraterrestres que influyen sobre la Tierra como las manifestaciones de la radiación cósmica y del viento solar.

Con la Astronomía

La astronomía es la ciencia que trata de las estrellas y del espacio exterior. Debido a los adelantos de la Física moderna, la Astrofísica es actualmente la parte más importante de la Astronomía, ya que busca la comprensión del nacimiento, evolución y destino final de los objetos y sistemas cósmicos, basándose en las leyes físicas que los rigen. En cada objeto o sistema cósmico estudiado, los astrofísicos miden las radiaciones electromagnéticas emitidas y las variaciones de éstas a través del tiempo. Las medidas se utilizan para valorar la distribución y condiciones de la energía de los átomos, así como las clases de átomos que componen el objeto. La temperatura y presión del objeto se pueden evaluar utilizando las leyes de la radiación térmica.

Con la Matemática

El desarrollo de la Matemática y la Física están muy vinculados entre sí. Sin conocer las matemáticas hay limitaciones para profundizar el estudio de la Física, al menos porque casi todas las leyes físicas se expresan por medio de ecuaciones. Con ayuda de los medios matemáticos pueden comprenderse mejor las leyes que se descubren en los fenómenos físicos. Galileo Galilei, señaló con acierto la importancia de la Matemática en el estudio de la Física.

La Matemática es una herramienta fundamental de la Física. Otras ciencias también la utilizan en menor grado. Sin embargo la Física destaca notoriamente, pues un nuevo avance en la Física implica la aparición de nuevos problemas matemáticos, que en el mejor de los casos origina nuevas teorías matemáticas.

Por ejemplo, la descripción de algunos movimientos mecánicos iniciado por Galileo fue mejor estudiada aplicando la geometría analítica creada por René Descartes, sin embargo quedaba el problema de crear una matemática que permitiera describir en forma general cualquier tipo de movimiento mecánico, este problema fue resuelto por Isaac Newton y Leibniz al sistematizar cada uno por su parte lo mejor de su entorno y época en el Cálculo diferencial e Integral. Así, hoy en día apreciamos que las matemáticas más abstractas encuentran aplicación en la Física como lo muestran las teorías modernas de la relatividad y la mecánica cuántica.



La Materia

Es la realidad primaria de la que están hechas las cosas. Realidad espacial y perceptible por los sentidos, que con la energía, constituye el mundo físico. Materia es pues, todo lo que ocupa un lugar en el universo. Por tanto la principal característica de la materia es que tiene volumen.

Actualmente se estima que hay tres tipos de materia que son:

1) MATERIA OSCURA FRÍA

Se denomina materia oscura fría (del inglés Cold Dark Matter, abreviada CDM) a cualquier tipo de partículas relativamente masivas que se mueven a velocidades mucho menores que la velocidad de la luz. La búsqueda de este tipo de partículas como parte de la materia oscura tienen dos motivaciones básicas:

- I. Su existencia es una característica general de las teorías de gran unificación que intentan unificar todas las interacciones a excepción de la gravedad.
- II. Su inserción en las simulaciones de la formación de las estructuras galácticas consigue mejorar la semejanza con los observados (ver comparación en la figura anterior)

Las partículas que podrían formar la materia oscura fría podrían tener masas que rondan el Gigaelectrónvoltio e interactuarían sólo a través de la interacción débil y de la gravedad.

Por ello se les suele llamar WIMPs (de Weak Interacting Massive Particles o partículas masivas débilmente interactantes).

Algunos de estos tipos de partículas han sido propuestos desde la teoría pero nunca observados hasta la fecha.

2) LA MATERIA OSCURA CALIENTE

La **materia oscura caliente** es un tipo de materia oscura que estaría constituido por partículas que viajan a velocidad relativista. El candidato más probable para la materia oscura caliente es el neutrino.

Los neutrinos tienen una masa negligible, no tienen carga eléctrica y por lo tanto prácticamente no interactúan con la materia, lo cual los convierte en increíblemente difícil de detectar. Estas mismas características, es también lo que los convierte en buenos candidatos para ser la materia oscura caliente.

La materia oscura caliente, sin embargo, no puede explicar cómo se formaron las galaxias individuales a partir del Big Bang. El fondo de radiación de microondas, tal como ha sido medido por el satélite COBE es uniforme y no puede explicarse cómo las partículas de movimiento rápido se agregarían desde este estado inicial.

Para explicar la estructura del universo, se hace necesaria la materia oscura fría. La materia oscura caliente es, en la actualidad, discutida como una parte de la teoría mixta de la materia oscura.

3) LA MATERIA BARIÓNICA O OBSERVABLE.

Es la que interactúa con los campos electromagnéticos. Podemos decir que la materia observable del universo está formada en un 99% por hidrógeno y helio; el 1% restante corresponde a los elementos más pesados a los cuales, en conjunto, los astrónomos designan como metales.

La materia oscura bariónica es la materia oscura compuesta por bariones, como son por ejemplo los protones y los neutrones y, en general, cualquier clase de materia oscura que contenga bariones y otras partículas ligadas a ellos. Los candidatos a materia oscura bariónica son los gases no luminosos, los objetos compactos y masivos de los halos galácticos (MACHOS) y las enanas marrones. La cantidad total de materia oscura bariónica puede ser calculada a partir de la nucleosíntesis del big bang, y las observaciones del fondo de microondas cósmicas. Ambas indican que la cantidad de esta materia es mucho menor que la cantidad total de materia oscura.

En el caso de la nucleosíntesis, el problema es que una gran cantidad de materia normal significa un universo joven muy denso, es decir, una conversión eficiente de materia a helio-4 y menos deuterio restante. Si asumimos que toda la materia oscura del universo está formada por bariones, entonces hay muchísimo más deuterio en el universo.

Esto puede resolverse si hubiera alguna manera de generar deuterio, pero se han realizado grandes esfuerzos desde los años 70 con resultado negativo, generalizando la idea de que no puede crearse dicho elemento.

Las formas de manifestación de la materia son a través de la sustancia y el campo.



¿Qué es sustancia?

Es el conjunto agregado de diversas partículas (moléculas, átomos, electrones, protones, etc.). En la naturaleza se encuentran diferentes tipos de átomos, moléculas y sus combinaciones proporcionan diversas sustancias, ejemplo. Agua, sal, piedra, roca, madera, etc. Un CUERPO es aquello que tiene volumen y forma. ejemplo. Gota de agua, vaso, regla, cuchara etc.

¿Qué es Campo?

La materia se diferencia de la sustancia, ya que nuestros sentidos no lo pueden percibir directamente. En el espacio el campo se encuentra dispersado de manera continua y permite la interacción de los cuerpos, o sea ligan los diferentes cuerpos ej. El campo gravitatorio.

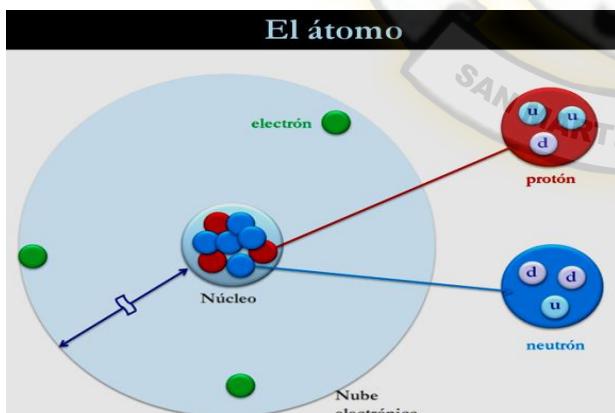
ESTRUCTURA DE LA MATERIA.

La materia es todo lo que existe en el universo y está compuesto por partículas elementales.

La materia se organiza jerárquicamente en varios niveles. El nivel más complejo es la agrupación en moléculas y esta a su vez son agrupaciones de átomos.

Los constituyentes de los átomos, que sería el siguiente nivel son:

- **Protones:** partículas cargadas de electricidad positiva
- **Electrones:** partículas cargadas de electricidad negativa.
- **Neutrones:** partículas sin carga eléctrica.



A partir de aquí hay todo un conjunto de partículas subatómicas que acaban finalmente en las partículas elementales o constituyentes últimos de la materia.

La Física de Partículas o Física de Altas Energías es la parte de la física que estudia los fenómenos naturales en términos de sus *constituyentes más fundamentales* y de las *fuerzas o interacciones* existentes entre éstos.

PARTÍCULAS ELEMENTALES

Constituyentes fundamentales de toda la materia del universo. Hasta el descubrimiento del electrón por J. J. Thomson en 1897, se pensaba que los átomos eran los constituyentes fundamentales de la materia. Este hallazgo, junto con el de Rutherford del núcleo atómico y del protón en 1911, hizo evidente que los átomos no eran elementales, en el sentido de que tienen estructura interna. El descubrimiento de Chadwick del neutrón en 1932 completó el modelo atómico basado en un núcleo atómico consistente en protones y neutrones rodeados de un número suficiente de electrones como para equilibrar la carga nuclear. Sin embargo, no explicaba la gran estabilidad del núcleo, que claramente no podía mantenerse unido por una interacción electromagnética, pues el neutrón no tiene, carga eléctrica. En 1935, Yukawa sugirió que la fuerza de intercambio que lo mantenía juntos estaba mediada por partículas de vida corta, llamadas mesones (partículas medianas), que saltaban de un protón a un neutrón y hacia atrás de nuevo. Este concepto dio lugar al descubrimiento de las interacciones fuertes y de las interacciones débiles, dando un total de cuatro *interacciones fundamentales. También dio lugar al descubrimiento de unas 200 partículas "elementales" de vida corta, algunas de las cuales eran claramente más elementales que las otras. En la clasificación actual existen dos clases principales de partículas:

- Los leptones que son partículas livianas (electrón, muón, neutrinos, partículas tau), que interactúan tanto con la interacción electromagnética como con la interacción débil y que no tienen estructura interna aparente.
- Los hadrones que son partículas voluminosas (nucleones, piones, etc.), que interactúan con la interacción fuerte y tienen una estructura interna compleja.

La estructura hadrónica está basada ahora en el concepto de Murray Gell-Mann de quark, introducido en 1964. En este modelo, los hadrones se dividen en bariones (que se desintegran en protones) y mesones (que se desintegran en leptones y fotones). Los bariones están formados por tres quarks y los mesones por dos quarks (un quark y un antiquark).

Por lo tanto, las únicas partículas realmente elementales son los leptones y los quarks.



QUARKS Y LEPTONES:

Gell-Mann fue aún más allá que Mendeleev, ya que no sólo ordenó el espectro de los hadrones sino que además introdujo el modelo más exitoso sobre su estructura interna, al postular que estos están formados por partículas puntuales a las que denominó quarks. Para explicar el espectro conocido, Gell-Mann propuso que estos quarks debían existir en tres “sabores” distintos, a los que llamó up, down y strange y que debían poseer carga eléctrica fraccionaria respecto de la del electrón. El quark up está cargado positivamente con $2/3$ la carga del electrón, mientras que los otros dos poseen una carga de $-1/3$ en las mismas unidades. Todos los bariones conocidos pueden entenderse como compuestos por tres de estos quarks, por ejemplo el protón está formado por dos quarks u y un d (y el neutrón por dos d y un u), mientras que los mesones se componen de un quark y un anti quark.

Hasta donde se sabe hoy en día, toda forma de materia está constituida por dos tipos de partículas fundamentales: (modelo estándar de la física). Estas entidades fundamentales interactúan entre sí, llegando a formar las variadas estructuras existentes en nuestro universo: una molécula de oxígeno, un cubo de hielo, una hormiga, la luna o una estrella de neutrones.

A) LOS QUARKS.

El nombre genérico con que se designan los constituyentes de los hadrones. La teoría sobre los quarks se inició a partir de los trabajos de Gell-Mann y Zweig (1966) y su existencia fue confirmada en 1977 (Por Fairbank y otros).

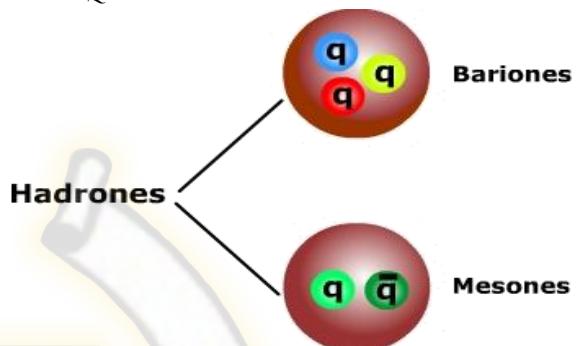
La carga eléctrica de los quarks es fraccionaria de la unidad fundamental de carga; así por ejemplo, el quark up tiene una carga fraccionaria igual a $2/3$ de la unidad elemental. Los quarks no se encuentran libres en la naturaleza sino formando hadrones, estos se dividen en dos tipos:

Mesones: Formados por un quark y un anti quark
Bariones: Formados por tres quarks.

Además de las cargas ya mencionadas, los quarks tienen otra carga de color, que no tiene nada que ver con el color real de estas partículas, y que mantiene unidos a los quarks mediante la interacción fuerte, además de ser la responsable de la formación de estos hadrones. Esta interacción esta descrita por el cromo dinámico cuántico (QCD). Existen tres tipos de carga de color: roja, azul y

verde. Los antiquarks presentan además cargas opuestas, antirroja, antiazul, y antiverde. Los quarks están unidos entre sí mediante el intercambio de partículas virtuales mediadoras de la interacción fuerte: los gluones. Junto a los leptones, los quarks forman prácticamente toda la materia de la que estamos rodeados.

El término quark, fue propuesto por Murray Gell-Mann, sacado de una novela de James Joyce, *Finnegan's Wake*, del verso Three Quarks for Mr. Mark



Los quarks son las únicas partículas fundamentales que interactúan con las cuatro fuerzas fundamentales. Los quarks son partículas parecidas a los gluones en peso y tamaño, esto se asimila en la fuerza de cohesión que estas partículas ejercen sobre ellas mismas. Son partículas de espín $1/2$, por lo que son fermiones. Forman, junto a los leptones, la materia visible.

Fueron nombrados arbitrariamente basados en la necesidad de nombrarlos de una manera fácil de recordar y usar, además de los correspondientes anti quarks. Las variedades extraña, encanto, fondo y cima son muy inestables y se desintegraron en una fracción de segundo después del Big Bang, pero los físicos de partículas pueden recrearlos y estudiarlos. Las variedades arriba y abajo sí se mantienen, y se distinguen entre otras cosas por su carga eléctrica. En la naturaleza no se encuentran quarks aislados. Estos siempre se encuentran en grupos, llamados hadrones, de dos o tres quarks, conocidos como mesones y bariones respectivamente. Esto es una consecuencia directa del confinamiento del color.

En el año 2003 se encontró evidencia experimental de una nueva asociación de cinco quarks, los pentaquark¹ aunque su existencia aún es controvertida. Hay seis quarks, pero los físicos hablan usualmente de tres pares de quarks: Up/Down, Charm/Strange, y Top/Bottom. Para cada uno de estos quarks hay un correspondiente quark de antimateria o antiquark.



Los quarks tienen la inusual característica de tener carga eléctrica fraccionaria, de valor $+2/3e$ ó $-1/3e$, a diferencia de la carga $-1e$ del electrón, o de la carga $+1e$ del protón. Los quarks también transportan otro tipo de carga llamada carga de color.

Los quarks individuales tienen cargas eléctricas fraccionarias. Sin embargo, estas cargas fraccionarias nunca son observadas directamente porque los quarks nunca están solos; por el contrario, los quarks forman partículas compuestas llamadas **HADRONES**. La suma de las cargas eléctricas de los quarks, que constituyen un hadrón, es siempre un número entero., los hadrones son de color neutro.

En Física de partículas, un cuerpo de conocimientos físicos enmarcado dentro de la Física de Alta Energía, los quarks son, junto con los leptones, los constituyentes elementales de la materia.

De la materia visible. Es decir, son las partículas más pequeñas que el hombre ha logrado identificar.

Constituyen lo que se conocen como "ladrillos cósmicos". Las piezas de las que está hecho el Universo. Se conocen hasta seis tipos distintos de quarks, que los físicos de partículas han denominado:

● **BARIONES:**

Los bariones son los hadrones constituidos por tres quarks (qqq).

Por ejemplo:

- Los protones son 2 quarks up y 1 quark down (uud).
- Los neutrones son 1 up y 2 down (udd).

● **MESONES:**

Nombre que recibe cada una de las partículas elementales sometidas a interacciones fuertes, de espín nulo o entero y carga bariónica nula. Los mesones, identificados por Powell en 1947 en los rayos cósmicos y cuya existencia había sido postulada por Yukawa en 1935, son partículas inestables, de masa generalmente comprendida entre la de los electrones y la de los neutrones. Los más estables, cuya vida media es del orden de la cienmillonésima de segundo, son los píones y los kaones.

Los mesones contienen un quark (q) y un anti quark (\bar{q}). Por ejemplo

- Un pión negativo (π^-) es ($\bar{\mu}q$).
- El mesón K^+ es ($U\bar{S}$)

B) LEPTONES: PARTÍCULAS EXTRANUCLEARES.

Nombre que recibe cada una de las partículas elementales de spin igual a $+1/2$ y masa inferior a la de los mesones.

Los leptones son fermiones entre los que se establecen interacciones débiles, y solo interacciones electromagnéticas si poseen carga eléctrica.

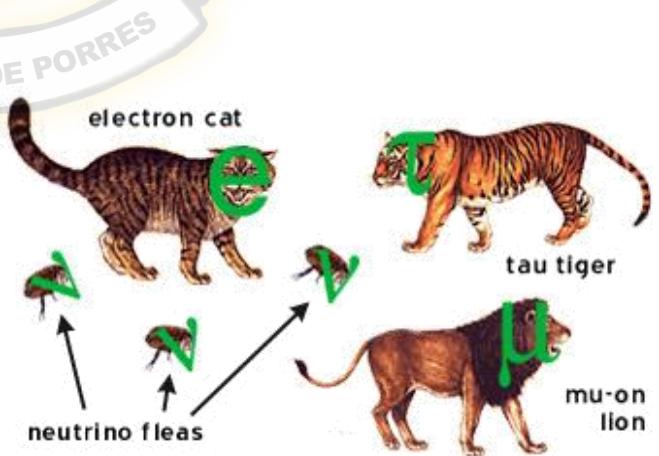
Además, los leptones con carga eléctrica se encuentran casi siempre unidos a un neutrino asociado.

En física, un **leptón** es una partícula con espín $-1/2$ (un fermión) que no experimenta interacción fuerte (esto es, la fuerza nuclear fuerte). Los leptones forman parte de una familia de partículas elementales conocida como la familia de los fermiones, al igual que los quarks.

Un leptón es un fermión fundamental sin carga hadrónica o de color. Existen seis leptones y sus correspondientes antipartículas: el electrón, el muon, el tau y tres neutrinos asociados a cada uno de ellos

Las partículas subatómicas llamadas **LEPTONES** son partículas elementales, todas ellas de Spín (giro de la partícula) fraccionario y de masa pequeña, que no interactúan con la fuerza nuclear fuerte. Los más conocidos son los ELECTRONES con spín $1/2$, carga negativa y masa despreciable. Su spín fraccionario los clasifica como FERMIONES.

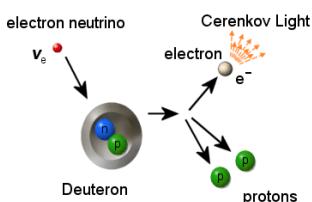
Son también Leptones el NEUTRINO, sin carga ni masa, el MUÓN de masa unas 250 veces mayor que el electrón y el TAUÓN de masa unas 3500 veces mayor que el electrón, que ya no es precisamente una partícula de masa pequeña, y que es realmente un LEPTON PESADO.





NEUTRINO

Partícula nuclear elemental eléctricamente neutra y de masa muy inferior a la del electrón (posiblemente nula). El neutrino es un fermión; su espín es $1/2$. Antes del descubrimiento del neutrino, parecía que en la emisión de electrones de la desintegración beta no se conservaban la energía, el momento y el espín totales del proceso. Para explicar esa incoherencia, el físico austriaco Wolfgang Pauli dedujo las propiedades del neutrino en 1931.



Al no tener carga y poseer una masa despreciable, el neutrino es extremadamente difícil de detectar; las investigaciones confirmaron sus peculiares propiedades a partir de la medida del retroceso que provoca en otras partículas. Billones de neutrinos atraviesan la Tierra cada segundo, y sólo una minúscula proporción de los mismos interacciona con alguna otra partícula. Los físicos estadounidenses Frederick Reines y Clyde Lorrain Cowan, hijo, obtuvieron pruebas concluyentes de su existencia en 1956.

A esos tres subgrupos de leptones, constituidos por una partícula y su neutrino, se les denomina sabores. Estas nunca sienten la interacción nuclear fuerte.

Una masa baja no es el único requisito necesario para pertenecer a este grupo; además, el espín de la partícula debe ser fraccionario, es decir, la partícula debe ser un fermión. Un leptón es un fermión fundamental sin carga de color.

BOSONES Y FERMIONES

Según su espín, tenemos dos tipos de partículas:

A.- BOSONES: aquellas cuyo espín es de valor entero ($1, 2, \dots$) y no "respetan" el Principio de Exclusión de Pauli, es decir, que podemos encontrar dos de ellas en el mismo estado cuántico. Son bosones el fotón, el gluón y las partículas W^+ , W^- y Z^0 .

B.- FERMIONES: aquellas cuyo espín es de valor semientero ($1/2, 3/2, \dots$) y sí cumplen el Principio de Exclusión de Pauli. Ejemplos de fermiones son el electrón, el protón y el neutrón.

Tipo de fermión	Nombre	Símbolo	Carga Electromág.	Carga débil*	Carga fuerte (color)	Masa
Leptón	Electrón	e^-	-1	-1/2	0	$0,511 \text{ MeV}/c^2$
	Muón	m^-	-1	-1/2	0	$105,6 \text{ MeV}/c^2$
	Tauón	t^-	-1	-1/2	0	$1,784 \text{ GeV}/c^2$
	Neutrino electrón	n_e	0	+1/2	0	$< 50 \text{ eV}/c^2$
	Neutrino muón	n_m	0	+1/2	0	$< 0,5 \text{ MeV}/c^2$
	Neutrino tauón	n_t	0	+1/2	0	$< 70 \text{ MeV}/c^2$
Quark	Up	u	+2/3	+1/2	R/G/B	$\sim 5 \text{ MeV}/c^2$
	charm (encanto)	c	+2/3	+1/2	R/G/B	$\sim 1.5 \text{ GeV}/c^2$
	Top	t	+2/3	+1/2	R/G/B	$> 30 \text{ GeV}/c^2$
	down	d	-1/3	-1/2	R/G/B	$\sim 10 \text{ MeV}/c^2$
	strange (extraño)	s	-1/3	-1/2	R/G/B	$\sim 100 \text{ MeV}/c^2$
	bottom	b	-1/3	-1/2	R/G/B	$\sim 4,7 \text{ GeV}/c^2$

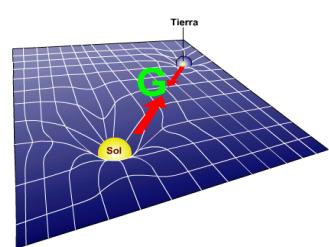
LAS INTERACCIONES:

Es el efecto físico en el que intervienen un número determinado de cuerpos, partículas o sistemas de partículas como resultado del cual se obtienen algunos cambios físicos. Las interacciones están relacionadas con los 4 tipos de fuerzas que existen en la naturaleza; estas cuatro interacciones juntas pueden explicar todas las fuerzas observadas que pueden ocurrir en el universo.

Fuerzas fundamentales son aquellas fuerzas del Universo que no se pueden explicar en función de otras más básicas. Las fuerzas o interacciones fundamentales conocidas hasta ahora son cuatro: gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil.

• INTERACCIÓN GRAVITATORIA.

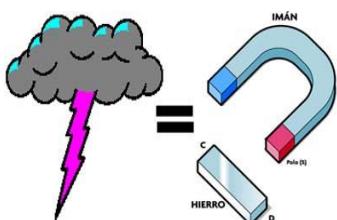
Es la más débil de todas las interacciones, pero es la fuerza más fácil de reconocer, pues se da en todo tipo de partículas. Es la responsable de la existencia de las estrellas, los sistemas planetarios, las galaxias y en general de todas las macro estructuras del universo.





La gravitatoria es la fuerza de atracción que un trozo de materia ejerce sobre otro, y afecta a todos los cuerpos. La gravedad es una fuerza muy débil y de un **sólo sentido**, pero de alcance **infinito**.

• INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.



Es la base de todos los fenómenos que suceden fuera del núcleo atómico (exceptuando la gravitación), incluyendo los

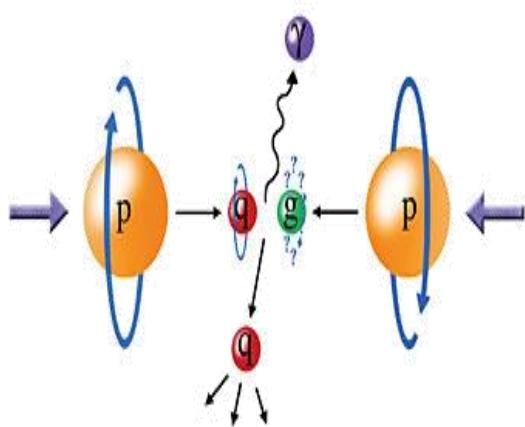
fenómenos químicos y biológicos. Está relacionada con una propiedad llamada carga eléctrica, es la responsable de mantener unidos a los átomos.

La fuerza electromagnética afecta a los cuerpos eléctricamente cargados, y es la fuerza involucrada en las transformaciones físicas y químicas de átomos y moléculas. Es mucho más intensa que la fuerza gravitatoria, **tiene dos sentidos** (positivo y negativo) y su alcance es **infinito**.

• INTERACCIÓN NUCLEAR FUERTE.

Es la que une a los quarks para formar protones y neutrones, y a su vez une a éstos últimos para formar los núcleos atómicos. Los leptones en cambio, no sienten la interacción fuerte. Las enormes energías liberadas en las reacciones nucleares de fisión y fusión se deben también a esta interacción.

La fuerza o interacción nuclear fuerte es la que mantiene unidos los componentes de los núcleos atómicos, y actúa indistintamente entre dos nucleones cualesquiera, protones o neutrones. Su alcance es del orden de las dimensiones nucleares, pero es más intensa que la fuerza electromagnética.



• INTERACCIÓN NUCLEAR DÉBIL.

Es sentida por todas las partículas. Es la causa de la radiactividad natural y la desintegración β de los núcleos, en la cual un neutrón se transforma en un protón y un electrón, generándose también un antineutrino electrónico.

También explica las transformaciones entre leptones, como la desintegración del tauón. Tiene un rol capital en las reacciones de fusión del hidrógeno y otros elementos en el centro de las estrellas y del Sol.

Es responsable de algo tan fundamental como la reacción de fusión en la que dos protones se unen para dar un átomo de helio, y así constituir la fuente de energía de las estrellas. Su intensidad es mucho mayor que la fuerza gravitatoria, pero es menor que la fuerza electromagnética. Está relacionada con la propiedad de la materia conocida como masa.

INTERACCIÓN (ORDEN DE MAGNETICUD)	FUERZA RELATIVA	DISTANCIA DE INTERACCIÓN	PARTÍCULAS QUE INTERACTÚAN	PARTÍCULAS QUE INTERACTÚAN
Nuclear Fuerte	1N	10^{-15} m	Gluón	Hadrones
Electro Magnética	10^3 N	Infinito	Fotón	Carga eléctrica
Nuclear Débil	10^{-8} N	10^{-17} m	Bosones W y Z	Todas
Gravitacional	10^{45} N	Infinito	Gravitón (?)	Todas

TEORÍA DE LA UNIFICACIÓN DE LA FÍSICA

Y aún hay más de la Física...En lo que refiere a la unificación de fuerzas se puede decir que se ha tratado de hacerlo...en la época de Newton, surge la primera unificación de la fuerza de Gravitación Universal. Un tiempo después...Todavía en la antigüedad se creía que solo tres fuerzas habían; la fuerza de la gravitación, la fuerza de electricidad, la fuerza del magnetismo. Pero, luego de hacer experimentos se logró la primera unificación de la electricidad y el magnetismo, con la ayuda de Maxwell... Es entonces que en el año 1860, se pensó que solo había dos fuerzas. Hasta que el siglo XX se dio un conocimiento de la estructura microscópica de la materia y se identificó como la interacción débil y la interacción fuerte. Y entonces en lugar de dos fuerzas, había ya aparecido cuatro fuerzas.



5to Secundaria

La Gravitatoria, la Electromagnética, la débil y la fuerte. Datos que no duro mucho tiempo porque en los años 60 del siglo pasado, la teoría de Weinberg - Salam (**ganadores de premio Nobel por unificación electro-débil**) demostró basado en experimentos que la electromagnética y la débil son solo una fuerza.

Por lo tanto, solo quedaron reconocidas tres fuerzas; la gravitatoria, la electro-débil y la fuerte. Claro que son teoría que tenemos hoy en día por que se han podido demostrar en base de experimentos. Pero, muchos Físicos en la actualidad argumentan con algunas teorías que la fuerza fuerte es la misma que la electro-débil, esto sin poder demostrarlo con experimentos.

Hasta que se logre demostrar esta hipótesis se logaría una nueva unificación que los físicos llamarían las Gran Unificación y solo quedarían dos fuerzas; la gravitatoria y la electro-magneto-fuerte-débil, sería mejor tener un nombre más simplificado en dado que surgiera la unificación. Y si la fuerza gravitatoria se unificara con la electro-magneto-fuerte-débil estaríamos hablando de la Teoría del Todo hablando hipotéticamente.

ORIGEN DEL UNIVERSO

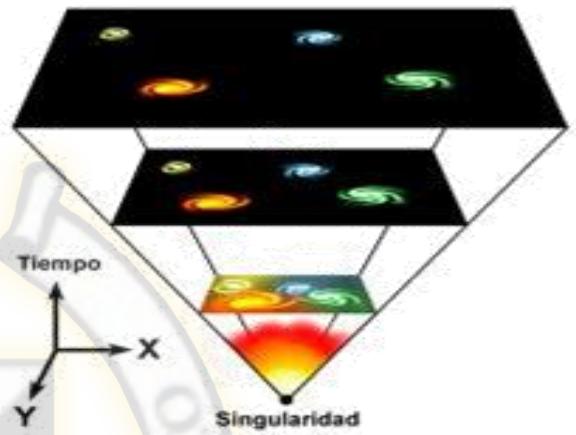
El Universo es generalmente definido como todo lo que existe físicamente: la totalidad del espacio y del tiempo, de todas las formas de la materia, la energía y el impulso, las leyes y constantes físicas que las gobiernan. Sin embargo, el término "universo" puede ser utilizado en sentidos contextuales ligeramente diferentes, para referirse a conceptos como el cosmos, el mundo o la naturaleza.

Observaciones astronómicas indican que el Universo tiene una edad de $13,73 \pm 0,12$ mil millones de años y por lo menos 93 mil millones de "años luz" de extensión. El evento que dio inicio al Universo se denomina Big Bang. En aquel instante toda la materia y la energía del universo observable estaban concentradas en un punto de densidad infinita. Después del Big Bang, el universo comenzó a expandirse para llegar a su condición actual, y lo continúa haciendo.

Ya que, de acuerdo con la teoría especial de la relatividad, la materia no puede moverse a una velocidad superior a la de la luz, puede parecer paradójico que dos objetos del universo puedan haberse separado 93 mil millones de años luz en un tiempo de sólo 13 mil millones de años; sin embargo, esta separación es una consecuencia natural de la teoría de relatividad general.

Dicho simplemente, el espacio puede ampliarse a un ritmo superior que no está limitado por la velocidad de la luz. Por lo tanto, dos galaxias pueden separarse una de la otra más rápidamente que la velocidad de la luz, es el espacio entre ellas el que crece.

LA TEORÍA DEL BIG BANG O GRAN EXPLOSIÓN (George Gamow)



La teoría del Big Bang consiste en que el universo que antes era una singularidad infinitamente densa, matemáticamente paradójica, en un momento dado explotó y libero una gran cantidad de energía y materia separando todo hasta ahora.

El universo después del Big Bang comenzó a enfriarse y a expandirse, este enfriamiento produjo que tanta energía comenzara a estabilizarse. Los protones y los neutrones se "crearon" y se estabilizaron cuando el universo tenía una temperatura de 100.000 millones de grados, aproximadamente una centésima de segundo después del inicio. Los electrones tenían una gran energía e interactuaban con los neutrones, que inicialmente tenían la misma proporción que los protones, pero debido a esos choques los neutrones se convirtieron más en protones que viceversa. La proporción continuó bajando mientras el universo se seguía enfriando, así cuando se tenía 30.000 millones de grados (una décima de segundo) había 38 neutrones por cada 62 protones y 24 a 76 cuando tenía 10.000 millones de grados (un segundo).

Lo primero en aparecer fue el núcleo del deuterio, casi a 14 segundos después, cuando la temperatura de 3.000 millones de grados permitía a los neutrones y protones permanecer juntos. Para cuando estos núcleos podían ser estables, el universo necesitó de algo más de tres minutos, cuando esa bola incandescente se había enfriado a un billón de grados.



TEORÍA INFLACIONARIA (Alan Guth)

En la comunidad científica tiene una gran aceptación la teoría inflacionaria, propuesta por Alan Guth y Andrei Linde en los años ochenta, que intenta explicar los primeros instantes del universo. Se basa en estudios sobre campos gravitatorios fortísimos, como los que hay cerca de un agujero negro.

Supuestamente nada existía antes del instante en que nuestro universo era de la dimensión de un punto con densidad infinita, conocida como una singularidad. En este punto se concentraban toda la materia, la energía, el espacio y el tiempo.

Según esta teoría, lo que desencadenó el primer impulso del Big Bang es una "fuerza inflacionaria" ejercida en una cantidad de tiempo prácticamente inapreciable. Se supone que de esta fuerza inflacionaria se dividieron las actuales fuerzas fundamentales.

Este impulso, en un tiempo tan inimaginablemente pequeño, fue tan violento que el universo continúa expandiéndose en la actualidad. Hecho que fue corroborado por Edwin Hubble. Se estima que en solo 15×10^{-33} segundos ese universo primigenio multiplicó sus medidas por 100.

EL SISTEMA SOLAR.

Los planetas y los asteroides orbitan alrededor del Sol, en la misma dirección siguiendo órbitas elípticas en sentido antihorario si se observa desde encima del polo norte del Sol. El plano aproximado en el que giran todos estos se denomina eclíptica. Algunos objetos orbitan con un grado de inclinación considerable, como Plutón con una inclinación con respecto al eje de la eclíptica de 17° , así como una parte importante de los objetos del cinturón de Kuiper. Según sus características, y avanzando del interior al exterior, los cuerpos que forman el Sistema Solar se clasifican en:

Sol. Una estrella de tipo espectral G2 que contiene más del 99% de la masa del sistema. Con un diámetro de 1.400.000 km, se compone, de un 75% de hidrógeno, un 20% de helio y el 5% de oxígeno, carbono, hierro y otros elementos.

Planetas. Divididos en planetas interiores (también llamados terrestres o telúricos) y planetas exteriores o gigantes. Entre estos últimos Júpiter y Saturno se denominan gigantes gaseosos mientras que Urano y Neptuno suelen nombrarse como gigantes helados. Todos los planetas gigantes tienen a su alrededor anillos.

En el año 2006, una convención de astronomía en Europa declaró a Plutón como planeta enano porque no reúne las características necesarias para ser llamado planeta.

- **Planetas enanos.** Esta nueva categoría inferior a planeta la creó la Unión Astronómica Internacional en agosto de 2006. Se trata de cuerpos cuya masa les permite tener forma esférica, pero no es la suficiente para haber atraído o expulsado a todos los cuerpos a su alrededor. Cuerpos como Plutón (hasta 2006 considerado noveno planeta del Sistema Solar), Ceres, Makemake, Eris y Haumea están dentro de esta categoría.
- **Satélites.** Cuerpos mayores orbitando los planetas, algunos de gran tamaño, como la Luna, en la Tierra, Ganímedes, en Júpiter o Titán, en Saturno.
- **Asteroides.** Cuerpos menores concentrados mayoritariamente en el cinturón de asteroides entre las órbitas de Marte y Júpiter, y otra más allá de Neptuno. Su escasa masa no les permite tener forma regular.
- **Objetos del cinturón de Kuiper.** Objetos helados exteriores en órbitas estables, los mayores de los cuales serían Sedna y Quaoar.
- **Cometas.** Objetos helados pequeños provenientes de la Nube de Oort.

LAS GALAXIAS:

Las galaxias son un conjunto de estrellas, nebulosas y materia interestelar. Todos estos elementos interactúan entre sí por la fuerza de la gravedad y orbitan alrededor de un centro en común. Las galaxias más pequeñas cuentan con unas 100.000 estrellas y las más grandes pueden contener cerca de tres millones de millones de estrellas (tres billones). El sistema solar, en el que se encuentra la tierra, está en una galaxia a la que hemos llamado Vía Láctea, que forma parte del cúmulo de galaxias de Virgo. Las Nubes de Magallanes son las galaxias más cercanas y se hallan a una distancia de 170.000 años luz (la pequeña nube) y a 150.000 años luz (la gran nube).



LECTURA 1

¿Qué es la antimateria?

Como la misma palabra dice, es lo opuesto de la materia, es decir: una materia cuyas partículas elementales tienen carga eléctrica opuesta a la normal. Así, en un átomo de antimateria encontramos en lugar de protones (positivos), antiprotones (negativos) y, en lugar de electrones (negativos), antielectrones o positrones (positivos).

Cuando una partícula y una anti-partícula entran en contacto, se produce el fenómeno de la aniquilación o sea de la transformación de la materia en energía. La antimateria, prevista teóricamente por los físicos de los años 30, ha sido producida en laboratorios desde mediados los años 50, gracias a los potentes aceleradores de partículas.

Según una teoría cosmológica, en el Universo existen cantidades iguales de materia y de antimateria confinada, obviamente, en regiones distantes entre sí. Sin embargo, en los puntos de encuentro, se producirían grandes fenómenos de aniquilación. Los rayos Gamma, que se observan como radiación de fondo del Universo, son interpretados por algunos como el producto secundario de esta aniquilación.

Según otra teoría, en cambio, materia y antimateria existían por partes iguales en el origen del Universo pero con un leve excedente de la primera sobre la segunda. Por consiguiente, la antimateria habría sido totalmente destruida por la aniquilación y el Universo actual estaría constituido por el residuo de materia superviviente.

En el estado actual de los conocimientos físicos resulta imposible determinar, a través de observaciones astronómicas a distancia, si una lejana galaxia está hecha de materia o de antimateria, debido a que ambas producen emisiones electromagnéticas idénticas.

LECTURA 2

¿Los agujeros negros podrían albergar sus propios universos?

Cuando la materia es absorbida por un agujero negro, esta podría caer en otro universo contenido en el agujero negro, o quedar atrapada dentro de una conexión similar a un agujero de gusano hacia otro segundo agujero negro, sugiere un nuevo estudio. Lo que hay dentro de un agujero negro es uno de los mayores misterios de la física. La teoría que predijo que los agujeros negros por primera vez – la relatividad general – dice que toda la materia dentro de ellos queda aplastada en un punto central de densidad infinita conocido como singularidad. Pero entonces, “las cosas se vienen abajo matemáticamente”, dice Christian Böhmer del University College de Londres, en el Reino Unido. “Nos gustaría ver eliminada la singularidad”.

Muchos investigadores creen que algún nuevo tipo de teoría dominante que unifique la gravedad y los efectos cuánticos resolverá el problema. La Teoría de Cuerdas es una de las alternativas más populares. MWC 147 tiene menos de medio millón de años de antigüedad. Si se asocia la edad media de 4600 millones de años de nuestro Sol con una persona de unos cuarenta años, MWC 147 será un bebé de un día. Pero Böhmer y su colega Kevin Vandersloot de la Universidad de Portsmouth en el Reino Unido usaron una aproximación rival conocida como Gravedad Cuántica de Bucles, la cual define el espacio-tiempo como una red de vínculos abstractos que conectan diminutos trozos de espacio.

La Gravedad Cuántica de Bucles se ha usado anteriormente para abordar la singularidad que parece haber ocurrido en el origen de nuestro universo. Esto sugiere que en lugar de un Big Bang, un universo anterior

podría haber colapsado y explotado de nuevo en un “Gran Rebote” (Big Bounce).

Extravagantes soluciones

Una repulsión similar apareció cuando la aproximación cuántica de bucles se aplicó previamente al interior de un agujero negro con propiedades particulares. Esos estudios sugieren que existe un límite de repulsión que evita que la materia se agrupe en la singularidad.

Pero Böhmer y Vandersloot querían ver qué sucedía si aplicaban Gravedad Cuántica de Bucles a los agujeros negros en general. Debido a que las ecuaciones de la Gravedad Cuántica de Bucles no pueden resolverse con exactitud para el interior de cada agujero negro, los investigadores usaron ordenadores para aproximar lo que sucedería a la materia que cae. “Quedamos sorprendidos por los resultados”, dice Böhmer. En lugar de un límite alrededor de la singularidad, obtuvimos otros dos tipos de soluciones – ambas extrañas – que reemplazaban a la singularidad.

Böhmer se dio cuenta que un conjunto de respuestas se parecían al conocido como “universo Nariai” – un modelo matemático de un universo permitido por la relatividad general en el cual el universo se expande sólo en una dirección espacial. (Nuestro universo observado parece ser un “espacio de Sitter” dado que se expande en las tres dimensiones, por lo que las galaxias distantes se mueven alejándose de nosotros no importa hacia dónde se mire en el cielo).

Universo infinito

“El interior se convierte en un propio universo”, dice Böhmer. En lugar de materia cayendo en el interior de una singularidad, viajaría para siempre en este universo Nariai, el cual experimentaría como infinito en tamaño – incluso aunque encaja dentro del tamaño finito del agujero negro. El otro conjunto de soluciones parecen ser una conexión similar a un túnel entre dos bocas de agujeros negros. El túnel es una reminiscencia de un agujero de gusano, una característica hipotética del espacio-tiempo que conecta dos puntos lejanos a través de un atajo. En este caso no está claro aún qué sucedería con la materia del interior, pero podría oscilar adelante y atrás de las dos bocas de los agujeros negros. El nuevo estudio es un “paso adelante significativo”, dice Carlo Rovelli del Centro para Física Teórica en Marsella, Francia.

Inherently unstable

“La idea de aplicar Gravedad Cuántica de Bucles para resolver la singularidad de un agujero negro comenzó hace tiempo”, dijo a New Scientist. “Pero ahora está alcanzando su grado de madurez, donde se puede calcular de forma concreta cuánto espacio-tiempo cuántico podríamos ver en el centro de un agujero negro”. Pero un científico con el que contactó New Scientist y que no quiso que se le citara por su nombre dice que el nuevo trabajo en realidad no puede eliminar el problema de las singularidades en los agujeros negros. Dice que un universo Nariai es inherentemente inestable, por lo que finalmente colapsaría o se convertiría en un universo de Sitter – el cual podría albergar agujeros negros.

Si esto es así, entonces los agujeros negros podrían contener sus propios universos, pero esos universos podrían contener sus propios agujeros negros, los cuales a su vez contienen sus universos...en un bucle infinito.



EL MÉTODO CIENTÍFICO

QUE ES EL MÉTODO CIENTÍFICO

Tenemos tres definiciones básicas que nos explican el concepto de lo que es el método científico y son:

- 1) El método científico es el conjunto de procedimientos lógicos que sigue la investigación para descubrir las relaciones internas y externas de los procesos de la realidad natural y social.
- 2) Llamamos método científico a la serie ordenada de procedimientos de que se hace uso en la investigación científica para obtener la extensión de nuestros conocimientos.
- 3) Se entiende por método científico al conjunto de procesos que el hombre debe emplear en la investigación y demostración de la verdad.

EL MÉTODO CIENTÍFICO ES RACIONAL

Es racional porque se funda en la razón, es decir, en la lógica, lo cual significa que parte de conceptos, juicios y razonamientos y vuelve a ellos; por lo tanto, el método científico no puede tener su origen en las apariencias producidas por las sensaciones, por las creencias o preferencias personales.

También es racional porque las ideas producidas se combinan de acuerdo a ciertas reglas lógicas, con el propósito de producir nuevas ideas.

EL MÉTODO CIENTÍFICO ES ANALÍTICO

El método científico descompone todo lo que trata con sus elementos; trata de entender la situación total en términos de sus componentes; intenta descubrir los elementos que componen cada totalidad y las interrelaciones que explican su integración.

Por tal razón, los problemas de la ciencia son parciales y así con sus soluciones, más aún: los problemas son estrechos al comienzo, pero van ampliándose a medida que la investigación avanza.

EL MÉTODO CIENTÍFICO ES CLARO Y PRECISO

La claridad y la precisión del método científico se consiguen de las siguientes formas.

Los problemas se formulan de manera clara, para lo cual, hemos de distinguir son los problemas e, incluiremos en ellos los conceptos o categorías fundamentales.

El método científico inventa lenguajes artificiales utilizando símbolos y signos; a estos símbolos se les atribuye significados determinados por medio de reglas de designación.

EL MÉTODO CIENTÍFICO ES VERIFICABLE

Todo conocimiento debe aprobar el examen de la experiencia, esto es, observacional y experimental.

Por tal razón la ciencia fáctica es empírica en el sentido de que la comprobación de sus hipótesis involucra la experiencia; pero no es necesariamente experimental y, por eso, no es agotada por las ciencias de laboratorio.

EL MÉTODO CIENTÍFICO ES EXPLICATIVO

Intenta explicar los hechos en términos de leyes, y las leyes en términos de principios; además de responder al como son las cosas, responde también a los porqués, porque suceden los hechos como suceden y no de otra manera.

La explicación científica se realiza siempre en términos de leyes.

OBJETIVO DEL MÉTODO CIENTÍFICO

El método científico busca alcanzar la verdad fáctica mediante la adaptación de las ideas a los hechos, para lo cual utiliza la **observación** y la **experimentación**.

El método parte de los hechos intentando describirlos tales como son para llegar a formular los enunciados fácticos que se observan con ayuda de teorías se constituye en la materia prima para la elaboración teórica.

ESTRUCTURA DEL MÉTODO CIENTÍFICO

Cuando se analiza un determinado fenómeno se procede sistemáticamente, siguiendo una serie de etapas establecidas en sus pasos fundamentales. Esta secuencia constituye el denominado **método científico**, o experimental que se estructura de:

OBSERVACIÓN O EXPERIMENTACIÓN

La observación consiste en un examen crítico y cuidadoso de los fenómenos, notando y analizando los diferentes factores y circunstancias que parecen influenciarlos.

