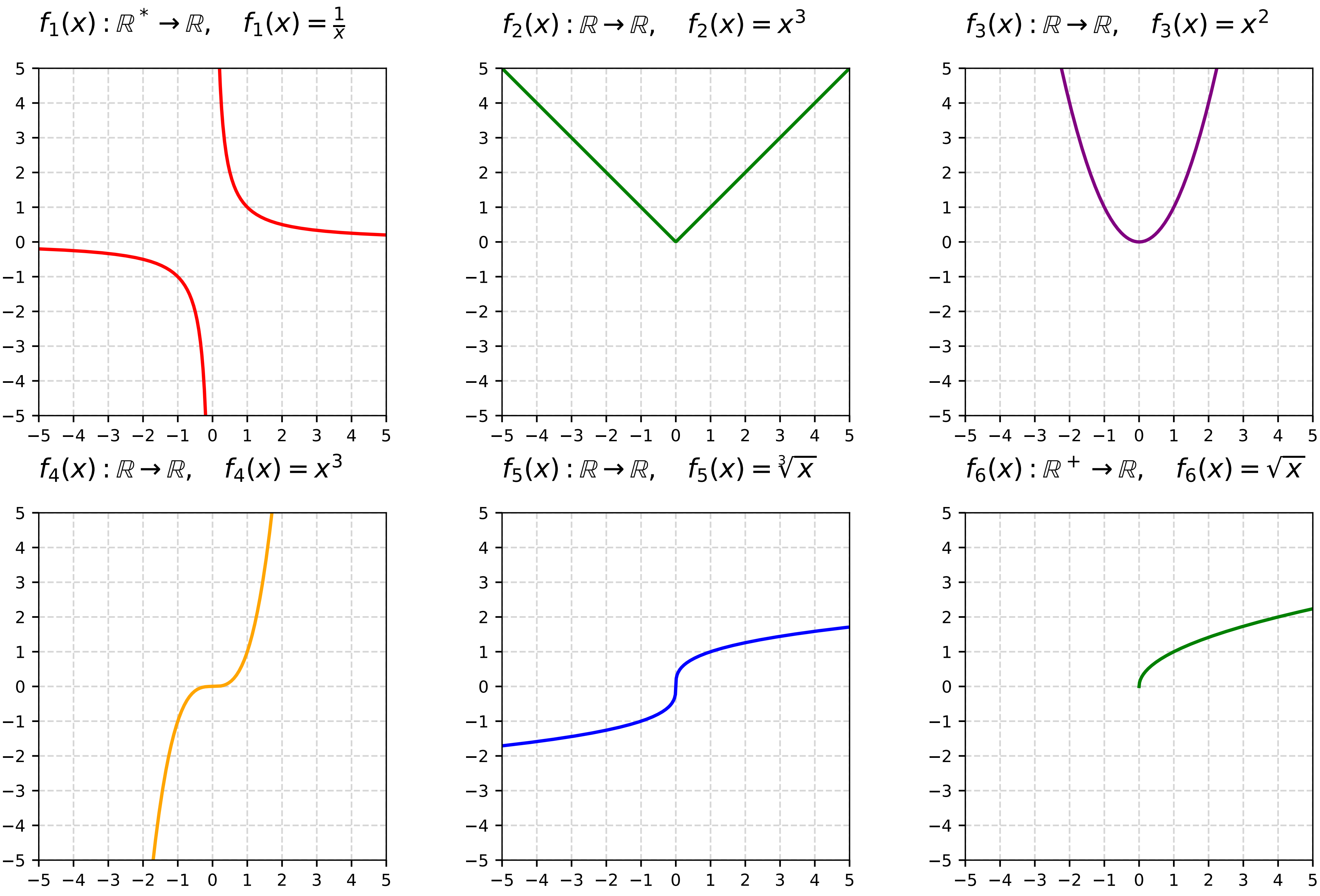
📘 Derivatives of Inverse Trigonometric Functions

Differentiate the following functions:

