

Exercices de Comptage Counting Methods

Exercices supplémentaires Additional Exercises

1. **Français** : Combien de mots de 3 lettres peut-on former avec les lettres {A, B, C, D} si chaque lettre ne peut être utilisée qu'une seule fois ? ex : BAC, DAC, ABC,

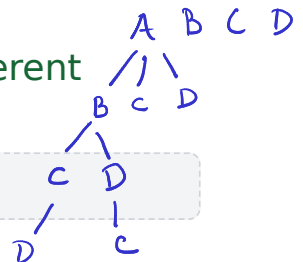
English : How many 3-letter words can be formed using the letters {A, B, C, D} if each letter can only be used once?

$$A_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

2. **Français** : Marie a 5 chemises et 3 pantalons. Combien de tenues différentes peut-elle composer ?

English : Marie has 5 shirts and 3 pants. How many different outfits can she create?

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ tenues possibles}$$



3. **Français** : Combien de façons différentes peut-on arranger 4 livres sur une étagère ?

English : How many different ways can 4 books be arranged on a shelf?

$$P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ possibilités}$$

4. **Français** : Dans une équipe de 10 joueurs, combien de groupes distincts de 3 joueurs peut-on former ?

English : In a team of 10 players, how many groups of 3 players can be formed?

$$C_{10,3} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}}{3 \cdot 2 \cdot \cancel{2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}} = 120$$

5. **Français** : Combien de codes PIN de 4 chiffres peut-on créer si les chiffres ne peuvent pas être répétés ? 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

English : How many 4-digit PIN codes can be created if digits cannot be repeated?

$$A_{10,4} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

6B 5N 2V

- 6. **Français** : Une urne contient 6 boules blanches, 5 boules noires et 2 boules vertes. On tire successivement 3 boules sans remise. Combien de tirages différents sont possibles ? ~~boules blanches. On tire successivement 3 boules sans remise. Combien de tirages différents sont possibles ?~~

English : An urn contains 6 white balls, 5 black balls and 2 green balls. Three balls are drawn successively without replacement. How many different draws are possible?

1. Si l'ordre des boules n'est pas important ?

$$C_{13,3} = \frac{13!}{3! \cdot 10!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2} = 286$$

2. Si l'ordre des boules est important ?

$$A_{13,3} = \frac{13!}{10!} = 1716$$

3. Quelle est la probabilité que les 3 boules soient noires ?

Laplace : $\frac{\text{Nombre de cas favorable}}{\text{Nombre de cas possible}} = \frac{C_{5,3}}{C_{13,3}} = \frac{\frac{5!}{3! \cdot 2!}}{286} = \frac{10}{286}$

4. Quelle est la probabilité que 2 boules soient vertes et que l'une est noire ?

Laplace : $\frac{C_{2,2} \cdot C_{5,1}}{286 = C_{13,3}} = \frac{1 \cdot 5}{286} = \frac{5}{286} = 1,75\%$

5. Quelle est la probabilité que les boules soient dans l'ordre : 1 blanche, puis une noire, puis une verte

$$= \frac{A_{6,1} \cdot A_{5,1} \cdot A_{2,1}}{A_{13,3}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 2}{1716} = \frac{60}{1716} = 3,5\%$$

7. **Français** : Un comité de 5 personnes doit être formé à partir de 7 hommes et 5 femmes. Combien de comités différents peut-on former si le comité doit contenir exactement 3 hommes et 2 femmes ?

English : A committee of 5 people is to be formed from 7 men and 5 women. How many different committees can be formed if the committee must contain exactly 3 men and 2 women?

$$C_{7,3} \cdot C_{5,2} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 350$$

Si je choisis les 5 membres du comité au hasard, quelle est la probabilité que ce soit 4 femmes et 1 homme qui soit choisis?

$$\frac{C_{5,4} \cdot C_{7,1}}{C_{12,5}} = \frac{\frac{5!}{4! \cdot 1!} \cdot \frac{7!}{1! \cdot 6!}}{\frac{12!}{5! \cdot 7!}} = \frac{5 \cdot 7}{792} = \frac{35}{792} \approx 4,4\%$$

8. **Français** : Combien d'anagrammes différents peut-on former avec le mot "TEL", le mot "TEE", le mot "TELEPHONE"?

English : How many different anagrams can be formed with the word "TEL", le mot "TEE", le mot "TELEPHONE"?

A

$$P_m = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots}$$

avec répétition

$$TEL, LET, ELT, TLE, LTE, ETL \quad P_3 = 3! = 3 \cdot 2 = 6$$

$$TEE, EET, ETE : P_{3,r_1=2} = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$P_{9,r_1=3} = \frac{9!}{3!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 60480$$

9. **Français** : On lance trois dés à 6 faces. Combien de résultats différents sont possibles (l'ordre étant important)?

English : Three 6-sided dice are rolled. How many different outcomes are possible?

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$$

10. **Français** : Un restaurant propose 5 desserts différents : Tiramisu, Crème brûlée, Mousse au chocolat, Tarte Tatin et Glace vanille.

1 → Combien de combinaisons de 2 desserts peut-on choisir ?

2 → Si un client choisit au hasard 2 desserts, quelle est la probabilité qu'il choisisse le Tiramisu et la Crème brûlée ?

3 → Quelle est la probabilité qu'un des deux desserts choisis soit le Tiramisu ?

English : A restaurant offers 5 different desserts: Tiramisu, Crème brûlée, Chocolate Mousse, Tarte Tatin, and Vanilla Ice Cream. How many combinations of 2 desserts can be chosen?

If a customer randomly selects 2 desserts, what is the probability that they choose Tiramisu and Crème brûlée?

What is the probability that one of the two desserts chosen is Tiramisu?

1. Nombre de combinaisons de 2 desserts :

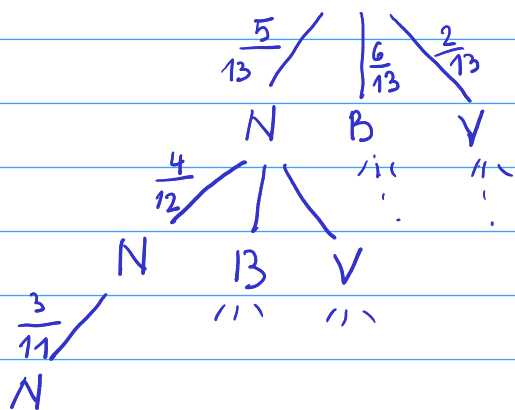
$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

2. Probabilité de choisir Tiramisu et Crème brûlée :

$$\frac{C_{1,1} \cdot C_{1,1}}{C_{5,2}} = \frac{1}{10}$$

3. Probabilité qu'un des deux desserts choisis soit le Tiramisu :

$$\frac{C_{1,1} \cdot C_{4,1}}{C_{5,2}} = \frac{1 \cdot 4}{10} = \frac{4}{10} = 40\%$$



$$P(NNNNN) = \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{60}{1716} = \frac{10}{286}$$