La experimentación consiste en la observación del fenómeno bajo condiciones preparadas de antemano y cuidadosamente controladas. Sin la experimentación la Ciencia Moderna nunca habría alcanzado los avances que han ocurrido.

Los laboratorios son esenciales para el método.



5to Secundaria

ORGANIZACIÓN

Se refiere al análisis de los resultados cualitativos y cuantitativos obtenidos, compararlos entre ellos y con los resultados de observaciones anteriores, llegando a leyes que se expresan mediante fórmulas o en palabras.

HIPÓTESIS Y TEORÍA

En este paso se propone explicaciones tentativas o hipótesis, que deben ser probadas mediante experimentos. Si la experimentación repetida no las contradice pasan a ser teorías.

Las teorías mismas sirven como guías para nuevos experimentos y constantemente están siendo sometidas a pruebas. En la teoría, se aplica razonamientos lógicos y deductivos al modelo.

VERIFICACIÓN Y PREDICCIÓN

El resultado final es la predicción de algunos fenómenos no observados todavía o la verificación de las relaciones entre varios procesos.

El conocimiento que un físico o investigador adquiere por medios teóricos a su vez puede ser utilizado por otros científicos para realizar nuevos experimentos para comprobar el modelo mismo, o para determinar sus limitaciones o fallas.

El físico teórico entonces revisa y modifica su modelo de modo que esté de acuerdo con la nueva información. En esta interrelación entre la experimentación y la teoría lo que permite a la ciencia progresar continuamente sobre una base sólida.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De los siguientes enunciados, elegir la afirmación correcta.

- I. La física es el estudio de la materia y sus interacciones.
II. La física se ocupa estrictamente del estudio de la fuerza.
III. La física se ocupa únicamente del estudio de la energía.

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) II y III e) I y II

2. Es una rama de la física

- a) Mecánica y Astronomía b) Calor y geología
c) Matemática y Astrofísica d) Calor y Magnetismo
e) Biología y Geología

3. De los siguientes enunciados, elegir la afirmación correcta:

- I) Los fotones están compuestos por quarks.
II) Los neutrones son partículas integrantes de un quarks.
III) Los neutrones están formados por quarks.

- a) I y III b) Sólo II c) Sólo I
d) I y II e) Sólo III

4. De acuerdo a la teoría Estándar de la materia, la partícula que tiene carga elemental fraccionada, es:

- a) Protón b) Neutrón c) Quark
d) Electrón e) Neutrino

5. En una interacción nuclear fuerte, la partícula mediadora es:

- a) Gluón b) Electrón c) Protón
d) Fotón e) Bosón vectorial

6. Las proposiciones verdaderas, son:

- I. El átomo está conformado por el núcleo atómico y la nube electrónica
II. Bhor demostró la existencia de la materia
III. La materia está constituida por partículas, átomos y moléculas
a) II y III b) sólo I c) I y III
d) sólo II e) I y II

7. En las proposiciones, identificar las verdaderas (V) o falsas (F)

- I. El electrón es una partícula elemental que se encuentra en el núcleo del átomo ()
II. El protón está constituido por quarks ()
III. El neutrón tiene masa cero u carga cero ()
La alternativa con la secuencia correcta, es:

- a) FFV b) FFF c) VVF d) FVF e) VVV



8. La interacción gravitacional que existe en la naturaleza, tiene por característica. Ser válida para:

- a) Cargas con fuerzas de atracción - repulsión
- b) Masas y cargas eléctricas
- c) Masas con fuerzas de repulsión
- d) Masas con fuerzas de atracción - repulsión
- e) Masas con fuerzas de atracción

9. La ciencia fundamental que estudia la naturaleza, se denomina:

- a) Numismática
- b) matemática
- c) Lógica
- d) física
- e) psicología

10. La interacción Nuclear Fuerte, se produce entre:

- a) Electrón y Electrón
- b) Protón y Neutrón
- c) Protón y Electrón
- d) Neutrón y Electrón
- e) Fotón y Fotón

11. ¿Cuál de las siguientes partículas se caracteriza por poseer carga eléctrica fraccionaria?

- a) Proton
- b) Neutron
- c) Quark
- d) Leptón
- e) Cristal

12. Son proposiciones correctas:

- I. La física estudia exclusivamente el movimiento mecánico.
- II. La física es una ciencia, cuyo objeto de estudio es el mismo de la matemática.
- III. La física es una ciencia fundamentalmente experimental.
- IV. La termodinámica es una parte de la física.

- a) Sólo III
- b) I y II
- c) III y IV
- d) Sólo IV
- e) II y IV

13. Identifique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. La física es una rama de la filosofía natural.
- II. La física estudia las propiedades básicas del universo.
- III. La física estudia manifestaciones de la naturaleza solo de forma cuantitativa.

- a) FFF b) FVF c) FFV d) VVF e) FVV

14. La etapa del método científico en la cual se busca si entre varios hechos hay una idea común y se enuncia una formulación resumida gráficamente de dar una explicación de las observaciones, es:

- a) Observación b) Ley c) Hipótesis
- d) Experimentación e) Todas

15. La parte de la física que estudia las interacciones que producen un cambio de movimiento, se denomina:

- a) Óptica
- b) Electricidad
- c) Física moderna
- d) Mecánica
- e) Electromagnetismo

16. Señale con (V) si es verdadero o (F) si es falso.

- I. La mecánica de Newton dio origen a la física clásica.
- II. La física clásica explica el movimiento de los electrones dentro del átomo.
- III. Las ecuaciones de Maxwell son válidas en la mecánica cuántica.

- a) FFF b) VFF c) VVV d) VFV e) FFV

17. De los siguientes enunciados, elegir la afirmación correcta.

- I. Los fotones están compuestos por quarks
- II. Los neutrones son partículas integrantes de un quarks
- III. Los neutrones están formados por quarks.

- a) I y III b) Sólo III c) Sólo II d) Sólo I e) I y II

18. Están formados por Quark excepto.

- a) Hadrones b) Neutrones c) Bariones
- d) Protones e) electrones.

5to Secundaria



19. ¿Cuáles son los Quarks componentes del protón?

- a) 1Up y 1Down
- b) Charm - Strange
- c) 2Top - 1Bottom
- d) 2Up - 1Down
- e) 1Up - 2Down

20. La interacción más débil en orden de magnitud, es la:

- a) Electromagnética b) Nuclear Fuerte
- c) Nuclear Débil d) Gravitacional
- e) Ninguna

21. Las interacciones se miden cuantitativamente en términos de:

- I. Fuerza
- II. Aceleración
- III. Energía
- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III d) I y II e) I y III

22. La partícula mediadora entre los Quarks se denomina.

- a) Gravitar b) Gluón c) Barión d) Fotón e) Gravedad

23. Cuál de las siguientes partículas carece de masa en reposo:

- a) Hadrón b) Mesón c) Fotón
- d) Barión e) Electrón

24. Respecto a los Leptones; podemos afirmar:

- I. El quark es antipartícula del electrón.
- II. Los leptones sienten interacción nuclear fuerte.
- III. La antipartícula del electrón es el neutrino del electrón.
- IV. El electrón es un Leptón.

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo I
- d) II y IV e) II, III y IV

25. La interacción que une a los quark para formar protones y neutrones, y a su vez une a éstos últimos para formar los núcleos atómicos; es:

- a) Nuclear Débil b) Electromagnética
- c) Gravitacional d) Elástica
- e) Nuclear Fuerte

26. La interacción o fuerza básica que es la causa de la radiactividad natural y la desintegración β de los núcleos, es:

- a) Electromagnética
- b) Gravitacional
- c) Nuclear fuerte
- d) Elástica
- e) Nuclear débil

27. En la composición química del Sol, el elemento más abundante, es:

- a) Helio b) Hidrógeno
- c) Neón d) Argón e) Hierro

28. De los siguientes enunciados indique el número de proposiciones correctas.

- I. Los quarks forman partículas compuestas llamadas Hadrones.
- II. Los protones y electrones están formados por quarks.
- III. Las partículas elementales aceptadas actualmente son quark y leptones.
- IV. El protón tiene 3 quarks.

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 0

29. Es la base de todos los fenómenos que suceden fuera del núcleo atómico (exceptuando la gravitación), incluyendo los fenómenos químicos y biológicos. Está relacionada con una propiedad llamada carga eléctrica, es la responsable de mantener unidos a los átomos.

- a) Interacción Nuclear
- b) Interacción Nuclear débil
- c) Interacción gravitatoria
- d) Interacción electromagnética
- e) Interacción magnética



CAPÍTULO
2

Física

Análisis Dimensional

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Introducción

Cualquier número o conjunto de números que se utilizan para describir cuantitativamente un fenómeno físico recibe el nombre de cantidad física. Para definir una cantidad física debemos especificar un procedimiento de medición de esa cantidad, o bien una manera de calcular a partir de otras cantidades mesurables.

La definición de una cantidad, expresada en función del procedimiento utilizado para medirla, se denomina definición operacional. Algunas cantidades solo pueden precisarse mediante definiciones operacionales. En mecánica se emplean como cantidades fundamentales la masa, la longitud y el tiempo, en otras áreas de la física se emplean otras cantidades fundamentales como la temperatura, la carga eléctrica y la intensidad luminosa.

Magnitud

Es todo aquello susceptible a ser medido, que se puede representar por un número y puede ser estudiado en las ciencias experimentales.

Cuando una magnitud se puede medir a través de un instrumento de medida, se dice que dicha magnitud es una magnitud física.

Ejemplos de magnitudes:

- La densidad de la madera de una mesa.
- La velocidad de un automóvil.
- La frecuencia del sonido
- La fuerza del viento
- La temperatura del sol
- El calor generado por una explosión
- La altura de un edificio
- El peso de un camión, etc.

Cantidad

Se define así a una porción de una magnitud, es el número que resulta de una medición o una operación.

Unidad

Es la cantidad elegida para medir por comparación todas las de su especie. Las leyes de la Física y la Química expresan relaciones entre magnitudes, como, por ejemplo, longitud, tiempo, fuerza, temperatura o cantidad de sustancia, y la medida de una magnitud como éstas exige compararla con cierto valor unidad de la misma.

Las unidades de todas las magnitudes físicas y químicas se pueden expresar en función de estas siete unidades: metro, kilogramo, segundo, kelvin, amperio, candela y mol, unidades fundamentales del Sistema Internacional de unidades (SI). Así, la unidad de aceleración se expresa en función de las de longitud (m) y tiempo (s). Algunas combinaciones de unidades reciben nombres especiales, como la unidad de trabajo, que se denomina Joule (J), o la unidad de fuerza, denominada newton (N).

Sistema Legal de Unidades de Medida del Perú (SLUMP) – Ley N° 23560

EL SLUMP establece en el Perú el Sistema de Unidades (SI), tal como es aceptado en casi todos los países del mundo. El SLUMP comprende:

- Unidades de medida, sus definiciones y símbolos.
- Prefijos, sus equivalencias y símbolos.
- Reglas de uso y escritura de unidades, múltiplos, submúltiplos y símbolos.
- Reglas de presentación de valores numéricos, de fechas y del tiempo.
- Reglas de uso de unidades, prefijos y valores numéricos en cálculos, conversión y redondeo.



5to Secundaria

El Sistema Internacional de unidades (S.I.)

Establece siete unidades básicas con sus múltiplos y submúltiplos (Sistema Internacional ampliado) correspondientes a siete magnitudes fundamentales. Además, en la XI conferencia Internacional de Pesos y Medidas celebrada en París en 1960, por sugerencia de Alemania, se establece un tercer grupo de unidades complementarias o auxiliares (radián y estereorradián).

A las unidades fundamentales le corresponden las Magnitudes fundamentales siguientes:

Longitud, Masa, Tiempo, Intensidad de corriente eléctrica, Temperatura absoluta, Intensidad luminosa y Cantidad de materia o sustancia.

Múltiplos y submúltiplos de unidades en el S.I.

Múltiplos

Factor	Prefijo	Símbolo
10^{24}	Yotta	Y
10^{21}	Zeta	Z
10^{18}	Exa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^9	Giga	G
10^6	Mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da

Submúltiplos:

Factor	Prefijo	Símbolo
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	docto	y

DEFINICIÓN DE UNIDADES DE BASE DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Longitud

Unidad: metro (m)

Un metro se define como la distancia que viaja la luz en el vacío en $1/299\ 792\ 458$ segundos. Esta norma fue adoptada en 1983 cuando la velocidad de la luz en el vacío fue definida exactamente como $299\ 792\ 458$ m/s.

Masa

Unidad: kilogramo (kg)

Un kilogramo se define como la masa que tiene un cilindro compuesto de una aleación de platino-iridio que se guarda en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sevres, cerca de París. Actualmente es la única que se define por un objeto patrón.

Tiempo

Unidad: segundo (s)

Un segundo es el tiempo requerido por $9\ 192\ 631\ 770$ ciclos de una transición hiperfina en el cesio 133. Esta definición fue adoptada en 1967.

Intensidad de Corriente Eléctrica

Unidad: amperio (A)

El amperio es la corriente eléctrica constante que, mantenida en dos conductores paralelos de longitud infinita, de secciones circulares despreciables y ubicadas a una distancia de 1 metro en el vacío, produce una fuerza entre ellos igual a 2×10^{-7} newton por metro de longitud.

Temperatura

Unidad: kelvin (K)

El kelvin se define como la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

Cantidad de Sustancia

Unidad: mol (mol)

Un mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12.

Cuando se usa el mol, las entidades elementales deben ser especificadas y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o grupos específicos de tales partículas.

Intensidad Luminosa

Unidad: candela (cd)

Una candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática con frecuencia de 540×10^{12} Hz de forma que la intensidad de radiación emitida, en la dirección indicada, es de $1/683$ W por estereorradián.



MAGNITUDES FÍSICAS

Magnitud: Es todo aquello que sea susceptible de aceptar una comparación con otra de la misma especie.

Clasificación de las magnitudes:

Se clasifica en dos grupos:

1. Por su origen:

- a) Magnitudes Fundamentales
- b) Magnitudes Derivadas
- c) Magnitudes Auxiliares

Magnitudes Fundamentales:

Son aquellas que sirven de base para escribir las demás magnitudes, en mecánica tres magnitudes fundamentales son suficientes: Longitud (L), masa (M) y tiempo (T).

Las magnitudes fundamentales son:

Magnitud	Nombre	Símbolo	E. dim
Longitud	metro	m	L
Masa	kilogramo	kg	M
Tiempo	segundo	s	T
Temperatura termodinámica	kelvin	K	θ
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A	I
Intensidad luminosa	candela	cd	J
Cantidad de sustancia	mol	mol	N

Magnitudes Derivadas:

Son aquellas magnitudes que están expresadas en función de las magnitudes fundamentales. Ejemplos:

Magnitud	UNIDAD	SÍMBOLO
Frecuencia	Hertz	Hz
Fuerza	Newton	N
Presión	Pascal	Pa
Trabajo, Energía	Joule	J
Potencia	Watt	W
Carga eléctrica	Coulomb	C
Potencial eléctrico	Voltio	V
Conductancia eléctrica	Siemens	S
Actividad radiactiva	Becquerel	Bq
Carga magnética	Weber	Wb
Flujo magnético	Tesla	T
Intensidad del flujo magnético	Henry	H
Temperatura	Grado Celsius	°C
Flujo luminoso	lumen	Lm
Iluminancia	lux	Lx
Capacidad eléctrica	faradio	F
Radiación ionizante	Gray	Gy
Dosis de radiación	sievert	Sv

Magnitudes suplementarias:

Realmente no son ni fundamentales ni derivadas, sin embargo se les considera como magnitudes fundamentales. El radián es considerado unidad de medida de ángulos planos y el estereorradián se utiliza para medir ángulos sólidos.

MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO	E.D
Ángulo plano	Radián	rad	1
Ángulo sólido	Estereorradián	sr	1

2. Por su naturaleza:

- a) Magnitudes escalares
- b) Magnitudes vectoriales
- c) Magnitudes tensoriales

Magnitudes Escalares:

Son aquellas magnitudes que están perfectamente determinadas con sólo conocer su valor numérico y su respectiva unidad. Ejemplos: Volumen, temperatura, tiempo, etc.

Magnitudes Vectoriales:

Son aquellas magnitudes que además de conocerse su valor numérico y su unidad, se necesitan su dirección y su sentido para que dicha magnitud quede perfectamente determinada. Ejemplos: Velocidad, aceleración, fuerza, peso, impulso, campo eléctrico, etc.

REGLAS Y RECOMENDACIONES DEL SI PARA EL USO DE LAS UNIDADES.

- El símbolo de las unidades se escribe siempre en minúscula (kilogramo → kg), excepto los que provienen de apellido de científico (ampere → A).
- Los símbolos de las unidades no llevan punto (N. → incorrecto, N → correcto) ni se pluralizan agregando la letra "s" (cds → incorrecto, cd → correcto).
- Las unidades que resultan de un producto de unidades se leen de corrido (N. m → newton metro) y las que resultan de un cociente se leen interponiendo la palabra "por" (kg / m³ kilogramo por metro cúbico).
- Las cantidades mayores a 3 dígitos se agrupan de tres en tres y no se utilizan comas o puntos (5 000 000 → 5 millones).
- La coma se utiliza como separador de la parte decimal (2,5 → dos unidades y cinco decimales).
- Los prefijos siempre se colocan adelante del símbolo de la unidad, con mayúscula los múltiplos, excepto el kilo (k) y con minúscula los submúltiplos.



**ALGUNAS DE LAS ECUACIONES
DIMENSIONALES EN EL S.I.**

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD	SÍMBOLO	Ecuación Dimensional: [x]
Superficie o área	Metro cuadrado	m^2	L^2
Volumen	Metro cúbico	m^3	L^3
Densidad ó densidad volumétrica	Kilogramo por metro cúbico	kg / m^3	ML^{-3}
Velocidad	Metro por segundo	m / s	LT^{-1}
Aceleración	Metro por segundo al cuadrado	m / s^2	LT^{-2}
Aceleración Angular	Radián por segundo al cuadrado	Rad / s^2	T^{-2}
Densidad lineal	Kilogramo por metro	kg / m	ML^{-1}
Cantidad de movimiento	Kilogramo metro por segundo	kgm / s	MLT^{-1}
Periodo	Segundo	s	T
Frecuencia	Hertz	$Hz = 1 / s$	T^{-1}
Fuerza, peso	Newton	$N = kg \cdot m / s^2$	MLT^{-2}
Presión	Pascal	$P = N / m^2$	$ML^{-1}T^{-2}$
Energía, trabajo, calor	Joule	$J = N \cdot m$	ML^2T^{-2}
Potencia, flujo de energía	Watt	$W = J / s$	ML^2T^{-3}
Carga eléctrica	Coulomb	$C = A \cdot s$	TI
Potencial eléctrico	Volt	$V = W / A$	$ML^2T^{-3}I^{-1}$
Capacitancia eléctrica	Farad	$F = C / V$	$M^{-1}L^{-2}T^4I^{-2}$
Resistencia eléctrica	Ohm	$\Omega = V / A$	$ML^2T^{-3}I^{-2}$
Flujo luminoso	Lumen	$lm = cd \cdot sr$	J

Iluminación	Lux	$lx = lm / m^2$	JL^{-2}
Campo eléctrico	Volt por metro	V / m	$MLT^{-3}I^{-1}$
Viscosidad cinemática	Metro al cuadrado por segundo	m^2 / s	L^2T^{-1}
Torque o momento	Newton metro	Nm	ML^2T^{-2}
Caudal o gasto	Metro cúbico por segundo	m^3 / s	L^3T^{-1}
Viscosidad dinámica	Pascal segundo	$P_{.as}$	$L^{-1}MT^{-1}$
Capacidad calorífica	Joule por kelvin	J/K	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$
Calor específico	Joule por kilogramos kelvin	$J/(kg.K)$	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

El objetivo del análisis dimensional es estudiar las relaciones entre las magnitudes fundamentales y derivadas, o descubrir la expresión dimensional de uno o más símbolos físicos. La operación se realiza reemplazando cada símbolo dimensional patrón que se da en el cuadro de las magnitudes fundamentales.

Ecuación Dimensional

Es aquella igualdad matemática que sirve para relacionar las dimensiones de las magnitudes físicas fundamentales, para obtener las magnitudes derivadas y fijar así sus unidades, además permite verificar si una fórmula o ley física, es o no correcta, dimensionalmente.

Notación:

Se usa un par de corchetes, así:

[] Se lee “Ecuación Dimensional De”

Ejemplo: [D] : Ecuación dimensional de la magnitud física D

$$[D] = L^a, M^b, T^c, \theta^d, I^e, J^f, N^g$$

Finalidades del Análisis Dimensional:

- Sirve para expresar las magnitudes derivadas en términos de las fundamentales



- Sirven para comprobar la veracidad de las fórmulas físicas haciendo uso del Principio del Homogeneidad Dimensional.
- Sirven para deducir fórmulas a partir de datos experimentales

REGLA DE LAS ECUACIONES DIMENSIONALES

1º Todo número expresado en cualquiera de sus formas tiene como dimensión a la unidad. Ejemplo:

$$[\cos 74^\circ] = 1 \Rightarrow [\sqrt{5}] = 1$$

$$[2\pi] = 1$$

$$\left[\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right] = 1$$

2º Sólo se podrá sumar o restar magnitudes de la misma especie y el resultado de dicha operación será igual a la misma magnitud. Ej.:

$$3m + 2m = 5m$$

$$[3m] + [2m] = [5m]$$

$$L + L = L$$

Ejemplo:

$$8S - 5S = 3S$$

$$[8S] - [5S] = [3S]$$

$$T - T = T$$

3º Si una fórmula física es dimensionalmente correcta u homogénea, todos los términos de dicha ecuación deben ser dimensionalmente iguales.

Así: sea la fórmula física:

$$A + B + C - D = E \Rightarrow [A] = [B] = [C] = [D] = [E]$$

Lectura 3;

Historia del Sistema Internacional

El Sistema Internacional de Unidades (SI) proviene del Sistema Métrico Decimal, este último fue adoptado en la Ira. Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) y ratificado en 1875 por 15 naciones. Para ese entonces se organizó la Convención del Metro, a la que asistieron representantes de 8 países, y en la que se nombró un Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), con la finalidad de:

- Estudiar el establecimiento de un conjunto completo de reglas para las unidades de medida.
- Conocer la opinión de los círculos científicos, técnicos y educativos en todos los países.
- Brindar recomendaciones para el establecimiento de un sistema práctico de unidades de medida adecuado para ser adoptado por todos los firmantes de la Convención del Metro.

Con el transcurso del tiempo se desarrollaron otros sistemas de unidades como fueron, el Sistema CGS (centímetro-gramo-segundo) o sistema absoluto de unidades, utilizado por los físicos de todo el mundo y el sistema Giorgi conocido como el Sistema MKSA de unidades (metro-kilogramo-segundo-ampere). En el Siglo XIX se desarrollaron las llamadas unidades

eléctricas "absolutas": el ohm, el volt y el ampere, impulsadas por el crecimiento constante de la industria electrotécnica, la cual buscaba la unificación internacional de las unidades eléctricas y magnéticas.

A mediados del siglo XX, después de diversos intercambios entre los medios científicos y técnicos del mundo, la 10a CGPM adoptó como unidades de base, el metro, el kilogramo, el segundo, el ampere, el kelvin y la candela. Finalmente, en el año 1960 la Resolución 12 de la 11a. CGPM adoptó el nombre de Sistema Internacional de Unidades, cuya abreviatura es SI. Además, se establecieron reglas para los prefijos, unidades derivadas y unidades suplementarias.

A partir de entonces, a través de las reuniones del CGPM y CIPM se le han añadido modificaciones de acuerdo con los avances de la ciencia y las necesidades de los usuarios.

Las ventajas que ofrece el SI, sobre todos los demás sistemas de unidades, son múltiples. Entre ellas podemos citar las siguientes:

- Es universal, porque abarca todos los campos de la ciencia, la técnica, la economía y el comercio.
- Es coherente, porque no necesita de coeficientes de conversión y todas sus unidades guardan proporcionalidad entre sí, simplificando la estructura de las unidades de medida y sus cálculos, lo que evita errores en su interpretación.
- Al igual que el Sistema Métrico Decimal, utiliza prefijos para la determinación de los múltiplos y submúltiplos de la unidad básica de cada magnitud física; elimina así la multiplicidad de nombres muy diferentes para una misma magnitud física.

También permite formar unidades derivadas con mayor facilidad.

- Establece una clara delimitación en los conceptos de masa y fuerza (peso).
- Integra en uno solo, varios subsistemas de medidas y facilita así el proceso de enseñanza – aprendizaje

EJERCICIOS RESUELTOS

1. El período de un péndulo simple está dado por la siguiente ecuación:

$$T = KL^a g^b$$

En donde:

K: constante numérica

L: longitud

g: aceleración de la gravedad

a y b : exponentes

Hallar el valor de "a + b"

- a) 2 b) 3 c) 1
d) -1 e) 0

Solución:

Usando las ecuaciones dimensionales:

$$[T] = [KL^a g^b]$$

$$T = [K][L]^a [g]^b$$

$$T = (1).L^a.(LT^{-2})^b$$

$$T = L^{a+b} T^{-2b}$$

Dando forma y comparando exponentes:



5to Secundaria

$$L^0 T = L^{a+b} T^{-2b} \Rightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ -2b=1 \end{cases}$$

De las ecuaciones: $a = \frac{1}{2}$ y $b = -\frac{1}{2}$

$$a+b = \boxed{0} \quad \text{Rpta.}$$

2. La velocidad de una onda transversal en una cuerda elástica se establece con:

$$V = F^x \mu^y$$

F : Tensión en la cuerda (fuerza)

μ : Densidad lineal de la cuerda (kg/m)

Hallar la fórmula física.

- a) $\frac{1}{\mu} \sqrt{F}$ b) $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ c) $\sqrt{\frac{\mu}{F}}$
 d) $F \sqrt{\mu}$ e) $\sqrt{\mu F}$

Solución:

La densidad lineal (μ) es el cociente entre la masa y la longitud.

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$[\mu] = \left[\frac{m}{L} \right] = L^{-1} M$$

La velocidad será:

$$[V] = [F]^x [\mu]^y$$

$$LT^{-1} = (LMT^{-2})^x (L^{-1}M)^y$$

$$LM^0 T^{-1} = L^{x-y} M^{x+y} T^{-2x}$$

Igualando exponentes:

$$-2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x+y=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

La fórmula de la velocidad será:

$$V = F^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}}$$

$$V = \boxed{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \quad \text{Rpta.}$$

3. Hallar la ecuación dimensional de la magnitud "C" en la expresión:

$$P = P_0 \left[e^{\frac{mV^2}{2C0E}} - 1 \right]$$

- a) $M\theta$ b) θ^{-2} c) θ^{-3}
 d) θ^{-1} e) $L\theta^{-1}$

Solución:

Recuerde que la ecuación dimensional de un exponente es uno.

$$[\text{exponente}] = 1$$

Luego:

$$\left[\frac{mV^2}{2C0E} \right] = 1$$

$$\underbrace{[mV^2]}_{\text{Energía}} = [2][C]\theta[E]$$

La energía tiene la misma ecuación dimensional que el trabajo.

$$M(LT^{-1})^2 = (1)[C]\theta(L^2MT^{-2})$$

$$[C] = \boxed{\theta^{-1}} \quad \text{Rpta.}$$

4. En la ecuación de dimensiones correctas F es fuerza.

Hallar las dimensiones de "s". R: radio.

$$\frac{\text{sen}x \sqrt{V^2 + A^3}}{F} = \frac{10V(R^3 + r^3)^{\frac{1}{3}}}{xs}$$

- a) LMT^{-2} b) LM^2T^{-2} c) L^2MT^2
 d) L^2MT^{-1} e) L^2MT^{-2}

Solución:

En la raíz cuadrada se cumple que:

$$[V^2 + A^3] = [V]^2 = [A]^3 \quad \dots (1)$$

En la raíz cúbica se cumple que:

$$[R^3 + r^3] = [R]^3 = [r]^3 \quad \dots (2)$$

La ecuación dimensional de una suma es igual a la ecuación dimensional de cada sumando:

$$[A + B^2 - C^3] = [A] = [B]^2 = [C]^3$$

$$\frac{[\text{sen}x] \sqrt{[V]^2 + [A]^3}}{[F]} = \frac{[10V][R^3 + r^3]^{\frac{1}{3}}}{[x][s]}$$

Reemplazando (1) y (2) en la ecuación:

$$\frac{[\text{sen}x] \sqrt{[V]^2}}{[F]} = \frac{[V][R^3]^{\frac{1}{3}}}{[x][s]}$$

$$\frac{[V]}{[F]} = \frac{[V][R]}{[x][s]}$$

$$[s] = [F][R]$$

$$[s] = LMT^{-2} \cdot L$$

$$[s] = \boxed{L^2MT^{-2}} \quad \text{Rpta.}$$



5. En la expresión correctamente dimensional, V: velocidad, hallar [B].

$$\sqrt{A+B^2+C^3} = \frac{AV\log 20}{\sqrt[3]{B+D}}$$

- a) $L^{\frac{3}{2}}T^{\frac{3}{2}}$
 b) $L^{\frac{3}{2}}T^{-\frac{3}{2}}$
 c) $L^{-\frac{3}{2}}T^{\frac{3}{2}}$
 d) $M^{-\frac{3}{2}}T^{\frac{3}{2}}$
 e) $L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{3}{2}}$

Solución:

En la raíz cuadrada se cumple:

$$[A+B^2+C^3] = [B]^2 \quad \dots (1)$$

En la raíz cúbica se cumple:

$$[B+D] = [B] \quad \dots (2)$$

Principio de homogeneidad en la ecuación general:

$$\sqrt{[A+B^2+C^3]} = \frac{[A][V][\log 20]}{\sqrt[3]{[B+D]}} \quad \dots (3)$$

Reemplazando (1) y (2) en (3):

$$\sqrt{[B]^2} = \frac{[B]^2[V][1]}{\sqrt[3]{[B]}}$$

$$[B][B]^{-\frac{1}{2}}[B]^{-2} = [V]$$

$$[B]^{-\frac{2}{3}} = LT^{-1}$$

$$[B] = \boxed{L^{-\frac{3}{2}}T^{\frac{3}{2}}} \quad \text{Rpta.}$$

6. Si la ecuación es homogénea y contiene volúmenes (V_1, V_2), masa (M), trabajos (W_1, W_2) y aceleración (a) encuentre $[y]$.

- $$(W_1 - W_2)a = \frac{(V_1 - V_2)M}{y \log x}$$
- a) T^4
 b) T^2
 c) MT^{-4}
 d) MT^4
 e) LT^3

Solución:

Por la ley de homogeneidad:

$$[W_1 - W_2] = [\text{Trabajo}] = [W]$$

$$[V_1 - V_2] = [\text{Volumen}] = [V]$$

La ecuación se reduce a:

$$Wa = \frac{VM}{y \log x}$$

$$[W][a] = \frac{[V]M}{[y][\log x]}$$

$$(L^2MT^{-2})(LT^{-2}) = \frac{L^3M}{[y](1)}$$

$$[y] = \frac{L^3M}{L^3MT^{-4}}$$

$$[y] = \boxed{T^4} \quad \text{Rpta.}$$

7. Si en la ecuación, las dimensiones están correctamente expresadas, hallar " α ".

$$\sqrt[3]{A^2 - B^3} = AB^{\cos \alpha} \tan \alpha$$

- a) 30°
 b) 150°
 c) 90°
 d) 120°
 e) 53°

Solución:

Elevando al cubo:

$$A^2 - B^3 = A^3 B^{3\cos \alpha} \tan^3 \alpha$$

Por el principio de homogeneidad:

$$[A]^2 = [B]^3 = [\tan \alpha]^3 [A]^3 [B]^{3\cos \alpha}$$

$$[A]^2 = [B]^3 \Rightarrow [A] = [B]^{\frac{3}{2}} \quad \dots (1)$$

$$[B]^3 = [\tan \alpha]^3 [A]^3 [B]^{3\cos \alpha}$$

$$[B] = [A][B]^{\cos \alpha} \quad \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$[B] = [B]^{\frac{3}{2}} [B]^{\cos \alpha}$$

$$[B] = [B]^{\frac{3}{2} + \cos \alpha}$$

Igualando exponentes:

$$1 = \frac{3}{2} + \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \boxed{120^\circ} \quad \text{Rpta.}$$

8. La ley de Ohm establece que:

$$V = IR$$

Encontrar la ecuación dimensional de la resistencia eléctrica "R" si se sabe que:

I: intensidad de corriente

V: diferencia de potencial; equivale al trabajo por unidad de carga

- a) $LMT^{-3}I^{-2}$
 b) $L^2MT^{-3}I$
 c) $L^2M^2TI^{-2}$
 d) $L^3MT^{-3}I^{-2}$
 e) $L^2MT^{-3}I^{-2}$



5to Secundaria

Solución:

La diferencia de potencial es entonces:

$$V = \frac{W}{Q} \Rightarrow [V] = \frac{[W]}{[Q]} \dots (1)$$

La carga se deduce de:

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow [Q] = IT \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$[V] = \frac{L^2 MT^{-2}}{IT} \Rightarrow [V] = L^2 MT^{-3} I^{-1} \dots (3)$$

En la Ley de Ohm:

$$V = IR$$

$$[V] = [I][R] \dots (4)$$

Reemplazando (3) en (4):

$$I[R] = L^2 MT^{-3} I^{-1}$$

$$[R] = \boxed{L^2 MT^{-3} I^{-2}}$$

9. El efecto Joule establece que si por una resistencia eléctrica "R" circula una corriente "I" durante un tiempo "t", el calor desprendido de la resistencia se puede expresar como energía. Hallar la fórmula que nos permite confirmar dicha afirmación.

- a) $I^2 Rt$
- b) IRt
- c) $I^2 R^2 t$
- d) $\frac{I^2 R}{t^3}$
- e) $\frac{I^2 R}{t^2}$

Solución:

Del enunciado se deduce que el calor tiene la siguiente fórmula:

$$Q = I^x R^y t^z$$

Recuerde del problema 8: $[R] = L^2 MT^{-3} I^{-2}$

Aplicando ecuaciones dimensionales:

$$[Q] = [\text{Energía}] = [I]^x [R]^y [t]^z$$

$$L^2 MT^{-2} = I^x (L^2 MT^{-3} I^{-2})^y T^z$$

$$L^2 MT^{-2} I^0 = L^{2y} M^y T^{z-3y} I^{x-2y}$$

$$2y = 2 \Rightarrow y = 1$$

$$z - 3y = -2 \Rightarrow z = 1$$

$$x = 2y \Rightarrow x = 2$$

La fórmula para expresar el efecto Joule es:

$$Q = \boxed{I^2 Rt} \quad \text{Rpta.}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La velocidad del sonido en un metal solo depende de la densidad ρ y de la compresibilidad B del metal, cuya expresión dimensional es $ML^{-1}T^{-2}$, entonces la velocidad del sonido es directamente proporcional a:

- a) $\rho^{1/2} B^{1/2}$
- b) $\rho^{1/2} B^{-1/2}$
- c) $\rho^{-1/2} B^{1/2}$
- d) $\rho^{-2/3} B^{1/2}$
- e) $\rho^{-1/2} B^{3/2}$

2. En la ecuación: $\boxed{e^{\alpha X^{-1}YZ} = \alpha}$ Z es una densidad volumétrica de masa. Si el producto XY tiene unidades de masa, entonces la dimensión de X es:

- a) $M^2 L^{-1.5}$
- b) $M^{-1} L^{1.5}$
- c) $M^{-2} L^{-1.5}$
- d) $ML^{-1.5}$
- e) $M^{-1} L^{-1.5}$

3. Cuando un proyectil realiza un movimiento parabólico, su ecuación de movimiento se puede expresar de la siguiente forma: $\boxed{Y = AX + (B/V^2)X^2}$ Donde X, Y son coordenadas rectangulares en metros, V es la rapidez inicial en m/s; determine la expresión dimensional de B.

- a) LT^{-1}
- b) LT^{-2}
- c) LT^{-3}
- d) $L^2 T$
- e) L^{-2}

4. En un experimento de hidrostática, se obtiene la siguiente relación entre el trabajo W realizado, al comprimir un cierto líquido, para modificar su presión P y su densidad ρ . $\boxed{W = AP + B\rho}$ ¿Qué magnitud puede representar la expresión B / A?

- a) Fuerza
- b) Tiempo
- c) Área
- d) Rapidez
- e) Energía

5. La ecuación: $\boxed{V = \frac{\alpha d^2 t^2}{2M} + \beta F \tan \phi}$ se describe correctamente el movimiento de una partícula. Siendo V su velocidad, d su diámetro, M su masa, F la fuerza aplicada, ϕ el ángulo descrito y t el tiempo. La dimensión del producto $\alpha \beta$ es:

- a) $LM^{-2} T^{-1}$
- b) $L^{-2} MT$
- c) $L^2 M^{-1} T^{-2}$
- d) LT^2
- e) $L^{-1} T^{-2}$



6. Determine la magnitud de S en la siguiente expresión:

$$S = \sqrt{\left(\frac{2E}{m}\right) - 2ah}$$

Dónde: E=energía, a=aceleración,

h=altura, m=masa

- a) Aceleración
- b) velocidad
- c) presión
- d) densidad de masa
- e) frecuencia

7. Dar la expresión reducida de.

$$E = \frac{(9000)^3 (0,00081)^2}{(0,000000243)^2}$$

- a) 81×10^{17}
- b) 32×10^{15}
- c) 56×10^{16}
- d) 90×10^{14}
- e) 69×10^{18}

8. Dar el valor simplificado de:

$$M = \frac{(25000)^5 (0,000125)^3}{(0,00625)^2 (0,05)^4}$$

- a) $7^5 \times 10^{17}$
- b) $5^7 \times 10^{15}$
- c) $5^6 \times 10^{16}$
- d) $9^3 \times 10^{14}$
- e) $6^9 \times 10^{18}$

9. Determine el valor de la constante "K" en la siguiente expresión. $K = \frac{(A+B)^2 CD}{AB}$

$$A = 2 \times 10^4 \text{ Gm}, B = 4000 \times 10^6 \text{ Mm}, C = 20 \times 10^{19} \text{ km}$$

$$D = 200 \times 10^{19} \text{ mm}$$

- a) $1,88 \times 10^{15} \text{ km}$
- b) $2,88 \times 10^{15} \text{ m}^2$
- c) $3,88 \times 10^{15} \text{ m}^3$
- d) $1,88 \times 10^{15} \text{ m}^2$
- e) $8 \times 10^{23} \text{ m}^2$

10. Señale la veracidad (V) o falso (F) de las siguientes proposiciones.

I. La cantidad es física fundamental e son aquellos que se definen a través de una relación operacional con otras cantidades físicas.

II. En el sistema internacional, se considera a la fuerza como cantidad fundamental

III. La lectura de 3 kg m/s es tres kilogramos por metros entre segundos

- a) VVV
- b) FVV
- c) FFV
- d) FVF
- e) FFF

11. Señale la alternativa que no corresponde a una cantidad física.

- a) Tiempo
- b) gravedad
- c) energía
- d) volumen
- e) masa

12. Qué proposiciones son correctas

I. El sonido, el magnetismo y la carga eléctrica son cantidades (o magnitudes) físicas.

II. Una cantidad física fundamental no puede convertirse en derivada y viceversa.

III. Una cantidad derivada es aquella que se define en función de las cantidades fundamentales.

- a) Todas
- b) solo I
- c) solo II
- d) II y III
- e) Ninguna

13. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. En una ecuación física constituida por la suma de varios términos, el principio de homogeneidad exige que todos los términos de la ecuación tengan las mismas unidades.

II. Una diez milésima de ampere es igual a 10 miliampere (mA).

III. La cantidad (o magnitud) física que se mide en joule por kilogramo kelvin tiene como dimensión $M^2 L^2 T^{-2} \theta$

- a) VVV
- b) VFF
- c) VFV
- d) FVV
- e) FFF

14. Determine la dimensión de h, si h satisface

$$h = \frac{\rho X^5 I^2}{D^2} e^{-D/A}$$

Donde ρ =densidad, X =posición,

I =intensidad de corriente eléctrica, A =carga eléctrica,

D =constante dimensional y e =base de logaritmos

- a) $L^2 MT^2$
- b) $LM^{-1} T^{-2}$
- c) $L^2 MT^{-2}$
- d) $L^2 M^{-1} T^2$
- e) LMT

15. La siguiente ecuación dimensionalmente correcta.

$$\frac{a_0^2}{2\omega R\rho} = \frac{X \tan(105^\circ)}{\rho_1 + \rho_2}$$

Indique la dimensión de la cantidad X si a_0^2 es aceleración, R es radio, ρ_1, ρ_2 y ρ son densidades y ω es velocidad angular.

- a) LT^{-3}
- b) $L^2 MT^{-2}$
- c) $ML^2 T^{-3}$
- d) $L^2 T^{-1}$
- e) LT^3

16. En la siguiente ecuación dimensionalmente correcta:

$$M = \left(\frac{X^2 - Y^2}{a^2 + b^2} \right)^{\cos 60^\circ}$$

Donde a =presión, Y =impulso

Determine la expresión dimensional de M

- a) $L^4 T^2$
- b) $L^{-4} T^{-2}$
- c) $L^4 T^{-2}$
- d) $L^2 T$
- e) LT^2



5to Secundaria

17. La fórmula para el período T de un cierto sistema es:

$$T = \frac{2\pi(R^2 + K)^X}{R\sqrt{g}}$$

Donde R es un radio y g es la

aceleración de la gravedad. Halle el valor de X.

- a) 0.25
- b) 0.5
- c) 0.75
- d) 1
- e) 1.25

18. La expresión para la fuerza (F) sobre un cierto sistema

$$F = KV + \frac{AP}{mgh - BV^2}$$

es donde v es velocidad, m es masa, g

es aceleración, P es potencia y h es altura. Determine las unidades en el SI del producto: K A B

- a) $m \cdot kg/s$
- b) $m^2 kg^2 / s$
- c) $m^2 kg^3 / s^2$
- d) mkg^3 / s^2
- e) mkg^3 / s

19. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La velocidad, el trabajo y la cantidad de movimiento son cantidades vectoriales.
- II. Ninguna magnitud fundamental es vectorial.
- III. Todas las magnitudes derivadas son vectoriales

- a) VVV
- b) FVF
- c) FFF
- d) FFV
- e) VVF

20. Marque verdadero (V) o falso (F):

- I. En el S.I el ángulo plano es magnitud derivada.
- II. La carga eléctrica, la masa y el tiempo entre otras son cantidades fundamentales.
- III. En el S.I el km es mil veces la unidad de longitud así como el kg es mil veces la unidad de masa.

- a) FVV
- b) FFF
- c) FVF
- d) FFV
- e) FVV

21. Respecto al uso adecuado del sistema internacional de unidades, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. Un bloque experimenta una fuerza de 20 Newton.
- II. La energía total de una partícula es de 220 Joules.

III. Si C=coulomb T=tesla; $\frac{kg \cdot m/s}{C \cdot T} = m$

- a) FVV
- b) FFV
- c) VVF
- d) VVV
- e) VFV

22. De los siguientes enunciados, la alternativa correcta, es:

- I. La densidad y el peso específico son cantidades vectoriales.
 - II. El peso y la aceleración son cantidades vectoriales.
 - III. La resistencia eléctrica es una cantidad física escalar.
- a) Solo I
 - b) Solo II
 - c) II y III
 - d) Solo III
 - e) I y III

23. Señale el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. Una longitud de $100^\circ A$ es igual a $0,01 \mu m$.
- II. En una ecuación física todas las constantes son adimensionales.
- III. La cantidad que se mide en V tiene como expresión dimensional MLT^2 .

- a) VVV
- b) VVF
- c) FVV
- d) VFF
- e) VFV

24. Respecto de las propiedades del álgebra dimensional para el SI, indique las afirmaciones verdaderas (V) o falsas (F):

- I. $L - L = 0$
- II. $L + T = T + L$
- III. $\sin(x) = 1/2 \Rightarrow [x] = 1$

- a) VFV
- b) FFV
- c) VVF
- d) FVF
- e) FVV

25. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Dos cantidades con una misma expresión dimensional se miden con las mismas unidades en el S.I.
- II. En una ecuación dimensionalmente homogénea las unidades a ambos lados del signo igual (=) deben ser las mismas.
- III. En una ecuación física todas las constantes son adimensionales.

- a) VVV
- b) VFV
- c) FVF
- d) FFV
- e) FFF

26. Si: k=kilo, M=mega, G=giga, P=peta y E=exa. Indique las expresiones correctas (C) e incorrectas (I).

- I. $k \cdot M = G$
- II. $E/G = G$
- III. $P = M \cdot G$

- a) CCC
- b) CCI
- c) CIC
- d) IIC
- e) ICI



27. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son correctas (C) ó incorrectas (I)?

- I. $0,25 = 2,5 \cdot 10^{-2}$
- II. $230mA = 230 \cdot 10^{-6}kA$
- III. $1mm^3 = 10^{-9}m^3$
- a) CCC b) CCI c) CIC d) IIC e) ICC

28. Sabiendo que el impulso es $I = F \cdot t$; donde: F = Fuerza; t = tiempo. Hallar [Z] para que la siguiente ecuación sea dimensionalmente correcta: $I = \frac{W}{Z} + mZ$ Donde W =

Trabajo;

$$F = \text{Fuerza}; m = \text{masa}; t = \text{Tiempo}$$

- a) LT^2
- b) LT^1
- c) LT^2
- d) LT^3
- e) L^2T^1

29. Hallar "x + y" para que la siguiente ecuación sea dimensionalmente correcta: $2H = \frac{a^2 b^x}{3C^y} \operatorname{Sen}\theta$ Donde: H =

Altura; b = Radio; a = Velocidad;
c = Aceleración

- a) 1 b) -2 c) 3 d) -4 e) 5

30. La rapidez con que fluye el calor por conducción entre dos capas paralelas se expresa por la relación.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{A(T_2 - T_1)}{\left(\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} \right)},$$

Donde. A=área, t=tiempo, Q=calor, T=temperatura, L=longitud. Halle la ecuación dimensional de la conductividad térmica (K).

- a) $MLT^{-3}\theta^2$
- b) $MLT^{-2}\theta^{-1}$
- c) $MLT^{-3}\theta^{-1}$
- d) $MLT^{-3}\theta^{-2}$
- e) $MLT^3\theta^{-1}$

31. La presión (P) que ejerce un fluido en movimiento, puede hallarse en cierto caso particular por:

$$P = mvx^{(at - k/s)}$$

Donde m=masa, t = tiempo, s = área, a = aceleración; determine las unidades de k en el Sistema Internacional.

