EF : Indépendance des événements & Venn

ID : iron Wolf

Instructions

Répondez aux questions suivantes en justifiant vos réponses avec des calculs précis. Vous pouvez utiliser la définition de l'indépendance des événements : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Questions

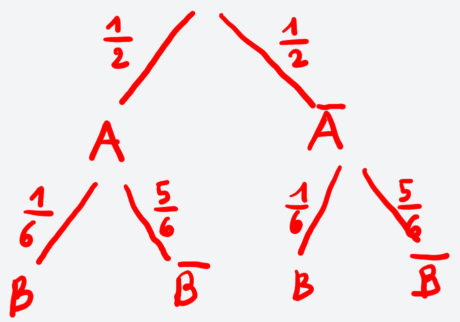
A. Soient A et B deux événements tels que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.6$ et $P(A \cap B) = 0.24$. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse.

$0,24 = 0,6 \cdot 0,4$ donc A et B sont indépendants

B. On lance deux dés équilibrés. Considérons :

- A : "Le premier dé montre un nombre pair."
- B : "La somme des deux dés est égale à 7."

1. Trace un arbre pondéré représentatif complet de cette situation *(indice : arbre à 2 niveaux, niveau 1 : premier dé pair ou impair, niveau 2 : somme des dés égale à 7 ou pas)*



explication
Si j'ai obtenu un pair (2,4 ou 6), j'ai une chance sur 6 d'obtenir 7 comme somme des 2 dés.
(même chose si j'ai un impair)

2. Calcule la probabilité de l'événement A

$P(A) = \frac{1}{2}$

3. Calcule la probabilité de l'événement B

$$P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

4. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifiez par des calculs menant à la conclusion.

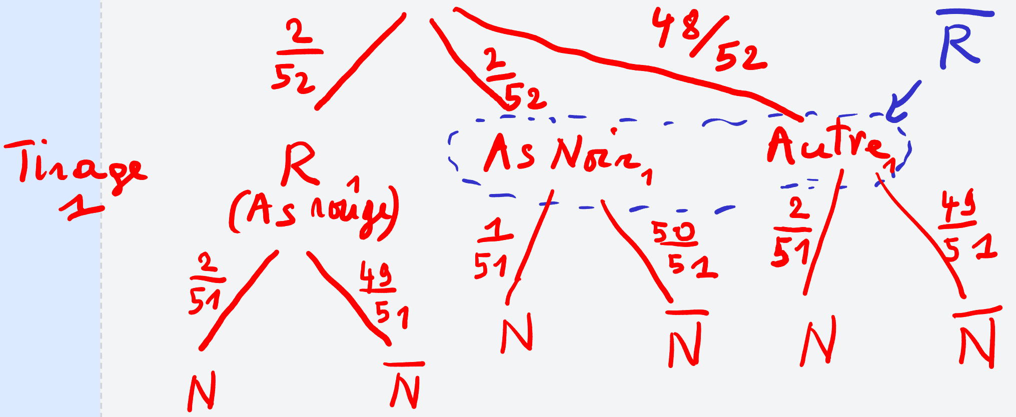
$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \\ P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \end{array}\right\} \text{A et B sont indépendants}$$

C. On tire deux cartes **sans remise** d'un jeu de 52 cartes. Soit :

- R : "La première carte est un as rouge."
- N : "La deuxième carte est un as noir."

  (Aide : dans un jeu de cartes il y a deux as rouges et deux as noirs)

1. Trace un arbre pondéré complet représentatif de cette situation



2. Calcule la probabilité de l'événement R

$$P(R) = \frac{2}{52}$$

3. Calcule la probabilité de l'événement N

$$P(N) = \frac{2}{52} \cdot \frac{2}{51} + \frac{2}{52} \cdot \frac{1}{51} + \frac{48}{52} \cdot \frac{2}{51} = \frac{4+2+96}{2652} = \frac{102}{2652} = \frac{2}{52}$$

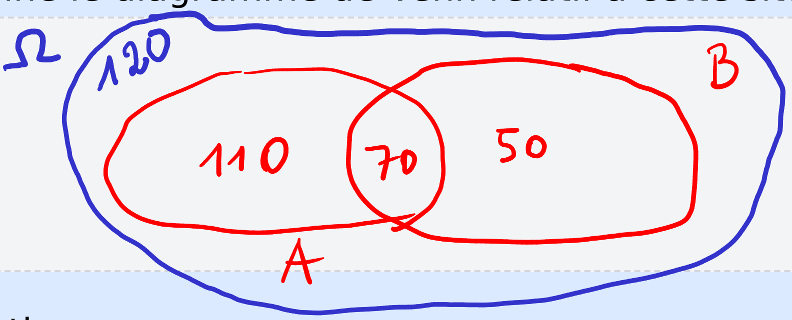
4. Les événements R et N sont-ils indépendants ? Justifiez par des calculs menant à la conclusion.

$$\left.\begin{array}{l} P(R \cap N) = \frac{2}{52} \cdot \frac{2}{51} = \frac{4}{2652} \\ P(R) \cdot P(N) = \frac{2}{52} \cdot \frac{2}{52} = \frac{4}{2704} \end{array}\right\} \text{Les événements R et N sont Dépendants.}$$

D. Une enquête auprès de **350 touristes** montre que :

- 180 parlent anglais (A).
- 120 parlent espagnol (B).
- 70 parlent les deux langues ($A \cap B$).

Dessine le diagramme de Venn relatif à cette situation.



$110 + 70 + 50 = 230$

$350 - 230 = 120$

Questions :

1. Calcule $P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = \frac{70}{350} = \frac{1}{5}$

2. Calcule $P(A \cup B)$

on comprend maintenant pourquoi

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{180}{350} + \frac{120}{350} - \frac{70}{350} = \frac{230}{350} = \frac{23}{35}$

3. Les événements "Parler anglais" et "Parler espagnol" sont-ils indépendants ? Démontre.

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B) = \frac{1}{5} = 0{,}2 \\ P(A) \cdot P(B) = \underbrace{\frac{180}{350} \cdot \frac{120}{350}}_{\cong 0{,}18} \end{array}\right\} \neq$$

les évènements sont DÉPENDANTS

4. Calcule $P(\bar{A}|\bar{B})$.

ne parle aucune des 2 langues

$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{120/350}{230/350} = \frac{120}{230} = \frac{12}{23}$

ne parle pas espagnol : $350 - 120 = 230$ personnes

"La probabilité conditionnelle est la science de l'incertitude éclairée."
— Richard Feynman