

Length of an Arc and Area of a Sector / Longueur d'un arc et aire d'un secteur

Justification of the Formulas / Justification des formules

The length of an arc is derived from the proportionality between the angle and the circumference of the circle. If a full revolution (360° or 2π radians) corresponds to the total circumference $C = 2\pi r$, then an angle θ (in radians) corresponds to an arc length L given by:

La longueur d'un arc est issue de la proportionnalité entre l'angle et la circonférence du cercle. Si une révolution complète (360° ou 2π radians) correspond à la circonférence totale $C = 2\pi r$, alors un angle θ (en radians) correspond à une longueur d'arc L donnée par :

$$L = r\theta$$

Similarly, the area of a sector is proportional to the area of the full circle. Since the area of a full circle is $A = \pi r^2$, an angle θ (in radians) gives a sector of area:

De même, l'aire d'un secteur est proportionnelle à l'aire du cercle entier. Puisque l'aire d'un cercle complet est $A = \pi r^2$, un angle θ (en radians) donne une aire de secteur :

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

As-tu compris ? / Did you understand?

Question

A circle has a radius of 4 cm. What is the length of the arc corresponding to an angle of $\frac{\pi}{3}$ radians?

Un cercle a un rayon de 4 cm. Quelle est la longueur de l'arc correspondant à un angle de $\frac{\pi}{3}$ radians ?

Batterie d'exercices / Exercises

1. Convert the following angles to radians and calculate the arc length for a circle of radius 5:

Convertir les angles suivants en radians et calculer la longueur de l'arc pour un cercle de rayon 5 :

- 120°
- 45°
- 210°

2. A sector has a radius of 6 cm and an angle of $\frac{\pi}{4}$. Find its area.

Un secteur a un rayon de 6 cm et un angle de $\frac{\pi}{4}$. Trouvez son aire.

3. A circular track has a radius of 20 meters. If an athlete runs along an arc subtended by an angle of 1.5 radians, how far has he run?

Une piste circulaire a un rayon de 20 mètres. Si un athlète court le long d'un arc sous-tendu par un angle de 1,5 radians, quelle distance a-t-il parcourue ?

4. A ring-shaped garden (circular crown) has an outer radius of 10 meters and an inner radius of 6 meters. Find the area of the garden if it spans an angle of $\frac{\pi}{3}$ radians.

Un jardin en forme d'anneau (couronne circulaire) a un rayon extérieur de 10 mètres et un rayon intérieur de 6 mètres. Trouvez l'aire du jardin s'il s'étend sur un angle de $\frac{\pi}{3}$ radians.

5. A Ferris wheel has a radius of 15 meters. If a passenger moves along an arc corresponding to an angle of $\frac{2\pi}{5}$ radians, what distance has the passenger traveled?

Une grande roue a un rayon de 15 mètres. Si un passager se déplace le long d'un arc correspondant à un angle de $\frac{2\pi}{5}$ radians, quelle distance a-t-il parcourue ?

"English is the language of the future, the language of the Internet and the language of international communication."

— Gaston Caperton