- a) m/s
- b) m/s^2
- c) m^3s
- d) m^3/s
- e) Falta conocer x

32. Si la expresión siguiente es dimensionalmente homogénea. $AE = V(\log K_1 + e^{\frac{Ex}{t}})$ Además A=área,

t=tiempo y V=velocidad. Halle la ecuación dimensional de "x"

- a) LT^2
- b) LT^{-2}
- c) $L^{-1}T^2$
- d) $L^{-1}T^{-2}$
- e) A.P

33. Si la ecuación es dimensionalmente correcta, halle la ecuación dimensional de "E". $PQ = \left(\frac{RV - aE}{E(F - Q)} \right)^{\log 8}$

Si Q=peso, R=radio, V=velocidad y a=aceleración.

- a) LT^{-1}
- b) LT^{-2}
- c) LT^2
- d) LT
- e) $L^{-1}T$

34. Cierta velocidad física puede ser descrita por la siguiente ecuación empírica: $P = mv^2 \left(at - \frac{k}{s} \right)$; siendo m:

masa, a: aceleración, t: tiempo, S: superficie o área. Determine las dimensiones de "k" en el sistema internacional.

- a) L^3T
- b) $L^{-3}T$
- c) $L^{-3}T^{-1}$
- d) L^3T^{-1}
- e) MLT^{-3}

35. Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea $AZ + R = \frac{XYZ}{C+D}$. Donde X= longitud; Y= tiempo y A= área, hallar [C]

- a) L^1T
- b) LT^1
- c) L^1T^{-1}
- d) L^2T^2
- e) LT

36. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, hallar la ecuación dimensional de E.

$$E = F.R + \frac{B}{R^2 + A} \quad \text{Donde, } F: \text{fuerza } A: \text{área}$$

- a) MLT^{-2}
- b) ML^2T
- c) MLT^{-1}
- d) LT^{-2}
- e) ML^2T^{-2}

37. Sabiendo que la expresión $V = \sqrt{\frac{PK}{\rho D}}$ es dimensionalmente homogénea, hallar la ecuación dimensional de "K", sabiendo: V=velocidad, P=presión, ρ=densidad y D= diámetro de una circunferencia.

- a) LM^{-2}
- b) L^3M^{-1}
- c) L
- d) L^3M
- e) LM^2

5to Secundaria



38. La energía radiante E que emite un cuerpo de área A que se encuentra a una temperatura T en un tiempo Δt , vale: $E = \varepsilon\sigma AT^4 \Delta t$ donde “ ε ” es una constante adimensional. ¿Cuál es la expresión dimensional de “ σ ”?

- a) $MT^{-3}\theta^{-4}$
- b) $MT^{-4}\theta^{-3}$
- c) $M^2T^{-3}\theta^{-4}$
- d) $M^2T^{-4}\theta^{-3}$
- e) $MLT^{-3}\theta^{-3}$

39. Sea la cantidad física expresada en unidades de joule por kilogramo kelvin. Su expresión dimensional es:

- a) $L^2T^{-2}\theta^{-1}$
- b) $M^2L^2T^{-2}\theta$
- c) $M^2L^2T^{-2}\theta^{-1}$
- d) $L^2T^{-2}\theta$
- e) $L^{-2}T^2\theta$

40. Las unidades del término de Bernoulli; $\frac{1}{2}\rho V^2$, en el S.I. de unidades, para el mercurio de densidad $\rho = 13,6 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3}$ que se mueve con una velocidad de 0,1m/s es:

- a) Newton
- b) Pascal
- c) Joule
- d) Watt
- e) Ergio

41. Si la ecuación: $vx = a^{\cos 60^\circ} + UP^2$; en donde: v= velocidad, U= energía; es dimensionalmente correcta

determine la expresión dimensional de: $P.x^{-\frac{1}{2}}$

- a) $M^{\frac{3}{2}}T^{\frac{-3}{2}}$
- b) $M^{\frac{1}{2}}T^{\frac{-1}{2}}$
- c) $M^{\frac{-1}{2}}T^{\frac{1}{2}}L^{\frac{-1}{2}}$
- d) $M^{\frac{-3}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{\frac{-3}{2}}$
- e) $M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{\frac{-1}{2}}$

42. Si la ecuación dimensional es correcta: $F = M^{x+y} T^y D^z$
Hallar: $x + y + z$. Si: F = Fuerza; M = masa; T = Tiempo; D = Densidad

- a) -2
- b) 3
- c) 1
- d) -1
- e) 0

43. En la ecuación dimensionalmente homogénea hallar

[x] si: $h = \frac{4K(x-m)^3}{3t^2} + \frac{v}{y}$. Donde: m = Masa; t = Tiempo;

h = Altura; V = Velocidad

- a) M
- b) MT^{-1}
- c) MT^{-2}
- d) MT^2
- e) MT^3

44. Halle las dimensiones de “Y”, sabiendo que el coeficiente de [X] es la unidad, siendo, p:Potencia m:masa e: espacio t:tiempo $Y = XPe^{3Xmt}$

- a) L^5T^{-4}
- b) L^5T^{-5}
- c) L^3T^{-3}
- d) L^4T^{-4}
- e) LT^{-2}

45. La ecuación: $\sqrt{Asen\alpha + C} = v^2$ es dimensionalmente correcta, donde v = velocidad. Hallar las dimensiones de “A”.

- a) $L^2.T^{-2}$
- b) $L^3.T^{-3}$
- c) $L.T^{-1}$
- d) $L^4.T^{-4}$
- e) $L^2.T^{-3}$

46. La ecuación: $A = VFPB^2 / 4(m+3k)$ dimensionalmente correcta, se sabe que: V = velocidad, F fuerza, P = potencia, y A y k son números adimensionales. Hallar la dimensión de B

- a) $M^{-2}.L^3.T^{-1}$
- b) $M.L^{-1}.T^{-2}$
- c) $M^{-2}.L^{-2}.T^{-1}$
- d) $M^{-1}.L^{-2}.T^3$
- e) $M.L^{-2}.T$

47. La ecuación: $[AB + CD]^{\operatorname{sen} 30^\circ} = \sqrt{\rho A/P}$ es dimensionalmente correcta, donde P = presión, ρ = densidad. Hallar las dimensiones de “B”.

- a) $L^{-4}.T^2$
- b) $L^{-2}.T^2$
- c) $M.L^2.T^{-2}$
- d) $L^2.T^{-2}$
- e) $L^{-2}.T^4$

48. La ecuación: $P = (1/3)\rho^{1/x}V^y$ es dimensionalmente correcta, donde P = presión, ρ = densidad y v = velocidad. Hallar “x” e “y”.

- a) $1 \pm \sqrt{2}$
- b) $-1 \pm \sqrt{2}$
- c) 1 ; 2
- d) -1 ; 2
- e) 1 ; 1

49. La ecuación: $D = (2P/\gamma) + (x/2g)$ es dimensionalmente correcta, donde P = presión, γ = peso específico, g = aceleración de la gravedad y D = diámetro. Hallar las dimensiones de “x”.

- a) $L.T^{-1}$
- b) $L^2.T^{-2}$
- c) $L^3.T^{-3}$
- d) $L^4.T^{-4}$
- e) LT



50. La ecuación dimensionalmente correcta es:
$$W m \operatorname{sen} \theta = m^x a^y v^z / \rho$$
, donde W = trabajo, a = aceleración, ρ = densidad, m = masa y v = velocidad. Hallar $(x+y)/z$
- a) 2/3 b) 2/4 c) 1
d) 1/2 e) -3/2

51. La ecuación: $E = (kv - y^2) / (kv^2 + y)$ es dimensionalmente correcta, donde v = velocidad. Hallar las dimensiones de "E".

- a) 1 b) $L \cdot T^{-1}$ c) $L^{-1} \cdot T$
d) $L^{-1} \cdot T^{-1}$ e) $L \cdot T$

52. La ecuación: $\sqrt{Ah} \operatorname{sen} 30^\circ = B \cos 60^\circ$ es dimensionalmente correcta, donde a = aceleración lineal y h = altura. Hallar las unidades de "B" en el Sistema Internacional.

- a) m b) $m \cdot s$ c) $m \cdot s^{-1}$ d) $m \cdot s^2$ e) s^2

53. La potencia que se puede generar a partir de la energía eólica (energía aprovechada de los vientos), depende directamente de la densidad del aire (ρ); de la velocidad del aire (V) y de la sección transversal (A) que lo atraviesa. Determine una fórmula empírica de la potencia.

- a) $K\rho V^3 A$ b) $K\rho^2 V A$ c) $K\rho V^2 A$
d) $K\rho V^2 A^2$ e) $K\rho V A^2$

54. La energía por unidad de volumen que transporta una onda que se propaga en una varilla está dada por la siguiente ecuación: $\mu = 0,5 \rho^\alpha \omega^\beta A^\gamma$. Donde.

ρ = densidad de la varilla, ω = frecuencia angular y A = amplitud de oscilación. Halle el valor de: $\alpha + \beta - 2\gamma$

- a) 1 b) -1 c) 0 d) 2 e) -2

55. Sabiendo que la velocidad de un satélite artificial depende del radio de curvatura de su trayectoria (R) y de la aceleración de la gravedad (g) Determine la fórmula en dicha velocidad. K = constante numérica

- a) KRg b) $KR^2 g$
c) $K\sqrt{Rg}$ d) $K\sqrt{Rg^{-1}}$
e) KRg^{-1}

56. Experimentalmente se encuentra que la presión (en Pa) que ejerce un fluido de agua sobre una placa vertical depende de la densidad del agua, del caudal y del área de la placa. Si λ es una constante adimensional, una fórmula apropiada para calcular la presión es:

- a) $\frac{\lambda Q \rho}{A}$ b) $\frac{\lambda Q \rho^2}{A^2}$ c) $\lambda \left(\frac{Q \rho}{A} \right)^2$
d) $\frac{\lambda Q^2 \rho}{A^2}$ e) $\frac{\lambda Q \rho^2}{A}$

57. El torque (τ) en un acoplamiento hidráulico varía con las revoluciones por minuto (N) del eje de entrada, la densidad del aceite hidráulico y del diámetro del acoplamiento. Determine una expresión para el torque. Considerar K como constante adimensional.

- a) $KND\rho$ b) $K(D\rho N)^{3/2}$
c) $KN^2 D^5 \rho$ d) $KND^5 \rho$ e) $KN^2 D^4 \rho^2$

58. La ecuación: $v = k_1 + k_2 t + k_3 t^2$ es dimensionalmente correcta, donde t = tiempo. Hallar las unidades de la expresión $k_1 k_3 / k_2$ en el Sistema Internacional.

- a) $m \cdot s$ b) $m \cdot s^2$ c) $m \cdot s^{-1}$
d) $m \cdot s^2$ e) s

59. La ecuación: $z = xy P^F d^{3y/mt}$ es dimensionalmente correcta, donde P = potencia, F = fuerza, d = distancia, t = tiempo y m = masa. Hallar las dimensiones de "z".

- a) $M \cdot L^3$ b) $M \cdot L^2$ c) $M \cdot L^4$ d) $T \cdot L^2$ e) $M \cdot T^2$

60. La ecuación: $2,55 \rho / A + 1,35 Wh / B = -14,17 PV$ es dimensionalmente correcta, donde ρ = densidad, W = trabajo, h = altura, P = potencia y V = volumen. Hallar las dimensiones de la expresión $x = A/B^4$.

- a) T b) T^{-1} c) L d) L^{-1} e) $L \cdot T$

61. La ecuación: $E = A^6 / W^2 + R + \sqrt{A^3 + v / 2Q}$ es dimensionalmente correcta, donde v = velocidad y W = trabajo. Hallar las dimensiones de "E".

- a) $M^{-2} \cdot L^{-2} \cdot T^2$ b) $M^2 \cdot L^{-2} \cdot T^2$
c) $M^{-2} \cdot L^2 \cdot T^2$ d) $M \cdot L \cdot T^{-1}$
e) $M^{-1} \cdot L \cdot T$



5to Secundaria

62. La ecuación: $W = 0,5m^\alpha - Agh + \sqrt[3]{143} Bd^{\csc 30^\circ} - Cv$ es dimensionalmente correcta, donde W = trabajo, m = masa, v = velocidad, g = aceleración de la gravedad, d = distancia, h = altura. Hallar la dimensión de "Q" dad por $Q = A^\alpha g \sqrt{B} / \sqrt{C^\alpha}$.

- a) $M^{2/3}L^{-1}$ b) $M^{3/2}L^{-1}$ c) $M^{-1}L^{2/3}$
d) $M^{-1}L^{3/2}$ e) ML^2

63. Halle $[K]$ en la ecuación homogénea

$$\frac{(\sqrt{C} + A)}{\pi \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}} K + PS = \frac{\rho(A + B^2)}{P \log x}$$

Donde: ρ = densidad ; P = potencia

- a) $L^{-5}T^3$ b) $L^{-3}T^{-5}$ c) LT^{-3}
d) $L^{-3}T^8$ e) $L^{-3/2}T^{-5/2}$

64. Si la ecuación dada es dimensionalmente correcta, encontrar la expresión dimensional de A .

$$(W.P^x \cdot \cos \theta)^2 + A.m.g = (W.P.V^y)^{1/\cos \theta}$$

Siendo: W = peso, m = masa, g = aceleración V = velocidad, $\theta = (\pi/3)\text{rad}$, $P = 4.44 \text{ m}^2\text{kg/s}$

- a) $L^3T^{-5}M^4$ b) $L^5T^{-4}M^2$ c) $L^4T^{-6}M^3$
d) $L^3T^{-5}M^3$ e) $L^5T^{-4}M^3$

65. Si la siguiente ecuación es correcta dimensionalmente:

$$K^{\operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen}\phi} = \sqrt{A^{\operatorname{sen}\theta} + \sqrt{\lambda \operatorname{sen}\alpha} + K + \sqrt{A}}$$

Donde: K , A y λ son cantidades físicas, entonces, el valor de ϕ es:

- a) 0° b) 35° c) 45° d) 30° e) 60°

66. Si la ecuación dada es correcta, hallar el valor de " θ ".

$$M^{\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta} = \sqrt{A^2 + \sqrt{B \operatorname{sen} x} W + M + Z^{\operatorname{sen} \beta}}$$

M: Masa del péndulo físico

- a) F.D. b) 60° c) $\operatorname{arc tan} 1$
d) $\frac{\pi}{6}$ rad e) $\frac{\pi}{8}$ rad

67. Hallar la ecuación dimensional de "A" si la ecuación dada es homogénea (A y B son magnitudes físicas)

$$A^{\operatorname{sen}\theta} + B^{2KF \operatorname{sen}\theta} = K^2$$

F = fuerza y $\theta = 30^\circ$

- a) $(ML)^{-2}T^4$ b) $(ML)^2T^{-4}$ c) Absurdo
d) $(M^{-1}L^{-1}T^2)^4$ e) $(MT)^6L$

68. En una represa, la fuerza contra la pared vertical de un dique se calcula con: $F = \frac{1}{2} \rho^a g^b L^c H^d$; donde: ρ = densidad del agua g = aceleración

L = anchura de la pared H = profundidad del agua

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

69. Las cantidades A , B , C y D se relacionan por la ecuación dimensionalmente correcta:

$$VA + B^2 \rho = 0,4D + PC^2$$

Determine las dimensiones de:

$$F = \frac{AB}{CD}; \text{ si: } V = \text{velocidad}; \rho = \text{densidad}; P = \text{presión}$$

- a) $L^{-2}T^2$ b) L^2T^{-2} c) 1 d) L^2 e) T^2

70. Determine las dimensiones de "Y" en la ecuación:

$$\sqrt{Y} = X^{\tan 37^\circ} \frac{(x-a)}{f}$$

- a) $L^{\frac{7}{2}}T^5$ b) $L^{\frac{3}{2}}T^{-5}$ c) $L^{\frac{7}{2}}T^{-5}$ d) $L^{\frac{3}{2}}T^5$ e) $L^{\frac{7}{2}}T^{-9}$

71. La velocidad crítica a la cual el flujo de un líquido a través de un tubo se convierte en turbulento, depende de la viscosidad η , de la densidad ρ del fluido, del diámetro D del tubo y de una constante adimensional R . Halle la dependencia de la velocidad crítica respecto a estas variables. Considere: $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$

- a) $R \frac{\eta \rho}{D}$ b) $R \frac{\eta^2 \rho}{D}$ c) $R \frac{\eta D}{\rho}$
d) $R \frac{\eta}{\rho D}$ e) $R \frac{\eta \rho}{D^2}$

72. Si el periodo de revolución T de un satélite alrededor de la tierra, depende del radio R de su trayectoria circular, de la constante de gravitación universal G y de la masa M de la tierra. Determine una expresión para T si se sabe que:

$$[G] = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

- a) $T = K \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$ b) $T = K \sqrt{\frac{R^3}{G}}$ c) $T = K \sqrt{\frac{MR^3}{G}}$ d) $T = KG \sqrt{\frac{R^3}{M}}$

73. La velocidad de un satélite artificial terrestre que se desplaza alrededor de la tierra depende de la distancia al centro de la tierra (R) y de la aceleración de la gravedad terrestre ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Determine la fórmula física que permite calcular el valor de la velocidad.

- a) $V = K \sqrt{R^3 g}$ b) $V = K \sqrt{\frac{R}{g^2}}$
c) $V = K \sqrt{\frac{R^3}{g^5}}$ d) $V = K \sqrt{\frac{R^3}{2g^5}}$ e) $V = K \sqrt{Rg}$

**CAPÍTULO**
3

Física

Análisis Vectorial

ANÁLISIS VECTORIAL

Introducción

El estudio de los vectores que desarrollaremos es una parte del álgebra vectorial y nos ayudará a explicar, comprender y evaluar algunos fenómenos físicos que requieren para su descripción, del uso de magnitudes vectoriales como el desplazamiento de un automóvil, la velocidad de un avión, la fuerza aplicada a un ladrillo, la cantidad de movimiento de una bola de billar, la velocidad angular del eje de una cassettera, etc.

Galileo Galilei (1564 – 1642) fue uno de los primeros científicos que al estudiar el movimiento de los proyectiles, tuvo la necesidad de usar vectores con el fin de determinar para un instante, la velocidad del proyectil, la composición de sus velocidades en la dirección horizontal y en la dirección vertical.

La importancia que tienen los vectores para la Física es que a través de ellos se representan las magnitudes vectoriales; lo cual permite una mejor descripción de los fenómenos físicos.

Las cantidades físicas por su forma geométrica o naturaleza pueden ser clasificadas como “escalares” o “vectoriales”.

MAGNITUDES ESCALARES

Son aquellas que para quedar completamente determinadas necesitan de un número y una unidad de medida correspondiente. El número y la unidad juntos son llamados MÓDULO.

MÓDULO=NÚMERO Y UNIDAD

Ejemplos:

Masa, tiempo, trabajo, densidad, área, volumen, caudal, etc.

MAGNITUDES VECTORIALES

Son aquellas que para quedar completamente determinadas necesitan además del módulo una dirección y un sentido.

MÓDULO+DIRECCIÓN+SENTIDO

Ejemplos:

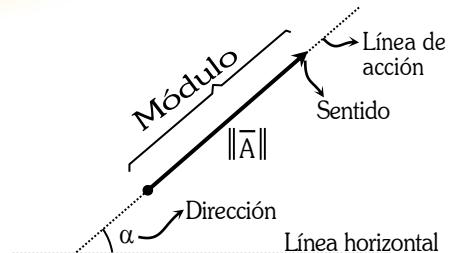
Desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza, cantidad de movimiento, etc.

EL VECTOR

Es un ente matemático como el punto, la recta y el plano. Se representa mediante un segmento de recta, orientado dentro del espacio euclíadiano tridimensional.

El hombre utiliza los números para expresar la idea de cantidad y los vectores para expresar simultáneamente las ideas de cantidad y de orientación. Gráficamente se representa con un segmento de recta orientado (flecha)

ELEMENTOS DE UN VECTOR



• **Módulo:** Llamado también NORMA o TAMAÑO, es la medida de la longitud del vector, el módulo se representará mediante la notación:

$\|\bar{A}\|$: Se lee “Módulo de \bar{A} ”; si un vector no aparece con flecha encima se sobreentiende que se refiere al módulo, es decir: $A = \|\bar{A}\|$



5to Secundaria

- Dirección:** Es el ángulo que forma el vector con respecto a un sistema de coordenadas cartesianas (por lo general se toma la orientación con respecto al semieje positivo de las abscisas).
- Sentido:** Representado por la flecha del vector.
- Línea de Acción:** Es aquella línea donde se encuentra contenido el vector a través de la cual puede deslizarse.
- Punto de Aplicación:** Está dado por el origen del vector

REPRESENTACIÓN ANALÍTICA DE UN VECTOR

Dados dos puntos A y B que determinan un vector sobre el plano, la forma vectorial se define por:

$$\bar{V} = B - A \quad \text{O también}$$

$$\bar{V} = \text{Punto final} - \text{Punto inicial}$$

Ejemplo Ilustrativo 1:

Un vector \bar{B} en el plano pasa por los puntos P(3, 5) y Q(7, 2) determinar su módulo:

Solución:

La expresión vectorial está dada por: $\bar{B} = Q - P$

$$\bar{B} = (7, 2) - (3, 5) \Rightarrow \bar{B} = 4i - 3j$$

Cálculo del módulo del vector:

$$\|\bar{B}\| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} \Rightarrow \|\bar{B}\| = [5] \quad \text{Rpta.}$$

Ejemplo Ilustrativo 2:

Un vector \bar{C} en el espacio pasa por los puntos R(3, 5, -7) y S(7, 1, -5) determinar su módulo:

Solución:

La expresión vectorial está dada por: $\bar{C} = S - R$

$$\bar{C} = (7, 1, -5) - (3, 5, -7) \Rightarrow \bar{C} = 4i - 4j + 2k$$

Cálculo del módulo:

$$\|\bar{C}\| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 2^2}$$

$$\|\bar{C}\| = \sqrt{16 + 16 + 4} \Rightarrow \|\bar{C}\| = [6] \quad \text{Rpta.}$$

Ejemplo Ilustrativo 3:

Un vector \bar{D} en el plano pasa por los puntos A(2,3) y B(5,5) determinar su módulo

Solución:

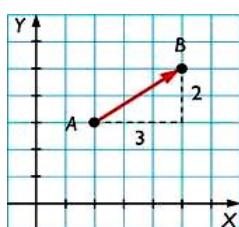
La expresión vectorial está dada por: $\bar{D} = B - A$

$$\bar{D} = (5, 5) - (2, 3) \Rightarrow \bar{D} = 3i + 2j$$

Cálculo del módulo del vector:

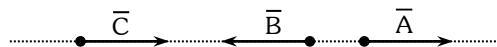
$$\|\bar{D}\| = \sqrt{3^2 + 2^2}$$

$$\Rightarrow \|\bar{D}\| = [\sqrt{13}] \quad \text{Rpta.}$$

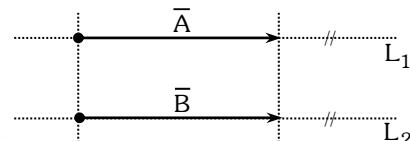


CLASIFICACIÓN DE LOS VECTORES

Vectores Colineales: Son aquellos que se encuentran contenidos en una misma línea de acción.



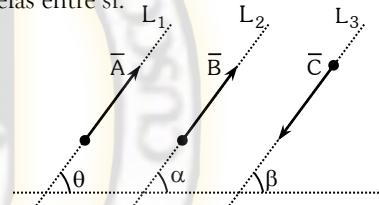
Vectores Iguales: Dos vectores serán iguales cuando tienen la misma dirección, módulo y sentido. $L_1 // L_2$



Vector Unitario: Es aquel cuyo módulo es la unidad y tiene por misión indicar la dirección y sentido de un determinado vector.

$$\bar{A} = \|\bar{A}\| \bar{u} \Rightarrow \bar{u} = \frac{\bar{A}}{\|\bar{A}\|}$$

Vectores Paralelos: Son aquellos que tienen sus líneas de acción paralelas entre sí.



En la figura: $\theta = \alpha = \beta$

Dadas las rectas paralelas: $L_1 // L_2 // L_3$

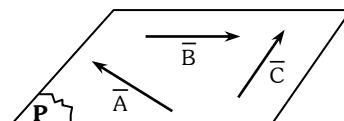
Los vectores: $\bar{A} // \bar{B} // \bar{C}$ también son paralelos

Por consiguiente se cumple también:

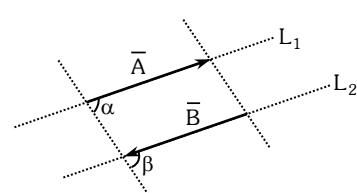
$$\frac{\bar{A}}{\|\bar{A}\|} = \frac{\bar{B}}{\|\bar{B}\|} = \frac{\bar{C}}{\|\bar{C}\|}$$

Vectores unitarios iguales

Vectores Coplanares: Son aquellos que se encuentran contenidos en un mismo plano.

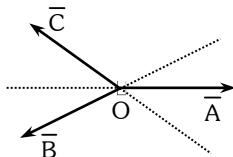


Vectores Opuestos: Dos vectores serán opuestos cuando tienen igual dirección, módulo pero sentido contrario. $L_1 // L_2$





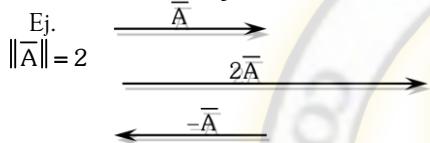
Vectores Concurrentes: Son aquellos que sus líneas de acción se cortan entre sí, en un mismo punto.



Se observa que las líneas de acción de los vectores \bar{A} , \bar{B} y \bar{C} concurren en el punto "O"

PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Cuando un vector se multiplica por un escalar, resulta otro vector en la misma dirección y de igual módulo a tantas veces el escalar por el módulo del vector dado.

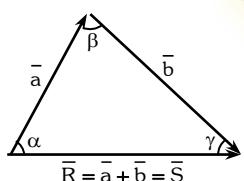


OPERACIONES CON VECTORES

ADICIÓN: Al vector "suma" también se le llama resultante. La resultante produce el mismo efecto que los sumandos.

1. MÉTODO DEL TRIÁNGULO

Este método es válido sólo para dos vectores coplanares y concurrentes

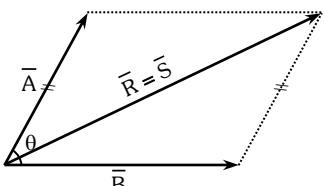


Pasos a seguir:

- Se forma el triángulo, cuando son "SÓLO" 2 vectores
- Para hallar el valor de \bar{R} se aplica la Ley de Lamy o de senos:

$$\frac{|\bar{R}|}{\sin \beta} = \frac{|a|}{\sin \gamma} = \frac{|b|}{\sin \alpha}$$

2. MÉTODO DEL PARALELOGRAMO



La suma (\bar{S}) o resultante (\bar{R}) es la diagonal del paralelogramo formado.

La suma o resultante se denota:

$$\bar{A} + \bar{B} = \bar{R}$$

ANALÍTICAMENTE:

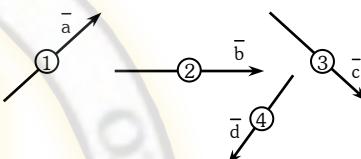
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}; \text{ Ley del paralelogramo}$$

3. MÉTODO DEL POLÍGONO

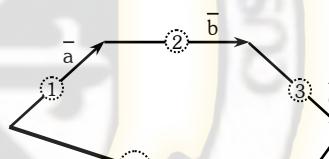
3.1 MÉTODO DEL POLÍGONO ABIERTO:

Se usa generalmente para sumar más de dos vectores. Se colocan uno a continuación del otro, manteniendo constante su VALOR, DIRECCIÓN y SENTIDO. La resultante es el vector que parte del origen del primero y llega al extremo del último.

Ejemplo:



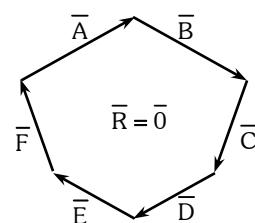
Construyendo el polígono:



$$\text{La resultante es: } \bar{R} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}$$

3.2 Polígono Cerrado:

En este caso todos tienen la misma secuencia (horario). El extremo del último llega al origen del primero.



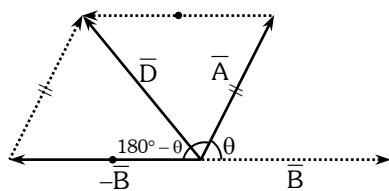
La Resultante es:

$$\bar{R} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \bar{E} + \bar{F} = \bar{0}$$

DIFERENCIA (\bar{D})

La diferencia de vectores es llamada también resultante diferencia.

$$\text{Vectorialmente: } \bar{D} = \bar{A} + (-\bar{B}) \Rightarrow \bar{D} = \bar{A} - \bar{B}$$



Por la Ley de cosenos:

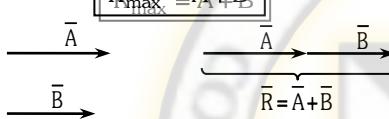
$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(180^\circ - \theta)}$$

Pero se sabe que: $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$

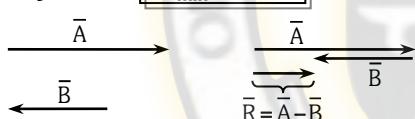
$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

CASOS PARTICULARES Y POSICIONES RELATIVAS DE LOS VECTORES:

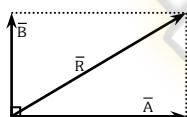
1. Cuando $\alpha = 0^\circ$ y los vectores \bar{A} y \bar{B} son paralelos y del mismo sentido.



2. Cuando $\alpha = 180^\circ$ y los vectores \bar{A} y \bar{B} son paralelos y de sentidos opuestos.

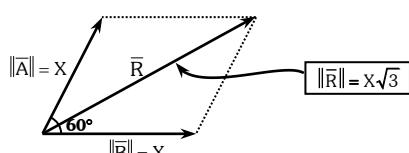


3. Cuando $\alpha = 90^\circ$, los vectores \bar{A} y \bar{B} son perpendiculares.

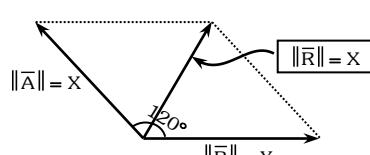


$$\|\bar{R}\| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

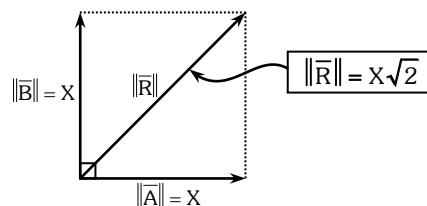
4. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y forman 60° . $\|\bar{A}\| = X$ y $\|\bar{B}\| = X$



5. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y forman 120° . $\|\bar{A}\| = X$ y $\|\bar{B}\| = X$



6. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y forman 90° . $\|\bar{A}\| = X$ y $\|\bar{B}\| = X$



DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR DE UN VECTOR

Expresión vectorial de \bar{A} :

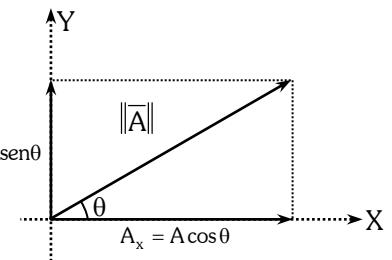
$$\bar{A} = A_x i + A_y j$$

$$\bar{A} = A \cos \theta i + A \sin \theta j$$

$$\bar{A} = A(\cos \theta i + \sin \theta j)$$

Como par ordenado:

$$\bar{A} = A(\cos \theta, \sin \theta)$$



Componentes rectangulares de un vector en el plano:

Las componentes rectangulares están dadas por:

$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta \\ A_y = A \sin \theta \end{cases}$$

Módulo del vector \bar{A} :

$$\|\bar{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Dirección del vector \bar{A} respecto al eje X:

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

VECTORES EN EL ESPACIO

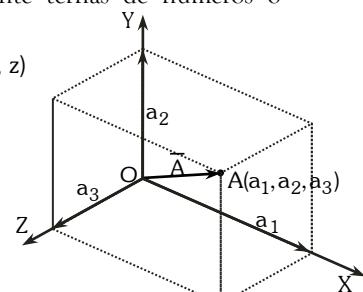
Análogamente a los puntos del plano cartesiano que están representados por un par ordenado, los puntos del espacio se representan mediante ternas de números o coordenadas espaciales.

Puntos en el espacio: (x, y, z)

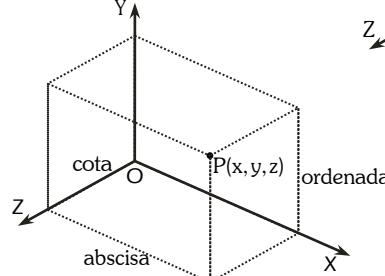
X: eje de abscisas

Y: eje de ordenadas

Z: eje de cotas



Componentes de un vector en \mathbb{R}^3





EXPRESIÓN VECTORIAL DE UN VECTOR EN \mathbb{R}^3

Un vector $\bar{A} = (a_1, a_2, a_3)$, se puede escribir como combinación lineal de sus vectores unitarios canónicos, así:

$$\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$$

Dados dos puntos en el espacio, se puede hallar el vector que dichos puntos determinan, aplicando:

$$\bar{V} = P_{\text{final}} - P_{\text{inicial}}$$

Módulo de un vector en \mathbb{R}^3

El módulo de un vector $\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$; está dado por:

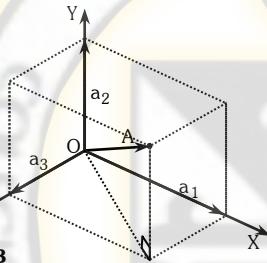
$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Vector Unitario

Dado un vector: $\bar{A} = (a_1, a_2, a_3)$ se define como vector unitario en la dirección de \bar{A} , a la expresión:

$$\bar{U}_{\bar{A}} = \frac{\bar{A}}{\|\bar{A}\|}$$

$$\bar{U}_{\bar{A}} = \frac{a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$



Dirección de un vector en \mathbb{R}^3

La dirección de un vector en \mathbb{R}^3 , está dada por sus ángulos de orientación con respecto a los 3 ejes coordenados. Y a los cosenos de dichos ángulos se denominan **cosenos directores**.

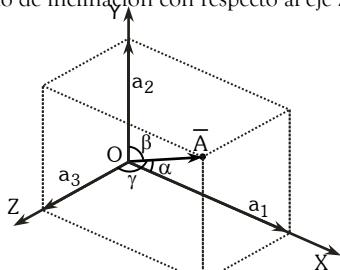
Cosenos directores:

Las direcciones del vector con respecto a los ejes coordinados están dados por:

α :ángulo de inclinación con respecto al eje X

β :ángulo de inclinación con respecto al eje Y

γ :ángulo de inclinación con respecto al eje Z



Dirección con el eje X: $\cos \alpha = \frac{a_1}{A}$

Dirección con el eje Y: $\cos \beta = \frac{a_2}{A}$

Dirección con el eje Z: $\cos \gamma = \frac{a_3}{A}$

$$\text{Propiedad: } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

OPERACIONES CON VECTORES EN \mathbb{R}^3

a) SUMA Y DIFERENCIA DE VECTORES:

Dados dos vectores: $\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ y $\bar{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$

Se define como vectores suma y diferencia, respectivamente:

$$\bar{S} = (a_1 + b_1)\mathbf{i} + (a_2 + b_2)\mathbf{j} + (a_3 + b_3)\mathbf{k}$$

$$\bar{D} = (a_1 - b_1)\mathbf{i} + (a_2 - b_2)\mathbf{j} + (a_3 - b_3)\mathbf{k}$$

b) MULTIPLICACIÓN POR ESCALAR EN \mathbb{R}^3

Dado el vector: $\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ y un escalar “r” se define como producto por escalar a la operación:

$$r\bar{A} = r(a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}) \Rightarrow r\bar{A} = ra_1\mathbf{i} + ra_2\mathbf{j} + ra_3\mathbf{k}$$

Donde el vector $r\bar{A}$, es múltiplo y necesariamente paralelo al vector \bar{A} .

Propiedades de la Multiplicación por escalar:

Dado los vectores \bar{A} y $\bar{B} \in \mathbb{R}^3$ y los escalares $r, s \in \mathbb{R}$, se cumple:

1. $r\bar{A} \parallel \bar{A}$
2. $(r+s)\bar{A} = r\bar{A} + s\bar{A}$
3. $r(\bar{A} + \bar{B}) = r\bar{A} + r\bar{B}$
4. $r(s\bar{A}) = s(r\bar{A}) = (rs)\bar{A}$

c) PRODUCTO INTERNO O PRODUCTO PUNTO EN \mathbb{R}^3

Es la multiplicación de dos vectores que nos da como resultado un escalar. Este tipo de producto se ha definido debido a la existencia de magnitudes físicas en la naturaleza que presentan ese comportamiento como el trabajo mecánico y el flujo magnético.

Dados dos vectores: $\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ y $\bar{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$ Se define como producto interno $\bar{A} \cdot \bar{B}$ de vectores a la expresión dada por:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Observe que:

En \mathbb{R}^2 , para un vector $\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j}$; se cumple que:

$$\bar{A} \cdot \bar{A} = a_1^2 + a_2^2 = A^2$$

En \mathbb{R}^3 , para un vector $\bar{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$; se cumple que:

$$\bar{A} \cdot \bar{A} = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = A^2$$

Otra definición:



Es posible también definir el producto interno mediante la relación:

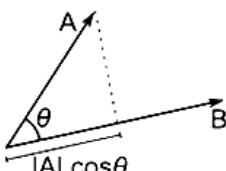
$$\bar{A} \cdot \bar{B} = AB \cos \theta$$

Donde:

A : módulo del vector \bar{A}

B : módulo del vector \bar{B}

θ : ángulo formado por los vectores \bar{A} y \bar{B}



$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2) i - (a_1 b_3 - a_3 b_1) j + (a_1 b_2 - a_2 b_1) k$$

Propiedades del Producto Interno:

Dado los vectores \bar{A} , \bar{B} y $\bar{C} \in \mathbb{R}^3$ y los escalares $r, s \in \mathbb{R}$, se cumple:

1. $\bar{A} \cdot \bar{B} = \bar{B} \cdot \bar{A}$
2. $\bar{A} \cdot \bar{A} = A^2$
3. $(r\bar{A}) \cdot \bar{B} = r(\bar{A} \cdot \bar{B})$
4. $\bar{A} \cdot (\bar{B} + \bar{C}) = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C}$
5. $(\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{A} - \bar{B}) = A^2 - B^2$
6. Si $\bar{A} \perp \bar{B} \Rightarrow \bar{A} \cdot \bar{B} = 0$

Importante:

Del vector suma, de acuerdo a las propiedades:

$$\bar{S} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\bar{S} \cdot \bar{S} = (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + \bar{B})$$

$$S^2 = A^2 + 2\bar{A} \cdot \bar{B} + B^2$$

Por definición de producto interno:

$$S^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

Análogamente, para el vector diferencia:

$$D^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta$$

Observe: ¡Esta es la ley del coseno!

d) PRODUCTO VECTORIAL O PRODUCTO CRUZ EN \mathbb{R}^3

Es la multiplicación de dos vectores que nos da como resultado un vector.

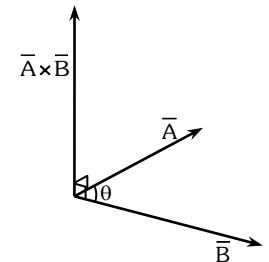
Este tipo de producto se ha definido debido a la existencia de magnitudes físicas en la naturaleza que presentan ese comportamiento como el torque (también conocido como momento de una fuerza) y la fuerza magnética.

Dados dos vectores: $\bar{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ y $\bar{B} = b_1 i + b_2 j + b_3 k$; se define como producto vectorial $\bar{A} \times \bar{B}$, a la expresión definida por el determinante:

Propiedades del Producto Vectorial

Dado los vectores \bar{A} , \bar{B} y $\bar{C} \in \mathbb{R}^3$ y los escalares $r, s \in \mathbb{R}$, se cumple:

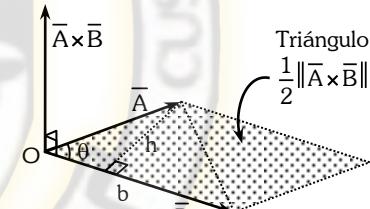
1. $\bar{A} \times \bar{B} = -\bar{B} \times \bar{A}$
2. $\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) \neq (\bar{A} \times \bar{B}) \times \bar{C}$
3. $r(\bar{A}) \times \bar{B} = r(\bar{A} \times \bar{B})$
4. $(\bar{A} + \bar{B}) \times \bar{C} = \bar{A} \times \bar{C} + \bar{B} \times \bar{C}$
5. $\|\bar{A} \times \bar{B}\| = AB \sin \theta$
6. Si: $\bar{A} \parallel \bar{B} \Rightarrow \bar{A} \times \bar{B} = \bar{0}$
7. Si $\bar{A} \perp \bar{B} \Rightarrow \|\bar{A} \times \bar{B}\| = AB$



Representación gráfica del producto vectorial

Interpretación Geométrica del vector $\bar{A} \times \bar{B}$

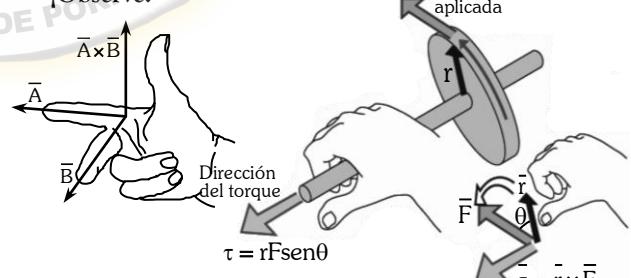
El vector $\bar{A} \times \bar{B}$, está representado por un vector perpendicular, tanto al vector \bar{A} como al vector \bar{B} . Su módulo es igual al área del paralelogramo formado.



Regla de la mano derecha:

Sirve para determinar la dirección del vector $\bar{A} \times \bar{B}$

¡Observe!



Producto de vectores canónicos:

Puesto que un vector siempre es paralelo a sí mismo:

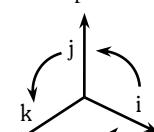
$$i \times i = j \times j = k \times k = \bar{0}$$

Además:

$$i \times j = k$$

$$j \times k = i$$

$$k \times i = j$$





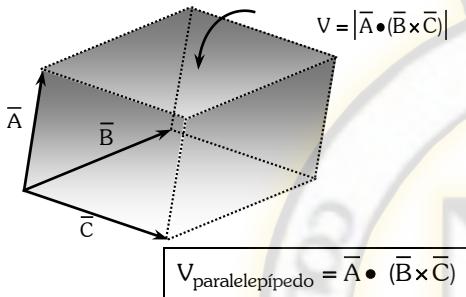
F) PRODUCTO TRIPLE EN \mathbf{R}^3

Dado los vectores \bar{A} , \bar{B} y $\bar{C} \in \mathbf{R}^3$, se define como producto triple $\bar{A} \bullet (\bar{B} \times \bar{C})$ a la expresión definida por un determinante de la forma:

$$\bar{A} \bullet (\bar{B} \times \bar{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = A_x(B_yC_z - B_zC_y) - A_y(B_xC_z - B_zC_x) + A_z(B_xC_y - B_yC_x)$$

Interpretación geométrica de $\bar{A} \bullet (\bar{B} \times \bar{C})$:

El producto triple $\bar{A} \bullet (\bar{B} \times \bar{C})$ de los vectores \bar{A} , \bar{B} y \bar{C} es igual al volumen del paralelepípedo formado por dichos vectores.



Ejemplo Ilustrativo 01

Dados los vectores $\bar{A} = 2i + 2j + k$ y $\bar{B} = -4i + 2j - 4k$. Calcular:

- El producto escalar $\bar{A} \cdot \bar{B}$
- El coseno del ángulo que forman los vectores \bar{A} y \bar{B}
- El producto vectorial $\bar{A} \times \bar{B}$

Solución:

a) $\bar{A} \cdot \bar{B} = (2, 2, 1) \cdot (-4, 2, -4)$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = -8 + 4 - 4 \Rightarrow \bar{A} \cdot \bar{B} = \boxed{-8}$$

b) $\cos \theta = \frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{\|\bar{A}\| \|\bar{B}\|} \Rightarrow$

$$\cos \theta = \frac{(2, 2, 1) \cdot (-4, 2, -4)}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} \sqrt{(-4)^2 + 2^2 + (-4)^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{-8 + 4 - 4}{3(6)} = \cos \theta = \frac{-8}{18} \Rightarrow \cos \theta = \boxed{-\frac{4}{9}}$$

c) $\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & 1 \\ -4 & 2 & -4 \end{vmatrix} = (-8 - 2)i - (-8 + 4)j + (4 + 8)k =$

$$\boxed{-10i + 4j + 12k} \quad \text{Rpta.}$$

Ejemplo Ilustrativo 02

Determinar el área limitada por los puntos $(1, 2, 3)$; $(-2, 0, 4)$ y $(1, 0, 1)$.

Solución:

Graficando:

$$\bar{P} = \bar{B} - \bar{A} = -3i - 2j + k$$

$$\bar{Q} = \bar{C} - \bar{A} = -2j - 2k$$

Se sabe que:

$$S_{\square} = \frac{1}{2} \|\bar{P} \times \bar{Q}\| \Rightarrow \bar{P} \times \bar{Q} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix} = -2i + 6j - 6k$$

$$S_{\square} = \frac{1}{2} \|\bar{P} \times \bar{Q}\| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2 + (-6)^2}$$

$$S_{\square} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{19} \Rightarrow S_{\square} = \sqrt{19} \quad \text{Rpta.}$$

Ejemplo Ilustrativo 03

Hallar el volumen del tetraedro que forman los vectores:

$$\bar{A} = i + j - 2k ; \bar{B} = 2i - 3j + k ; \bar{C} = -i + j - 3k$$

Solución:

El volumen del tetraedro es la tercera parte del volumen del paralelepípedo. Entonces por el producto triple:

$$V = \frac{1}{3} \bar{A} \cdot (\bar{B} \times \bar{C})$$

Aplicando la solución del determinante:

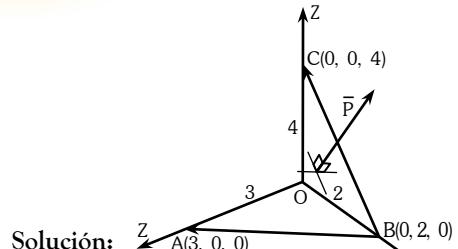
$$V = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} [1(8) - 1(-5) - 2(5)]$$

$$V = \boxed{1 u^3} \quad \text{Rpta.}$$

$$V = \frac{1}{3} |\bar{A} \bullet (\bar{B} \times \bar{C})|$$

Ejemplo Ilustrativo 04

De acuerdo al gráfico, un vector \bar{P} tiene una dirección perpendicular al triángulo ABC, y posee un módulo de $8\sqrt{61}$. Encontrar una expresión vectorial cartesiana para \bar{P} .



