# Exercices de Comptage Avancés
# Advanced Counting Methods

## Problèmes variés
## Mixed Problems

AC 242

1. **Français :** Un code d'accès est composé de 2 lettres suivies de 3 chiffres. Combien de codes différents peut-on créer si les lettres sont choisies parmi {A,B,C,D} (sans répétition) et les chiffres doivent être pairs (avec répétition possible) ?
   **English :** An access code consists of 2 letters followed by 3 digits. How many different codes can be created if letters are chosen from {A,B,C,D} (no repetition) and digits must be even (repetition allowed)?

   $$A_{4,2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \frac{4!}{2!} \cdot 5^3 = 4 \cdot 3 \cdot 125 = 1500$$

2. **Français :** Dans une classe de 25 élèves, on veut former un bureau composé d'un président, un secrétaire et un trésorier. Combien de bureaux différents sont possibles ?
   **English :** In a class of 25 students, we want to form a committee with a president, secretary and treasurer. How many different committees are possible?

   $$A_{25,3} = \frac{25!}{(25-3)!} = \frac{25!}{22!} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13\,800$$

3. **Français :** Une pizza peut être personnalisée avec 3 garnitures parmi 8 disponibles. Combien de combinaisons différentes sont possibles si on ne peut pas choisir deux fois la même garniture ?
   **English :** A pizza can be customized with 3 toppings from 8 available options. How many different combinations are possible if you can't choose the same topping twice?

   $$C_{8,3} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{5!\,3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{3 \cdot 2}} = 56$$

4. **Français :** Un examen contient 10 questions. Les étudiants doivent répondre à 7 questions dont au moins 3 parmi les 5 premières. Combien de choix de questions sont possibles ?

   **English :** An exam contains 10 questions. Students must answer 7 questions including at least 3 from the first 5. How many question combinations are possible?

   Combinaison avec plusieurs cas possibles

   3 cas : $\underbrace{C_{5,3}\cdot C_{5,4}}_{\#1} + \underbrace{C_{5,4}\cdot C_{5,3}}_{\#2} + \underbrace{C_{5,5}\cdot C_{5,2}}_{\#3} = \frac{5!}{3!\,2!}\cdot\frac{5!}{4!\,1!} + \frac{5!}{4!\,1!}\cdot\frac{5!}{3!\,2!} + \frac{5!}{5!\,0!}\cdot\frac{5!}{2!\,3!} = (10\cdot 5)\cdot 2 + 10 = 110$

5. **Français :** On dispose de 5 livres de mathématiques différents, 4 livres de physique différents et 3 livres de chimie différents. Combien y a-t-il de façons de choisir 4 livres si on doit avoir au moins un livre de chaque matière ?

   **English :** There are 5 different math books, 4 different physics books and 3 different chemistry books. How many ways are there to choose 4 books if you must have at least one from each subject?

   M1 M2

   $\cancel{C_{5,1}\cdot C_{4,1}\cdot C_{3,1}\cdot C_{9,1} = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 9 = 540}$

   $C_{5,2}\cdot C_{4,1}\cdot C_{3,1} + C_{5,1}\cdot C_{4,2}\cdot C_{3,1} + C_{5,1}\cdot C_{4,1}\cdot C_{3,2} = 270$ Bonne réponse

6. **Français :** Combien d'anagrammes différents peut-on former avec le mot "STATISTIQUE" ?

   Permutations. 3T 2S 2I $= \frac{11!}{3!\,2!\,2!} = 1663200$

   **English :** How many different anagrams can be formed with the word "STATISTICS"?

7. **Français :** Un tournoi de tennis compte 20 participants. Combien de prédictions différentes sont possibles pour le podium (1er, 2ème, 3ème) ?

   **English :** A tennis tournament has 20 participants. How many different predictions are possible for the podium (1st, 2nd, 3rd)?

   $A_{20,3} = \frac{20!}{17!} = 20\cdot 19\cdot 18 = 6840$

   Il y a 6840 possibilités de podium différent

The END.

## Défis supplémentaires
## Challenge Problems

### Défi 1:

**Français :** Combien de nombres de 6 chiffres contiennent exactement trois chiffres '5' et aucun chiffre '7' ?
**English :** How many 6-digit numbers contain exactly three '5's and no '7's?

**Indications:**
- Considérez d'abord les positions possibles pour les trois '5'
- Puis traitez les autres chiffres qui ne peuvent pas être '7'
- Attention au premier chiffre qui ne peut pas être 0

### Défi 2:

**Français :** On dispose de 10 billes identiques à distribuer dans 4 boîtes distinctes. Combien y a-t-il de distributions possibles si chaque boîte doit contenir au moins une bille ?
**English :** We have 10 identical marbles to distribute into 4 distinct boxes. How many possible distributions are there if each box must contain at least one marble?

**Indications:**
- Utilisez la méthode des "stars and bars" (étoiles et barres)
- Commencez par placer une bille dans chaque boîte pour satisfaire la contrainte
- Puis distribuez les billes restantes sans contrainte