

Cercle Trigonométrique

Rappel en 10 points

1. Définition du cercle trigonométrique :

- C'est un cercle de rayon 1, centré à l'origine (0,0) d'un repère orthonormé.
- Il sert à représenter les angles et les valeurs trigonométriques (cosinus, sinus, tangente).

2. **Origine des angles (0°)** : L'angle 0° est situé sur l'axe des abscisses (axe horizontal), à droite du centre du cercle, au point de coordonnées (1, 0).

3. Sens de rotation :

- **Sens positif (trigonométrique)** : rotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- **Sens négatif (horaire)** : rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

4. **Cosinus et sinus comme coordonnées** : Pour un angle θ , le point correspondant sur le cercle trigonométrique a pour coordonnées $(\cos(\theta), \sin(\theta))$.

- **Cosinus** : abscisse du point ($x = \cos(\theta)$).
- **Sinus** : ordonnée du point ($y = \sin(\theta)$).

5. **Formule fondamentale** : Pour tout angle θ , on a la relation :

$$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

Cette formule découle directement du théorème de Pythagore appliqué au cercle trigonométrique.

6. Tangente d'un angle : La tangente d'un angle θ est définie comme le rapport du sinus au cosinus :

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

Sur le cercle trigonométrique, la tangente correspond à la pente de la droite passant par l'origine et le point $(\cos(\theta), \sin(\theta))$.

7. Quadrants du cercle : Le cercle est divisé en 4 quadrants :

- **Quadrant I :** angles entre 0° et 90° ($\cos > 0$, $\sin > 0$).
- **Quadrant II :** angles entre 90° et 180° ($\cos < 0$, $\sin > 0$).
- **Quadrant III :** angles entre -180° et -90° ($\cos < 0$, $\sin < 0$).
- **Quadrant IV :** angles entre -90° et 0° ($\cos > 0$, $\sin < 0$).

8. Symétries du cercle :

- $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$
- $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$
- $\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$

9. Périodicité :

- Les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 360° :

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \sin(\theta) \quad \text{et} \quad \cos(\theta + 360^\circ) = \cos(\theta)$$

- La fonction tangente est périodique de période 180° :

$$\tan(\theta + 180^\circ) = \tan(\theta)$$

10. Angles associés :

- Les angles θ et $-\theta$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.
- Les angles θ et $180^\circ - \theta$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercices pratiques

Exercice 1 : Placer des angles sur le cercle trigonométrique

Placez les angles suivants sur le cercle trigonométrique et indiquez leurs coordonnées $(\cos(\theta), \sin(\theta))$:

1. 45°
2. 120°
3. -60°
4. 180°
5. -135°

Exercice 2 : Calculer \cos , \sin et \tan

Pour chaque angle suivant, calculez $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$:

1. 30°
2. 150°
3. -90°
4. -45°
5. 180°

Exercice 3 : Vérifier la formule fondamentale

Pour chaque angle suivant, vérifiez que $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$:

1. 60°
2. -120°
3. 90°
4. -30°
5. 135°