Solución:

Coordenadas y vectores direccionalles en el gráfico:

$$\bar{A} = (3, 0, 0) \quad \text{Expresiones vectoriales}$$

$$\bar{B} = (0, 2, 0) \quad \bar{BA} = 3i - 2j$$

$$\bar{C} = (0, 0, 4) \quad \bar{BC} = -2j + 4k$$

Vector unitario perpendicular al plano ABC.



5to Secundaria

$$\overline{BC} \times \overline{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 8i + 12j + 6k$$

$$\bar{U} = \frac{2(4i + 6j + 3k)}{2\sqrt{4^2 + 6^2 + 3^2}} \Rightarrow \bar{U} = \frac{4i + 6j + 3k}{\sqrt{61}}$$

Luego:

$$\bar{P} = \|\bar{P}\| \bar{U} = 8\sqrt{61} \left(\frac{4i + 6j + 3k}{\sqrt{61}} \right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\bar{P} = 8(4i + 6j + 3k)}$$

Rpta.

Lectura 4:

La Trigonometría y los Vectores

La trigonometría la inventó Hiparco hacia el año 150 antes de J.C. Pero el primer tratado sistemático se debe a Regiomontanus en 1464. Su obra Triangulis emplea solamente las funciones seno y coseno.

La trigonometría, como su nombre indica, ha tenido por objeto fundamental, el cálculo de todos los elementos de un triángulo (alturas, bisectrices, área...) con ayuda de datos suficientes para determinarlos, algunos de ellos angulares. Así, la introducción de los ángulos en los cálculos relativos al triángulo, completa la geometría que establece solamente relaciones métricas.

Hoy, la trigonometría se utiliza fuera de toda consideración de triángulo y es absolutamente necesaria para entender la física más elemental. La mayoría de sus relaciones pueden ser deducidas del cálculo vectorial. Como vimos en este capítulo.

Vectores

Las nociones de vectores están implícitamente contenidas en las reglas de composición de las fuerzas y de las velocidades, conocidas hacia el fin de siglo XVII.

Es con relación a la representación geométrica de los números llamados imaginarios como las operaciones vectoriales se encuentran por primera vez implícitamente analizadas, sin que el concepto de vector esté aún claramente definido. Fue mucho más tarde y gracias al desarrollo de la geometría moderna y de la mecánica, cuando la noción de vector y de operaciones vectoriales se concretaron.

El alemán Grossman, en 1844, por métodos geométricos, introdujo formalmente las bases del cálculo vectorial (suma, producto escalar y vectorial).

El inglés Hamilton, por cálculos algebraicos llegó a las mismas conclusiones que Grossman; empleó por primera vez los términos escalar y vectorial.

Hacia el final del siglo XIX, el empleo de los vectores se generalizó a toda la física. Bajo la influencia de los ingleses Hamilton, Stokes, Maxwell, Heaviside y del americano Gibas (quien utilizó la notación del punto para el producto escalar y del X para el producto vectorial) se amplió el cálculo vectorial, introduciendo nociones más complejas, como los operadores vectoriales gradiente, divergencia y rotacional.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Hallar el coseno del ángulo que forman los vectores $\bar{A} = 12i + 5j$ y $\bar{B} = 3i - 4j$

- a) $\frac{16}{25}$ b) $\frac{16}{45}$ c) $\frac{16}{55}$ d) $\frac{16}{65}$ e) $\frac{8}{65}$

Solución:

$$\cos \theta = \frac{\bar{A} \cdot \bar{B}}{\|\bar{A}\| \|\bar{B}\|}$$

$$\cos \theta = \frac{(12, 5) \cdot (3, -4)}{\sqrt{12^2 + 5^2} \sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{36 - 20}{13(5)}$$

$$\cos \theta = \boxed{\frac{16}{65}} \quad \text{Rpta.}$$

2. Si se sabe que: $\bar{A} = (x - 2)i - (4 + x)j$ y $\bar{B} = -4i + xj$ son vectores paralelos. Hallar el valor positivo de "x"

- a) 12 b) 10 c) 9 d) 8 e) 6

Solución:

Las componentes de ambos vectores deben ser proporcionales debido a que son múltiplos:

$$\frac{x-2}{-4} = \frac{-4-x}{x}$$

$$x^2 - 2x = 16 + 4x$$

$$x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$\cancel{x} - 8$$

$$\cancel{x} + 2$$

$$x = \boxed{8} \quad \text{Rpta.}$$

3. Si se sabe: $\bar{A} = 3i + (a+2)j$ $\bar{B} = -2ai + (a+1)j$ son perpendiculares determinar los valores de "a".

- a) 1 y 2 b) 1 y 3 c) 2 y 3 d) 1 y -2 e) -2 y 3

Solución:

Por propiedad de perpendicularidad:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = 0 \Rightarrow 3(-2a) + (a+2)(a+1) = 0$$

$$-6a + a^2 + 3a + 2 = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$\cancel{a} - 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\cancel{a} - 1 \Rightarrow a = 1$$

$$\boxed{1 \text{ y } 2} \quad \text{Rpta.}$$

4. Dados los vectores: $\bar{A} = 2i + 3j$, $\bar{B} = i - 2j$ y $\bar{C} = -4i + j$. Hallar el valor de $m+n$, de tal forma que sea posible expresar la combinación lineal: $m\bar{A} + n\bar{B} = \bar{C}$

- a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4



Solución:

$$m(2, 3) + n(1, -2) = (-4, 1)$$

Igualando componentes:

$$\begin{cases} 2m + n = -4 \\ 3m - 2n = 1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$\times 2 \begin{cases} 2m + n = -4 \\ 3m - 2n = 1 \end{cases}$$

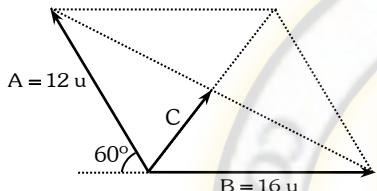
$$7m = -7 \Rightarrow m = -1$$

Sustituyendo:

$$2(-1) + n = 4 \Rightarrow n = 6$$

Luego: $m+n = 5$ Rpta.

5. En la figura, calcular el módulo de la resultante del sistema de vectores:



- a) $6\sqrt{11}$ b) $5\sqrt{13}$ c) $4\sqrt{13}$ d) $6\sqrt{13}$ e) $5\sqrt{10}$

Solución:

$$\text{Resultante total: } R = 3C = \frac{3}{2}\|\bar{A} + \bar{B}\| \quad \dots (1)$$

$$\|\bar{A} + \bar{B}\|^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

$$\|\bar{A} + \bar{B}\|^2 = 12^2 + 16^2 + 2(12)(16) \cos 120^\circ$$

$$\|\bar{A} + \bar{B}\|^2 = 144 + 256 - 192$$

$$\|\bar{A} + \bar{B}\| = 4\sqrt{13}$$

Sustituyendo en (1):

$$R = \frac{3}{2}(4\sqrt{13}) \Rightarrow R = 6\sqrt{13} \quad \text{Rpta.}$$

6. Hallar la superficie del triángulo formado por los puntos A(3, 4), B(-2, 5) y C(5, -6).

- a) 18 u^2 b) 20 u^2 c) 22 u^2 d) 24 u^2 e) 25 u^2

Solución:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 5 \\ 5 & -6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(15 + 12 + 20 + 8 - 25 + 18)$$

$$S = \frac{1}{2}(48) \Rightarrow S = 24 \text{ u}^2 \quad \text{Rpta.}$$

7. Dados dos vectores \bar{A} y \bar{B} de igual magnitud forman un ángulo θ . ¿En qué relación están los módulos de los vectores $\bar{A} + \bar{B}$ y $\bar{A} - \bar{B}$?

- a) $\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ b) $\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ c) $\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$
 d) $\cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ e) $\sec^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

Solución:

Se sabe que:

$$S = X^2 + X^2 + 2X^2 \cos \theta = 2X^2(1 + \cos \theta)$$

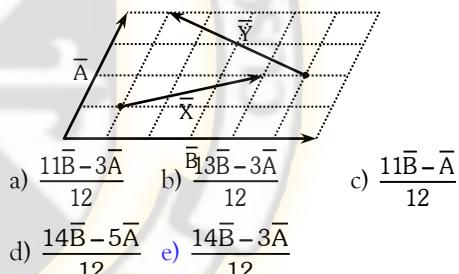
$$D = X^2 + X^2 - 2X^2 \cos \theta = 2X^2(1 - \cos \theta)$$

Dividiendo:

$$r = \frac{S}{D} = \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$r = \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{Rpta.}$$

8. En la figura expresar el vector $\bar{X} - \bar{Y}$ en función de los vectores \bar{A} y \bar{B} .



Solución:

Utilizando \bar{A} y \bar{B} como ejes coordenados:

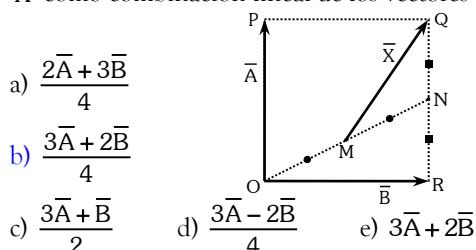
$$\bar{X} = \frac{3}{6}\bar{B} + \frac{1}{4}\bar{A} = \frac{1}{4}\bar{A} + \frac{1}{2}\bar{B}$$

$$\bar{Y} = -\frac{4}{6}\bar{B} + \frac{2}{4}\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{A} - \frac{2}{3}\bar{B}$$

Restando los vectores:

$$\bar{X} - \bar{Y} = -\frac{1}{4}\bar{A} + \frac{7}{6}\bar{B} \Rightarrow \bar{X} - \bar{Y} = \frac{14\bar{B} - 3\bar{A}}{12} \quad \text{Rpta.}$$

9. En la figura OPQR es un cuadrado, expresar el vector \bar{X} como combinación lineal de los vectores \bar{A} y \bar{B} .



- a) $\frac{2\bar{A} + 3\bar{B}}{4}$
 b) $\frac{3\bar{A} + 2\bar{B}}{4}$
 c) $\frac{3\bar{A} + \bar{B}}{2}$
 d) $\frac{3\bar{A} - 2\bar{B}}{4}$
 e) $3\bar{A} + 2\bar{B}$



5to Secundaria

Solución:

Por la ley del triángulo:

$$\overline{OM} + \overline{X} = \overline{A} + \overline{B}$$

Pero observe que:

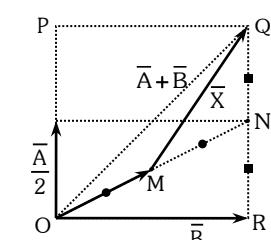
$$2\overline{OM} = \frac{\overline{A}}{2} + \overline{B}$$

Luego:

$$\frac{\overline{A}}{2} + \overline{B} + \overline{X} = \overline{A} + \overline{B}$$

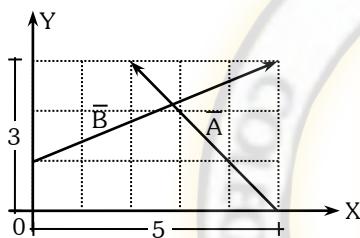
$$\overline{X} = \overline{A} + \overline{B} - \frac{\overline{A} + \overline{B}}{4}$$

$$\boxed{\overline{X} = \frac{3\overline{A} + 2\overline{B}}{4}}$$



Rpta

10. Utilizando los datos de la figura hallar el producto escalar de los vectores \overline{A} y \overline{B} .



- a) 0 b) 3 c) -3 d) 9 e) -9

Solución:

Hallando los vectores \overline{A} y \overline{B} :

$$\overline{A} = -3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} = (-3, 3)$$

$$\overline{B} = 5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} = (5, 2)$$

El producto escalar será:

$$\overline{A} \cdot \overline{B} = (-3, 3) \cdot (5, 2) = -15 + 6$$

$$\boxed{\overline{A} \cdot \overline{B} = -9}$$

Rpta.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Indique las proposiciones incorrectas:

- I. La adición de vectores es comutativa y asociativa.
- II. La resultante de vectores siempre tiene módulo mayor que cualquiera de los vectores que suman.
- III. La resultante de dos vectores nunca puede tener la dirección y sentido de alguno de los vectores que se suman.

- a) Solo I b) I y II c) II y III
d) todas e) ninguna

2. Señale la alternativa incorrecta:

- a) El opuesto o negativo de un vector es otro vector de igual módulo, igual dirección pero sentido contrario.
- b) Dos vectores que poseen igual dirección y sentido son llamados paralelos.
- c) Dos vectores con igual dirección pero con sentido contrario son llamados vectores antiparalelos.
- d) Dos vectores colineales son también paralelos.
- e) Dos vectores paralelos son también colineales.

3. Marcar verdadero (V) o falso (F):

- I) La suma de tres vectores puede ser igual a la suma de otros 6 vectores.
- II) Un vector puede tener infinitos pares de componentes.
- III) Si dos vectores son de igual módulo entonces el módulo de su suma es igual al módulo de su diferencia.

- a) VVV b) FFF c) VVF d) FFV e) FVF

4. Con respecto al vector unitario.

- I. Su módulo no siempre es la unidad.
- II. Su sentido es el mismo que el vector que le dio origen
- III. Su dirección es la misma que el vector que le dio origen.

- a) VVV b) FVF c) FFV d) FVV e) FFF

5. Si dos vectores son opuestos entonces:

- I. Tienen diferente módulo.
- II. Tienen igual dirección.
- III. Tienen el mismo sentido.
- IV. Sus vectores unitarios son iguales

- a) VVVF b) FVVV c) VFFF
d) FVFF e) VVFF

6. Colocar verdadero (V) o falso (F) según corresponda en cada una de las siguientes proposiciones:

- I) La resultante de dos vectores es máxima cuando el ángulo entre ellos es 180° .

- II) La ley del paralelogramo establece:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

- III) Para dos vectores sean iguales deben poseer el mismo módulo.

- a) VVV b) FVF c) FFV d) FVV e) FFF



7. Marcar verdadero (V) o falso (F):

() $\|\vec{A} - \vec{B}\| = \|\vec{B} - \vec{A}\|$

() $2\vec{A}$ y $-\vec{A}$ Forman, 180° entre sí.

() $3\vec{A}$ y \vec{A} Son paralelos.

- a) VVV b) FFF c) VFF
d) VVF e) N.A

8. Indicar verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:

I) Un determinado vector puede tener como máximo tres componentes.

II) Si $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$, entonces \vec{C} es perpendicular a \vec{B} .

III) Si se cumple que $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$, entonces uno de los dos vectores \vec{A} ó \vec{B} necesariamente tiene que ser nula.

- a) VVV b) FVF c) FFV d) FVV e) FFF

9. Dado los vectores no colineales \vec{A} y \vec{B} , señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{A}) \neq 0$

II. $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{A}$

III. $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{A})$ es paralelo al vector \vec{A}

- a) VVV b) FVV c) FFV d) VFF e) FFF

10. Determine si las expresiones son verdaderas (V) o falsas (F) para los vectores $\vec{A} = 7\hat{i} + 9\hat{j}$ y $\vec{B} = 8\hat{i} - 6\hat{j}$

I. $\vec{B} \cdot \vec{B} = 10$

II. $\|\vec{A} \times \vec{B}\| = 114$

III. $(2\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{A} = 14\hat{i} + 18\hat{j}$

- a) VVV b) VFV c) VFF d) FVV e) FVF

11. Dados los siguientes vectores $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{k}$, $\vec{B} = 4\hat{i} - 3\hat{k}$ y $\vec{C} = 4\hat{j} + 3\hat{k}$. Con respecto a la secuencias de proposiciones indique si veracidad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I) El vector $\vec{A} \times \vec{B}$ es perpendicular al plano XZ y su módulo es 25

II) El vector \vec{C} y $\vec{A} \times \vec{B}$ están contenidos en el plano YZ.

III) Se verifica que $\vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = 100$.

- a) VVF b) VFV c) FFV d) FVV e) VVV

12. Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

I) \vec{A} es perpendicular a \vec{B}

II) $(\vec{A} + \vec{B})$ es perpendicular a $(\vec{A} - \vec{B})$

III) $\vec{A} \cdot \vec{A} = \|\vec{A}\|^2 = A^2 = 14$

- a) VVV b) VVF c) VFF d) VFV e) FFV

13. Dados los vectores no colineales \vec{A} y \vec{B} señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes preposiciones

I) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{A}) \neq 0$

II) $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{A}$

III) $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{A})$ es paralelo al vector \vec{A}

- a) VVV b) FVV c) FFV d) VFF e) FFF

14. Las aguas de un río tienen una velocidad de magnitud 5 m/s y la velocidad de un nadador, en aguas tranquilas, tiene una magnitud de 8 m/s. ¿Cuál de los siguientes valores no puede tener la velocidad resultante del nadador si se mueve a través de las aguas del río?

- a) 13 b) 10 c) 8
d) 3 e) 2

15. La resultante máxima que se puede obtener con dos fuerzas tiene un módulo de 70 N y la resultante mínima 10 N, ¿Qué módulo, en N, tiene la resultante de los vectores si forman entre sí un ángulo de 90°

- a) 80 b) 50 c) $50\sqrt{2}$
d) 60 e) $30\sqrt{2}$

16. Las aguas de un río tienen una velocidad cuyo módulo es 3 m/s y un bote a motor desarrolla una velocidad de módulo 5 m/s en aguas tranquilas. ¿Cuál será el módulo de la velocidad resultante, en m/s, del bote si se mueve formando 60° con la dirección de la velocidad del agua?

- a) 8 b) 7 c) 6
d) 5 e) 4

17. Si $\vec{A} \times \vec{B} = 24\hat{i} + 7\hat{j}$ y $\vec{A} \cdot \vec{B} = 25$. Determine la tangente del ángulo entre \vec{A} y \vec{B}

- a) $\sqrt{3}/3$ b) $3/4$ c) $7/24$
d) 1 e) $12/5$



5to Secundaria

18. Si $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ y $\vec{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$. Halle $(\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{A} \times \vec{B})$

- a) $26(6\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k})$
- b) $94(24\hat{i} + 4\hat{j} - 16\hat{k})$
- c) $22(6\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k})$
- d) $94(6\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k})$
- e) $52(13\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k})$

19. Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ y $\vec{B} = -2\hat{j} + \hat{k}$. Determine el vector unitario del vector $\vec{A} \times \vec{B}$

- a) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}}{\sqrt{29}}$
- b) $\frac{3\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k}}{\sqrt{29}}$
- c) $\frac{-2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{29}}$
- d) $\frac{4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{29}}$
- e) $\frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{29}}$

20. Dados los vectores $\vec{A} = 3\hat{i} + 10\hat{j}$, $\vec{B} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j}$ $\vec{C} = -12\hat{i} - 6\hat{j}$, Forman un polígono cerrado. Determine el producto escalar $\vec{B} \cdot \vec{C}$

- a) 14
- b) 42
- c) 56
- d) 70
- e) -84

21. Si: $|\vec{P}| = 3$; $|\vec{Q}| = 7$ y $\vec{P} \parallel \vec{Q} = 19$ hallar $|\vec{P} \times \vec{Q}|$

- a) $4\sqrt{5}$
- b) $6\sqrt{7}$
- c) $8\sqrt{5}$
- d) $3\sqrt{17}$
- e) $5\sqrt{5}$

22. Para los tres vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} se cumple que $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 0$, entonces $|\vec{A}| = 3$, $|\vec{B}| = 6$ y $|\vec{C}| = 7$. Hallar $|\vec{A} \times \vec{B}|$

- a) $4\sqrt{5}$
- b) $6\sqrt{5}$
- c) $8\sqrt{5}$
- d) $10\sqrt{5}$
- e) $12\sqrt{5}$

23. Hállese un vector que sea perpendicular al vector $(2,2,2)$ y que cumpla la condición de tener la componente sobre el eje Z nula y sumando con el vector $(-4,0,-2)$ tenga la primera componente el valor de cero.

- a) $(4,5,0)$
- b) $(4,-4,0)$
- c) $(12,7,8)$
- d) $(-12,4,-5)$
- e) $(2,-5,3)$

24. Construir un vector de módulo 5 y sea perpendicular a los vectores $(1,-1,0)$ y $(0,1,-1)$.

- a) $\frac{5}{\sqrt{3}}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$
- b) $\frac{5}{\sqrt{2}}(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$
- c) $\frac{-5}{\sqrt{3}}(2\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k})$
- d) $\frac{8}{\sqrt{3}}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

25. Determine el módulo del vector \vec{A} y su tercera componente, sabiendo que las otras componentes son $x=4$, $y=-12$. Además \vec{A} es perpendicular con \vec{B} . $\vec{B} = (3,0,-4)$

- a) 13
- b) 12
- c) 16
- d) 10
- e) 14

26. Si $\vec{P} = (n,1)$ y $\vec{Q} = (2n,n)$, halle "n" para qué $\vec{P} \parallel \vec{Q}$.

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

27. Se añade una fuerza \vec{B} a una fuerza que tiene por componentes X y Y de 8 N y -5 N. La resultante de las dos fuerzas está en la dirección -X y tiene una magnitud de 4 N. Halle la fuerza \vec{B} .

- a) $(-12,5,0)$
- b) $(-12,-5,8)$
- c) $(12,7,8)$
- d) $(-12,2,-5)$
- e) $(12,-5,3)$

28. Hallar el vector \vec{A} que es paralelo al vector $\vec{B} = (-2,1,3)$ y $\vec{A} \cdot \vec{B} = 28$

- a) $(1, 2, 3)$
- b) $(-4, 2, 6)$
- c) $(2, 4, 6)$
- d) $(4, 2, 6)$
- e) $(-4, -2, -6)$

29. Si el producto escalar de dos vectores $\vec{A} \cdot \vec{B} = +6$ $|\vec{A}| = 3$ $|\vec{B}| = 4$. Hallar el módulo de la suma de los vectores

- a) $\sqrt{37}$
- b) $\sqrt{17}$
- c) $\sqrt{15}$
- d) 36
- e) 20

30. El producto vectorial de 2 vectores cuyos módulos son 2 y $\sqrt{19}$, es $3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ determine el ángulo que forman estos vectores.

- a) 30°
- b) 37°
- c) 45°
- d) 53°
- e) 60°

31. Dos vectores \vec{A} y \vec{B} tienen los siguientes módulos $|\vec{A}| = 3$ $|\vec{B}| = 5$. Si se cumple que $|\vec{A} \times \vec{B}| + \vec{A} \cdot \vec{B} = 21$, halle el ángulo que forma estos vectores.

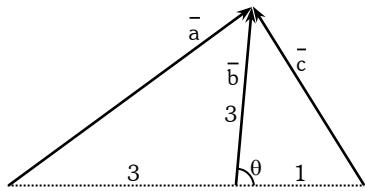
- a) 30°
- b) 37°
- c) 45°
- d) 53°
- e) 37° ó 53°

32. Dos vectores A y B tienen una resultante máxima de 16 y una mínima de 4. ¿Cuál será el módulo de la resultante de dichos vectores cuando éstos formen 127° entre sí?

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10



33. Hallar el valor de “ θ ” de tal manera que la resultante sea $\sqrt{103}$.



- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 80°
- e) 75°

34. Se tienen dos vectores \bar{A} y \bar{B} que forman 53° . Hallar el ángulo que forma la resultante con el vector \bar{A} $\|\bar{A}\|=30$ y $\|\bar{B}\|=14$

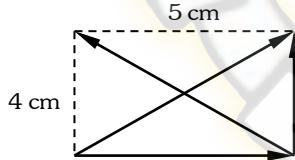
- a) 16°
- b) 30°
- c) 37°
- d) 45°
- e) 53°

35. Dos vectores A y B tienen una resultante máxima de 80 N y una mínima de 20 N, Hallar la resultante de dichos vectores cuando formen un ángulo de 60° .

- a) 35
- b) 70
- c) 140
- d) 50
- e) 45

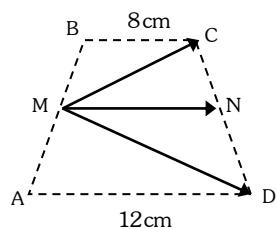
36. Determinar el módulo de la resultante de los vectores trazados sobre el rectángulo mostrado.

- a) 9
- b) 10
- c) 12
- d) 13
- e) 14



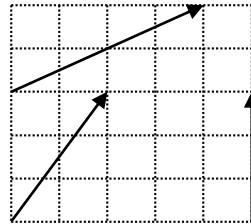
37. Encontrar el módulo de la resultante del conjunto de vectores mostrado, si ABCD es un trapecio, siendo M y N puntos medios, y además BC=8, y AD=12.

- a) 10
- b) 15
- c) 20
- d) 35
- e) 30



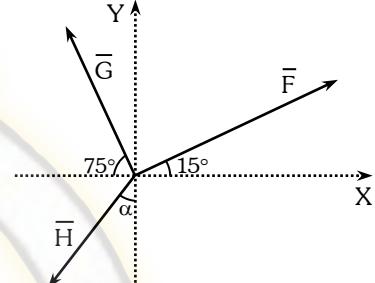
38. Halle el módulo y la dirección de la resultante de los vectores siguientes.

- a) 10; 0°
- b) 6; 37°
- c) 10; 53°
- d) 10; 37°
- e) 30; 53°



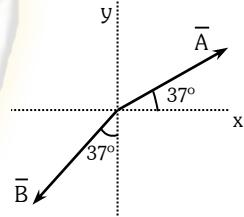
39. Si el sistema de fuerzas mostradas se encuentra en equilibrio. Hallar “ α ”. $|\bar{G}|=8N$; $|\bar{H}|=10N$

- a) 7°
- b) 15°
- c) 22°
- d) 30°
- e) 45°



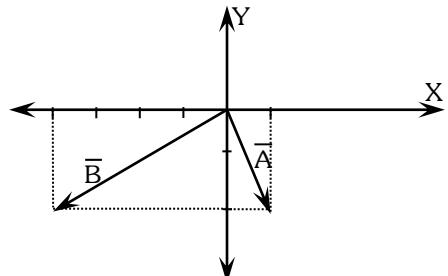
40. Dados los vectores \bar{A} y \bar{B} de módulos iguales a 10 u. Determine el vector \bar{S} . Si : $\bar{S}=\bar{A}\times\bar{B}-(\bar{A}\cdot\bar{B})\bar{A}$

- a) $368\hat{i}+300\hat{j}+16k$
- b) $468\hat{i}-365\hat{j}-20k$
- c) $568\hat{i}+400\hat{j}-30k$
- d) $668\hat{i}+576\hat{j}+2k$
- e) $768\hat{i}+576\hat{j}-28k$



41. Dados los vectores \bar{A} y \bar{B} que se muestran en la figura, determine un vector unitario en la dirección y sentido que el vector \bar{C} , si $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}=\bar{0}$.

- a) $\frac{-3}{5}\hat{i}+\frac{4}{5}\hat{j}$
- b) $\frac{4}{5}\hat{i}-\frac{3}{5}\hat{j}$
- c) $\frac{3}{5}\hat{i}+\frac{4}{5}\hat{j}$
- d) $-\frac{3}{5}\hat{i}-\frac{4}{5}\hat{j}$
- e) $-\frac{3}{5}\hat{i}-\frac{3}{5}\hat{j}$

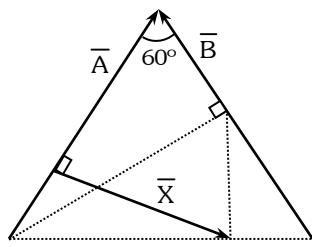


5to Secundaria



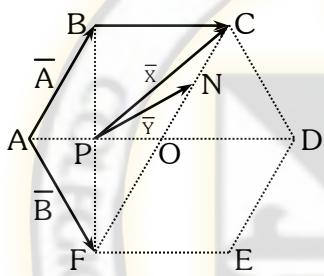
42. Expresar el vector \vec{X} en función de los vectores \vec{A} y \vec{B} , sabiendo que $|\vec{A}| = |\vec{B}|$.

- a) $\frac{3}{8}(\vec{A} + \vec{B})$
- b) $\frac{3}{8}(\vec{A} - 2\vec{B})$
- c) $\frac{1}{2}(\vec{A} - \vec{B})$
- d) $\frac{4}{5}(\vec{A} - \vec{B})$
- e) $\frac{2}{3}(\vec{A} - \vec{B})$



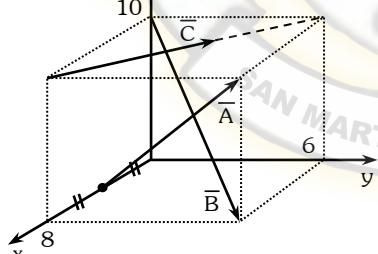
43. Hallar el vector $(\vec{X} + \vec{Y})$ en términos del vector \vec{A} y del vector \vec{B} , sabiendo que ABCDEF es un hexágono regular y N es punto medio de OB.

- a) $\frac{5\vec{A} + 2\vec{B}}{2}$
- b) $\frac{2\vec{A} + 5\vec{B}}{3}$
- c) $\frac{3\vec{A} + 4\vec{B}}{4}$
- d) $\frac{5\vec{A} - 2\vec{B}}{2}$
- e) $\frac{\vec{A} + 2\vec{B}}{2}$



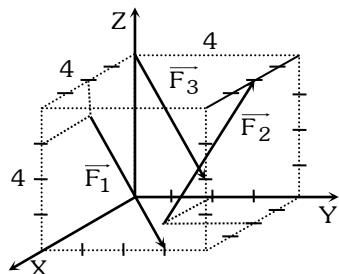
44. Halle \vec{C} en el paralelepípedo mostrado si $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -6$

- a) $4\hat{i} + 3\hat{j}$
- b) $2\hat{i} + 1,5\hat{j}$
- c) $2\hat{i} - 3\hat{j}$
- d) $-2\hat{i} + 1,5\hat{j}$
- e) $-1,5\hat{i} + 3\hat{j}$

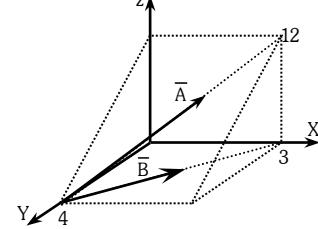


45. Si se tiene las fuerzas que muestra la figura en $R^3 = XYZ$; hallar $\vec{F}_3 + (\vec{F}_1 \times \vec{F}_2)$ en newton,

- a) $22\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$
- b) $12\hat{i} - 14\hat{j} + 2\hat{k}$
- c) $22\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}$
- d) $22\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$
- e) $2\hat{i} - 14\hat{j} + 22\hat{k}$

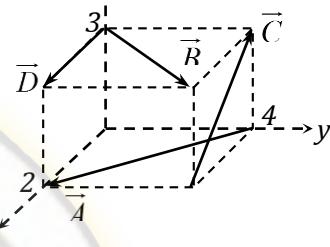


46. En la siguiente figura halle $\vec{F} = \vec{A} + \vec{B}$ si: $\|\vec{A}\| = 52$ u. $\|\vec{B}\| = 50$ u.



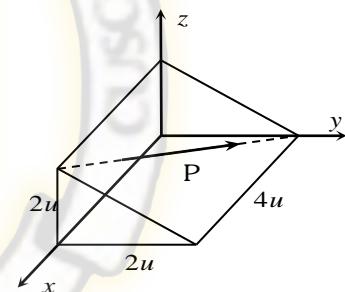
47. Para los vectores: \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} y \vec{D} determine $(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{C} + \vec{D})$.

- a) $4\hat{i} + 3\hat{j}$
- b) $4\hat{j} - 3\hat{k}$
- c) $12\hat{i} + 12\hat{k}$
- d) $12\hat{k}$
- e) $-12\hat{j}$



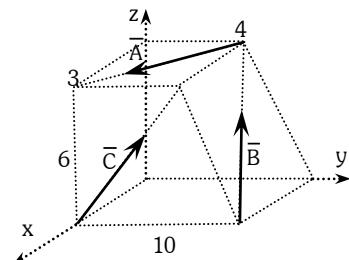
48. Halle el vector \vec{P} , si su módulo es $\sqrt{6}$.

- a) $-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$
- b) $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$
- c) $-2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$
- d) $4\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$
- e) $-4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$



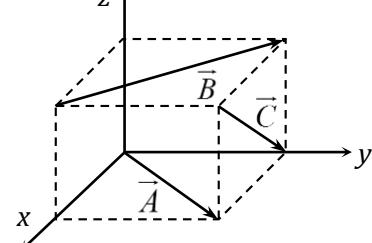
49. Calcular el módulo del vector resultante en el sistema mostrado. $\|\vec{A}\| = 20$ u. $\|\vec{B}\| = 30$ u. $\|\vec{C}\| = \sqrt{13}$ u.

- a) $-2\hat{i} + 36\hat{j} + 20\hat{k}$
- b) $2\hat{i} - 36\hat{j} + 20\hat{k}$
- c) $2\hat{i} - 34\hat{j} + 23\hat{k}$
- d) $-2\hat{i} - 34\hat{j} + 23\hat{k}$
- e) $2\hat{i} - 34\hat{j} - 23\hat{k}$



50. El cubo mostrado es de lado "a", halle $\vec{A}(\vec{B} \times \vec{C})$.

- a) $-a^3$
- b) a^3
- c) $-2a^3$
- d) $2a^3$
- e) $-8a^3$





51. Hallar $\|\bar{A}\|$ que es paralelo $\bar{B}, \bar{B} = (1, 1, -1)$, $\bar{C} = (2, 1, -1)$ y se conoce que $\bar{A} \times \bar{C} = (0, 2, 2)$

- a) $2\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{5}$ e) $2\sqrt{5}$

52. Mediante dos cuerdas que forman 127° es arrastrado un cuerpo, haciendo fuerzas de 150 N y 70 N , determine el módulo de la diferencia de fuerzas.

- a) 90 b) 120 c) 160 d) 200 e) 20

53. En el módulo de la suma de los vectores de igual modulo, es el triple del módulo de su diferencia. Hallar el ángulo entre dichos vectores.

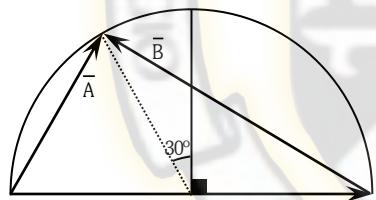
- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

54. Se desea extraer un clavo de una pared mediante la acción de dos fuerzas de 30 y 50 Newton que forman entre sí un ángulo de 127° . Hallar el efecto neto que producen las dos fuerzas actuando sobre el clavo.

- a) 20 b) 30 c) 60 d) 40 e) 50

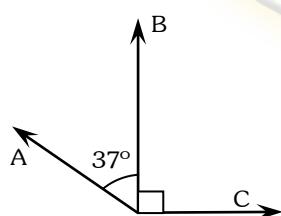
55. En el diagrama mostrado. Hallar el módulo de la resultante, el módulo de A es 25.

- a) 75
b) 100
c) 125
d) 50
e) 150



56. Determinar la resultante del grupo de vectores mostrado, indicando su módulo y dirección. $A = 10$, $B = 16$, $C = 13$.

- a) 20 y 37°
b) 15 y 53°
c) 20 y 16°
d) 25 y 45°
e) 25 y 74°



57. La resultante máxima y mínima de los vectores \bar{P} y \bar{Q} es 7 y 3 unidades. Calcular la resultante de los vectores cuando formen 120°

- a) $\sqrt{21} \text{ u}$ b) $\sqrt{19} \text{ u}$ c) $\sqrt{29} \text{ u}$ d) $\sqrt{39} \text{ u}$ e) 7

58. Sean los vectores $\bar{A} = 9\hat{i} - 8\hat{j}$, $\bar{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ y

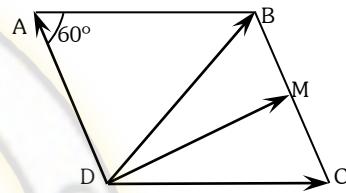
$$\bar{C} = -2\hat{i} + 2\hat{j}. \text{ Calcular } |\bar{B} + \bar{C} - \bar{A}|$$

- a) 10 b) 8 c) 5 d) 14 e) 18

59. El módulo de la resultante de dos vectores \bar{A} y \bar{B} cuando forman 60° es $3\sqrt{7} \text{ u}$. Hallar el módulo del vector \bar{A} si su resultante máxima es el triple de la resultante mínima.

- a) 3u
b) 4u
c) 5u
d) 6u
e) 7u

60. El cuadrilátero ABCD es un rombo cuyo lado es 10. "M" es un punto medio del lado BC; obtener la resultante de los vectores.



- a) $5\sqrt{31}$
b) $3\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{5}$
d) $3\sqrt{31}$
e) $5\sqrt{21}$

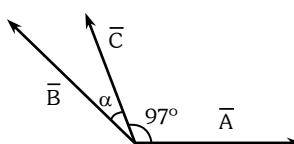
61. Dados los vectores: $\bar{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, $\bar{B} = -2\hat{j} + \hat{k}$
Determine el vector unitario del producto vectorial

- a) $\frac{2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}}{\sqrt{29}}$ b) $\frac{3\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k}}{\sqrt{29}}$
c) $\frac{-2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{29}}$ d) $\frac{4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{29}}$

62. Dados los vectores $\bar{A} = 2\hat{i} - \hat{j}$ y \bar{B} , si se sabe $\bar{A} \times \bar{B} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ y $\bar{A} \cdot \bar{B} = -2$ determine el vector \bar{B}

- a) $2\hat{i} - \hat{k}$ b) $2\hat{j} - \hat{k}$ c) $2\hat{j} + \hat{k}$
d) $-2\hat{j} + \hat{k}$ e) $\hat{j} + 2\hat{k}$

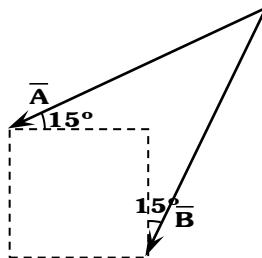
63. Determinar el módulo del vector resultante para el sistema de vectores que se muestra considerando: $\|\bar{A}\| = \|\bar{B}\| = 20 \text{ N}$ y $\|\bar{C}\| = 50 \text{ N}$ $\alpha = 23^\circ$



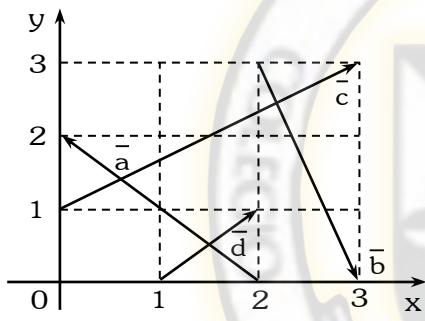
- a) 30 N b) $30\sqrt{3} \text{ N}$ c) $30\sqrt{5} \text{ N}$
d) 40 N e) 50 N



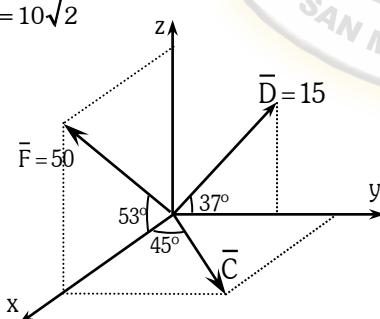
64. Usando el cuadrado cuyo lado es 2 u se han ubicado dos vectores. \bar{A} y \bar{B} . Hallar el módulo de $\bar{A} + \bar{B}$



- a) $2\sqrt{6}$ b) $\sqrt{6}$ c) $2\sqrt{5}$
 d) $\sqrt{3}$ e) 4
65. Para los vectores mostrados halle el módulo de "S" si:
 $S = (\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{c} - \bar{d})$



- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4
66. Hallar el vector resultante ,si: $\bar{A} = 6\hat{i} + 10\hat{j} + 16\hat{k}$ y
 $\bar{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j}$ y $\bar{C} = 10\sqrt{2}$

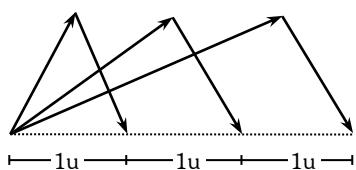


67. Dos vectores coplanares y concurrentes forman entre sí un ángulo de 60° , y poseen una resultante que mide 35. Sabiendo además que uno de ellos es los $\frac{3}{5}$ del otro, ¿Cuál es la suma de los módulos de dichos vectores componentes?

EVALUACIÓN

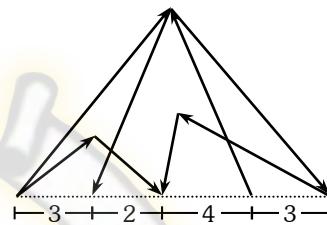
1. Hallar el módulo del vector resultante.

- a) 1u
 b) 3u
 c) 2u
 d) 5u
 e) 6u



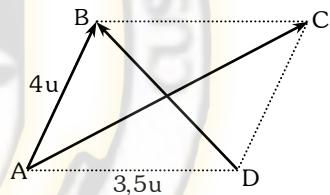
2. Dado el conjunto de vectores mostrados en la siguiente figura.

- a) 6
 b) 9
 c) 3
 d) 5
 e) 4



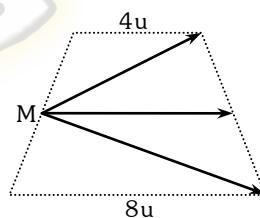
3. Dado el siguiente paralelogramo indicado, hallar la resultante de los vectores mostrados:

- a) 8 u
 b) 12 u
 c) 16 u
 d) 20 u
 e) 0 u



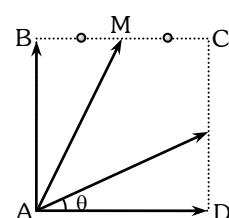
4. En el trapecio mostrado "M" es punto medio, hallar el módulo de la resultante de los vectores mostrados.

- a) 12 u
 b) 18 u
 c) 6 u
 d) 20 u
 e) 15 u



5. La figura muestra un cuadrado ABCD de 4 cm de lado, donde M es el punto medio del segmento BC, determinar el valor del ángulo " θ " tal que el módulo de la resultante vectorial sea igual a $\sqrt{221}$ cm.

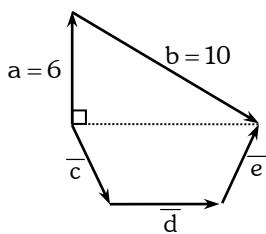
- a) 16°
 b) 30°
 c) 37°
 d) 45°
 e) 60°





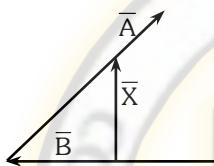
6. Dar el valor de la resultante:

- a) 16
- b) 12
- c) 14
- d) 10
- e) 8



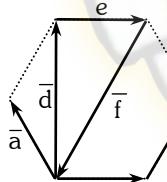
7. Se tiene dos vectores \bar{A} y \bar{B} , hallar el vector \bar{X} , sabiendo que su extremo divide a \bar{A} en dos vectores iguales y su origen divide a \bar{B} como 2 es a 1.

- a) $\frac{3\bar{A} + 2\bar{B}}{6}$
- b) $\frac{4\bar{A} + 5\bar{B}}{2}$
- c) $\frac{3\bar{A} - \bar{B}}{6}$
- d) $\frac{3\bar{A} + \bar{B}}{3}$
- e) $2\bar{A} - \bar{B}$



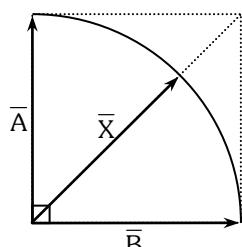
8. En el hexágono regular de lado "a". Hallar el módulo de la resultante.

- a) a
- b) 4a
- c) 2a
- d) 3a
- e) $\frac{3a}{2}$



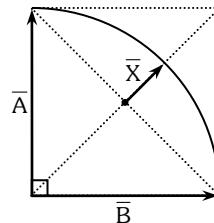
9. En el cuadrado se halla contenido un cuarto de circunferencia; determine \bar{X} en términos del vector resultante.

- a) $(\sqrt{2}+1)\bar{X}$
- b) $(2+\sqrt{3})\bar{X}$
- c) $(\sqrt{2}+3)\bar{X}$
- d) $(\sqrt{5}+1)\bar{X}$
- e) $\frac{3\bar{X}}{2}$



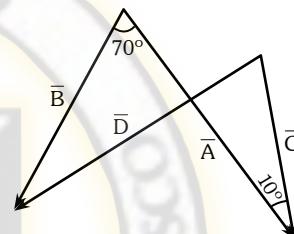
10. En un cuadrado de lado "a" hay un cuarto de circunferencia y los vectores \bar{A} , \bar{B} y \bar{X} . Halle el vector resultante.

- a) $(3+2\sqrt{2})\bar{X}$
- b) $(3+\sqrt{3})\bar{X}$
- c) $(4+\sqrt{3})\bar{X}$
- d) $(5+\sqrt{3})\bar{X}$
- e) $(4+2\sqrt{2})\bar{X}$



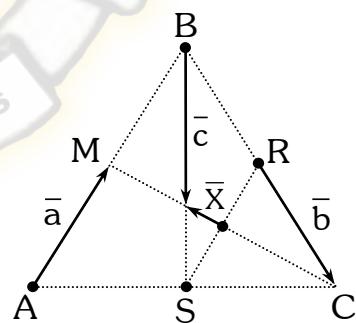
11. En el siguiente conjunto de vectores si: $\|\bar{B}\|=2u$, $\|\bar{C}\|=3u$, $\|\bar{D}\|=5u$. Hallar el módulo de la resultante.