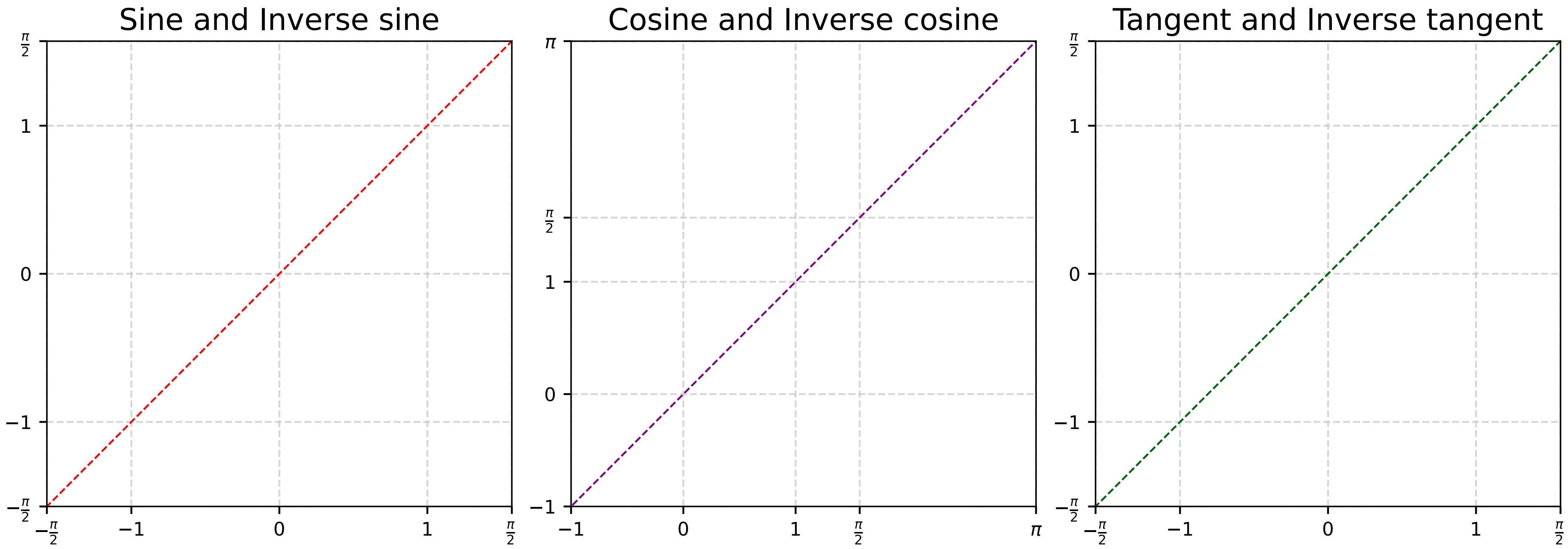
1. $f(x) = \arcsin(2x - 1)$
2. $f(x) = \arccos(x^2)$
3. $f(x) = x \cdot \arctan(x^3)$
4. $f(x) = \dfrac{\arcsin(x)}{x + 1}$
5. $f(x) = \arctan(4x^2 - 1)$
6. $f(x) = \arccos(\sqrt{1 - x})$
7. $f(x) = x^2 \cdot \arcsin(2x)$
8. $f(x) = \arctan(1 - 3x)$
9. $f(x) = \dfrac{x}{\arccos(x)}$
10. $f(x) = \arcsin\left(\dfrac{1}{x}\right)$
11. $f(x) = \arccos(2x + 1)$
12. $f(x) = \sqrt{x} \cdot \arctan(x)$
13. $f(x) = \dfrac{\arctan(x^2)}{x}$
14. $f(x) = \arcsin(x^3 - x)$
15. $f(x) = x \cdot \arccos(x)$
16. $f(x) = \arctan(\sqrt{2 - x})$
17. $f(x) = \arcsin(1 - x^2)$
18. $f(x) = \dfrac{\arccos(x)}{x^2 + 1}$
19. $f(x) = x^3 \cdot \arctan(2x)$
20. $f(x) = \arccos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

EXAM: Détermine graphiquement, puis algébriquement
si les fonctions suivantes sont injectives, surjectives, bijectives.



Trace the graph of the restricted trigonometric functions and their inverse

(use colors to distinguish between the functions and their inverses)



EXAM - Fonctions Bijectives

Pour chaque fonction ci-dessous, utilise les définitions formelles pour déterminer l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité. Si la fonction est bijective, calcule sa réciproque.

Question 1

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, définie par $f(x) = 2x + 5$.

1. Injectivité :

2. Surjectivité :

3. Bijectivité :

4. Fonction réciproque :

Question 2

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, définie par $f(x) = e^x$.

1. Injectivité :

2. Surjectivité :

3. Bijectivité :

4. Fonction réciproque :

Question 3

Soit $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R} \setminus \{2\}$, définie par $f(x) = \frac{4}{x} + 2$.

1. Injectivité :

2. Surjectivité :

3. Bijectivité :

4. Fonction réciproque :

Question 4

Soit $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R} \setminus \{1\}$, définie par $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

1. Injectivité :

2. Surjectivité :

3. Bijectivité :

4. Fonction réciproque :

Question 5

Soit $f : [0, +\infty[\to [0, +\infty[$, définie par $f(x) = \sqrt{x}$.

1. Injectivité :

2. Surjectivité :

3. Bijectivité :

4. Fonction réciproque :

Exercice 6

Soit $f(x) = \sqrt{3 - x}$. Cette fonction est déjà injective. Peut-on lui imposer une restriction pour la rendre bijective avec une image spécifique ? Donnez sa réciproque dans ce cas.