

Équation d'une droite dans le plan

Une droite est un ensemble infini de points alignés. Nous pouvons la caractériser par une relation entre les coordonnées x et y de ses points.

Définition du vecteur directeur

Soit une droite passant par deux points distincts $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$. Le vecteur directeur de cette droite est défini par :

$$\vec{v} = (v_1, v_2) = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

Ce vecteur \vec{v} permet de décrire la direction de la droite.

Équation vectorielle de la droite

Tout point $M(x, y)$ de la droite peut être écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{AM} = \lambda \vec{v}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

En remplaçant $\vec{v} = (v_1, v_2)$, nous obtenons :

$$(x - x_A, y - y_A) = \lambda(v_1, v_2)$$

Équations paramétriques de la droite

En écrivant les coordonnées séparément, nous obtenons un système :

$$\begin{cases} x = x_A + \lambda v_1 \\ y = y_A + \lambda v_2 \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Ce sont les équations paramétriques de la droite.

Équation cartésienne de la droite

Pour éliminer λ , nous exprimons λ à partir de l'équation de x :

$$\lambda = \frac{x - x_A}{v_1}$$

En remplaçant dans l'équation de y , nous obtenons :

$$y - y_A = \frac{v_2}{v_1}(x - x_A)$$

Cette équation est appelée équation réduite de la droite, où $m = \frac{v_2}{v_1}$ est la pente.

Définition de la pente

La pente m d'une droite mesure son inclinaison par rapport à l'axe des x .

$$m = \frac{\text{variation de } y}{\text{variation de } x} = \frac{v_2}{v_1}$$

- Si $m > 0$, la droite monte de gauche à droite. - Si $m < 0$, elle descend de gauche à droite. - Si $v_1 = 0$, la droite est verticale et ne peut être exprimée sous cette forme.

Exercices à réaliser sur feuille quadrillée

Exercice 1 :

Déterminer le vecteur directeur \vec{v} de la droite passant par $A(1, 2)$ et $B(4, 5)$.

Exercice 2 :

Écrire l'équation vectorielle de la droite passant par $A(-2, 3)$ et $B(3, -1)$.

Exercice 3 :

Trouver les équations paramétriques de la droite passant par $A(0, 1)$ et $B(2, 5)$.

Exercice 4 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par $A(-3, 4)$ et $B(2, 1)$.

Exercice 5 :

Trouver l'équation d'une droite passant par $P(2, 3)$ avec un vecteur directeur $\vec{v} = (-1, 4)$.

Exercice 6 :

Une droite a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + 5$. Trouver son vecteur directeur.

Exercice 7 :

Vérifier si le point $C(5, 6)$ appartient à la droite passant par $A(1, 2)$ et ayant pour vecteur directeur $\vec{v} = (2, 3)$.