- a) $2\sqrt{19}$
- b) $2\sqrt{17}$
- c) $\sqrt{5}$
- d) $5\sqrt{3}$
- e) $2\sqrt{5}$



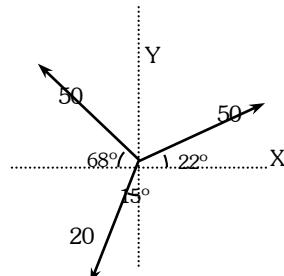
12. En la figura mostrada, ABC es un triángulo equilátero, si M, R, S son puntos medios de los lados \bar{AB} , \bar{BC} y \bar{AC} respectivamente, donde $\bar{X} = \bar{m}\bar{a} + \bar{r}\bar{b} + \bar{s}\bar{c}$, hallar "m+r+s"

- a) 0,5
- b) -0,5
- c) 1
- d) -1
- e) 0,75



13. En el sistema mostrado, hallar el módulo el vector resultante.

- a) $\sqrt{26}$
- b) $10\sqrt{13}$
- c) $6\sqrt{2}$
- d) $10\sqrt{26}$
- e) $2\sqrt{26}$

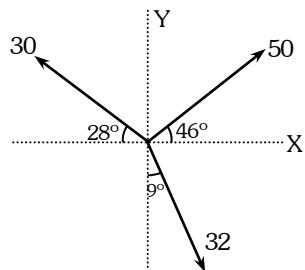


5to Secundaria



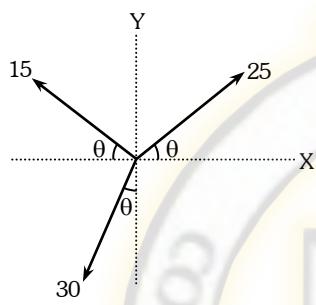
14. Hallar el módulo del vector resultante.

- a) 112
- b) 80
- c) $16\sqrt{2}$
- d) 25
- e) 30



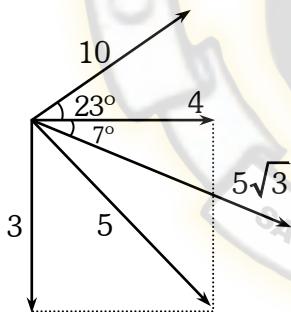
15. Si la resultante está en el eje "X" y mide 10 u. Hallar " θ ".

- a) 18,5°
- b) 30°
- c) 37°
- d) 26,5°
- e) 70°



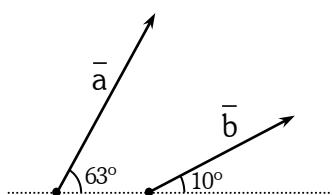
16. En el sistema de vectores, determinar el módulo de la resultante.

- a) $7\sqrt{3}$
- b) $8\sqrt{3}$
- c) $9\sqrt{3}$
- d) $15\sqrt{3}$
- e) $5\sqrt{3}$



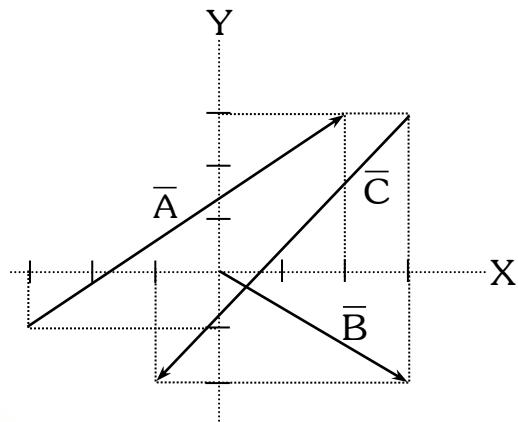
17. Se tiene dos vectores $\|\bar{a}\|=5\text{N}$, $\|\bar{b}\|=3\text{N}$; Calcular: $\|\bar{a}-2\bar{b}\|$.

- a) 4 N
- b) 5 N
- c) 6 N
- d) 7 N
- e) 8 N



18. Si $\bar{S}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$, obtener el vector \bar{P} cuya magnitud es 8 y es paralelo al vector \bar{S} .

- a) $\frac{8}{5}(3i+4j)$
- b) $\frac{35}{5}i - \frac{24}{5}j$
- c) $\frac{24}{5}i - \frac{32}{5}j$
- d) $\frac{32}{5}i - \frac{24}{5}j$
- e) $\frac{32}{5}i + \frac{24}{5}j$



19. Hallar el vector unitario paralelo a la recta cuya ecuación es $y = 15 - 5x$.

- a) $\frac{(1,5)}{\sqrt{26}}$
- b) $\frac{(-1,5)}{\sqrt{26}}$
- c) $\frac{(5,-1)}{\sqrt{26}}$
- d) $\frac{(5,1)}{\sqrt{26}}$
- e) $\frac{(-1,-5)}{\sqrt{26}}$

20. Si $\|\bar{p}\|=3$; $\|\bar{q}\|=7$ y $\bar{p} \cdot \bar{q}=19$. Hallar $\|\bar{p} \times \bar{q}\|$.

- a) $4\sqrt{5}$
- b) $6\sqrt{7}$
- c) $8\sqrt{5}$
- d) $3\sqrt{17}$
- e) $4\sqrt{6}$



CAPÍTULO

4

Física
CINEMÁTICA

MOVIMIENTO MECÁNICO

Introducción:

El movimiento ha sido tema de estudio durante casi toda la historia de la humanidad, por ejemplo en la antigüedad el hombre observaba el movimiento de los cuerpos celestes, en el siglo XVIII se estudiaba el movimiento de las moléculas en un gas, en el siglo XX se estudiaba el movimiento de los electrones alrededor del núcleo atómico, y en la actualidad se estudia el movimiento existente en el interior del núcleo. En este capítulo estudiaremos el "movimiento mecánico" pero sin considerar las causas, del porqué se origina tal o cual movimiento mecánico, tan sólo lo describiremos; para ello es necesario establecer elementos y medidas para que la descripción de realice en forma objetiva.

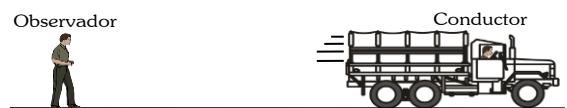
Concepto.- Es aquella parte de la mecánica que se encarga de estudiar, el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan o modifican.

El movimiento

Consiste en el cambio de posición que efectúa un cuerpo con respecto a un sistema de referencia al cual se considera fijo. Si un cuerpo permanece en el mismo lugar decimos que no se mueve o está en reposo; pero, si cambia de lugar se dice que el cuerpo se mueve.

El movimiento es relativo

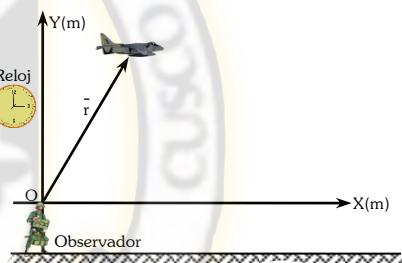
Un objeto puede estar moviéndose para un observador pero no para otro observador. Si cerca de nosotros pasa un automóvil, al ver que se aleja diremos que se mueve, pero el piloto ve que el automóvil siempre está junto a él, luego para el piloto el automóvil estará en reposo relativo.



El camión se mueve con relación al observador (O); pero está en reposo con respecto al conductor.

Movimiento Mecánico

Para comprenderlo, examinemos el siguiente acontecimiento: "un observador observa a un avión que avanza en línea recta y desde cierta altura se deja en libertad a un proyectil".

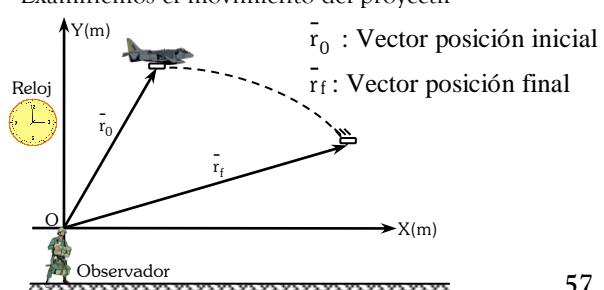


Para poder examinar lo que acontece, al observador (A) se le debe asociar un sistema de ejes coordenados y un sistema temporal (reloj). A todo este conjunto se le denomina: "Sistema de referencia" (S.R.)

Para ubicar al cuerpo en estudio (proyectil), se traza un vector que parte del origen de coordenadas y se dirige hacia el cuerpo; a este vector se le denomina "vector posición \vec{r} ".

Nota: El vector posición puede ser expresado de la siguiente forma: $\vec{r} = (x, y)$ o también $\vec{r} = xi + yj$; donde i, j son los vectores unitarios en la dirección de los ejes coordenados:

Examinemos el movimiento del proyectil





El observador nota que el proyectil cambia continuamente de posición, entonces para él, el proyectil se encuentra en "movimiento" o experimenta movimiento mecánico.

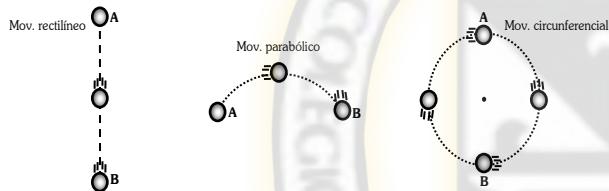
En conclusión:

El "movimiento mecánico" es un fenómeno que consiste en el cambio continuo de posición de un cuerpo con respecto a un sistema de referencia.

Para poder describir el movimiento mecánico necesitamos conocer ciertos conceptos previos:

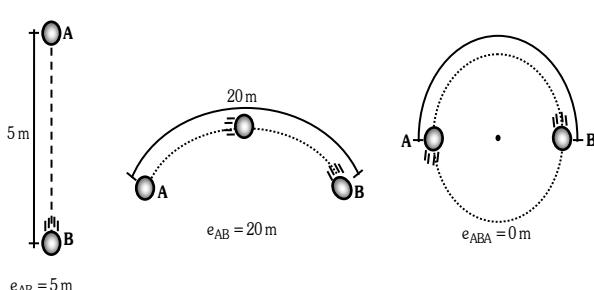
Elementos del movimiento:

1. **Móvil:** Se denomina así a todo cuerpo o punto en movimiento mecánico respecto a un sistema de referencia
2. **Sistema de Referencia:** Es el lugar desde el cual el observador aprecia el movimiento. Se representa mediante un sistema de ejes coordenados
3. **Trayectoria:** Es la línea geométrica que describe el móvil, puede ser rectilínea o curvilinea.

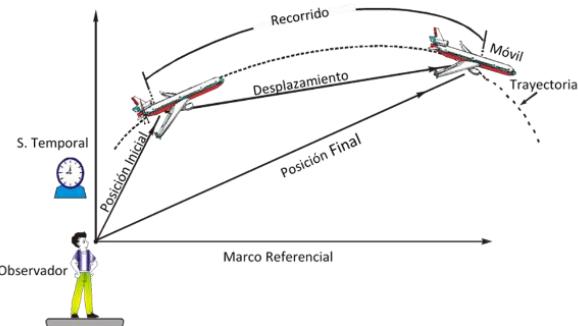


4. **Vector posición o radio vector (\vec{r}):** Es el vector trazado desde el origen de coordenadas a la posición instantánea del móvil.
5. **Desplazamiento (\vec{D}):** Es el vector que une la posición inicial y la posición final entre los dos puntos de la trayectoria.
6. **Distancia (d):** Es la medida o módulo del vector desplazamiento. $\|\vec{D}\|$ o en otras palabras "la medida de la longitud del segmento de recta que une la posición inicial y la posición final"
7. **Espacio Recorrido (e):**

Es la medida de la longitud de la trayectoria descrita por el móvil.



Elementos del movimiento



Clasificación del Movimiento:

1. De acuerdo a su trayectoria:

- a) Movimiento Rectilíneo
- b) Movimientos Curvilíneos:
 - Movimiento Circunferencial
 - Movimiento Parabólico
 - Movimiento Elíptico
 - Movimiento Ondulatorio

2. De acuerdo a su rapidez:

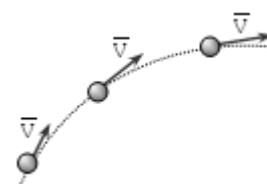
- Uniformes
- Variables

Velocidad (\bar{v}):

Magnitud vectorial que se define como el cambio que experimenta el vector de posición en un determinado intervalo de tiempo cuyo valor indica el espacio recorrido por unidad de tiempo.

Características:

- Ser tangente a la trayectoria en todos los puntos.
- Definir el sentido de la velocidad.
- En cinemática se acostumbra llamar "rapidez" al módulo de la velocidad



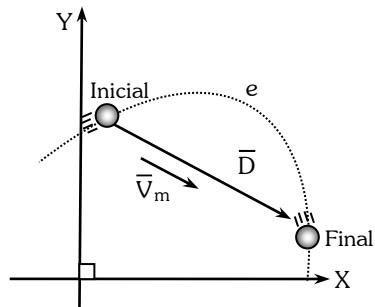
Unidades de velocidad:

En el S.I.: m/s

Otras unidades: km/h, pies/s, cm/s, millas/h, etc.



Velocidad Media (\bar{v}_m): Es la relación entre el desplazamiento del móvil con respecto al tiempo empleado.



Definimos el vector velocidad media:

$$\bar{v}_m = \frac{\bar{D}}{t} = \frac{\bar{r}_f - \bar{r}_0}{t}$$

Calculamos el módulo:

$$\|\bar{v}_m\| = \frac{\|\bar{D}\|}{t} = \frac{1}{t} \|\bar{r}_f - \bar{r}_0\|$$

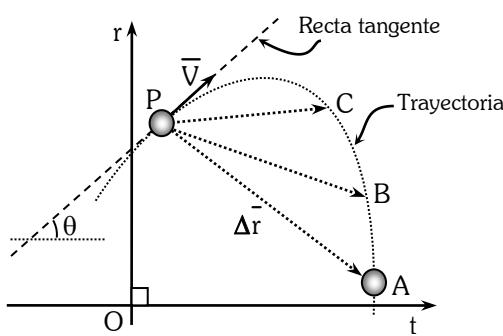
Observe: La velocidad media tiene la misma dirección que el desplazamiento

Rapidez Media o promedio (V): Es la relación entre el espacio recorrido por el móvil con respecto al tiempo que emplea. La rapidez media es una cantidad escalar y se expresa de la siguiente manera:

$$V = \frac{e}{t}$$

La rapidez media es la rapidez uniforme con la cual, en el mismo tiempo, el móvil haría el mismo recorrido.

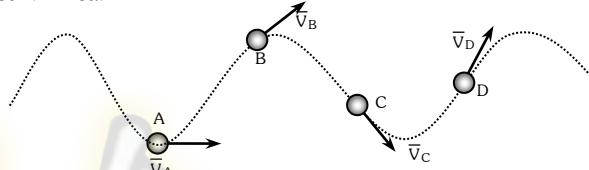
Velocidad Instantánea: Es la velocidad que tiene un cuerpo en cada instante de su movimiento “es la velocidad propiamente dicha”.



Si disminuimos progresivamente el tiempo de recorrido, la dirección secante (OA) del desplazamiento se va acercando a la dirección de la recta tangente.

Para un tiempo muy pequeño (instante o diferencial de tiempo) el desplazamiento y la velocidad resultan ser tangentes a la trayectoria.

En el siguiente gráfico de muestra la velocidad instantánea en distintos puntos de una trayectoria curvilínea.

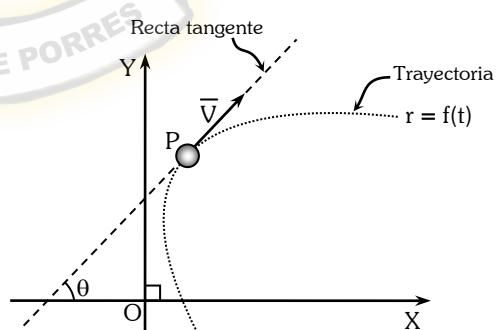


Analizando el movimiento se puede apreciar que:

- El vector velocidad instantánea siempre es tangente a la trayectoria del móvil
- La velocidad en el punto A es horizontal debido a que se trata de un “extremo relativo” (mínimo).
- En el trayecto BC se presenta un cambio de curvatura en la trayectoria, así mismo un cambio en la dirección de la velocidad.
- En el punto D la velocidad es otra vez ascendente.

Cálculo de la velocidad instantánea

Para este efecto será necesario conocer la ecuación de la trayectoria del móvil expresada en términos del tiempo, es decir: $r = f(t)$; de donde se puede calcular la velocidad instantánea mediante un operador diferencial denominado “derivada”.



Dada la trayectoria curva de la figura, es posible calcular la velocidad instantánea en el punto P, este valor resulta ser la pendiente de la recta tangente a dicha trayectoria, es decir:

$$\|\bar{v}\| = m = \tan \theta$$



5to Secundaria

Otra manera de realizar dicho cálculo es hallando la derivada del vector posición en el punto P.

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$

Matemáticamente la velocidad (V) es la derivada de la posición (r) con respecto al tiempo.

APÉNDICE

Cálculo de derivadas

Dado un término monomio: $y = x^n$

Se define como derivada con respecto a la variable "x" a la expresión:

$$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$$

La cual representa el valor de la pendiente de la recta tangente a la trayectoria.

Ejemplo Ilustrativo 1:

Dado un polinomio: $x = 2t^2 - 3t + 5$. Hallar la derivada con respecto a "t".

Solución:

El polinomio se puede escribir: $x = 2t^2 - 3t + 5t^0$
Aplicando la fórmula:

$$\frac{dx}{dt} = 2(2)t^{2-1} - 3(1)t^{1-1} + 5(0)t^{0-1} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 4t - 3$$

Ejemplo Ilustrativo 2:

La posición de una partícula está dada por la ecuación: $r = 2t^3 - 4t^2 + 3t - 5$ (r en metros), hallar su velocidad instantánea cuando $t = 2$ s.

Solución:

Hallando la derivada:

$$\frac{dr}{dt} = V = 6t^2 - 8t + 3$$

Evaluando en $t = 2$

$$V = 6(2)^2 - 8(2) + 3 \Rightarrow V = 11 \text{ m/s} \quad \text{Rpta.}$$

Ejemplo Ilustrativo 3:

La posición de un móvil (en m) con respecto al tiempo (en s) se expresa según la siguiente ecuación: $r = t^2 - 8t - 20$. Calcular la velocidad del móvil en el instante en que pasa por el origen.

Solución:

El móvil pasa por el origen cuando $r = 0$

$$t^2 - 8t - 20 = 0$$

$$\begin{aligned} t &= -10 \\ t &= +2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \text{ s} \quad (\text{Única solución}) \\ t = -2 \text{ s} \end{cases}$$

Recuerde que el tiempo nunca es negativo
Hallamos la derivada de la posición:

$$\frac{dr}{dt} = V = 2t - 8$$

$$V = 2(10) - 8 \Rightarrow V = 12 \text{ m/s} \quad \text{Rpta.}$$

Aceleración (\bar{a}).. Magnitud vectorial cuyo valor nos indica el cambio de velocidad que experimenta un móvil por unidad de tiempo, también nos indica la rapidez con que cambia la velocidad.

Unidades:

En el S.I.: m/s^2

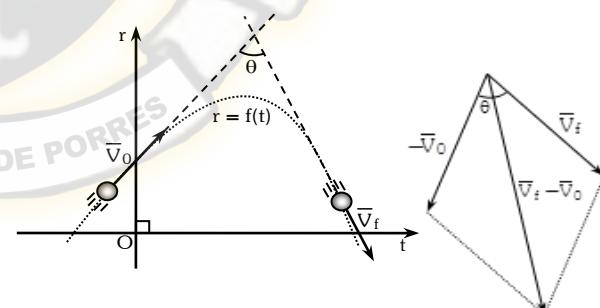
Otras unidades: km/h^2 , pies/s^2 , cm/s^2 , etc.

Aceleración Media (\bar{a}_m).. Un móvil acelera cuando cambia el módulo y/o dirección de su velocidad con respecto al tiempo.

Es el vector que se define como el vector cambio de velocidad (diferencia de vectores).

$$\bar{a}_m = \frac{\Delta \bar{V}}{t} \Rightarrow \bar{a}_m = \frac{\bar{V}_f - \bar{V}_0}{t}$$

Para calcular el módulo de la aceleración media se debe hallar previamente el módulo de la diferencia de velocidades $\|\Delta \bar{V}\| = \|\bar{V}_f - \bar{V}_0\|$



Se sugiere utilizar el siguiente método:

Invertir la velocidad inicial obteniéndose $-\bar{V}_0$ y a continuación aplicar el método del paralelogramo para hallar el vector diferencia.

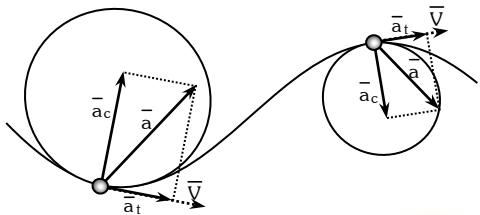
$$\|\bar{V}_f - \bar{V}_0\| = \sqrt{V_f^2 + V_0^2 + 2V_f V_0 \cos \theta}$$

Posteriormente el módulo de la aceleración media se hallará aplicando la relación:

$$\|\bar{a}\| = \frac{\|\bar{V}_f - \bar{V}_0\|}{t}$$

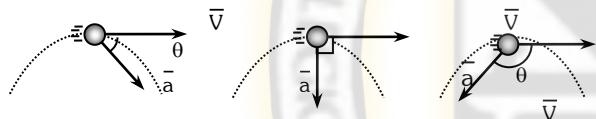


Aceleración Instantánea. Es la aceleración que tiene el móvil en cada instante de su movimiento, también se llama aceleración lineal o simplemente aceleración. Es un vector cuyo sentido siempre señala la parte cóncava de la curva y su dirección depende de las características del movimiento; pero en general es distinto al vector velocidad.



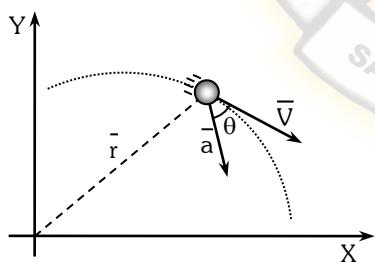
En el movimiento curvilíneo la aceleración se puede presentar de tres maneras generales:

- Si la rapidez del móvil aumenta, la aceleración y la velocidad forman un ángulo agudo.
- Si la rapidez del móvil permanece constante; la aceleración es perpendicular a la velocidad del móvil.
- Si la rapidez del móvil disminuye; la aceleración y la velocidad forman un ángulo obtuso.



Cálculo de la aceleración instantánea

De acuerdo a los anteriores gráficos, la aceleración (\bar{a}) puede formar un ángulo agudo, obtuso o recto con la velocidad (\bar{V}).



Matemáticamente, la aceleración (\bar{a}) es la derivada de la velocidad (\bar{V}) con respecto al tiempo:

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt}$$

Como la velocidad (V) es la derivada de la posición (r) con respecto al tiempo se tendrá que:

$$\bar{a} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$$

La aceleración es la segunda derivada de la posición (\bar{r})

Ejemplo Ilustrativo 1:

En un movimiento la posición (en m) con respecto al tiempo (en s) se da según la siguiente ley

$r = 2t^3 - 4t + 3$. Hallar la velocidad del móvil en $t = 1$ s y su aceleración en $t = 2$ s.

Solución:

La posición está dada por: $r = 2t^3 - 4t + 3$

Con la primera derivada de la posición se halla la velocidad:

$$V = 6t^2 - 4$$

$$V = 6(1)^2 - 4 \Rightarrow V = 2 \text{ m/s} \quad \text{Rpta}$$

Con la segunda derivada de la posición se halla la aceleración:

$$\bar{a} = \frac{dV}{dt} = 12t$$

$$\bar{a} = 12(2) \Rightarrow \bar{a} = 24 \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta}$$

Ejemplo Ilustrativo 2:

En un plano una partícula se mueve según la ecuación $\bar{r} = (4 + 3t - 3t^2; 5t + t^3)$. Hallar el módulo de la aceleración para $t = 1,5$ s.

Solución:

En el plano la posición está dada por:

$$\bar{r} = (4 + 3t - 3t^2; 5t + t^3)$$

La primera derivada es la velocidad:

$$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt} = (3 - 6t; 5 + 3t^2)$$

La segunda derivada es la aceleración:

$$\bar{a} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = (-6; 6t)$$

$$\bar{a} = \left(-6; 6 \times \frac{3}{2} \right) \Rightarrow \bar{a} = (-6; 9)$$

Para hallar el módulo del vector aceleración aplicamos el Teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{(-6)^2 + 9^2} \Rightarrow a = 3\sqrt{13} \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta}$$

Ejemplo Ilustrativo 3:

Un movimiento unidimensional está dado por la ley: $r = t^3 - 3t^2 + 2t - 6$, donde la posición está dada en metros y el tiempo en segundos. Hallar la aceleración en el instante en que el móvil pasa por el origen.

Solución:

El móvil pasa por el origen cuando $r = 0$

$$t^3 - 3t^2 + 2t - 6 = 0$$

$$t^2(t - 3) + 2(t - 3) = 0$$

$$(t - 3)(t^2 + 2) = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$



La velocidad es la primera derivada de r :

$$V = \frac{dr}{dt} = 3t^2 - 6t + 2$$

La segunda derivada es la aceleración: $a = \frac{d^2r}{dt^2} = 6t - 6$

Evaluando para $t = 3$ s

Tenemos: $a = 6(3) - 6 = 12 \text{ m/s}^2$ Rpta

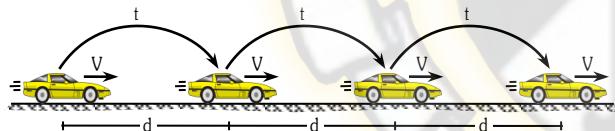
MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Definición.- Se denomina así a aquel movimiento que se caracteriza porque su velocidad permanece constante en todo momento. Esto implica que el móvil se mueve en línea recta y su rapidez de movimiento no cambia en el tiempo.

En este tipo de movimiento el desplazamiento experimentado por el móvil es proporcional al tiempo transcurrido, lo que equivale a decir que el móvil recorre distancias iguales en tiempos iguales.

Características

- ◆ En un M.R.U la velocidad instantánea permanece constante y es igual a la velocidad media pero la aceleración es cero ($a=0$)
- ◆ Durante un M.R.U la longitud recorrida es proporcional al tiempo, a mayor longitud recorrida, mayor tiempo empleado y viceversa.
- ◆ Aceleración: cero



Características:

- ◆ Trayectoria : recta
- ◆ Velocidad : constante
- ◆ Aceleración: cero



MOVIMIENTOS SIMULTÁNEOS.- Dos móviles tendrán movimientos simultáneos si empiezan y terminan sus movimientos al mismo tiempo. Los tiempos empleados por cada móvil serán iguales.

$$t_1 = t_2 = t$$

MOVIMIENTOS NO SIMULTÁNEOS.- Dos móviles tendrán movimientos no simultáneos cuando uno de ellos se adelanta en la partida o el otro tarda en partir, los tiempos empleados por cada móvil serán diferentes.

t_1 = Tiempo del primer móvil que partió

t_2 = Tiempo del móvil que partió rezagado

Δt = Tiempo de adelanto del primero o de atraso del segundo

$$t_1 = t_2 + \Delta t$$

EL SONIDO COMO (MRU)

El sonido es producido por la vibración de los objetos. Para transmitirse se requiere de un medio elástico que puede ser sólido, líquido o gaseoso.

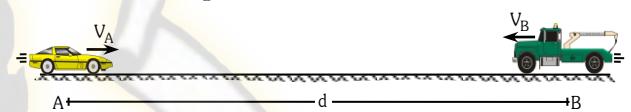
En el vacío el sonido no se propaga ($V = 0$)

- Aire (20°) = 340 m/s
- Hidrógeno (0°) = 1286 m/s
- Oxígeno (0°) = 317 m/s
- Agua de mar = 1500 m/s
- Agua dulce = 1435 m/s

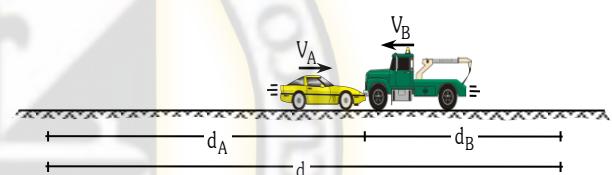
1. CRUCE O ENCUENTRO DE DOS MÓVILES

El movimiento se da en direcciones opuestas.

Cuando están separados una distancia "d", la posición de los móviles es la siguiente:



Transcurrido un tiempo "t", el auto y el camión se encuentran



Se sabe que: $t_A = t_B$

Del gráfico se deduce:

$$d = d_A + d_B$$

$$d = V_A t + V_B t \Rightarrow d = t(V_A + V_B)$$

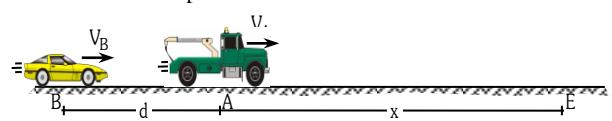
Luego el tiempo de encuentro estará dado por:

$$t_{\text{encuentro}} = \frac{d}{V_A + V_B}$$

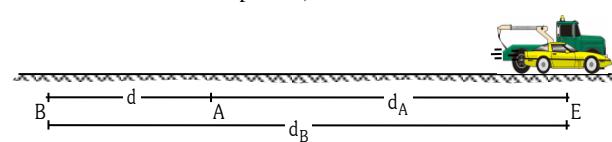
2. ALCANCE DE DOS MÓVILES

El movimiento se da en la misma dirección.

Cuando están separados una distancia "d"



Transcurrido un tiempo "t", el auto alcanza al camión



Se sabe que: $t_A = t_B$

Del gráfico se deduce:

$$d_B = d + d_A$$



$$d_B - d_A = d$$

$$V_B t - V_A t = d \Rightarrow d = t(V_B - V_A)$$

Luego el tiempo de alcance estará dado por:

$$t_{\text{alcance}} = \frac{d}{V_B - V_A}$$

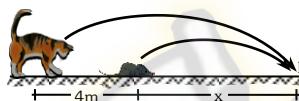
Ejemplo Ilustrativo 01

Un gato ve a un ratón a 4 m de distancia y corre en su persecución al mismo tiempo que huye el ratón. Si la velocidad del gato es a la velocidad del ratón como 3 es a 2. ¿Qué distancia total debe recorrer el gato para atrapar al ratón? (Suponga rectilínea la trayectoria del movimiento).

Solución:

$$\text{Velocidad del ratón: } \frac{3}{2} V$$

$$\text{Velocidad del gato: } V$$



Los tiempos que demoran el gato y el ratón, en llegar al punto "E" son los mismos:

$$t_{\text{gato}} = t_{\text{ratón}}$$

$$\frac{4+x}{\frac{3}{2}V} = \frac{x}{V} \Rightarrow \frac{3}{2}x = 4+x$$

$$3x = 8 + 2x \Rightarrow x = 8$$

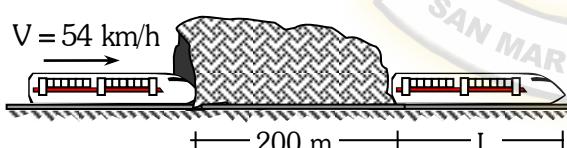
Distancia recorrida por el gato:

$$4+x = 4+8 = 12 \text{ m}$$

Rpta.

Ejemplo ilustrativo 02

Un tren experimenta un MRU avanza con una rapidez de 54 km/h. Si tarda 20 s en atravesar completamente un túnel de 200 m de longitud, determine la longitud del tren.



Solución:

Para la parte delantera del tren:

$$V = \frac{200+L}{20}$$

$$15 = \frac{200+L}{20}$$

$$L = 100 \text{ m}$$

$$54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

Nos piden la longitud del tren, podemos notar que en 20 s la parte delantera del tren recorre la distancia (200+L)

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Definición.- Se denomina así a aquel movimiento rectilíneo que se caracteriza porque su aceleración permanecerá constante en el tiempo (en módulo y dirección).

En este tipo de movimiento el valor de la velocidad aumenta o disminuye uniformemente al transcurrir el tiempo, esto quiere decir que los cambios de velocidad son proporcionales al tiempo transcurrido, o, lo que es equivalente, en tiempos iguales la velocidad del móvil aumenta o disminuye en una misma cantidad.

Características:

- Durante un M.R.U.V la aceleración instantánea es igual a la aceleración media
- En iguales intervalos de tiempo, el móvil experimenta los mismos cambios de velocidad; es decir, la variación de velocidad es constante con el tiempo ($a = \text{cte}$)
- Si el móvil parte del reposo, la velocidad inicial es nulo

Características

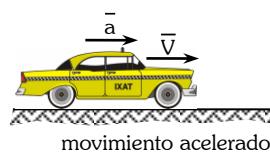
- Trayectoria : recta
- Velocidad : variable
- Aceleración : constante



Debido a la trayectoria recta se puede decir que la dirección de la velocidad no cambia.

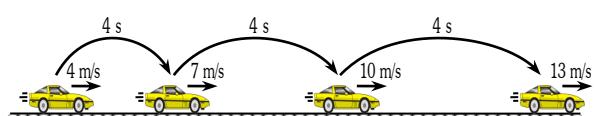
1. La aceleración es colineal con la velocidad

- Si la rapidez aumenta se dice que el móvil está acelerando. La aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad.
- Si la rapidez del móvil disminuye se dice que el móvil está desacelerando. La aceleración tiene sentido contrario a la velocidad.



2. La aceleración es constante

- En el siguiente diagrama la aceleración es constante porque cada 4 s la velocidad varía en 3 m/s.





5to Secundaria

Ecuaciones del MRUV

En el MRUV la aceleración es el cambio de velocidad por cada unidad de tiempo:

V_0 : Velocidad inicial

V_f : Velocidad final

Luego:

$$a = \frac{\Delta V}{t} \text{ ó también: } a = \frac{V_f - V_0}{t}$$

para el tiempo $t = \frac{V_f - V_0}{a}$... (1)

Se deduce que: $V_f = V_0 + at$... (2)

Se empleará:

(+a) si el móvil acelera

(-a) si el móvil desacelera

En el M.R.U.V. la rapidez varía uniformemente y por esto la rapidez media equivale a la media aritmética entre la velocidad inicial (V_0) y la velocidad final (V_0)

$$V_m = \frac{V_f + V_0}{2} \quad \dots (3)$$

Para calcular la distancia (d) que recorre el móvil se emplea la rapidez media:

$$d = V_m t \quad \dots (4)$$

Reemplazando (3) en (4):

$$d = \left(\frac{V_f + V_0}{2} \right) t$$

Considerando la relación (1) para el tiempo:

$$d = \left(\frac{V_f + V_0}{2} \right) \left(\frac{V_f - V_0}{a} \right)$$

$$d = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2a};$$

Linealizando:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2ad \quad \dots (4)$$

Reemplazando (2) en (4):

$$(V_0 + at)^2 = V_0^2 + 2ad$$

$$2V_0t + at^2 = 2d \Rightarrow d = V_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad \dots (5)$$

El tiempo es el mismo para ambos móviles, luego de la figura se deduce:

$$d_2 - d_1 = 300$$

$$\frac{1}{2}a_2t^2 - \frac{1}{2}a_1t^2 = 300 \Rightarrow 8t^2 - 2t^2 = 600$$

$$6t^2 = 600 \Rightarrow t = 10 \text{ s} \quad \text{Rpta.}$$

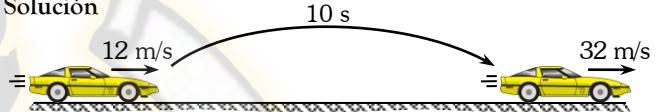
RESUMEN DE FÓRMULAS:

	Acelerado (+a)	Retardado (-a)
1	$d = \left(\frac{V_f + V_0}{2} \right) t$	
2	$V_f = V_0 + at$	$V_f = V_0 - at$
3	$V_f^2 = V_0^2 + 2ad$	$V_f^2 = V_0^2 - 2ad$
4	$d = V_0t + \frac{1}{2}at^2$	$d = V_0t - \frac{1}{2}at^2$
5	$d_n = V_0 + \frac{1}{2}a(2n-1)$	$d_n = V_0 - \frac{1}{2}a(2n-1)$

Ejemplo Ilustrativo 01

Calcular la aceleración de un móvil que tarde 10 s en cambiar su velocidad de 12 m/s a 32 m/s.

Solución



La aceleración es igual a la variación de la velocidad en un determinado tiempo:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t}$$

Reemplazando datos:

$$a = \frac{32 - 12}{10}$$

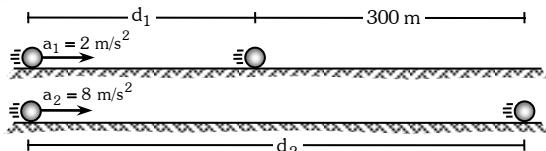
$$a = \frac{20}{10} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

Rpta.

Ejemplo Ilustrativo 02

Dos móviles parten del reposo simultáneamente, se mueven en vías paralelas avanzando en el mismo sentido con aceleraciones de 2 y 8 m/s². ¿Qué tiempo después estarán separados 300 m?

Solución:



Como parten del reposo ambos móviles, debemos tomar en cuenta que:

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

El tiempo es el mismo para ambos móviles, luego de la figura se deduce:

$$d_2 - d_1 = 300$$

$$\frac{1}{2}a_2t^2 - \frac{1}{2}a_1t^2 = 300 \Rightarrow 8t^2 - 2t^2 = 600$$

$$6t^2 = 600 \Rightarrow t = 10 \text{ s} \quad \text{Rpta.}$$



Ejemplo ilustrativo 03

Un móvil se desplaza con M.R.U.V. y recorre en el tercer segundo 16 m menos que el que recorre en el séptimo segundo. Entonces su aceleración será:

Solución:

$$d_7 - d_3 = 16$$

$$\frac{1}{2}a[2(7)-1] - \frac{1}{2}a[2(3)-1] = 16$$

$$\frac{13}{2}a - \frac{5}{2}a = 16 \Rightarrow a = \boxed{4 \text{ m/s}^2}$$

Re cuerde que:

$$d_n = \frac{1}{2}a(2n-1)$$

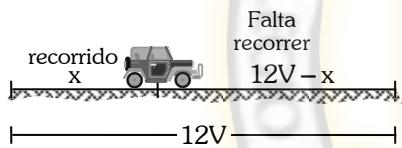
Rpta.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un automovilista observa en un momento determinado que $1/5$ de lo recorrido equivale a $3/5$ de lo que falta por recorrer. ¿Cuántas horas habrá empleado hasta ese momento, si todo el viaje lo hace en 12 horas?
- a) 9 h b) 4 h c) 7 h
 d) 3 h e) 5 h

Solución:

Sea "V" la velocidad del automovilista



Del dato:

$$\frac{1}{5}x = \frac{3}{5}(12V - x)$$

$$x = 36V - 3x \Rightarrow \frac{x}{V} = 9$$

Tiempo de recorrido hasta el momento:

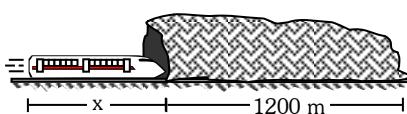
$$t = \frac{x}{V} = \boxed{9 \text{ h}} \quad \text{Rpta.}$$

2. Un tren tarda 70 s atravesar un túnel de 1200 m de longitud, y al pasar delante de una persona demora 20 s. ¿Cuál es la velocidad del tren?

- a) 24 m/s b) 30 m/s c) 48 m/s
 d) 20 m/s e) 16 m/s

Solución:

Cuando pasa el túnel:



$$\left. \begin{array}{l} d = x + 1200 \\ t = 70 \end{array} \right\} \Rightarrow V = \frac{x + 1200}{70} \quad \dots (1)$$

Pasa frente a la persona:



$$\left. \begin{array}{l} d = x \\ t = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow V = \boxed{\frac{x}{20}} \quad \dots (2)$$

Recuerde que la velocidad es constante:

Igualando (1) y (2):

$$\frac{x+1200}{70} = \frac{x}{20}$$

$$2x + 2400 = 7x \Rightarrow x = 480 \text{ m}$$

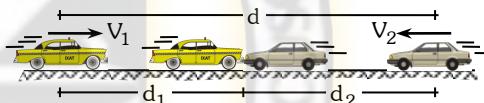
Cálculo de la velocidad y reemplazando en 2

$$V = \frac{x}{20} = \frac{480}{20} = \boxed{24 \text{ m/s}} \quad \text{Rpta.}$$

3. En cierto instante la separación entre dos móviles, que se acercan rectilíneamente con velocidades opuestas de 9 m/s y 6 m/s, es 150 m. Hállese el tiempo adicional para el cruce.

- a) 8 s b) 9 s c) 10 s
 d) 12 s e) 15 s

Solución



Del gráfico: $d = d_1 + d_2$

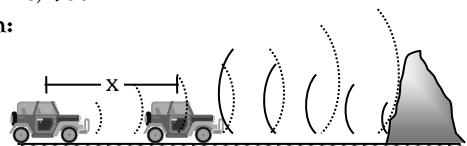
$$d = V_1 t + V_2 t \Rightarrow t = \frac{d}{V_1 + V_2}$$

$$t = \frac{150}{9+6} \Rightarrow t = \boxed{10 \text{ s}} \quad \text{Rpta.}$$

4. Un auto viaja a velocidad constante de 9 m/s hacia una montaña, toca el claxon y el conductor escucha el eco después de 4 segundos. ¿A qué distancia de la montaña se encontraba el auto antes de tocar su claxon?

- a) 690 m b) 698 m c) 670 m
 d) 650 m e) 700 m

Solución:



En un mismo tiempo se da lo siguiente: La distancia recorrida por el auto es "x", mientras que el sonido recorre "2d - x".

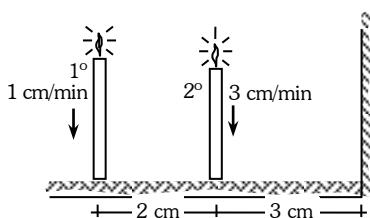
$$\left. \begin{array}{l} x = 9(4) \Rightarrow x = 36 \text{ m} \\ 2d - x = 340(4) \end{array} \right\}$$

$$2d - 36 = 1360 \Rightarrow d = \boxed{698 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$



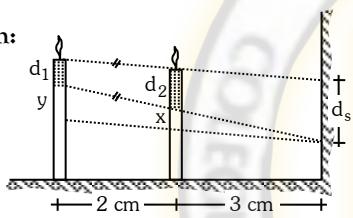
5. Se muestran dos velas y una pared, al encenderlas, la primera se desgasta con velocidad 1 cm/min y la segunda con 3 cm/min, ¿Con qué velocidad decrece la sombra de la vela más cercana a la pared, proyectada sobre dicha pared?

6.



- a) 2 cm/min b) 3 cm/min
c) 4 cm/min c) 5 cm/min
e) 6 cm/min

Solución:



Desgaste de las velas:

$$d_1 = (1)t = t$$

$$d_2 = 3(t) = 3t$$

Decrecimiento de la sombra:

$$d_s = V_s t$$

Aplicando semejanza base - altura:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5} \quad \dots (1)$$

Pero:

$$x = d_s - d_2 = (V_s - 3)t \quad \dots (2)$$

$$y = d_s - d_1 = (V_s - 1)t \quad \dots (3)$$

Reemplazando (2) y (3) en (1)

$$\frac{(V_s - 3)t}{(V_s - 1)t} = \frac{3}{5}$$

$$5V_s - 15 = 3V_s - 3 \Rightarrow 2V_s = 12$$

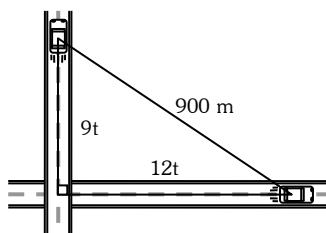
$$V_s = 6 \text{ cm/min} \quad \text{Rpta.}$$

7. Dos móviles cuyas velocidades son 12 m/s y 9 m/s viajan sobre vías perpendiculares, después de cuánto tiempo de haberse cruzado distarán de 900 m.

- a) 1 s b) 2 s c) 3 s
d) 1,5 s e) 2,5 s

Solución:

El gráfico representa la posición después de que los móviles se cruzan:



$$\text{Por Pitágoras: } (9t)^2 + (12t)^2 = 900$$

$$81t^2 + 144t^2 = 900$$

$$225t^2 = 900 \Rightarrow t = 2 \text{ s} \quad \text{Rpta.}$$

8. Un avión se acerca a una vía de aterrizaje de 100 m de largo con una rapidez de 40 m/s, si el sistema hidráulico permite que el avión vaya deteniéndose uniformemente. Calcular la desaceleración suficiente que debe tener el avión.

- a) 5 m/s² b) 6 m/s² c) 8 m/s²

- d) 10 m/s² e) 12 m/s²

Solución:

Datos:

$$V_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$d = 100 \text{ m}$$

$$V_f = 0 \text{ (El avión debe detenerse)}$$

$$t = ?$$

Se sabe que:

$$V_f^2 = V_0^2 - 2ad$$

$$0 = (40)^2 - 2a(100)$$

$$200a = 1600$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta.}$$

9. Al frenar un auto, se produce una desaceleración de 10 m/s². ¿Qué distancia recorrerá en el último segundo de su trayecto?

- a) 4 m b) 5 m c) 6 m
d) 8 m e) 10 m

Solución:

Datos:

$$a = 10 \text{ m/s}^2 \text{ (Desacelerado)}$$

$$t = 1 \text{ s} \text{ (Último segundo)}$$

$$V_f = 0$$

$$d = ?$$

Se sabe que:



$$V_f = V_0 - at$$

$$0 = V_0 - 10 \quad (1)$$

$$V_0 = 10 \text{ m/s}$$

Reemplazando en la formula

$$d = \left(\frac{V_f - V_0}{t} \right) t$$

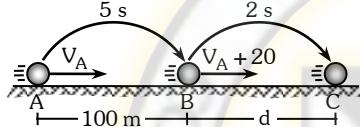
$$\text{De la fórmula: } d = \left(\frac{10+0}{2} \right) 1$$

$$d = [5 \text{ m}] \text{ Rpta.}$$

10. En un movimiento con aceleración constante, en 5 s la velocidad de la partícula aumenta en 20 m/s mientras recorre 100 m. Hallar la distancia que recorrerá la partícula en los dos segundos siguientes.

- a) 62 m b) 64 m c) 66 m
 d) 68 m e) 72 m

Solución:



Trabajando por tramos:

Tramo AB:

$$V_0 = V_A$$

$$V_B = V_A + 20$$

Por la fórmula de distancia:

$$d = \left(\frac{V_B + V_A}{2} \right) t$$

$$100 = \left(\frac{V_A + 20 + V_A}{2} \right) t$$

$$100 = (V_A + 10)5$$

$$100 = 5V_A + 50$$

$$[V_A = 10 \text{ m/s}], \text{ de donde: } [V_B = 30 \text{ m/s}]$$

Cálculo de la aceleración:

$$a = \frac{V_B - V_A}{t}$$

$$a = \frac{30 - 10}{5} \Rightarrow [a = 4 \text{ m/s}^2] \text{ Rpta.}$$

Tramo BC:

Distancia en los dos segundos adicionales:

$$d = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$d = 30(2) + \frac{1}{2}(4)(2)^2$$

$$d = 60 + 8 \Rightarrow d = [68 \text{ m}] \text{ Rpta.}$$

11. Con una aceleración constante "a", en un segundo, un móvil recorre una distancia "d". ¿Qué distancia recorrerá el móvil en el segundo siguiente?

- a) $d + 2a$ b) $d + 3a$ c) $2d + a$
 d) $d + a$ e) $d - a$

Solución:

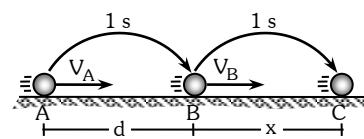
Tramo AB:

$$V_0 = V_A$$

$$t = 1 \text{ s}$$

$$AB = d$$

$$BC = x$$



Utilizando la fórmula de distancia:

$$d = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$d = V_A t + \frac{1}{2} a(1)^2$$

$$d = V_A + \frac{a}{2} \Rightarrow [V_A = d - \frac{a}{2}] \dots (1)$$

Tramo AC:

$$V_0 = V_A$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$d + x = V_A t + \frac{1}{2} at^2$$

$$d + x = V_A(2) + \frac{1}{2} a(2)^2$$

$$[d + x = 2V_A + 2a] \dots (2)$$

Sustituyendo (1) en (2):

$$d + x = 2\left(d - \frac{a}{2}\right) + 2a$$

$$d + x = 2d - a + 2a \Rightarrow x = [d + a] \text{ Rpta.}$$

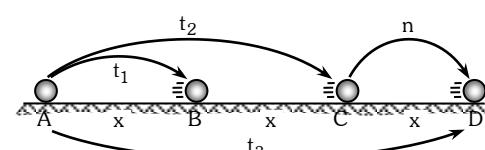
12. La partida de un móvil se da desde el reposo y que este debe recorrer cierto trayecto rectilíneo con aceleración constante. ¿En cuánto tiempo el móvil recorrerá la primera tercera parte, si la última tercera parte del trayecto la recorre en "n" segundos?

- a) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})n$ b) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})n$

- c) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})n$ d) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})n$

- e) $(3 + \sqrt{2})n$

Solución:



$$\text{Condición: } t_3 - t_2 = n \dots (1)$$

$$\text{Tramo AD: } V_0 = V_A = 0$$

$$t = t_3$$

$$d = 3x$$



5to Secundaria

Aplicando fórmula de distancia:

$$3x = 0 + \frac{1}{2}at_3^2 \Rightarrow t_3 = \sqrt{\frac{6x}{a}} \dots (2)$$

Tramo AC: $V_0 = V_A = 0$

$$t = t_2$$

$$d = 2x$$

Aplicando fórmula de distancia:

$$2x = 0 + \frac{1}{2}at_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{4x}{a}} \dots (3)$$

Reemplazando (2) y (3) en (1):

$$\sqrt{\frac{6x}{a}} - \sqrt{\frac{4x}{a}} = n$$

$$n = \frac{\sqrt{2x}}{a} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \dots (4)$$

Tramo AB: $V_0 = V_A = 0$

$$t = t_1$$

$$d = x$$

Aplicando fórmula de distancia:

$$x = 0 + \frac{1}{2}at_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2x}{a}} \dots (5)$$

Sustituyendo (5) en (4):

$$n = t_1(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \Rightarrow t_1 = \frac{n}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Racionalizando:

$$t_1 = \frac{n(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2}$$

$$t_1 = \boxed{n(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \quad \text{Rpta.}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con relación a las siguientes proposiciones, indicar verdadero (V) o falso (F).

- I. La velocidad media es una cantidad física vectorial.
- II. La velocidad instantánea es una cantidad física escalar.
- III. La aceleración media se determina dividiendo el cambio de velocidad entre el intervalo de tiempo en el cual se produce dicho cambio.

- a) VVV b) VVF e) VFV
d) FVV e) FFF

2. Respecto de las cantidades cinemáticas indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. Están definidas sólo para movimientos en una dimensión.

- II. La aceleración media es definida solo cuando la partícula cambia de posición.

- III. La aceleración instantánea siempre es perpendicular a la velocidad instantánea.

- a) VVV b) FFF e) VVF
d) FFV e) FVF

3. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. La descripción del movimiento de una partícula depende del sistema de referencia elegido para su estudio.

- II. La trayectoria de una partícula, el lugar geométrico de los puntos por donde pasa la partícula, es independiente del sistema de referencia.

- III. Un sistema de referencia es un sistema coordenado.

- a) VVV b) VVF e) VFF
d) FFV e) FFF

4. La marque la secuencia correcta luego determine si la preposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. En ningún caso el vector desplazamiento es paralelo a la aceleración.

- II. El módulo del cambio de posición es la longitud recorrida.

- III. El desplazamiento es el cambio de posición por unidad de tiempo.

- a) FFV b) FVF e) VFV
d) VFF e) FFF

5. Con referencia al movimiento de una partícula señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. La velocidad media es paralela al desplazamiento.

- II. La velocidad instantánea es tangente a la trayectoria.

- III. La aceleración instantánea es perpendicular a la velocidad instantánea.

- a) VVV b) FVV e) FFV
d) VVF e) FFF

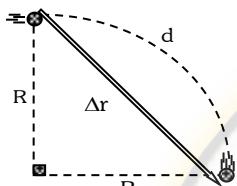
6. Una pelota que fue lanzada verticalmente hacia arriba vuelve hasta el punto de lanzamiento, con respecto a esto podemos afirmar que :

- a) La rapidez media es cero
- b) La rapidez media es igual al módulo de la velocidad media
- c) No hay velocidad media
- d) El módulo de la velocidad media es mayor
- e) Las afirmaciones anteriores son falsas

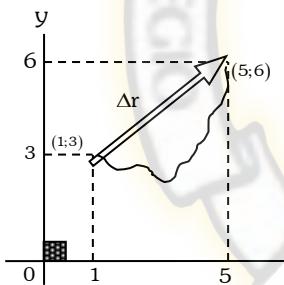


7. Un pequeño coche mantiene en una curva una rapidez de 8 m/s; con respecto a esto se puede afirmar que:
- El movimiento es uniforme
 - El coche no acelera
 - La velocidad del coche es constante
- a) I y II b) I y III c) II y III
d) solo I e) solo II

8. Un insecto recorre en un tiempo t un cuarto de circunferencia de radio R . Halle
La rapidez media
El módulo de la velocidad media



9. En 10s una partícula se desplaza desde el punto A(1;3) hasta el punto B(5;6)
La velocidad media
El módulo de la velocidad media



10. La posición de un móvil con respecto al tiempo está dado según la siguiente ley: $r = 4t^2 + 3t + 4$. Halle la velocidad del móvil para el instante $t = 2s$
Rpta:

11. El movimiento de un cuerpo se presenta por la siguiente ecuación de su posición: $r = -3t + 4t^2$. Halle la velocidad del cuerpo en el instante $t = 3s$
Rpta:

12. Un móvil tiene un movimiento rectilíneo representando por la ecuación $r = 4t^2 + 4t + 1$, (t : en metros y t : en segundos). Halle r cuando la velocidad del móvil es 8 m/s
Rpta:

13. A consecuencia de un obstáculo, un motociclista, en un tiempo de 0,2 s, Si su rapidez de 5 m/s permanece constante, calcule el módulo de la aceleración media

- a) $|\vec{a}| = 12 \text{ m/s}^2$ b) $|\vec{a}| = 17 \text{ m/s}^2$
c) $|\vec{a}| = 35 \text{ m/s}$ d) $|\vec{a}| = 29 \text{ m/s}^2$
e) $|\vec{a}| = 12 \text{ m/s}$

14. Un caminante recorre 300 m hacia el norte y luego 400 m hacia el oeste, se desplazamiento medirá:

- a) 300 m b) 500 m c) 1 000 m
d) 400 m e) 700 m

15. Seleccione con la verdadero (V) o falso (F) según corresponde.

- La velocidad media es vector
 - La rapidez media es un vector
 - La rapidez media es el módulo de la velocidad media
- a) VFF b) VVF c) VFV
d) FFV e) FVF

16. Señale con el verdadero (V) o falso (F)

- La velocidad es tangente a la trayectoria
- La rapidez es el módulo de la velocidad
- La rapidez es un vector

- a) FFF b) FVF c) VFF
d) VVF e) VVV

17. La velocidad de un móvil apunta hacia la derecha pero su aceleración apunta hacia la izquierda; con esto se puede asegurar que el móvil

- Se mueve hacia la derecha
- Se mueve hacia la izquierda
- No se mueve
- Podría moverse hacia la izquierda
- N.A.

18. Seleccione con verdadero(V) o falso (F);

- La rapidez en el MRU es constante.
- En una curva un móvil no puede tener velocidad constante.
- El MRU es el movimiento más simple del universo.

- a) VVF b) FVV c) VFV
d) VVV e) FFV

19. En una curva el conductor de un automóvil observa que el velocímetro siempre marca 30 Km/h con respecto a esto podemos afirmar que:

- La velocidad del auto es constante
- La rapidez del auto es constante
- El auto no acelera

5to Secundaria



- a) I y II b) I y III c) II y III
d) solo I e) solo II
20. Señale con verdadero (V) o falso (F)
 I) La rapidez de un coche se puede representar mediante un vector
 II) Si un coche va hacia el norte, su velocidad es un vector que también apunta hacia el norte
 III) En el MRU la velocidad es paralela a la trayectoria
 a) FVV b) VVV c) FFV
 d) FVF e) VVF
21. Dos estaciones de tren distan en 600 Km , si de cada una , a las 8 a.m. , salen trenes con velocidades de 40 Km/h y 20 Km/h opuestamente al encuentro . ¿A qué hora se cruzaran en el camino?
 Rpta:
22. La separación entre dos móviles es de 1520 Km, si inician sus acercamientos con 60 Km/h y 80 Km/h, pero el más veloz tarda 2 h para partir, ¿Qué distancia recorre el más lento hasta encontrar el otro móvil?
 Rpta:
23. Simultáneamente, desde los extremos opuestos de un puente, dando saltos, un sapo y una rana cruzan el puente en 6 y 8 minutos. ¿Después de cuánto tiempo de iniciado el movimiento, los batracios se cruzan?
 Rpta:
24. Desde el pie de un poste, un atleta corre directamente hacia otro poste, a los 6 segundos de su partida se encuentra a 3 m del poste y 2 segundos más se ubica a 4 m después del poste. Halle el alejamiento entre postes
 Rpta:
25. A las 10 a.m. sale un bus de Cusco, llegando a Limatambo a las 3 p.m. un auto sale de Cusco a las 11 a.m. y llega a Limatambo a la 1 p.m. ¿A qué hora el auto dio alcance?
 Rpta:
26. Al emitir un grito, el primero eco se escucha a los 6 segundos. ¿A qué distancia de la emisión del grifo se ubica el primer obstáculo en donde la onda sonora pueda rebotar?
 Rpta:
27. Un hombre observa una explosión a 996 m, si el hombre puede correr con una velocidad de 8 m/s ¿Qué distancia adicional podría alejarse el hombre hasta ser alcanzado por la onda sonora?
 Rpta:
28. Un móvil recorre la mitad de una circunferencia de 20 m de radio. Determine el valor del desplazamiento y la distancia recorrida.
 a) 10 m y 31.4 m b) 20 m y 31.4 m
 c) 40 m y 62.8 m d) 40 m y 31.4 m
 e) 80 m y 62.8 m
29. Una partícula se encuentra en el origen de coordenadas, si luego se dirige hasta la posición $X_1 = +25\text{ cm}$ y luego hasta $X_2 = +15\text{ cm}$ determine el desplazamiento y la distancia recorrida.
 a) +15 cm; 15 cm b) +15 cm; 20 cm
 c) +15 cm; 25 cm d) +15 cm; 35 cm
 e) +25 cm; 35 cm
30. Una partícula se mueve hacia el este a 6 m/s y cambia de velocidad de tal manera que al cabo de 10 s, se dirige hacia el norte a 8 m/s ¿Cuál fue la aceleración media?
 a) 0.1 m/s^2 b) 0.5 m/s^2 c) 0.8 m/s^2
 d) 1 m/s^2 e) 1.5 m/s^2
31. La velocidad de un móvil cambia desde $+10\hat{i} \text{ m/s}$ hasta $+60\hat{i} \text{ m/s}$ durante 10 s. Halle su aceleración media.
 a) $2\hat{i} \text{ m/s}^2$ b) $3\hat{i} \text{ m/s}^2$ c) $4\hat{i} \text{ m/s}^2$
 d) $5\hat{i} \text{ m/s}^2$ e) $6\hat{i} \text{ m/s}^2$
32. Un cuerpo tarda 3.5 s en ir del punto A hasta el punto B. Halle el módulo de la velocidad media. $AC = 3\text{ m}$ y $BC = 5\text{ m}$
 a) 0.5 m/s
 b) 1 m/s
 c) 1.5 m/s
 d) 2 m/s
 e) 2.5 m/s
-
33. El vector posición de una partícula viene dado mediante la siguiente expresión. $\mathbf{r} = \left(\sin \frac{\pi}{12} t \right) \hat{i} + \left(\cos \frac{\pi}{9} t \right) \hat{j}$. Determine la posición de la partícula cuando $t=3$ s.
 a) $\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} - \frac{\hat{j}}{2}$
 b) $\hat{i} + \hat{j}$
 c) $\sqrt{2} \hat{i} + \hat{j}$
 d) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} - \hat{j}$
 e) $\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} + \frac{\hat{j}}{2}$



34. Un móvil, partiendo de $\vec{r}_0 = \vec{0}$, cambia su posición en $\Delta\vec{r}_1 = (2\hat{i} + 3\hat{j})$ m en 4 s, luego en $\Delta\vec{r}_2 = (\hat{i} + \hat{j})$ m en 2 s, finalmente en $\Delta\vec{r}_3 = (-3\hat{i} + 3\hat{j})$ m en 1 s. Halle el módulo de la velocidad media al cabo de 7 s de su movimiento.

- a) \hat{i} b) \hat{j} c) $2\hat{i}$ d) $-2\hat{j}$ e) $-\hat{j}$

35. En una esquina, una persona ve como un muchacho pasa en su auto a una velocidad de 20 m/s. Diez segundos después, una patrulla de la policía pasa por la misma esquina persiguiéndolo a 30 m/s. Considerando que ambos mantienen su velocidad constante,

¿A qué distancia de la esquina, la policía alcanzará al muchacho y en qué instante se produce el encuentro?

- a) 600 m y 30 s b) 500 m y 25 s
c) 550 m y 28 s d) 450 m y 30 s
e) 600 m y 20 s

36. Dos nadadores parten simultáneamente de uno de los extremos de una piscina de 90 m de longitud con velocidad constantes de 3 y 2 m/s. Considerando que no pierden tiempo en voltear ¿Después de qué tiempo se cruzan por segunda vez?

- a) 18 s b) 42 s c) 60 s
d) 72 s e) 108 s

37. Una partícula parte de A con una rapidez constante de 12 m/s y que se mueve en línea recta hasta B que se encuentra a 360 m de A, luego retorna hacia A con una rapidez constante de 24 m/s. Halle la rapidez media de la partícula (en m/s).

- a) 8 b) 12 c) 16
d) 20 e) 24

38. Un niño corre de un poste a otro con una rapidez de 5 m/s, pero si lo hiciera con solo 3 m/s demoraría 4 s más de acostumbrado ¿Cuánto es la distancia entre los poste?

- a) 30 m b) 25 m c) 28 m
d) 35 m e) 32 m

39. Un vehículo parte del reposo acelerando con 3 m/s^2 durante 10 s. Los 5 s siguientes mantiene su velocidad constante. ¿Qué distancia ha recorrido en total?

- a) 150 m b) 200 m c) 250 m
d) 300 m e) 350 m

40. Dos móviles están distantes por una longitud de 420 m parten al encuentro uno del otro con velocidades constantes de 3 y 12 m/s respectivamente. ¿Después de qué tiempo están separados por una distancia que es la media geométrica de los espacios recorridos por los móviles?

- a) 10 s b) 15 s c) 20 s
d) 25 s e) 30 s

41. Dos móviles parten de un mismo punto siguiendo trayectorias rectilíneas perpendiculares, con velocidades de 6 m/s y 8 m/s. ¿Después de qué tiempo ambos móviles estarán separados 200 m?

- a) 10 s b) 15 s c) 25 s
d) 20 s e) 30 s

42. Un móvil con MRUV triplica su velocidad entre dos puntos de su trayectoria, para lo cual ha recorrido 200 m y empleando 10 s ¿Cuál es la aceleración?

- a) 1 m/s^2 b) 2 m/s^2 c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2 e) 5 m/s^2

43. Un móvil con MRUV posee una velocidad de 10 m/s, al cabo de 10 s su velocidad ha incrementado a 30 m/s, a partir de dicho instante ¿Cuánto debe recorrer para que su velocidad aumente a 40 m/s?

- a) 100 m b) 125 m c) 150 m
d) 175 m e) 200 m

44. Dos autos pasan por un mismo punto en el mismo sentido, con velocidades de 25 m/s y 20 m/s. ¿Después de qué tiempo estarán separados 100 m?

- a) 18 s b) 27 s c) 25 s
d) 14 s e) 20 s

45. La minina dispone de 5h para dar un paseo. ¿Hasta qué distancia podrá hacerse conducir por un automóvil que va a 54 km/h. sabiendo que debe regresar a pie a la velocidad de 6 km/h?

- a) 18km b) 27km c) 9km
d) 54km e) 36km

46. Un tren para atravesar un túnel de 900 pies de longitud, tarda 76 s, y en pasar delante de un observador tarda 16 s. ¿Cuál es la longitud del tren?

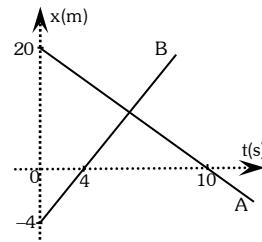
- a) 150 pies b) 120 pies c) 125 pies
d) 240 pies e) 180 pies



47. Una tripulación rema 28 km en $1\frac{3}{4}$ horas río abajo y 24 km en 3 horas río arriba. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.
- a) 10 y 4 km/h b) 12 y 4 km/h
 c) 5 y 10 km/h d) 8 y 12 km/h
 e) N.A.
48. Dos móviles que se encuentran a 300 m. de un árbol, parten simultáneamente y de la misma línea con velocidades de 20 m/s y 30 m/s hacia este árbol. ¿Qué tiempo ha de transcurrir hasta que los móviles se encuentren equidistantes del árbol?
- a) 13 s b) 12 s c) 14 s
 d) 15 s e) 16 s
49. Dos móviles parten del reposo, desde el mismo lugar, en la misma dirección y sentido, con aceleraciones de 2 m/s^2 y 3 m/s^2 dirigiéndose a un punto P ubicado a 125 m del punto de partida. ¿Al cabo de qué tiempo ambos equidistaran del punto P?
- a) 4 s b) 6 s c) 8 s
 d) 10 s e) 12 s
50. Un cazador observa a un “pato” que se encuentra a 6 m delante de él, en ese instante el “pato” se da a la fuga con una velocidad de 1 m/s. De inmediato el cazador parte, acelerando a razón de 2 m/s^2 , en su persecución; ¿Después de qué tiempo será atrapado el “pato”?
- a) 1 s
 b) 2 s
 c) 3 s
 d) 4 s
 e) 5 s
51. Un móvil que lleva M.R.U. de demora en recorrer cierto espacio 2 s y en recorrer otro espacio de 10 m, más que los anteriores 3 s. Determinar la velocidad del móvil.
- a) 15 m/s b) 25 m/s c) 5 m/s
 d) 10 m/s e) 20 m/s
52. Un móvil parte del reposo y después de un tiempo “t” adquiere una velocidad “V” si luego de recorrer 500 m en 10 s, adquiere una velocidad de “3V”. ¿Qué distancia recorre en los “t” primeros segundos?
- a) 62 m b) 62.5 m c) 75 m
 d) 52 m e) 52.5 m
53. Dos trenes de 200 m y 400 m de longitud avanzan en vías paralelas en sentidos opuestos y cuando se encuentran sus velocidades son 12 m/s y 18 m/s, siendo sus aceleraciones iguales 3 m/s^2 respectivamente. Halle el tiempo que demoran los trenes en cruzarse completamente.
- a) 4 s b) 6 s c) 8 s
 d) 10 s e) 12 s
54. Un carro que se dirige hacia un obstáculo a la velocidad de 20 m/s toca la bocina en un instante determinado, oyendo el chofer un eco después de 5 s. Determinar la distancia del carro al obstáculo que reboto el sonido en el instante que se tocó la bocina, si la velocidad del sonido es 340 m/s.
- a) 840 m b) 930 m c) 900 m
 d) 1100 m e) 1200 m
55. Dos móviles parten simultáneamente uno al encuentro del otro con velocidades constantes de 5 m/s y 15 m/s respectivamente. Si el punto de encuentro se observa que uno de ellos ha recorrido 60 m más que el otro. Calcular la separación inicial de los móviles.
- a) 140 m b) 130 m c) 141 m
 d) 110 m e) 120 m
56. Dos móviles se desplazan con MRU según la gráfica mostrada. Determine el instante en que los móviles se encuentran.
- a) 12.5 s
 b) 15 s
 c) 9 s
 d) 10 s
 e) 12 s



57. Dos móviles A y B recorren el eje “x”, con velocidades constantes tal como muestra la gráfica x(t). Determine el tiempo para el encuentro.





58. La figura muestra la relación $x-t$ para un móvil A. Si en $t=0$ s otro móvil sale del origen en dirección $+x$ con una rapidez de 3 m/s. ¿En qué instante se cruzan A y B?

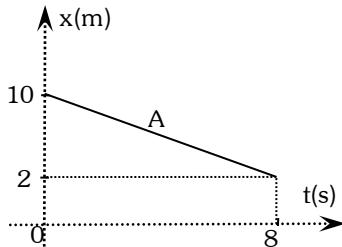
a) 2.5 s

b) 2.3 s

c) 2.1 s

d) 2.2 s

e) 2.0 s



59. De acuerdo al gráfico adjunto determinar el desplazamiento del móvil entre $t=4$ s y $t=9$ s.

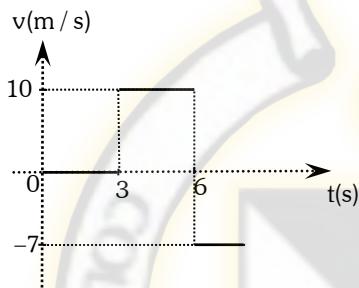
a) \hat{i} m/s

b) $-2\hat{i}$ m/s

c) $41\hat{i}$ m/s

d) $-41\hat{i}$ m/s

e) $-\hat{i}$ m/s



60. La gráfica describe la velocidad de un móvil en un movimiento rectilíneo. Si parten de la posición $x=0$ m. Diga usted.

I. ¿Cuál es el desplazamiento del móvil entre $t=5$ s y $t=20$ s?

II. ¿Cuál es el espacio total recorrido al cabo de 20 s de su partida?

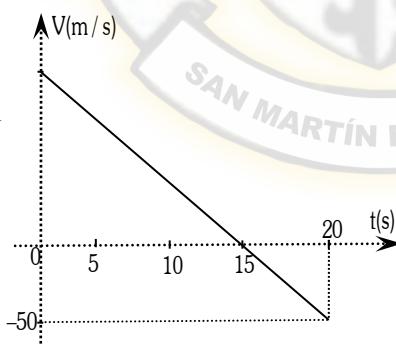
a) $375\hat{i}$ m y 1000 m

b) $625\hat{i}$ m y 1125 m

c) $375\hat{i}$ m y 1250 m

d) $625\hat{i}$ m y 1250 m

e) $1000\hat{i}$ m y 375 m



61. Un observador que mira con un solo ojo, se encuentra a 30 cm frente a una ventana de 20 cm de ancho y a 12 m de él pasa un camión con una velocidad de 20 m/s. Si el observador lo vio durante 1s, ¿Cuál es la longitud del camión?

a) 18m b) 6m c) 10m

d) 8m e) 12m

62. Un móvil parte del reposo con una aceleración constante de 4 m/s^2 . ¿Qué espacio recorre en 10s y cuál es su velocidad al cabo de ese tiempo?

a) 220m y 40m/s b) 150m y 30m/s

c) 230m y 40m/s d) 200m y 40m/s

e) 250m y 40m/s

63. Un joven y un anciano viven en una misma casa, cuando ambos van a la ciudad emplean tiempos de 2 y 3 horas respectivamente, cierto día, a las 8A.M, el anciano sale de casa y el joven de la ciudad. ¿A qué hora se encuentran en el camino?

a) 8h y 23min b) 10h y 30min

c) 9h y 12min d) 15h y 1min

e) N.A.

64. Un móvil parte con una velocidad de 10 m/s, y con una aceleración constante de 6 m/s^2 , ¿Qué espacio en metros recorre en el noveno segundo de su movimiento?

a) 61m b) 51m c) 24m

d) 10m e) N.A.

65. Un auto parte del reposo con una aceleración constante de 5 m/s^2 , ¿Qué espacio en metros recorre en el cuarto segundo de su movimiento?

a) 12,5 b) 13 c) 15

d) 16,7 e) 17,5

66. Un auto parte del reposo con aceleración constante, entre el octavo y noveno segundo recorre 34 m. ¿Qué distancia recorre en el 12º segundo?

a) 26m b) 36m c) 46m

d) 56m e) 16m

EVALUACIÓN

1. Un cuerpo describe un M.R.U.V, cuya aceleración es 2 m/s^2 , en un determinado instante su velocidad vale 15 m/s. ¿Cuál fue su velocidad 6 s. antes?

a) 12m/s b) 15m/s c) 3m/s

d) 2m/s e) n.a

2. Un cuerpo con movimiento rectilíneo acelera a razón de 2 m/s^2 , de modo que al cabo de 3 s. triplica el valor de su velocidad. ¿Qué espacio recorre en ese tiempo?



5to Secundaria

- a) 100m b) 18m c) 300m
d) 400m e) 600m
3. La velocidad de un móvil en función del tiempo, está dada por la expresión: $V= t^2 - 1$ m/s. Hallar la aceleración media del móvil entre los instantes 2 y 2,1 s.
a) 4 m/s b) 5 m/s c) 3 m/s
d) 15 m/s e) 2 m/s
4. La velocidad instantánea de un automóvil, 3s después de su partida es de 3m/s y aumenta hasta 12 m/s a los 6 s de iniciado el movimiento. Hallar la aceleración media.
a) 4,2 m/s² b) 4,5 m/s² c) 4,3 m/s²
d) 5 m/s² e) 4,1 m/s²
5. Un vehículo viaja a 72 km/h cuando el conductor aplica los frenos. Si el móvil desacelera uniformemente con una aceleración. 4 m/s² ¿qué distancia recorre el vehículo antes de detenerse?
a) 20 m b) 30 m c) 40 m
d) 50 m e) 24 m
6. Un cuerpo recorre un tramo de 50m con una aceleración de 0,9 m/s². si la suma de las velocidades inicial y final es de 18 m/s, calcular la magnitud de la velocidad final.
a) 11 m/s b) 15 m/s c) 13 m/s
d) 11.5 m/s e) 12.5 m/s
7. El maquinista de un tren que se mueve con M.R.U.A. se ve obligado a frenar, pasando el tren antes de detenerse por tres puntos A, B, y C; con las velocidades de 12 m/s y 8 m/s, por los puntos B y C. determinar la velocidad en A; si AB= 14,5 m y BC = 8 m.
a) 4 m/s b) 13 m/s c) 15 m/s
d) 16 m/s e) 17 m/s
8. Un móvil parte del reposo y acelera con 3m/s, un tiempo después aplica los frenos y su aceleración es de 6m/s² hasta que se detiene; si su viaje duró 30s. ¿Qué distancia ha recorrido?
a) 900 m b) 800 m c) 700 m
d) 600 m e) 200 m
9. Un móvil se desplaza con MRUA; al pasar por un punto A su velocidad es V y 4 s. Después pasa por otro punto B con una rapidez 3v. Si el móvil adquiere una aceleración de 2m/s², ¿Qué velocidad tendrá 3s después de haber pasado por B?
a) 14 m/s b) 13 m/s c) 15 m/s
d) 16 m/s e) 18 m/s
10. Indique cuál de las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F)
I. Se llama rapidez media al módulo o magnitud de la velocidad media.
II. Se llama distancia al módulo del desplazamiento.
III. La velocidad media siempre es tangente a la trayectoria.
a) VVV b) VVF c) FVF
d) FFV e) FFF
11. La posición de un móvil con respecto al tiempo está dado según la siguiente ley: $r = 4t^2 + 3t + 4$, halle la velocidad del móvil para el instante t=2s.
a) 16m/s b) 17m/s c) 19m/s
d) 20m/s e) 15m/s
12. En un movimiento unidimensional la posición (en metros) en función del tiempo (en segundos) está dado por: $r = 2t^4 - 16t + 7$, calcule la velocidad en el instante de la partida.
a) -16m/s b) 12m/s c) 18m/s
d) -15m/s e) 10m/s
13. Un móvil realiza un movimiento mecánico de tal modo que su posición en el. Tiempo está dada por la ecuación $\vec{r} = (4t + 2; 3t + 6)m$. Determine la velocidad en t=2s.
a) $\vec{v} = (4\hat{i} + 3\hat{j})m/s$ b) $\vec{v} = (2\hat{i} + 3\hat{j})m/s$
c) $\vec{v} = (2\hat{i} + 2\hat{j})m/s$ d) $\vec{v} = (2\hat{i} + 1,5\hat{j})m/s$
e) $\vec{v} = (6\hat{i} + 2\hat{j})m/s$
14. Un tren demora en pasar delante de un observador 25 s. y para pasar un túnel de 400 m. de longitud se demora 125 s. Calcular la longitud del tren.
a) 100m b) 150m c) 200m
d) 250m e) 260m.



15. Un auto se dirige hacia un muro con una velocidad de 20 m/s. En cierto punto el chofer toca la bocina escuchando el eco al cabo de 10 s. Si la velocidad del sonido es 340 m/s. ¿A qué distancia del muro se hallaba el auto cuando tocó la bocina?
- a) 1800 m b) 1500 m c) 3200 m
d) 1350 m e) 1400 m
16. Un hombre de altura 1,8 m va caminando a razón de 1,1 m/s y pasa frente a un poste de 4 m de altura, hallar la rapidez del crecimiento de la sombra.
- a) 2 m/s b) 1 m/s c) 0,8 m/s
d) 0,9 m/s e) 1,2 m/s
17. Dos personas parten de un mismo punto en direcciones perpendiculares con velocidades de 3m/s y 4m/s. ¿Después de qué tiempo estarán a una distancia de 40m?
- a) 7s b) 8s c) 3s
d) 6s e) 5s
18. Carlos salió en su auto con una velocidad de 40 km/h. Dos horas después, María salió del mismo lugar. Ella manejó por la misma carretera a 50 km/h. ¿Cuántas horas había manejado María cuando alcanzó a Carlos?
- a) 5h b) 6h c) 7h
d) 9h e) 8h
19. Un hombre rema 60 km río abajo, empleando el mismo tiempo que emplea en remar 25 km río arriba. Halle la rapidez del bote, en aguas tranquilas, si la rapidez de al corriente del río es de 14 km/h
- a) 34 km/h b) 35 km/h c) 30 km/h
d) 40 km/h e) 36 km/h
20. Si la vela se consume uniformemente a razón de 0,6 cm/s. ¿Con qué velocidad se desplaza el extremo de la sombra que se proyecta en la pared vertical debido al obstáculo frente a la vela?
- a) 1,2 cm/s b) 1,8 cm/s c) 1,5 cm/s
d) 0,9 cm/s e) 2 cm/s
-
21. Un ciclista va con movimiento uniforme a una velocidad de 10 m/s. Al entrar a una pendiente adquiere una aceleración de $0,4 \text{ m/s}^2$. Si la longitud de la pendiente es 1km, el tiempo en segundos, en recorrer la longitud de la pendiente es:
- a) 50 b) 200 c) 100
d) 25 e) 150
22. Un motociclista que realiza M.R.U.V. pasa frente a un poste con una rapidez de 20 m/s y 2 s después pasa frente al siguiente poste. Determine a qué distancia del segundo poste se detiene, si la distancia entre los postes es de 30 m.
- a) 15m b) 12m c) 11m
d) 10m e) 9m
23. Un móvil que parte del reposo se mueve con aceleración de $0,5 \text{ m/s}^2$ acercándose perpendicularmente a una gran superficie plana. Al partir el operador que está sobre el móvil emite una señal sonora y cuando ha avanzado 0,16 m, recibe el eco. Entonces la distancia a que se encuentra la superficie plana del punto de partida es:
- a) 130 m b) 136,08 m c) 125 m
d) 135,5 m e) 136,6 m
24. Un móvil se suelta en un plano inclinado, notándose que recorre 2 m en el primer segundo de su movimiento. Determinar cuánto recorrerá en los siguientes 3s si la aceleración es constante.
- a) 20m b) 30m c) 25m
d) 35m e) 12m
25. Un auto sale del reposo e inicia un MRUV recorriendo 16m en los dos primeros segundos. Determine su recorrido en el 5º segundo de su movimiento.
- a) 18m b) 36m c) 28m
d) 20m e) 24m
26. Un auto parte del reposo en el instante $t=0$, con una aceleración constante de 8 m/s^2 . ¿Qué distancia recorre el móvil entre los instantes $t_1=3$ s y $t_2=5$ s?
- a) 60 m b) 62 m c) 64 m
d) 75 m e) 70 m

5to Secundaria



27. Para un móvil que describe M.R.U.V. se han registrado los siguientes valores para su posición respecto al tiempo. Determinar la rapidez, en $t=2,5$ s.

x(m)	0	-4	-10	-20	-34
t(s)	0	1	2	3	4

- a) 15 m/s b) 12 m/s c) 10 m/s
d) 11 m/s e) 20 m/s

28. Un móvil parte del reposo con M.R.U.V. Si entre el cuarto y octavo segundo recorre 48 m, determine la longitud recorrida entre los instantes $t=3$ s y $t=7$ s.

- a) 50m b) 40m c) 80m
d) 60m e) 75m

29. Un auto parte del reposo y se mueve con aceleración de 20 m/s^2 acercándose a un muro. Al partir el chofer toca la bocina y cuando ha avanzado 40 m, recibe el eco. Entonces la distancia a que se encuentra el muro del punto de partida es:

- a) 360 m b) 420 m c) 180 m
d) 250 m e) 300 m

30. Cuando analizamos a un cuerpo que experimenta un M.R.U. notamos que los primeros 4 s. avanza 6 m. más que el tercer segundo. Determinar su rapidez en m/s.

- a) 1,5 b) 2 c) 2,5
d) 3 e) 1

31. Una persona A golpea un riel de acero, y otra persona B oye el sonido transmitido por los rieles 5 segundos antes que el propagado por el aire. Si el riel no presenta curva alguna, determinar la distancia a la que se encuentra B de A. ($V_{\text{sonido aire}} = 350 \text{ m/s}$, $V_{\text{sonido acero}} = 700 \text{ m/s}$).

- a) 4000 m b) 3500 m c) 3000 m
d) 2500 m e) 2000 m

32. La posición de una partícula que se desplaza a lo largo del eje "x" está dada en función al tiempo por la siguiente expresión: $x(t) = -3t + 4t^2$. Su velocidad en m/s en el instante $t=2$ s, es entonces:

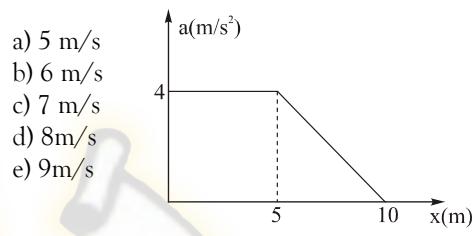
- a) $3\hat{i}$ b) $-3\hat{i}$ c) $10\hat{i}$
d) $-13\hat{i}$ e) $13\hat{i}$

33. Una motocicleta experimenta un M.R.U.V. y disminuye su rapidez en 6 m/s cada 2 s. Determine la

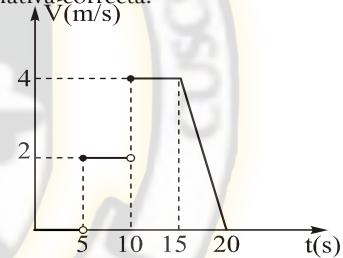
rapidez instantánea del motociclista cuando le faltan 24 m. para detenerse.

- a) 6 m/s b) 8 m/s c) 10 m/s
d) 12 m/s e) 24 m/s

34. Un auto parte del origen de coordenadas con una rapidez de 3m/s y se desplaza a lo largo del eje +x. Si su aceleración varía con la posición x según la gráfica mostrada, determinar su rapidez en $x=5$ m.

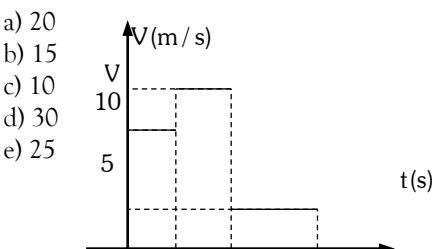


35. Se muestra la gráfica velocidad-tiempo de una partícula en movimiento unidimensional, que parte en $x=+5$ m del origen y alejándose de él. ¿Cuál es la alternativa correcta?



- a) Al final del recorrido la partícula se encuentra a 40m del origen
b) El recorrido es de 40m
c) La velocidad media fue de +4m/s
d) La aceleración en el último tramo fue de +0,8m/s²
e) El movimiento fue del tipo rectilíneo uniforme

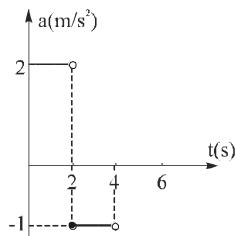
36. Un automóvil se desplaza con sucesivo MRU, como muestra la figura. Determina el valor de V para que su desplazamiento total sea 100m.





37. En la figura se muestra la aceleración en función del tiempo de cuerpo con movimiento rectilíneo. Se sabe que para $t=0$, $V=0$. Determinar su rapidez, en m/s, en $t=3s$.

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



38. Un cuerpo experimenta un MRUV, en el tercer segundo del análisis de su movimiento recorre 6 m más que en el primero, determine su rapidez inicial, si en el segundo recorre 8 m.

- a) 3,2 m/s
- b) 4,2 m/s
- c) 5,5 m/s
- d) 3,5 m/s
- e) 2,5 m/s

39. Un automóvil inicia un MRUV con una aceleración a. Al transcurrir 5 s tiene una rapidez de 10 m/s y en los siguientes 4 s avanzó una distancia d. Halle d.

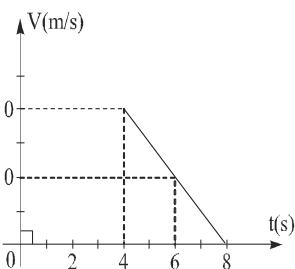
- a) 54m
- b) 55m
- c) 56m
- d) 57m
- e) 58m

40. Un móvil tiene una rapidez de 6 m/s y disminuye su rapidez uniformemente, observándose que luego de 1 s recorre 5 m. Determine su rapidez un segundo antes de detenerse.

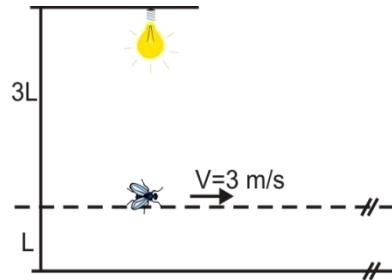
- a) 1 m/s
- b) 2 m/s
- c) 2,5 m/s
- d) 3 m/s
- e) 3,5 m/s

41. Se muestra la gráfica $V-t$ de una partícula que se mueve a lo largo del eje x. Determinar la longitud que recorre en el intervalo de tiempo [2; 6]s

- a) 60m
- b) 70m
- c) 58m
- d) 80m
- e) 40m

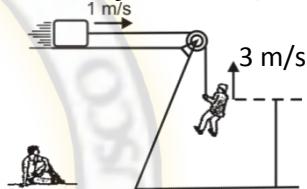


42. Si el mosquito avanza a velocidad constante, ¿con qué rapidez avanza su sombra proyectada en el piso?



- a) 2 m/s
- b) 3 m/s
- c) 4 m/s
- d) 5 m/s
- e) 6 m/s

43. Si el observador afirma que el bloque experimenta un MRU y la persona trepa la cuerda con una rapidez constante. A partir del instante mostrado determine la altura de la persona, respecto al suelo, transcurrido 2 s?



- a) 6m
- b) 6,5m
- c) 7m
- d) 7,5 m
- e) 8 m

44. Un observador estático dista en 10 m del borde de una pista de 4 m de ancho , por ella pasan dos atletas en el mismo sentido ubicando se uno en cada borde , el observador aprecia que el atleta más alejado adelanta al más cercano en 1 m/s Halle la velocidad del atleta veloz si el lento tiene una rapidez de 5 m/s
Rpta:

45. Un bote a motor navegar aguas arriba durante 10 h, si para el retorno solamente emplea 6 h , halle la velocidad del río si en aguas tranquilas la velocidad del bote es de 12 m/s
Rpta:

46. Una lancha que viaja aguas arriba encuentra unos troncos que flotan en el río , a los 10 minutos del encuentro instantáneamente la lancha inicia el retorno aguas abajo . ¿En cuánto tiempo más, la lancha dará alcance a los troncos?
Rpta:

47. En un río , un nadador navega aguas arriba durante 20 minutos creyendo necesario un descanso, se mantiene en flotación durante 5 min para luego iniciar el retorno



5to Secundaria

- hasta la partida empleado 10 minutos Halle la velocidad del río si en aguas tranquilas el nadador avanza a razón de $3,5 \text{ m/s}$
- Rpta:
48. Con velocidad constante, un tren cruza un túnel de 30 m de largo en 10 s , mientras que el otro emplea 8 s , si los trenes tienen velocidades opuestas y de diferente modulo , halle la longitud del tren pequeño , sabiendo que para cruzarse emplean 6 segundos.
- Rpta:
49. Se dispone de dos velas idénticas, se enciende una de ellas y después de haberse gastado en 10 cm se enciende la otra , observándose en cierto instante que una de las velas es la cuarta parte de la otra , si 20 minutos más se acaba la primera vela encendida , Halle la longitud inicial de las velas sabiendo que una vela nueva se consume en 3 horas.
- Rpta:
50. Un móvil parte desde el reposo con aceleración constante recorriendo 18 m en los 3 primeros segundos. Calcule la distancia que recorrerá el móvil en los 7 segundos siguientes
- Rpta:
51. Si un conductor dispone de un minuto. ¿Cuánto podrá alejarse a rapidez constante de 10 m/s si debe regresar desde el reposo con una aceleración constante de 2 m/s^2 ?
- Rpta:
52. Hasta alcanzar cierta velocidad, el chofer de un automóvil aceleración uniformemente, desde el reposo a razón de 2 m/s^2 , logrado el objetivo, empieza a desacelerarse, si en total el auto se movió durante 10 minutos. ¿Cuánto tiempo acelero el auto?
- Rpta:
53. Un atleta se ubica a 220 m de un motociclista , si el atleta corriera a razón de 8 m/s alejándose del motociclista y 10 segundos después , desde el reposo , empieza la persecución el motociclista con una aceleración constante de 2 m/s^2 . ¿Qué distancia se alejara el atleta hasta ser alcanzado por el motociclista?
- Rpta:
54. Con una velocidad de 10 m/s y una aceleración constante de 2 m/s^2 , un motociclista llega hasta la cola de un tren que viaja en el mismo sentido a razón constante de 8 m/s. ¿En cuánto tiempo más la moto estará rebasando al tren cuya longitud es 120 m?
- Rpta:
55. A las 10 a.m. desde la ciudad "A" salen un auto con rapidez constante y un camión cargado que parte desde el reposo pero con una aceleración constante de 20 km/h^2 , a las 2 p.m. el auto llega a la ciudad "B" y luego de un descanso de 1 hora retorna con igual rapidez encontrando al camión en su viaje de ida a las 4 p.m. ¿Qué separación hay entre estas ciudades?
- Rpta:
56. A y B son dos ciudades , ubicadas en la carretera interoceánica, de "A" parte un motociclista hacia "B" con una velocidad constante y 3 horas más tarde lo hace un auto , también de "A" partiendo desde el reposo peo con aceleración constante , por la ciudad "B" pasa el motociclista a las 9:00 a.m. , mientras que el auto pasa a las 11:00 a.m. si camino más adelante , a las 12:00 m , el auto dio alcance al motociclista . ¿A qué hora partió el auto de la ciudad "A"?
- Rpta:
57. ¿Con qué velocidad un avión llega hasta la pista de aterrizaje si en 20 s de frenado, el avión se detiene recorriendo 100 m?
- Rpta:
58. Por un punto "A" una partícula pasa con una rapidez de 40 m/s , 50 m más adelante la velocidad de la partícula es de 60 m/s . ¿A qué distancia de "A" partió la partícula desde el reposo? Suponga un movimiento rectilíneo con aceleración constante.
- Rpta:
59. Un automóvil está esperando en reposo que la luz roja del semáforo cambie. En el instante en que la luz se torna verde, el automóvil aumenta su velocidad uniformemente con una aceleración de 2 m/s^2 durante 6 s , después de los cuales se mueve con velocidad uniforme . En el instante que el automóvil comenzó a moverse por el cambio de luz, un camión lo sobre pasa en la misma dirección con movimiento uniforme a razón de 10 m/s ¿Cuánto tiempo y cuán lejos del semáforo el automóvil y el camión volverán estar juntos?
- Rpta:
60. A las 2 p.m. u camión que mantiene una velocidad uniforme de 30 Km/h y una aceleración constante de 40 Km/h y una aceleración constante de 8 Km/h^2 , si 2 h más adelante el camión encuentra al auto malogrado . ¿A qué hora se malogró el auto?
- Rpta:



61. Por una calle, un auto viaja con una rapidez de 36 Km/m, si el conductor del vehículo observa que a 7 m del auto en marcha, un descuidado peatón intenta bruzar la pista. ¿Cuál será la mínima desaceleración que debe generar los frenos de modo que el peatón no sea atropellado, si el tiempo de reacción del conductor es de 2 décimas de segundo?

Rpta:

62. Con una velocidad de 36 Km/h un auto se pasa la luz roja de un semáforo. 6,6 s después un policía de tránsito ubicado junto al semáforo acciona su silbato, si la velocidad del sonido en el aire se considera 340 m/s. ¿A qué distancia del semáforo se detendrá el auto si el conductor al oír el silbato reacciona en 3 décimas de segundo y aplica los frenos generando una desaceleración de 25 m/s^2 ?

Rpta:

63. Un bus que viaja a razón de 72 Km/h se acerca a una caseta, si cuando está a 108 m de esta un policía ubicado en la caseta se detendrá el bus, si el conductor al oír el silbato, ¿A qué distancia de la caseta se detendrá el bus, si el conductor al oír el silbato reacciona en 2 s y aplica los frenos generando una desaceleración constante de 10 m/s^2 ? Velocidad del sonido en el aire: 340 m/s

Rpta:

64. En un MRUV se observa que la velocidad de un móvil es $20i \text{ m/s}$ y luego de 10 s la velocidad es $-10i \text{ m/s}$. Determíñese la aceleración del móvil.

Rpta:

RETO

1. Si la posición "x" de una partícula es descrita por la relación $x = 5t^2 + 20t$, donde x está en m, t en s; entonces su velocidad media entre los instantes $t = 3 \text{ s}$ y $t = 4 \text{ s}$; en m/s es:

- a) 320 m b) 160 m c) 95 m
- d) 55 m e) 16 m

2. Una persona avanza con una velocidad constante de 5 m/s en dirección este y después corre en dirección 37° al noroeste para un tiempo de 5 s . ¿Cuál fue el modulo de su velocidad media? (en m/s).

- a) 5 b) 2,5 c) 3,37
- d) 3,5 e) 4,12

3. Un móvil se encuentra en la posición $\vec{r}_1 = (2i - 5j) \text{ m}$ en el instante $t_1 = 2 \text{ s}$. y en la posición $\vec{r}_2 = (6i + 3j) \text{ m}$ en el instante $t_2 = 4 \text{ s}$. Siendo su movimiento rectilíneo uniforme. Hallar el desplazamiento desde $t = 4 \text{ s}$ a $t = 8 \text{ s}$ (en m)

- a) $5\sqrt{3}$
- b) $6\sqrt{2}$
- c) $4\sqrt{10}$
- d) $10\sqrt{2}$
- e) $8\sqrt{5}$

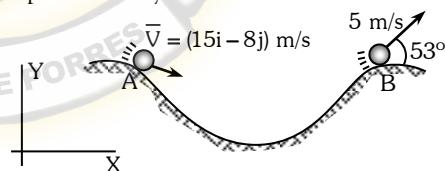
4. Una partícula se encuentra inicialmente $t = 0$ en la posición $\vec{r}_0 = (3i + 4j) \text{ m}$. Si tiene una velocidad constante $V = -5j \text{ m/s}$, determinar la posición (en m) en el instante $t = 2 \text{ s}$.

- a) $3i - j$
- b) $3i - 6j$
- c) $3i$
- d) $-5j$
- e) $3i - 10j$

5. Evalué el modulo de la aceleración media que experimenta una partícula que choca frontalmente contra una pared con una velocidad de 10 m/s y rebota con 8 m/s , el choque dura 0,1 seg.

- a) 20 m/s^2
- b) 50 m/s^2
- c) 100 m/s^2
- d) 180 m/s^2
- e) 150 m/s^2

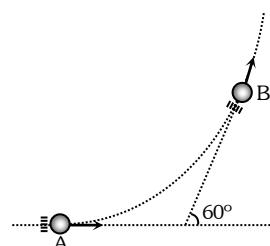
6. Un objeto resbala por el tobogán que se muestra. Evalué el modulo de la aceleración media (en m/s^2) entre los puntos "A" y "B" si demora 2 s en recorrerlo.



- a) $12\sqrt{2}$
- b) $3\sqrt{2}$
- c) $6\sqrt{2}$
- d) 6
- e) 12

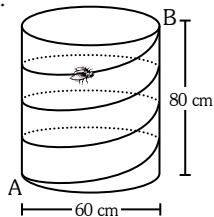
7. Una partícula realizó el movimiento que se indica en la figura; demorándose de "A" a "B" 2 s, si se conservó su rapidez de 6 m/s el módulo de la aceleración media fue:

- a) 1 m/s^2
- b) 2 m/s^2
- c) 3 m/s^2
- d) $3\sqrt{3} \text{ m/s}^2$
- e) $3\sqrt{2} \text{ m/s}^2$





8. Un insecto logra desplazarse por el cilindro desde "A" hasta "B" siguiendo la trayectoria indicada con una rapidez constante de 10 cm/s. Si el módulo de la velocidad media fue de 2 cm/s, calcular la longitud de la espiral que describió al moverse.



- a) 100 cm
- b) 500 cm
- c) 50 cm
- d) 200 cm
- e) 565 cm

9. Un móvil con MRU. Se mueve a 72 km/h. Determine que distancia avanzara en 1 min.

- a) 300 m b) 600 m c) 900 m
- d) 1000 m e) 1200 m

10. Un tren de 80 m de longitud viaja a 72 km/h. ¿Qué tiempo empleara en pasar completamente un túnel de 120 m de largo?

- a) 2 s b) 8 s c) 4 s d) 10 s e) 6 s

11. Dos móviles separados por 300 m se dirigen al encuentro con velocidades constantes de 72 y 36 km/h. Hallar el tiempo de encuentro.

- a) 5 s b) 20 s c) 25 s d) 10 s e) 15 s

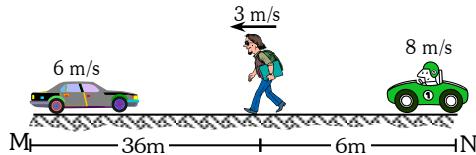
12. Un automóvil recorre la distancia AB a 20 m/s y luego la distancia BC a 30 m/s. Si AB=BC, hallar la velocidad media de todo el recorrido, si se efectúa en una sola dirección.

- a) 21 m/s b) 24 m/s c) 25 m/s
- d) 22 m/s e) 23 m/s

13. Un estudiante desea calcular la distancia que hay entre su casa y la academia. Si observa que caminando a razón de 80 cm/s tarda 25 min más que caminando a 95 cm/s. ¿Cuál es la distancia entre su casa y la academia?

- a) 1,5 km b) 3,6 km c) 5,6 km
- d) 7,6 km e) 9,6 km

14. Desde el instante mostrado, ¿Qué distancia separa a la persona del móvil "N" cuando los móviles M y N están en el momento del cruce?



- a) 8 m b) 9 m c) 18 m d) 24 m e) 15 m

15. La ecuación del movimiento de una partícula en el sistema internacional de unidades es $x = 2t - 10$ determinar su posición 2 s después de pasar por el origen de coordenadas.

- a) +1m b) +2 m c) +3m
- d) +4m e) +5 m

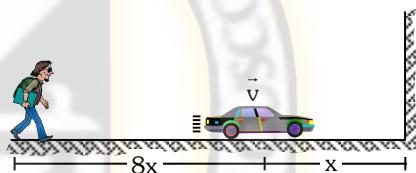
16. Un tren cruza un poste en 10 s, y un túnel en 15 s. ¿En cuanto tiempo el tren cruzaría un túnel si el tamaño de este fuese el triple?

- a) 15 s b) 20 s c) 25 s d) 30 s e) 35 s

17. La sirena de una fábrica suena en forma continua durante 9 seg. un obrero se dirige hacia la fábrica en un autobús con una rapidez constante de 72 km/h. ¿Cuánto tiempo escucha dicho obrero la sirena?

- a) 5,5 s b) 6,5 s c) 7,5 s
- d) 8,5 s e) 9,5 s

18. En el instante mostrado, desde el automóvil se toca el claxon y la persona escucha el eco, cuando el automóvil se encuentra en la mitad de su camino. ¿Qué velocidad tiene el automóvil?



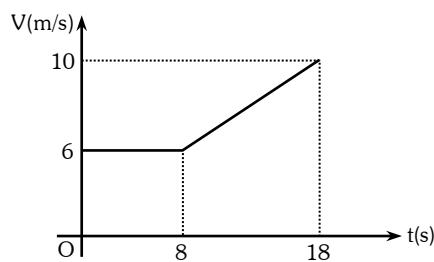
- a) 17m/s b) 27m/s c) 37m/s
- d) 47m/s e) 57m/s

GRÁFICOS DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

La velocidad de un móvil, en un movimiento rectilíneo, puede estar variando al transcurrir el tiempo. En cierto instante la velocidad del móvil pierde ser alta mientras que en otros momentos las velocidades pueden ser bajas.

Estas variaciones de velocidad se representan mediante una gráfica VELOCIDAD - TIEMPO ($V - t$).

En la siguiente gráfica $v - t$ se puede observar que:

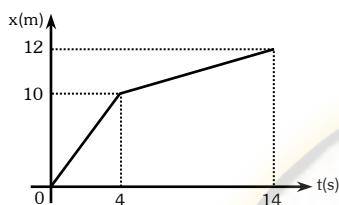




- Para $t = 0$ la velocidad es 6 m/s
- Hasta $t = 8$ s la velocidad permanece en 6 m/s
- Desde $t = 8$ s hasta $t = 18$ s la velocidad crece desde 6 m/s hasta 10 m/s

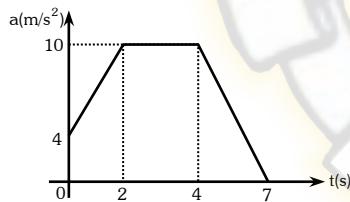
La posición (x) es otro parámetro que puede estar variando durante el movimiento, algunas veces el móvil está alejándose del punto de partida mientras que otras veces está acercándose. En una gráfica $x - t$, se muestran estas variaciones.

En esta gráfica $x - t$ se observa que:



- En el instante $t = 0$ el móvil está en el origen $x = 0$
- En el instante $t = 4$ s el móvil está a $x = 10$ m del origen
- En el instante $t = 14$ s el móvil está a $x = 12$ m del origen

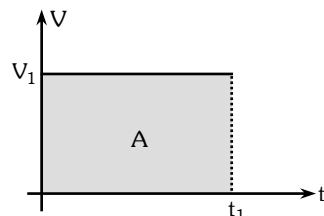
La aceleración (a) en un movimiento rectilíneo también puede variar en un movimiento rectilíneo. En la gráfica $a - t$ se muestra estas variaciones al transcurrir el tiempo.



- Cuando empieza el movimiento, $t = 0$ la aceleración del móvil es de 4 ms^{-2} .
- En el intervalo de $t = 2$ s hasta $t = 4$ s la aceleración permanece constante $a = 10 \text{ m/s}^2$.
- En el instante $t = 7$ s la aceleración se hace cero.

En una gráfica se muestra las variaciones de V , a ó x con respecto al tiempo t .

1. Gráfica Velocidad - Tiempo ($V - t$)



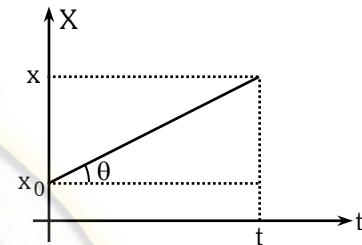
Características:

- La gráfica es una línea recta horizontal paralela al eje del tiempo.
- El área A debajo de la gráfica nos da el valor de la distancia recorrida d.

$$d = A$$

- Si la gráfica está en el cuarto cuadrante la velocidad es negativa entonces el móvil se desplaza en dirección negativa.

2. Gráfica Posición - Tiempo ($x - t$)

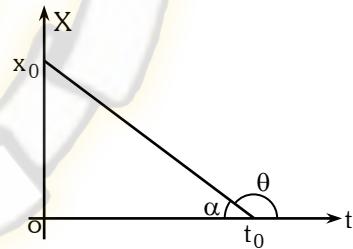


Características:

- La gráfica es una línea recta oblicua que parte desde la posición inicial.
- La pendiente (tangente trigonométrica) de la gráfica nos da la velocidad constante.

$$V = \tan \theta$$

Observación:

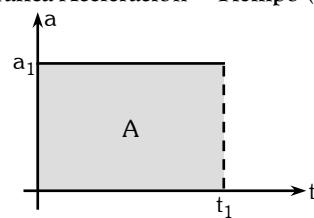


- Cuando el móvil se desplaza en el sentido negativo (hacia la izquierda), la gráfica posee pendiente negativa.

$$V = \tan \theta = -\tan \alpha$$

EN EL MRUV

1. Gráfica Aceleración - Tiempo ($a - t$)



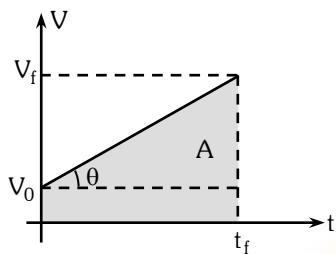


Características:

- La gráfica es una línea recta horizontal paralela al eje del tiempo.
- El área A debajo de la gráfica nos da el cambio de la velocidad.

$$\Delta V = V_f - V_i = A$$

2. Gráfico Velocidad – Tiempo (V – t)



Características:

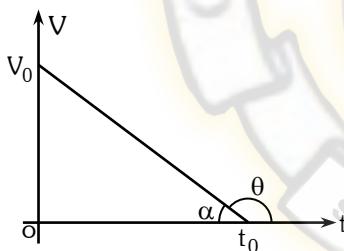
- La gráfica es una línea recta oblicua que parte desde la velocidad inicial.
- El área A debajo de la gráfica nos da la distancia recorrida d.

$$d = A$$

- La pendiente de la gráfica nos da la aceleración constante.

$$a = \tan \theta$$

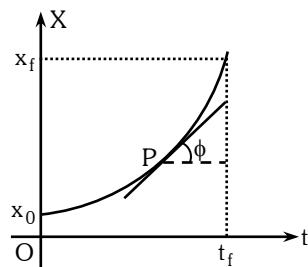
Observación:



- Cuando el móvil se desplaza disminuyendo su velocidad, la gráfica posee pendientes negativas.

$$a = \tan \theta = -\tan \alpha$$

3. Gráfico Posición Tiempo (X – t)



Características:

- La gráfica es un arco de parábola que parte desde la posición inicial.
- Si el móvil parte del reposo, la gráfica es una semiparábola.
- La pendiente de la recta tangente en un punto P de la gráfica nos da la velocidad instantánea.

$$V = \tan \phi$$

Nota:

- En las gráficas velocidad – tiempo y aceleración – tiempo en donde la gráfica está ubicada en el primer y cuarto cuadrante, entonces en el primer cuadrante es positiva y la del cuarto cuadrante es negativa.

Área (+): I cuadrante
(-): IV cuadrante

$$D = \sum \text{Áreas} \quad \text{Desplazamiento}$$

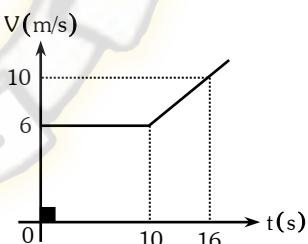
$$d = \sum |\text{Áreas}| \quad \text{Distancia recorrida}$$

- En toda gráfica velocidad – tiempo se cumple que:

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En la siguiente gráfica V – t halle la distancia que recorre el móvil.

- a) 110 m
b) 115 m
c) 108 m
d) 105 m
e) 100 m



Solución:

La distancia recorrida (d) es el área debajo de la gráfica.

Cálculo de las áreas:

$$A_1 = (10)(6) = 60$$

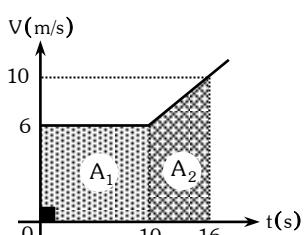
$$A_2 = \frac{(10+6)}{2}(6) = 48$$

La distancia total será:

$$d = A_1 + A_2$$

$$d = 60 + 48$$

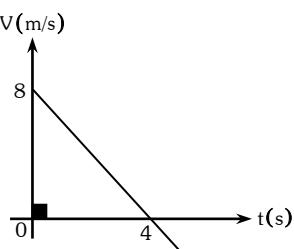
$$d = 108 \text{ m} \quad \text{Rpta.}$$





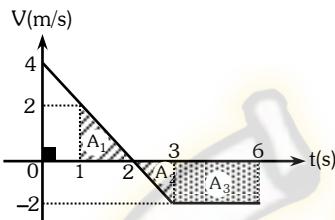
2. Hállese el módulo del desplazamiento para el intervalo de 2 s a 5 s, empleando la siguiente gráfica V - t.

- a) 6 m
- b) 5 m
- c) 4 m
- d) 3 m
- e) 2 m



Solución:

Las áreas correspondientes al intervalo de 2 s a 5 s son:



El módulo del desplazamiento (Δr) es:

$$\Delta r = A_1 - A_2 = 4 - 1$$

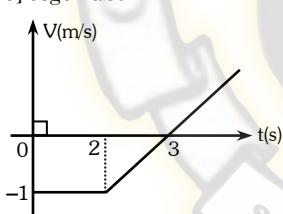
$$\Delta r = \boxed{3 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$

3. Mostrada la gráfica V - t halle:

- a. El módulo de la velocidad media.
- b. La rapidez media.

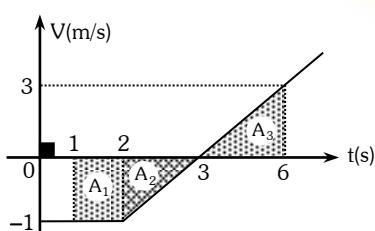
En el intervalo [1; 6] segundos

- a) 1 m/s
- b) 2 m/s
- c) 1,2 m/s
- d) 1,4 m/s
- e) 3 m/s



Solución:

Graficamos las áreas del intervalo [1; 6] segundos.



Cálculo de las áreas:

$$A_1 = (1)(1) = 1$$

$$A_2 = \frac{(1)(1)}{2} = 0,5$$

$$A_3 = \frac{(3)(3)}{2} = 4,5$$

El módulo del desplazamiento será:

$$\Delta r = -A_1 - A_2 + A_3$$

$$\Delta r = -1 - 0,5 + 4,5 = 3 \text{ m}$$

El módulo de la velocidad media es:

$$|\bar{v}| = \frac{\Delta r}{t} = \frac{3}{6-1} \Rightarrow |\bar{v}| = 0,6 \text{ m/s}$$

La distancia recorrida es:

$$d = A_1 + A_2 + A_3$$

$$d = 1 + 0,5 + 4,5 = 6 \text{ m}$$

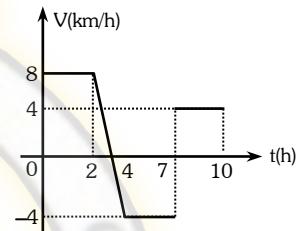
La rapidez media es:

$$\bar{v} = \frac{d}{t} = \frac{6 \text{ m}}{6 \text{ s} - 1 \text{ s}}$$

$$\bar{v} = \boxed{1,2 \text{ m/s}} \quad \text{Rpta.}$$

4. En la gráfica V-t que se muestra a continuación, halle el módulo de la velocidad media y la rapidez media para todo el recorrido.

- a) 4 km/h
- b) 4,6 km/h
- c) 6,4 km/h
- d) 6 km/h
- e) 2,2 km/h



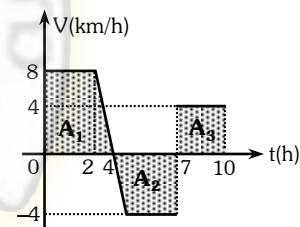
Solución:

Para todo el recorrido $t = 10 \text{ h}$ representamos las áreas:

Cálculo de las áreas:

$$A_1 = \frac{(4+2) \cdot 8}{2} = 24$$

$$A_2 = \frac{3+2 \cdot 4}{2} = 10$$



El módulo de la velocidad media será:

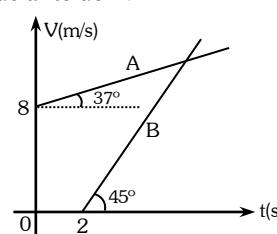
$$|\bar{v}| = \frac{\Delta r}{t} = \frac{A_1 - A_2 + A_3}{T}$$

$$|\bar{v}| = \frac{24 - 10 + 12}{10}$$

$$|\bar{v}| = \boxed{2,6 \text{ km/h}} \quad \text{Rpta.}$$

5. Dos partículas parten desde el mismo punto en la misma dirección, sus velocidades varían como se muestra en el siguiente diagrama. Halle el instante en que el móvil A estará 70 km delante de B.

- a) 10 h
- b) 6 h
- c) 4 h
- d) 2 h
- e) 8 h



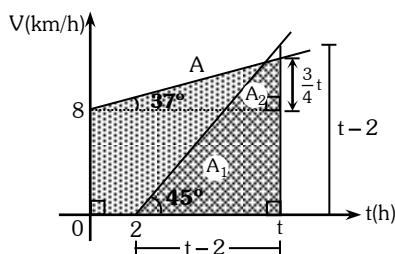
5to Secundaria



Solución:

Si los móviles parten juntos, el móvil A estará 70 km delante de B cuando:

$$A_1 - A_2 = 70 \dots(1)$$



Reemplazando en (1):

$$\frac{[(8 + \frac{3}{4}t) + 8](t) - (t-2)(t-2)}{2} = 70$$

$$8t + \frac{3}{4}t^2 - \frac{t^2 - 4t + 4}{2} = 70$$

$$64t + 3t^2 - 4t^2 + 16t - 16 = 8(70)$$

$$80t - t^2 - 8(2) = 8(70)$$

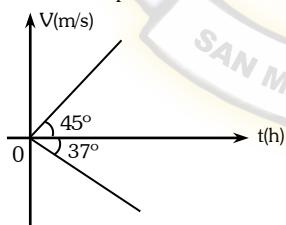
$$t^2 - 80t + 8(72) = 0$$

$$(t-8)(t-72) = 0$$

Tomamos: $t = [8 \text{ h}]$ Rpta.

6. Dos partículas están separadas en 49 km y simultáneamente parten desde el reposo hacia el encuentro en direcciones opuestas manteniendo aceleraciones constantes como se puede ver en la siguiente gráfica V - t. Halle el instante en que se encontrarán.

- a) 7,48 h
- b) 6,54 h
- c) 7,02 h
- d) 6,35 h
- e) 8,25 h



Solución:

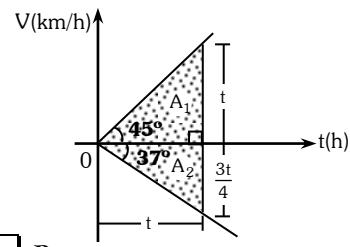
Los móviles se encontrarán cuando la suma de sus distancias recorridas sea 49 km.

$$A_1 + A_2 = 49$$

$$\frac{(t)(t)}{2} + \frac{t\left(\frac{3}{4}\right)t}{2} = 49$$

$$\frac{7t^2}{8} = 49$$

$$t = [7,48 \text{ h}] \text{ Rpta.}$$



7. Dada la gráfica V - t halle el instante en que la aceleración del móvil es -75 km/h^2

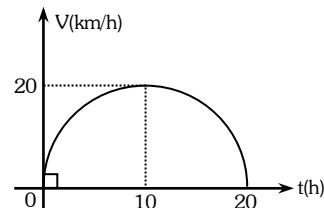
- a) 25 h

- b) 16 h

- c) 10 h

- d) 14 h

- e) 12 h



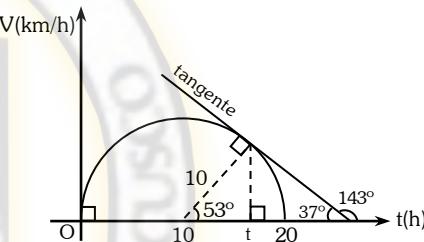
Solución:

Este problema es inverso al anterior, la aceleración es la pendiente:

$$a = \tan \theta = -0,75$$

$$\tan \theta = -\frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 143^\circ$$

Este ángulo indica que existe una tangente a la gráfica (semicircunferencia) que forma 143° con el eje del tiempo; graficando:



Cálculo del instante t:

$$t = 10 + 10 \cos 53^\circ$$

$$t = [16 \text{ h}] \text{ Rpta.}$$

8. Usando la gráfica V - t halle la aceleración de la motocicleta si el auto acelera con $1,3 \text{ m/s}^2$.

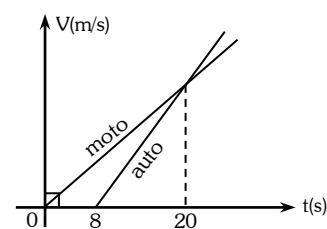
- a) $0,6 \text{ m/s}^2$

- b) $0,4 \text{ m/s}^2$

- c) $0,8 \text{ m/s}^2$

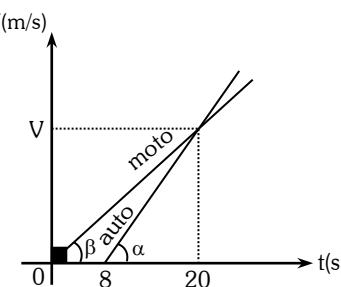
- d) $0,2 \text{ m/s}^2$

- e) $0,1 \text{ m/s}^2$



Solución:

Usando la pendiente de cada gráfica.





Aceleración del auto:

$$a_A = \tan \alpha$$

$$1,3 \text{ m/s}^2 = \tan \alpha$$

$$\frac{4}{3} \text{ m/s}^2 = \tan \alpha \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

Luego: $V = 16 \text{ m/s}$

Aceleración de la motocicleta:

$$a_M = \tan \beta$$

$$a_M = \frac{V}{20} \Rightarrow a_M = \frac{16}{20}$$

$$a_M = 0,8 \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta.}$$

9. La gráfica $V - t$ muestra las velocidades de dos partículas A y B. La aceleración de A es $\sqrt{3}/3 \text{ m/s}^2$. Halle la aceleración del móvil B en el instante en que ambos tienen la misma rapidez.

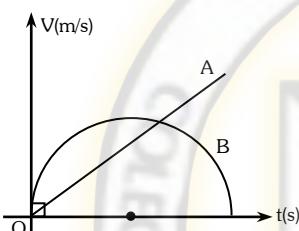
a) $-\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m/s}^2$

b) $\sqrt{2} \text{ m/s}^2$

c) $\sqrt{3} \text{ m/s}^2$

d) $\sqrt{5} \text{ m/s}^2$

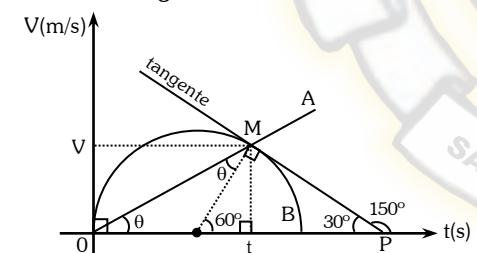
e) $3\sqrt{3} \text{ m/s}^2$



Solución:

Del dato, la aceleración del móvil A.

$$a_A = \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



En el punto M (instante t) ambos móviles tienen igual rapidez, por M se traza la tangente PM, la aceleración del móvil B en el punto M será:

$$a_B = \tan 150^\circ \Rightarrow a_B = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta.}$$

10. Calcule el módulo de la aceleración media en la siguiente gráfica $V - t$, en el intervalo de 1 s hasta 5 s.

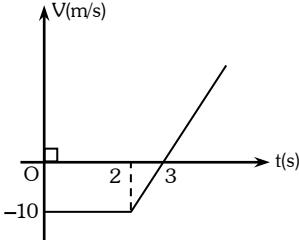
a) $5,7 \text{ m/s}^2$

b) $7,2 \text{ m/s}^2$

c) $5,5 \text{ m/s}^2$

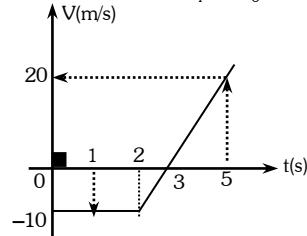
d) $7,5 \text{ m/s}^2$

e) $6,5 \text{ m/s}^2$



Solución:

En la gráfica observamos V_f y V_0 :



* Para $t_0 = 1 \text{ s} \rightarrow V_0 = -10 \text{ m/s}$

* Para $t_f = 5 \text{ s} \rightarrow V_f = 20 \text{ m/s}$

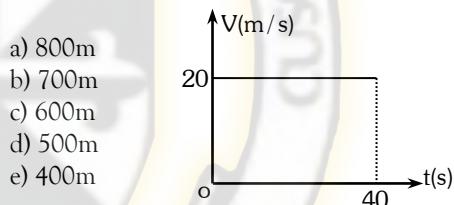
* El módulo de la aceleración media será:

$$\|\bar{a}\| = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_0} \Rightarrow \|\bar{a}\| = \frac{20 - (-10)}{5 - 1}$$

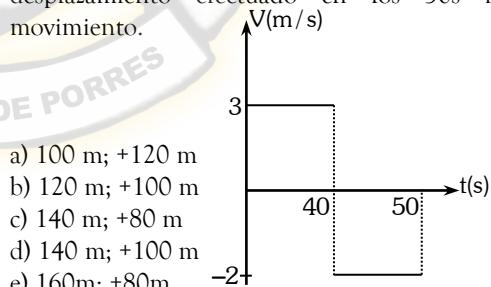
$$\|\bar{a}\| = 7,5 \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. De la gráfica mostrada hallar la distancia recorrida durante los 30 s iniciales de movimiento.



2. De la gráfica hallar la longitud recorrida y el desplazamiento efectuado en los 50s iniciales de movimiento.



3. De la siguiente gráfica hallar la velocidad del móvil

a) $4,50 \text{ m/s}$

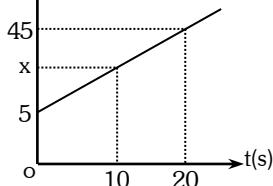
b) $2,25 \text{ m/s}$

c) $0,50 \text{ m/s}$

d) 1 m/s

e) 2 m/s

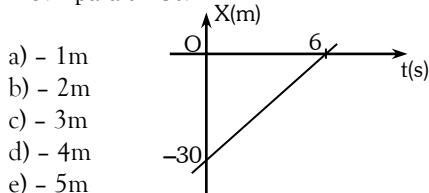
$$X(m)$$



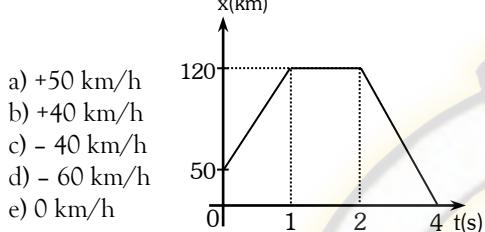
5to Secundaria



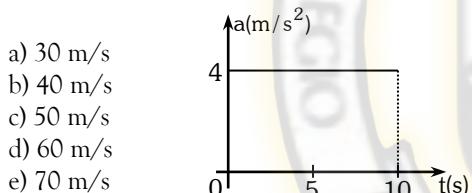
4. Para el siguiente gráfico, determine la posición del móvil para $t = 5\text{ s}$.



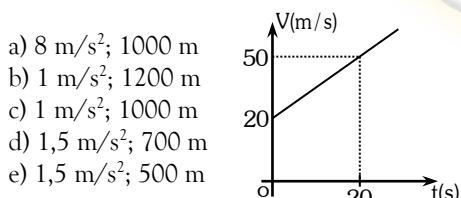
5. La gráfica corresponde a la posición de un automóvil en función del tiempo ¿Qué velocidad tiene el automóvil al regresar a la posición inicial?



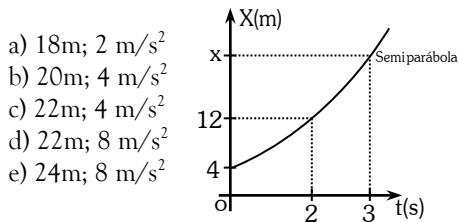
6. Si la velocidad inicial del móvil es 10 m/s . ¿Qué velocidad posee al cabo de 5 s ?



7. De la gráfica hallar la aceleración y el espacio recorrido durante los 20 s de movimiento.

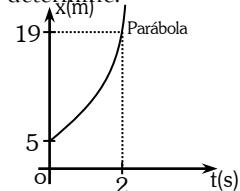


8. De la gráfica hallar "x" y la aceleración del móvil.



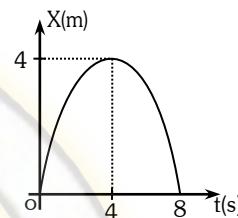
9. Una partícula se mueve a lo largo del eje "x" y su posición varía con el tiempo de acuerdo a la gráfica que se adjunta si en $t = 0$, $V_0 = 5\text{ m/s}$. determine:

- I. Su aceleración
II. Su posición en $t = 4\text{ s}$
a) 2 m/s^2 ; 41m
b) 3 m/s^2 ; 41m
c) 2 m/s^2 ; 27m
d) 2 m/s^2 ; 15m
e) 4 m/s^2 ; 15m



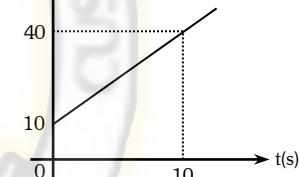
10. El gráfico " x^2 " en función del tiempo indica el MRUV de una partícula. Hallar su velocidad en el instante $t = 3\text{ s}$

- a) $2,5\text{ m/s}$
b) 1 m/s
c) $3,5\text{ m/s}$
d) $1,5\text{ m/s}$
e) $0,5\text{ m/s}$



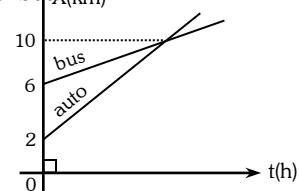
11. La gráfica $x - t$ representa el MRU de una partícula. Halle la velocidad del móvil,

- a) 5 m/s
b) 4 m/s
c) 3 m/s
d) 2 m/s
e) 6 m/s



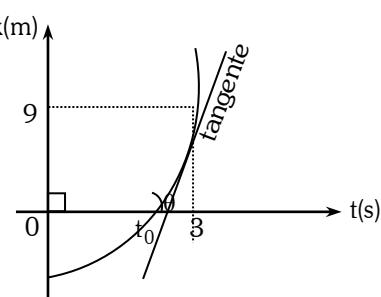
12. En la dependencia $x - t$ la velocidad del auto es de 10 km/h . Halle la velocidad del bus

- a) 7 km/h
b) 6 km/h
c) 5 km/h
d) 4 km/h
e) 3 km/h



13. Una partícula inicia su movimiento desde el reposo y mantiene una aceleración constante según la siguiente gráfica $x - y$. Halle t_0 .

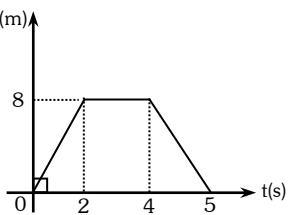
- a) 1 s
b) 1,2 s
c) 2 s
d) 1,5 s
e) 5 s





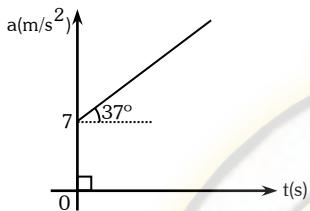
14. En la dependencia $x - t$ halle la velocidad media para el intervalo $[1 \text{ s}; 4 \text{ s}]$.

- a) $1,5 \text{ m/s}$
- b) $5,1 \text{ m/s}$
- c) $1,3 \text{ m/s}$
- d) $2,1 \text{ m/s}$
- e) 2 m/s



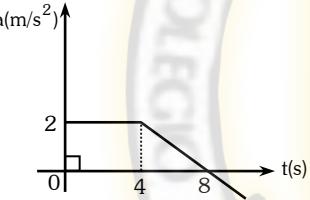
15. En un movimiento rectilíneo se observa, de acuerdo a la gráfica $a - t$, que la velocidad del móvil es 2 m/s a los 4 s . ¿Qué velocidad tendrá el móvil a los 8 s ?

- a) 25 m/s
- b) 36 m/s
- c) 48 m/s
- d) 52 m/s
- e) 60 m/s



16. Halle la velocidad del móvil al cabo de 10 s , si en la partida ($t = 0$) el móvil inicia del reposo.

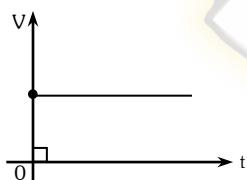
- a) 20 m/s
- b) 15 m/s
- c) 13 m/s
- d) 9 m/s
- e) 11 m/s



17. De la siguiente gráfica podemos deducir que:

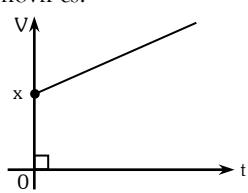
- I. La velocidad del móvil es constante.
- II. El móvil no acelera.
- III. El móvil está en reposo.

- a) I y II
- b) II y III
- c) Sólo III
- d) Sólo I
- e) Sólo II



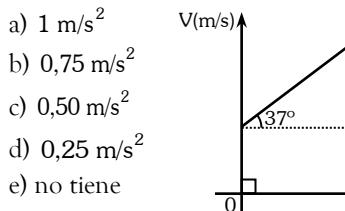
18. En la siguiente gráfica se puede afirmar que la aceleración del móvil es:

- a) cero
- b) positiva
- c) negativa
- d) igual a x
- e) no existe



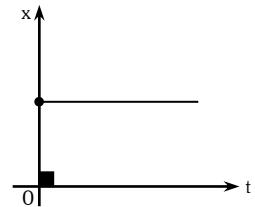
19. Deduzca la aceleración del móvil en la siguiente gráfica $V - t$.

- a) 1 m/s^2
- b) $0,75 \text{ m/s}^2$
- c) $0,50 \text{ m/s}^2$
- d) $0,25 \text{ m/s}^2$
- e) no tiene



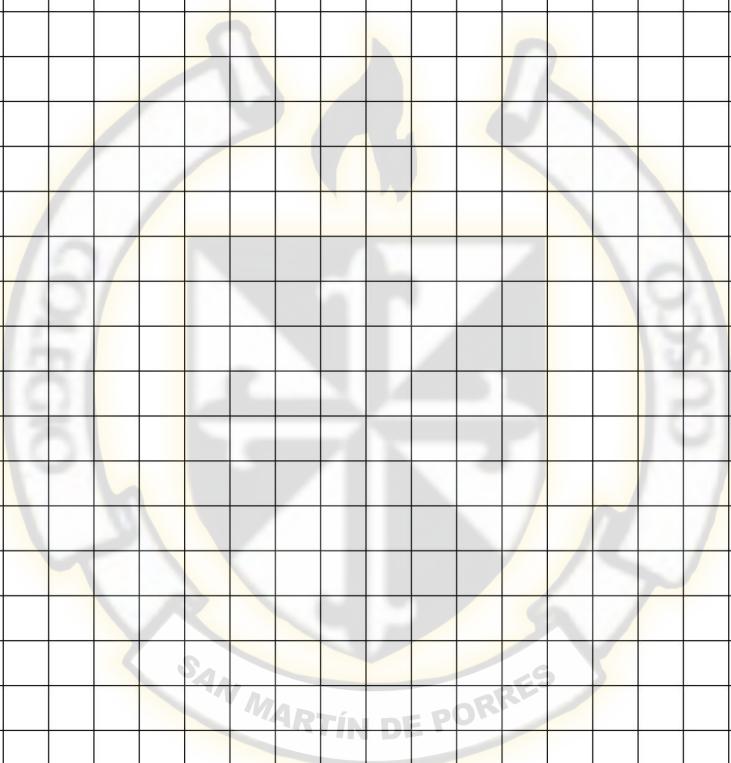
20. La siguiente gráfica $x - t$ indica que el móvil.

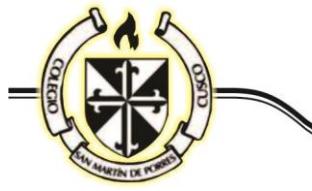
- a) acelera
- b) su velocidad es constante
- c) está en reposo
- d) va hacia la derecha
- e) va hacia la izquierda





Hoja de Práctica





CAPÍTULO

5

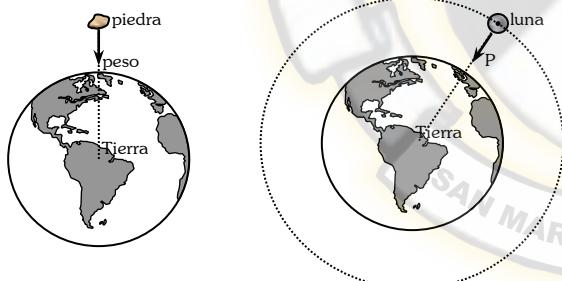
Física
CINEMÁTICA II

MOVIMIENTO VERTICAL

Atracción terrestre

Experimentalmente es fácil comprobar que si soltamos una piedra ésta siempre caerá hasta estrellarse contra la superficie de la Tierra. La atracción gravitacional hace que la piedra caiga una vez que la hemos soltado. Todas las masas que están cerca a la superficie de la Tierra son atraídas hacia su centro mediante una fuerza llamada peso.

“El movimiento en el cual actúa solamente el peso del cuerpo (atracción terrestre) se denomina caída libre”.



P : Peso de la Luna o atracción terrestre

La caída libre de la Luna se prolonga indefinidamente hacia la Tierra debido a su trayectoria circular.

¿CUÁNDΟ UN CUERPO ESTΑ EN CAÍDA LIBRE?

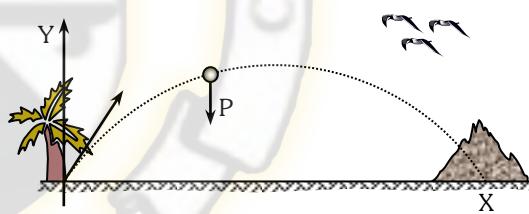
Se dice que un cuerpo está en caída libre cuando al moverse sólo se ve afectado de su propio peso. Esto ocurrirá únicamente en el vacío.

Si soltamos un cuerpo cerca de la superficie terrestre, éste caerá libremente, describiendo una trayectoria recta y vertical; si lanzamos oblicuamente un cuerpo, éste se encontrará en caída libre, pero describiendo una

trayectoria parabólica. Y si lanzamos un satélite al espacio vacío y alrededor de la Tierra, diremos que también está en caída libre, pero describiendo una trayectoria circunferencial.

Ejemplo

Al disparar una bala de cañón, ésta sigue una trayectoria parabólica, despreciando la fricción del aire, la única fuerza sobre la bala durante el vuelo será su peso o sea la atracción terrestre. Luego el movimiento parabólico de una bala es también de caída libre.



La bala sigue un movimiento parabólico de caída libre
“La caída libre no necesariamente es vertical”

La aceleración de la gravedad (g)

Se denomina así a la aceleración que adquieren los cuerpos a causa de la atracción terrestre. Es sabido por ejemplo que una piedra dejada en libertad cae hacia el centro de la tierra y acelera mientras cae, debido a la atracción terrestre.

GRAVEDAD

Propiedad universal de los cuerpos que se manifiesta mediante dos fuerzas de atracción entre dos cuerpos cualesquier del Universo.

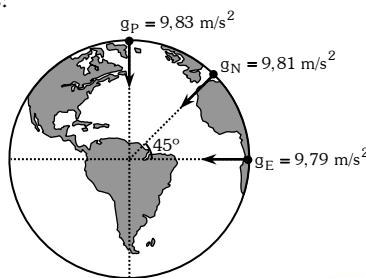
Durante su caída un cuerpo mantiene su aceleración constante ($a = g$) durante toda la trayectoria.

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{S. I.}) \qquad g = 32 \text{ pies/s}^2 \quad (\text{S. Inglés})$$



Para casos prácticos utilizaremos el valor de la gravedad como: 10 m/s^2

La aceleración de la gravedad tiene las siguientes características:



"g" tiene un valor diferente en cada lugar de la Tierra.

En los polos, debido al achatamiento de la Tierra, la aceleración de la gravedad alcanza su mayor valor:

$$g_P = 9,83 \text{ m/s}^2$$

En el Ecuador, a causa del ensanchamiento y rotación de la Tierra; la gravedad alcanza su menor valor:

$$g_E = 9,79 \text{ m/s}^2$$

A latitud 45°N y al nivel del mar se llama aceleración normal de la gravedad y tiene valor de:

$$g_N = 9,81 \text{ m/s}^2$$

En el vacío todos los cuerpos, grandes o pequeños, pesados o ligeros, caen a la tierra con la misma rapidez.

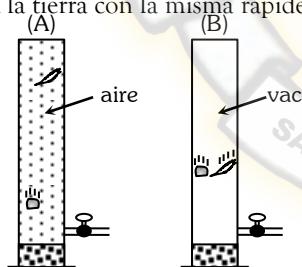


Figura A: La fricción del aire retarda la caída de la pluma
Figura B: En el vacío la piedra y la pluma caen juntas

Los cuerpos caen con la misma aceleración

En la antigüedad se creía que los cuerpos más pesados caían más rápido que los ligeros. En la actualidad se ha demostrado que los pesos de los objetos pueden ser diferentes; pero al caer se observa que lo hacen con la misma aceleración. Galileo Galilei fue el primero en demostrar que todos los objetos caen con la misma aceleración sin importar su masa.

También es conocido que una hoja que cae de un árbol se demora en el aire mucho más tiempo que la fruta que cae con la misma rama. La resistencia del aire retrasa la caída de los cuerpos más ligeros, más que las de los más pesados.

Los cuerpos ligeros tardan más en caer a causa de la resistencia del aire

SEMEJANZA ENTRE EL MRUV Y LA CAÍDA LIBRE VERTICAL (CLV)

Si la altura desde la cual caen los cuerpos es pequeña comparada con el radio terrestre (6400 km) y no consideramos la fricción del aire se aprecia que la aceleración de la gravedad permanece prácticamente constante; entonces:

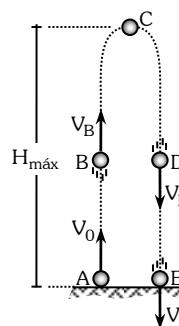
La caída libre vertical para alturas pequeñas
Viene a ser un MRUV y cumple sus mismas leyes

RESUMEN DE FÓRMULAS:

	Mov. vertical hacia abajo (+g)	Mov. vertical hacia arriba (-g)
1	$V_f = V_0 + gt$	$V_f = V_0 - gt$
2	$V_f^2 = V_0^2 + 2gh$	$V_f^2 = V_0^2 - 2gh$
3	$h = V_0 t + \frac{1}{2}gt^2$	$d = V_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
4	$h_n = V_0 + \frac{1}{2}a(2n-1)$	$d_n = V_0 + \frac{1}{2}g(2n-1)$

TIRO VERTICAL

Es el movimiento efectuado por un proyectil que es lanzado hacia arriba en contra de la gravedad. Si experimentamos lanzando una piedra hacia arriba notaremos que ésta llega a un punto donde su velocidad se anula y luego vuelve a caer. Esto lo explicamos mediante el siguiente esquema:



Se cumple que :

$$\begin{aligned}t_{\text{subida}} &= t_{\text{bajada}} \\V_1 &= V_5 \\V_2 &= V_4 \\V_3 &= 0 \\V &= \text{rapidez}\end{aligned}$$



Este movimiento tiene las siguientes características:

- La velocidad en el punto "C" (punto de altura máxima) es cero
- La rapidez de subida y la rapidez de bajada a un mismo nivel son iguales:

$$V_B = V_D$$

- El tiempo que demora el proyectil en llegar al punto "C" es el mismo que demora en caer de "C" a "E".

$$T_{\max} = \frac{V_0}{g}$$

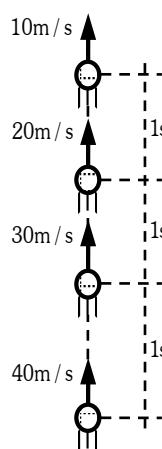
- La altura máxima está dada por la expresión:

$$H_{\max} = \frac{V_0^2}{2g}$$

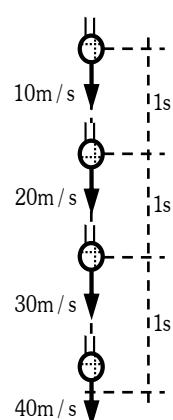
CARACTERÍSTICAS

- Si el movimiento es de subida, la velocidad inicial nunca es cero.
- Cuando el objeto alcanza su altura máxima, su velocidad en este punto es cero.
- Mientras el objeto se encuentra de subida, el signo de aceleración es negativo; la velocidad es cero en su altura máxima y cuando comienza su descenso el signo de la aceleración es positivo.
- Un objeto tarda el mismo tiempo en subir que en bajar al mismo punto de lanzamiento, ejemplo: si el objeto tarda 2 s en alcanzar su altura máxima tardará otros 2 s en regresar en la posición original, por lo tanto el tiempo que permaneció en el aire son 4 s.
- Para la misma posición de lanzamiento, la velocidad de subida es igual al de bajada, ojo solamente en módulo más no en sentido.

Subida (desacelera)



Bajada (acelera)



Ejemplo ilustrativo 01

Se dispara un cuerpo verticalmente hacia arriba a razón de 100 m/s. Calcular la altura que alcanza. (Utilice: $g = 10 \text{ m/s}^2$).

Solución:

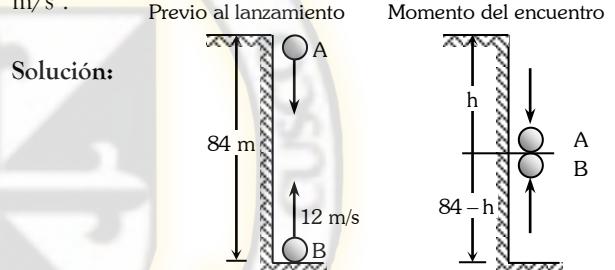
Reemplazando en la relación:

$$H_{\max} = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$H_{\max} = \frac{100^2}{2(10)} = \frac{10^4}{20} \Rightarrow H_{\max} = 500 \text{ m} \quad \text{Rpta.}$$

Ejemplo ilustrativo 02

En el mismo instante que un cuerpo es dejado caer desde la altura de 84 m, una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 12 m/s. Calcular el tiempo que demoran en encontrarse. Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Solución:

$$\text{Para el cuerpo A: } h = \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow h = 5t^2 \dots (1)$$

$$\text{Para el cuerpo B: } 84 - h = 12t - \frac{1}{2}(10)t^2$$

$$84 - h = 12t - 5t^2 \dots (2)$$

Sumando (1) y (2):

$$84 = 12t \Rightarrow t = 7 \text{ s} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Señalar verdadero (V) o falso (F) según como corresponda:

() Todo cuerpo en caída libre tiene movimiento uniforme.

() Solo existe gravedad en la Tierra.

() La aceleración de caída libre depende del tamaño de los cuerpos.

- | | | |
|--------|--------|--------|
| a) VFV | b) FFV | c) FFF |
| d) VVV | e) VFF | |



5to Secundaria

Solución:

- ✓ Todo cuerpo en caída libre tiene un movimiento uniforme (F). La caída libre es un movimiento acelerado.
- ✓ Sólo existe gravedad en la Tierra (F). La gravedad es una propiedad que se manifiesta gracias a la fuerza de atracción gravitatoria, la cual depende de la masa de los cuerpos.
- ✓ La aceleración de caída libre depende del tamaño de los cuerpos (F). No depende ni la forma, tamaño o peso de los cuerpos.
- ✓ Rpta.: FFF

2. Con relación a la aceleración de caída libre de los cuerpos en la superficie de la Tierra, no es cierto que:
- Depende del peso de los cuerpos.
 - Es independiente de su volumen.
 - Es la misma a toda altura.
 - Es mayor en la Tierra que en la Luna.
 - Se considera constante en la superficie de la Tierra.

- a) E y A b) Todas c) Ninguna
d) B y D e) A, C y E

Solución:

- ✓ Depende del peso de los cuerpos (F). La aceleración no depende de la forma, tamaño o peso de los cuerpos.
- ✓ Es independiente de su volumen (V).
- ✓ Es la misma a toda altura (F). La aceleración de la gravedad, disminuye con la altura.
- ✓ Es mayor en la Tierra que en la Luna (V).
- ✓ Se considera constante en la superficie de la Tierra (F). No pues ésta cambia no sólo con la altura, sino también con la latitud.

3. Si lanzamos una moneda al aire y verticalmente hacia arriba:

- () El tiempo de subida es igual al tiempo de bajada.
() En la parte más alta de su trayectoria la velocidad es nula.
() La velocidad de retorno es igual a la velocidad de lanzamiento.

Indicar verdadero (V) o falso (F):

- a) FVV b) FFV c) VFF
d) VVF e) VVV

Solución:

Todas son verdaderas. Rpta.: VVV

4. Un cuerpo que cae libremente, pasa junto al punto "A" con rapidez "V". ¿Con qué rapidez pasará junto al punto "B", si este se ubica a una distancia "h" debajo de "A"?

- a) $\sqrt{v^2 + 2gh}$ b) $\sqrt{v^2 - 2gh}$
c) $\sqrt{2v^2 - gh}$ d) $\sqrt{v^2 + gh}$
e) $\sqrt{v^2 - gh}$

Solución:

- ✓ De acuerdo a nuestros datos:

$$\begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_f = V + gt \\ t = \frac{V_f - V}{g} \dots (1) \end{cases} \quad \begin{cases} h = V_m \cdot t \\ h = \left(\frac{V_i + V_f}{2} \right) t \dots (2) \end{cases}$$

$$h = \left(\frac{V_i + V_f}{2} \right) \left(\frac{V_f - V}{g} \right) \rightarrow$$

Reemplazando (1) en (2):

$$V_f^2 - V^2 = 2gh \rightarrow V_f = \sqrt{V^2 - 2gh} \dots$$

¿Reconoces esta fórmula?

- ✓ Rpta.: $\sqrt{V^2 - 2gh}$

5. Desde un helicóptero que está descendiendo a una velocidad uniforme de 3m/s, se deja caer una pelota verticalmente. Calcular la velocidad de la pelota en m/s al final del primer segundo. No considere la resistencia del aire. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 3m/s b) 6,8m/s c) 12,8m/s
d) 16,6m/s e) 22,6m/s

Solución:

- ✓ Ya que la pelota es dejada caer desde un cuerpo que está en movimiento, por inercia, la velocidad inicial de la pelota no es CERO, sino la misma que la del móvil.

- ✓ Entonces:

$$\begin{cases} V_i = 3 \text{ m/s} \\ t = 1 \text{ s} \\ g = 9,8 \text{ m/s}^2 \\ V_f = ? \end{cases} \quad \begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_f = 3 + 9,8(1) \\ V_f = 12,8 \text{ m/s} \end{cases} \rightarrow$$

- ✓ Rpta.: 12,8m/s

6. Desde un edificio muy alto, un niño suelta un coco; 3s después suelta el siguiente coco, ¿cuál será la separación entre los cocos, 3s más tarde?

- a) 100m b) 120m c) 130m
d) 135m e) 140m



Solución:

✓ De acuerdo a nuestro diagrama cuando el segundo coco es soltado en "A" el primero se encontrará en "B", y 3 segundos después el primer coco estará en el punto "C" y el segundo estará en "B", de modo que lo que nos piden es la distancia de B hasta C.

✓ Entonces determinamos las distancias AB y AC y luego las restamos:

✓ Desde A hasta B:

$$\begin{cases} V_i = 0 \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ t = 3 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_f = 0 + 10(3) \\ V_f = 30 \text{ m/s} \end{cases} \quad \begin{cases} h = V_m \cdot t \\ h = \left(\frac{0+30}{2}\right)3 \\ h = 45 \text{ m} \end{cases}$$

✓ Desde A hasta C:

$$\begin{cases} V_i = 0 \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ t = 6 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_f = 0 + 10(6) \\ V_f = 60 \text{ m/s} \end{cases} \quad \begin{cases} h = V_m \cdot t \\ h = \left(\frac{0+60}{2}\right)6 \\ h = 180 \text{ m} \end{cases}$$

✓ Entonces: $180 \text{ m} - 45 \text{ m} = 135 \text{ m}$.

✓ Rpta.: 135m

7. Se suelta un objeto desde una altura de 250m. Determine a qué altura del piso se encuentra luego de 6s de ser soltada. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 40m b) 60m c) 70m
d) 80m e) 90m

Solución:

✓ De acuerdo a los datos:

$$\begin{cases} V_i = 0 \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ t = 6 \text{ s} \end{cases} \quad \begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_f = 0 + 10(6) \\ V_f = 60 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\checkmark h = V_m \cdot t \rightarrow h = \left(\frac{0+60}{2}\right)6 \rightarrow h = 180 \text{ m}$$

✓ Entonces vemos que descendió 180m, por lo tanto; $250 \text{ m} - 180 \text{ m} = 70 \text{ m}$

✓ Rpta.: 70m

8. Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba. Determíñese la velocidad de disparo, si luego de ascender 25m su velocidad es de 20m/s.

- ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
a) 10m/s b) 20m/s c) 30m/s
d) 35m/s e) 40m/s

Solución:

✓ De acuerdo a los datos:

$$\begin{cases} V_i = ? \\ h = 25 \text{ m} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ V_f = 20 \text{ m/s} \end{cases} \quad \begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ 20 = V_i - 10t \\ V_i = 20 + 10t \dots (1) \end{cases}$$

✓ Además:

$$h = V_m \cdot t \rightarrow 25 = \left(\frac{20 + 10t + 20}{2}\right)t \rightarrow t^2 + 4t - 5 = 0;$$

resolviendo la ecuación tenemos que: $t_1 = 1$ y $t_2 = -5$, obviamente usamos el valor positivo.

- ✓ Reemplazamos en (1): $V_i = 30 \text{ m/s}$
✓ Rpta.. 30m/s

9. ¿Desde qué altura se debe soltar una canica para que en el último segundo de su caída libre recorra 25m?

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- a) 45m b) 25m c) 40m
d) 20m e) 30m

Solución:

✓ De acuerdo a los datos:

✓ Primero trabajemos de B hasta C:

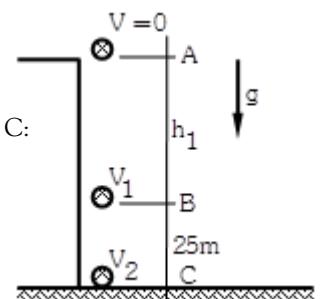
$$\begin{cases} V_1 = v \\ t = 1 \text{ s} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ h = 25 \text{ m} \end{cases} \quad \begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_2 = v + 10 \cdot 1 \\ V_2 = v + 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = V_m \cdot t \\ 25 = \left(\frac{v+10+v}{2}\right) \end{cases}$$

Además: $v = 20$

✓ Luego desde A hasta B:

$$\begin{cases} V_i = 0 \\ V_f = v = 20 \text{ m/s} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ h = ? \end{cases} \quad \begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ 20 = 0 + 10t \\ t = 2 \text{ s} \end{cases}$$





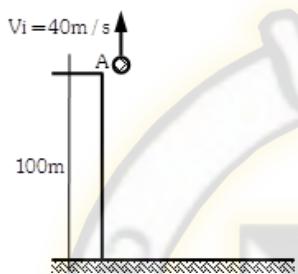
$$\begin{cases} h = V_m t \\ h_1 = \left(\frac{0+20}{2}\right) 2 \\ h_1 = 20m \end{cases}$$

Además:

- ✓ Entonces la altura desde la que soltó será; $20m + 25m = 45m$
- ✓ Rpta.: 45m

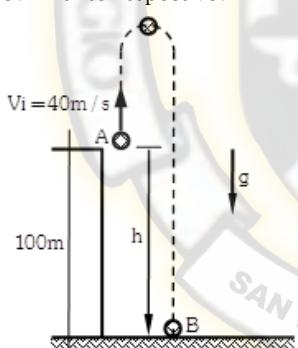
10. Desde lo alto de un edificio se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 40m/s, ¿qué tiempo permanece la piedra en el aire y con qué rapidez llega al piso?

- a) 5s; 30m/s
 b) 10s; 60m/s
 c) 15s; 30m/s
 d) 20s; 30m/s
 e) 25s; 40m/s



Solución:

- ✓ Graficamos el movimiento respectivo:



✓ Este tipo de problemas también se puede trabajar vectorialmente para evitar muchos procedimientos, simplemente a las magnitudes vectoriales las asociamos con los vectores unitarios o si no se le asocian signos.

✓ Tomemos datos, desde A hasta B:

$$\begin{cases} V_i = +40 \text{ m/s} \\ g = -10 \text{ m/s}^2 \\ h = -100 \text{ m} \\ V_f = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_f = V_i \pm gt \\ V_f = 40 - 10t \dots (1) \end{cases} \quad \begin{cases} h = V_m t \\ -100 = \left(\frac{40+40-10t}{2}\right)t \\ t^2 - 8t - 20 = 0 \end{cases}$$

- ✓ Resolviendo la ecuación de 2º grado tenemos que: $t_1 = 10$ y $t_2 = -2$; tomamos el valor positivo; entonces reemplazando en (1): $V_f = 40 - 10(10) \rightarrow V_f = -60 \text{ m/s}$; el signo menos nos indica que apunta hacia abajo.
- ✓ Rpta.: 10s; 60m/s

11. Una partícula, en caída libre vertical, aumenta su velocidad en 20 m/s, en 4s, a la vez que recorre 80 m. Hallar la aceleración de la gravedad en este lugar y su velocidad inicial.

- a) 7 m/s^2 b) 5 m/s^2 c) 3 m/s^2
 d) 9 m/s^2 e) 2 m/s^2

Solución:

Datos: $V_0 = V$ $h = 80 \text{ m}$
 $V_f = V + 20 \text{ m/s}$ $t = 4 \text{ s}$

Usamos fórmula de espacio - velocidad media

$$80 = \frac{V + (V + 20)}{2} \cdot 4$$

$$V = 10 \text{ m/s} \quad (\text{Velocidad inicial})$$

Hallamos "g" usando la fórmula:

$$V_f = V_0 + gt$$

$$10 + 20 = 10 + g(4)$$

$$g = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{Rpta.}$$

12. ¿Qué altura descenderá una piedra, en 1 s en las cercanías de la superficie de la tierra, si el segundo anterior, la piedra descendió 10,2 m?

- a) 10 m b) 20 m c) 30 m
 d) 40 m e) 50 m

Solución:

En el diagrama, desde el segundo anterior, debemos hallar: $H - h = x$

Tramo AB

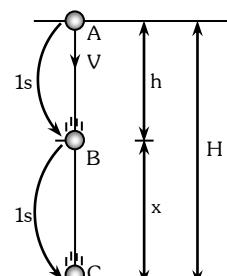
$$h = V(1) + \frac{1}{2} g(1)^2$$

$$h = V + \frac{g}{2}$$

$$V = h - \frac{g}{2} \dots (1)$$

Tramo AC

$$H = V(2) + \frac{1}{2} g(2)^2$$





$$V = \frac{H}{2} - g \quad \dots(2)$$

$$\text{Igualando (1) y (2): } h - \frac{g}{2} = \frac{H}{2} - g$$

$$\text{De donde } H = 2h + g$$

$$\text{Cálculo de } x \quad x = H \cdot h$$

$$x = (2h + g) - h$$

$$x = h + g$$

$$\text{Reemplazando... } x = 10,2 + 9,8$$

$$x = \boxed{20 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$

13. ¿Desde qué altura se debe soltar un cuerpo para que recorra la mitad de dicha altura en el último segundo de su caída?

- a) 50,3 m b) 52,3 m c) 54,3 m
d) 56,3 m e) 58,3 m

Solución:

Tramo AB

$$\frac{H}{2} = 0(t) + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{H}{g}} \quad \dots(1)$$

Tramo AC

$$H = 0(t+1) + \frac{1}{2}g(t+1)^2$$

$$\sqrt{2}\sqrt{\frac{H}{g}} = t+1 \quad \dots(2)$$

Reemplazando (1) en (2)

$$\sqrt{2}\sqrt{\frac{H}{g}} = \sqrt{\frac{H}{g}} + 1$$

$$\frac{\sqrt{H}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{g}} = 1$$

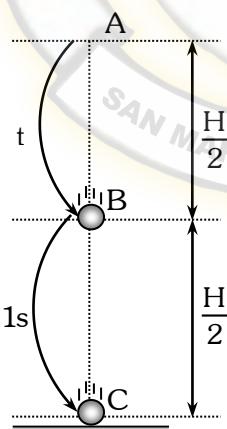
$$\sqrt{H} = \frac{\sqrt{g}}{(\sqrt{2}-1)}$$

Racionalizando:

$$\sqrt{H} = \sqrt{g}(\sqrt{2}+1)$$

$$H = 10(\sqrt{2}+1)^2$$

$$H = \boxed{58,3 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$



14. Se deja caer un objeto desde la azotea de un edificio, cuando pasa junto a una ventana de 2,2 m de altura se observa que el objeto invierte 0,2 segundos en recorrer la altura de la ventana. ¿Qué distancia existe entre la cima del edificio y la parte superior de la ventana? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 5 m b) 7 m c) 9 m
d) 11 m e) 13 m

Solución:

Este problema se resolverá utilizando dos tramos de recorrido:

Tramo AB

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \dots(1)$$

Tramo AC

Definimos la altura total:

$$(h + 2,2) = \frac{1}{2}g(t+0,2)^2$$

Utilizando la igualdad (1) se Puede simplificar:

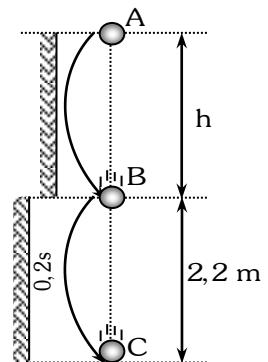
$$h + 2,2 = \frac{1}{2}gt^2 + 0,2gt + 0,02g$$

Luego: $2,2 = 0,2gt + 0,02g$

$$2,2 = 0,2(10)t + 0,02(10)$$

$$t = 1 \text{ s}$$

$$\text{Reemplazando en (1): } h = \boxed{5 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$



15. Desde el suelo un proyectil se lanza verticalmente hacia arriba, halle esta velocidad de lanzamiento tal que entre los instantes $t = 4 \text{ s}$ y $t = 10 \text{ s}$, no haya desplazamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 60 m/s b) 50 m/s
c) 40 m/s d) 70 m/s
e) 30 m/s

Solución:

En un movimiento vertical no hay desplazamiento cuando para los instantes dados el proyectil está en la misma posición (igual altura). En el mismo nivel, los módulos de velocidad son iguales $V_B = V_D = V$.

Tramo CD ($t = 3 \text{ s}$)

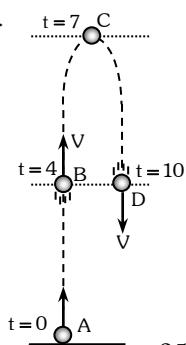
$$V_f = V_0 + gt$$

$$V_D = V_C + gt$$

$$V_D = 0 + 10(3)$$

$$V_D = 30 \text{ m/s}$$

$$\text{Pero: } V_D = V_B$$



5to Secundaria



Luego: $V_B = 30 \text{ m/s}$

Tramo AB ($t = 4\text{s}$)

$$V_f = V_0 - gt$$

$$V_B = V_A - gt$$

$$30 = V_A - (10)(4)$$

$$V_A = \boxed{70 \text{ m/s}} \quad \text{Rpta.}$$

16. Desde lo alto de un acantilado de 40 m de altura, se lanza verticalmente hacia abajo una piedra con una velocidad “V”, si la piedra llega al mar con una velocidad cuyo módulo es “3V”. Halle el tiempo necesario para este trayecto.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2).$$

- a) 2 s b) 4 s c) 6 s
d) 8 s e) 10 s

Solución:

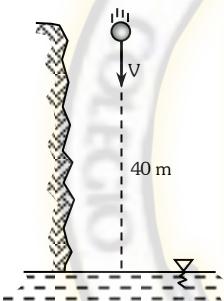
$$V_f = V_0 + gt$$

$$3V = V + gt$$

De donde:

$$t = \frac{2V}{g} \quad \dots(1)$$

$$V_1^2 = V_0^2 + 2gh$$



$$3V = V^2 + 2(10)(40) \Rightarrow V = 10 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{2(10)}{10} \Rightarrow t = \boxed{2 \text{ s}} \quad \text{Rpta.}$$

17. Desde la cima de un acantilado de 105 m de altura se lanza verticalmente hacia abajo una piedra con una velocidad de 20 m/s, hallar el tiempo para que la piedra llegue al mar. ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 4 s b) 3 s c) 2 s
d) 6 s e) 8 s

Solución:

$$h = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$105 = 20t + \frac{1}{2}(10)t^2$$

Simplificando:

$$t^2 + 4t - 21 = 0$$

$$(t-3)(t+7) = 0$$

$$t = \boxed{3 \text{ s}} \quad \text{Rpta.}$$

18. Con una velocidad de 30 m/s desde la azotea de un edificio de 80 m de alto se lanzó verticalmente hacia arriba una piedra. Hállese el tiempo que empleará la piedra para llegar hasta la base del edificio. ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 4 s b) 3 s c) 2 s
d) 6 s e) 8 s

Solución:

Este tipo de problema, se resuelve por partes empleando el método escalar.

$$V_A = V_C = 30 \text{ m/s}$$

Tramo AB

Fórmula (1)

$$V_f = V_0 - gt$$

$$V_B = V_A - gt_{AB}$$

$$0 = 30 - 10t_{AB}$$

$$\boxed{t_{AB} = 3 \text{ s}}$$

Tramo CD

Fórmula (3)

$$h = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$CD = V_0 t_{CD} + \frac{1}{2} g t_{CD}^2$$

Reemplazando datos:

$$80 = 30t_{CD} + 5t_{CD}^2$$

$$t_{CD}^2 + 6t_{CD} - 16 = 0$$

$$(t_{CD} - 2)(t_{CD} + 8) = 0$$

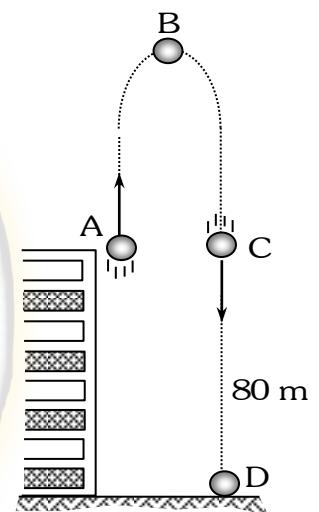
$$\boxed{t_{CD} = 2 \text{ s}}$$

Cálculo del tiempo total:

$$t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD}$$

$$t = 3 + 3 + 2$$

$$\boxed{t = 8 \text{ s}} \quad \text{Rpta.}$$



19. Un trozo de madera se suelta a 1 m de la superficie libre de un estanque, si el agua del estanque provoca un desaceleración de 4 m/s^2 sobre la madera, ¿qué profundidad máxima alcanza la madera en el estanque? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 2,2 m b) 2,3 m c) 2,4 m
d) 2,5 m e) 2,6 m

Solución:

Para la profundidad máxima, la velocidad en el punto “C” será cero.

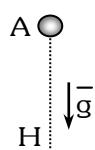


Tramo AB (caída libre)

$$V_f^2 = V_o^2 + 2gH$$

$$V_B^2 = 0^2 + 2gH$$

$$V_B^2 = 2gH \quad \dots (1)$$



$$d) 2\sqrt{gH}$$

$$e) \sqrt{gH}$$

Solución:

Tramo AB:

$$g^* = g \operatorname{sen} \alpha \quad \dots \quad h = \frac{H}{\operatorname{sen} \alpha} = AB$$

$$\text{Fórmula (4)} \quad V_1^2 = V_o^2 + 2g * h$$

$$V_B^2 = 0^2 + 2g * h$$

$$V_B^2 = 0 + 2(g \operatorname{sen} \alpha) \left(\frac{H}{\operatorname{sen} \alpha} \right)$$

$$V_B^2 = 2gH \quad \dots (1)$$

Tramo BC:

$$g^* = g \operatorname{sen} \alpha \quad \dots \quad h' = \frac{H}{2 \operatorname{sen} \alpha} = BC$$

$$\text{Fórmula (4)} \quad V_1^2 = V_o^2 - 2g * h'$$

$$V_C^2 = V_B^2 - 2(g \operatorname{sen} \alpha) \left(\frac{H}{2 \operatorname{sen} \alpha} \right)$$

$$V_C^2 = V_B^2 - gH \quad \dots (2)$$

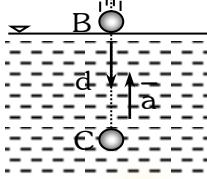
Reemplazando: (1) en (2) ...

$$V_C^2 = 2gH - gH$$

$$V_C = \boxed{\sqrt{gH}} \quad \text{Rpta.}$$

Tramo BC: (MRUV desacel.)

$$\text{Usemos: } V_f^2 = V_o^2 - 2ad$$



$$V_C^2 = V_B^2 - 2ad$$

$$0^2 = V_B^2 - 2(4)d$$

$$V_B^2 = 8d \quad \dots (2)$$

$$\text{Igualando (1) y (2): } 2gH = 8d$$

$$2(10)(1) = 8d \Rightarrow d = \boxed{2,5 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$

20. Determinar la distancia AB, si el objeto es lanzado en "A" con una rapidez de 20 m/s, paralelamente al plano inclinado liso y llega al punto "B" en 6 s. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 210 m
b) 220 m
c) 230 m
d) 240 m
e) 250 m

Solución:

Hallamos la intensidad del campo:

$$g^* = g \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$g^* = 10 \left(\frac{1}{2} \right) \Rightarrow g^* = 5 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de la distancia AB:

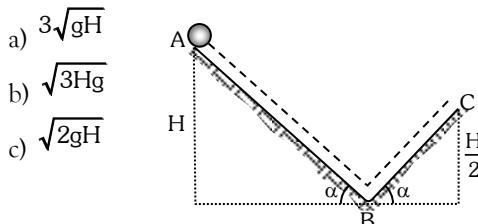
$$h = V_0 t + \frac{1}{2} g^* t^2$$

$$AB = V_0 t + \frac{1}{2} g^* t^2$$

$$AB = 20(6) + \frac{1}{2}(5)(6)^2$$

$$AB = \boxed{210 \text{ m}} \quad \text{Rpta.}$$

21. El diagrama muestra la juntura, en curvatura suave, de dos planos inclinados lisos, si la esfera se suelta en "A". ¿Con qué velocidad la esfera se desprende del plano ascendente?



- a) $3\sqrt{gH}$
b) $\sqrt{3gH}$
c) $\sqrt{2gH}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Si lanzamos un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 40m/s. Qué velocidad tendrá al cabo de: 2s; 4s; y 6s. $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 20m/s; 40m/s; 60m/s

- b) 20m/s; 0m/s; 60m/s

- c) 20m/s; 0m/s; 20m/s

- d) 20m/s; 0m/s; 40m/s

- e) 20m/s; 0m/s; 50m/s

2. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 90m/s. Determinar su velocidad luego de: 10s; 9s y 12s. $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 0m/s; 10m/s; 120m/s

- b) 10m/s; 0m/s; 20m/s

- c) 0m/s; 10m/s; 10m/s

- d) 80m/s; 0m/s; 30m/s

- e) 10m/s; 0m/s; 30m/s



5to Secundaria

3. Una piedra es dejada caer en un lugar donde la gravedad es de 32 pies/s^2 . ¿Qué velocidad tiene después de 3s?
a) 48pies/s b) 96 c) 48
d) 64 e) 32
4. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30m/s. A qué distancia se encontrará la pelota respecto del punto de lanzamiento luego de: 2s; 4s; 5s; 8s y 9s. $g=10\text{m/s}^2$.
a) 40m; 40m; 25m; 80m; 135m
b) 20m; 20m; 30m; 70m; 125m
c) 40m; 40m; 45m; 50m; 125m
d) 20m; 40m; 55m; 70m; 155m
e) 40m; 40m; 35m; 60m; 145m
5. Se lanzó un cuerpo verticalmente hacia arriba de modo que luego de 6s su velocidad era de 0m/s, ¿Cuál fue su velocidad inicial?. $g=10\text{m/s}^2$.
a) 50m/s b) 60m/s c) 55m/s
d) 75m/s e) 49m/s
6. Una piedra se encuentra a 80m del piso, y se deja caer libremente. ¿Qué velocidad poseerá un instante antes del impacto?. $g=10\text{m/s}^2$.
a) 10m/s b) 20m/s c) 30m/s
d) 40m/s e) 50m/s
7. Un móvil se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad de 60m/s. ¿Cuánto tiempo dura el vuelo, y qué altura máxima alcanzó?. $g=10\text{m/s}^2$.
a) 12s y 180m b) 15s y 125m
c) 5s y 125m d) 15s y 200m
e) 10s y 120m
8. Un móvil se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad de 80m/s. ¿Cuánto tiempo dura el vuelo, y qué altura máxima alcanzó?. $g=10\text{m/s}^2$.
a) 18s y 300m b) 16s y 160m
c) 8s y 320m d) 16s y 180m
e) 16s y 320m
9. En un lugar donde $g = 9,8\text{m / s}^2$ se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 98m/s. Calcular la altura máxima que alcanza y el tiempo que estuvo en el aire.
- a) 980m y 40s b) 490m y 10s
c) 980m y 20s d) 49m y 2s
e) 490m y 20s
10. Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 40m/s, y a 120m verticalmente sobre él se deja caer simultáneamente otro cuerpo, ¿Calcular después de qué tiempo chocarán?
a) 2s b) 3s c) 1s
d) 5s e) 1,5s
11. Desde qué altura se debe dejar caer un cuerpo, si un segundo antes de llegar al suelo posee una velocidad de 50m/s. $(g=10\text{m/s}^2)$.
a) 180m b) 150m c) 240m
d) 200m e) 350m
12. Desde cierta altura “h” se lanza verticalmente hacia abajo un cuerpo con una rapidez de 20m/s. Hallar “h” sabiendo que un segundo antes de llegar al suelo el cuerpo posee una rapidez de 60m/s. $(g=10\text{m/s}^2)$.
a) 200m b) 225m c) 245m
d) 250m e) 300m
13. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una rapidez de 50m/s. ¿Al cabo de cuántos segundos el cuerpo tendrá una velocidad de 40m/s hacia abajo?. $(g=10\text{m/s}^2)$.
a) 7s b) 1s c) 2s
d) 8s e) 9s
14. Desde cierta altura se deja caer un cuerpo, ¿qué altura ha recorrido en el quinto segundo de su caída?. $(g=10\text{m/s}^2)$.
a) 50m b) 45m c) 80m
d) 152m e) 60m
15. Desde qué altura se debe dejar caer un cuerpo si en los dos últimos segundos de su caída recorre 120metros. $(g=10\text{m/s}^2)$.
a) 240m b) 245m c) 200m
d) 285m e) 260m



16. Se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba. ¿Con qué rapidez se lanzó si su posición a los 3s y 12s es tal que el cuerpo se encuentra a la misma altura respecto al nivel del lanzamiento? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 70m/s b) 78m/s c) 80m/s
d) 90m/s e) 75m/s

17. Una piedra es lanzada desde el suelo verticalmente hacia arriba. Si demora 0,2 segundos en pasar por una ventana de 1,8 metros de altura. ¿Con qué velocidad fue lanzada la piedra, si el borde inferior de la ventana está a 40m del suelo? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 20m/s b) 30m/s c) 40m/s
d) 25m/s e) 45m/s

18. Un observador que mira a través de una rendija muy angosta ve pasar un cuerpo verticalmente hacia arriba, y 8 segundos después lo ve pasar hacia abajo. Si dicho cuerpo fue impulsado desde el piso con una velocidad de 60m/s. ¿A qué altura del piso se encuentran los ojos del observador? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 50m b) 70m c) 80m
d) 100m e) 120m

19. Un hombre lanza una pelota verticalmente hacia arriba. Dos segundos más tarde lanza una segunda pelota, y con la misma velocidad inicial que la primera, y observa que las pelotas chocan 0,4 segundos después que la segunda pelota fue lanzada. ¿Cuál es la velocidad inicial de ambas pelotas? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10m/s b) 12m/s c) 14m/s
d) 16m/s e) 20m/s

20. Dos cuerpos se encuentran en una misma vertical en la Luna. En determinado instante están separados por una distancia de 100 metros, y tienen velocidades iniciales opuestas de 10m/s. ¿Al cabo de cuánto tiempo se encontrarán? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10s b) 5s c) 4s d) 2s
e) Falta conocer la gravedad de la Luna

21. Una piedra es soltada en un lugar cerca a la superficie terrestre. Si en el último segundo de su caída recorre 25 metros. ¿Cuál es la altura desde la cual fue soltada? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 40m b) 45m c) 50m
d) 65m e) 80m

22. En el problema anterior, determinar cuál fue el tiempo que la piedra estuvo en el aire.

- a) 1s b) 2s c) 3s
d) 4s e) 5s

23. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones

- I. La velocidad y la aceleración tienen igual dirección
II. Si una partícula experimenta aceleración, entonces su velocidad es siempre no nula
III. Si la velocidad es constante entonces la trayectoria es rectilínea
IV. Si la trayectoria es curvilínea necesariamente existe aceleración
a) FVVV b) VFVF c) VVVV
d) FFVV e) FVFV

24. Con respecto a las proposiciones, afirmamos:

- I. La velocidad media en un movimiento completo de caída libre es cero.
II. En movimiento acelerado la velocidad puede ser cero.
III. Duplicando la aceleración de la gravedad, la altura máxima alcanzada disminuye hasta la mitad.
a) FVF b) FVV c) VFV
d) VFF e) VVV

25. Desde una altura de 60 m se lanza verticalmente hacia arriba un proyectil con velocidad "V" llegando a la tierra con velocidad "2V". Halle el tiempo de vuelo en s. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

26. Desde el suelo se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba; halle esta velocidad tal que entre los instantes $t = 4 \text{ s}$ y $t = 7 \text{ s}$ no haya desplazamiento ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- a) 60 m/s b) 55 m/s c) 60 m/s
d) 65 m/s e) 70 m/s

27. Un cuerpo es abandonado desde una altura de 4,9 m cayendo a 16 m de la base de un poste, si Andrecito situado en el extremo superior del poste escucha el impacto después de 18/17 segundos de haber sido soltada la piedra. Calcular la longitud de dicho poste. (considerar $V_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 11 m b) 12 m c) 13 m
d) 14 m e) 15 m



5to Secundaria

28. De la llave de un caño malogrado que está a 7,2 m de altura cae una gota de agua cada 0,1s cuando está por caer la 3ra gota se termina de malograr el caño y sale un chorro grande de agua. ¿Cuál deberá de ser la velocidad con la que sale el chorro para que alcance a la 1ra gota en el preciso instante en que esta choca con el piso? .

- a) 4 m/s
- b) 3,4
- c) 3,0
- d) 2,8
- e) 2,2

29. Un suicida se deja caer desde la azotea de un edificio de 180 m de altura. A 36 m de distancia del posible punto de impacto sobre el pavimento, se encuentra un grupo de bomberos con una red de salvamento. ¿Qué aceleración constante (en m/s^2) deben tener los bomberos para salvar al suicida, si inicialmente estaban parados? ($g = 10 m/s^2$) .

- a) 10
- b) 5
- c) 3
- d) 1
- e) 2

30. Una pelota que se deja caer desde la cornisa de un edificio tarda 0,25s en pasar delante de una ventana de 4m de altura. ¿A qué distancia (en m) por debajo de la cornisa se encuentra la parte superior de la ventana? ($g = 10 m/s^2$) .

- a) 10,88
- b) 5,78
- c) 7,20
- d) 4,36
- e) 3,72

31. Un cuerpo cae libremente desde el reposo. La mitad de la caída lo realiza en el último segundo. El tiempo total, en segundos, de la caída es aproximadamente:

- a) 3,4
- b) 1,2
- c) 4,0
- d) 2,0
- e) 3,0

32. Una pelota cae verticalmente al piso y rebota de él. La velocidad justo antes del choque es "V" y justo después del choque es "0,9V" si la pelota se deja caer desde un metro de altura, ¿a qué altura llegará después del primer rebote?

- a) 0,90m
- b) 1,00m
- c) 0,96m
- d) 0,85m
- e) 0,81m

33. Empleando un dinamómetro, dentro de un ascensor, un hombre pesa un cuerpo observándose que el dinamómetro no marca peso alguno, luego lo más probable que suceda es:

- a) El ascensor está detenido.
- b) Está subiendo con velocidad constante de $9,8 m/s$.
- c) El ascensor baja con aceleración $9,8 m/s^2$
- d) El ascensor sube con aceleración de $9,8 m/s^2$
- e) El ascensor baja a velocidad constante de $9,8 m/s$

34. Del techo de un ascensor de 2,5m de altura sube con velocidad constante de 8 m/s, se desprende un clavo. Determinar el tiempo que tarda el clavo en chocar con el piso del ascensor. ($g = 10 m/s^2$) .

- a) $\frac{1}{2} s$
- b) $\frac{1}{\sqrt{2}} s$
- c) $\frac{1}{\sqrt{3}} s$
- d) $\frac{1}{3} s$
- e) $\sqrt{2} s$

35. Dentro de ascensor un hombre no sabe si el ascensor esta detenido, se mueve hacia arriba, se mueve hacia abajo, para tratar de averiguarlo deja caer una moneda desde una altura de 1,5m demorándose 0,5 s para caer al piso del ascensor, luego el ascensor:

- a) Acelera hacia arriba.
 - b) Acelera hacia abajo.
 - c) No se mueve.
 - d) Se mueve con V constante hacia arriba.
 - e) Se mueve con V constante hacia abajo.
36. En cierto planeta, cerca de la superficie una partícula cae a partir del reposo, si durante el enésimo segundo recorre 2 m. el recorrido total al finalizar el enésimo segundo será:

g: aceleración de la gravedad en el mencionado planeta.

- a) $\frac{(1+g)^2}{8g}$
- b) $\frac{(3+g)^2}{8g}$
- c) $\frac{(2+g)^2}{8g}$
- d) $\frac{(4+g)^2}{8g}$
- e) $\frac{(5+g)^2}{8g}$

37. Cuando un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba permanece en el aire durante "t". Halle la velocidad del siguiente lanzamiento de manera que alcance una altura máxima nueve veces mayor que la altura máxima anterior.

- a) $3gt$
- b) $2,5gt$
- c) $2gt$
- d) $1,5gt$
- e) gt

38. Un cuerpo que es soltado del reposo al cabo de "t" segundos ha recorrido la enésima parte de su altura total de caída libre. ¿Luego de qué tiempo de soltado hace impacto con el piso?

- a) nt
- b) $\frac{nt}{3}$
- c) $\frac{\sqrt{n}}{3} t$
- d) \sqrt{nt}
- e) $3\sqrt{nt}$



39. Una persona viaja en un globo aerostático que asciende verticalmente a rapidez constante de 30 m/s. En un determinado instante la persona deja caer libremente, con respecto al globo, un objeto. Dos segundos después lanza un segundo objeto hacia debajo de modo que choca con el primero en el mismo punto en que fue dejado, ¿con qué rapidez (en m/s) respecto del globo fue lanzado el segundo objeto?

- a) 15 b) 20 c) 25
d) 30 e) 35

40. Un cuerpo que ha sido soltado recorre en sus primeros 3 s igual distancia que en el último segundo antes de caer al suelo. Hallar la altura de caída ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 100 m b) 125 m c) 150 m
d) 175 m e) 200 m

41. Una pelota es lanzada hacia arriba y luego de 1s se lanza una segunda pelota con la misma velocidad que la primera, observándose que las pelotas colisionan 0,4 s después que se lanzó la segunda, ¿a qué altura sucedió el choque? ($g=10\text{m/s}^2$)

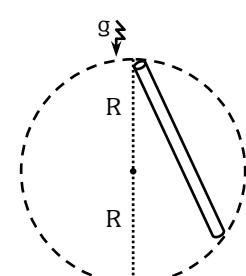
- a) 2,2m b) 2,4m c) 2,6m
d) 2,8m e) 3,0m

42. Un cuerpo que asciende verticalmente se encuentra a 60 m cuando le faltan dos segundos para llegar a su altura máxima. ¿con qué velocidad se lanzó el cuerpo desde el piso? ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 100 m/s b) 95 m/s c) 68 m/s
d) 70 m/s e) 40 m/s

43. ¿Cuánto tiempo empleará en llegar al recinto circunferencial una esferita dejada libre en la boca del tubo liso?

- a) $2\sqrt{\frac{R}{g}}$ b) $\sqrt{\frac{R}{g}}$
c) $\sqrt{\frac{2R}{g}}$ d) $4\sqrt{\frac{R}{g}}$
e) Faltan datos



44. ¿Cuánto tiempo se mantendrá en el aire una piedra cuando es lanzada con una velocidad de 50 m/s, verticalmente hacia arriba? ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 12 s b) 15 s c) 10 s

- d) 9 s e) 8 s

45. Muy pegado al borde de un acantilado se lanzó un cuerpo con una velocidad de 40 m/s verticalmente hacia arriba la cual llegó al fondo del acantilado en 12 s. Hallar la altura del acantilado. ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 180 m b) 200 m c) 210 m
d) 220 m e) 240 m

46. Una piedra soltada desde un globo, que baja verticalmente con una velocidad constante de 20 m/s, llega hasta la superficie de la Tierra 4 segundos antes que el globo. ¿A qué distancia del suelo, la piedra fue soltada? ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 180 m b) 160 m c) 150 m
d) 140 m e) 120 m

47. En la misma vertical son lanzadas hacia arriba dos partículas, con velocidades de 80 m/s cada una, pero desfasadas en 2 s. ¿A qué altura, con respecto al suelo colisionarán estas partículas? ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 300 m b) 310 m c) 315 m
d) 320 m e) 325 m

48. Una piedra es soltada a 10 m sobre un charco de lodo, ésta penetra 0,49 m en el charco. ¿Qué desaceleración provoca el lodo del charco?

- a) 200 m/s^2 b) 190 m/s^2 c) 90 m/s^2
d) 210 m/s^2 e) 215 m/s^2

49. Muy cerca a un edificio una piedra se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 40 m/s, ésta pasa delante de una ventana de 3,75 m de alto en 0,5 s. Hallar la altura a la que está ubicada el marco inferior de la ventana. ($g=10\text{m/s}^2$)

- a) 90 m b) 80 m c) 70 m
d) 72 m e) 75 m

50. Una esfera pequeña es lanzada desde el pie de un edificio verticalmente hacia arriba con una rapidez de 30 m/s. Si demora 0,2 s en pasar por el costado de una ventana de 1,8 m de altura; determine a qué distancia del suelo está el borde inferior de la ventana.

- a) 10 m b) 40 m c) 30 m
d) 50 m e) 60 m

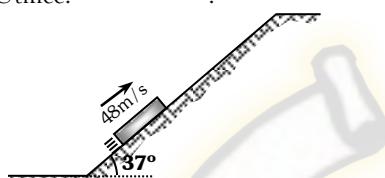
5to Secundaria



51. Un cuerpo es soltado desde lo alto de una torre de 20 m. Luego que ha descendido 5 m, se suelta otro cuerpo .Determine el recorrido que le falta al segundo cuando el primero haya llegado al piso
- a) 14 m b) 15 m c) 16 m
d) 17 m e) 20 m

52. Una teja debe lanzarse paralelamente al plano inclinado liso con una velocidad inicial de 48 m/s. ¿En cuánto tiempo la teja regresará hasta el lugar de lanzamiento?. Utilice: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 10 s
b) 12 s
c) 14 s
d) 16 s
e) 18 s



53. Un paracaidista desciende verticalmente con una velocidad constante de 5 m/s, frente a él pasa verticalmente hacia arriba una piedra con una rapidez de 50 m/s. ¿Cuánto más descenderá el paracaidista hasta ser alcanzado por la misma piedra que viene de regreso? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 48 m b) 45 m c) 42 m
d) 55,5 m e) 36 m

54. Desde un mismo lugar a cierta altura, se lanzan con velocidades verticales y opuestas dos partículas, estas velocidades son de 30 m/s y 20 m/s. ¿Qué distancia las separa al cabo de 10 s?

- ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
a) 600 m b) 500 m c) 550 m
d) 540 m e) 560 m

55. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25 m/s. ¿A qué distancia del punto de lanzamiento, el cuerpo presentara una velocidad de 45 m/s y hacia abajo?

- a) 60 m b) 70 m c) 80 m
d) 90 m e) 100 m

56. Deysi lanza una moneda desde el borde superior de un edificio verticalmente hacia abajo con una velocidad de 25m/s tardando 4 s en impactar en el piso. ¿Cuánto tardaría en llegar al piso si en lugar de lanzarlo lo deja caer de la misma altura? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 4 s b) 5 s c) 6 s
d) 7 s e) 8 s

57. Del borde de un edificio, se lanza verticalmente hacia arriba dos piedras con igual rapidez , de tal manera que la segunda piedra es lanzada cuando la primera alcanza su altura máxima y llega a la base del edificio 1 s después que la primera; determine el tiempo que tarda cada piedra en llegar a la base del edificio de 75 m de altura ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2 s b) 9 s c) 8 s
d) 5 s e) 7 s

58. Desde lo alto de una torre de 180 m de altura se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 45 m/s, al cabo de qué tiempo el cuerpo llega al suelo ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 6 s b) 8 s c) 10 s
d) 12 s e) 14 s

59. La hermana Verónica sostiene una moneda en la mano, y está parada sobre una plataforma que sube con una aceleración constante de $1,2 \text{ m/s}^2$. Si lanza la moneda verticalmente hacia arriba con una velocidad de 22 m/s. ¿Qué tiempo debe esperar para volver a tener la piedra entre sus manos?

- a) 2 s b) 3 s c) 4 s
d) 5 s e) 6 s

60. La figura muestra el lanzamiento hacia arriba de una partícula sobre una inclinación lisa, halle el tiempo desde el lanzamiento a 10 m/s hasta que la partícula pase por B. AB = 8 m. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 6 s b) 5 s
c) 4 s d) 8 s
e) 3 s

