

# Introduction : Relation vs Fonction, Domaine, Codomaine et Image

## 1. Distinction entre Relation et Fonction

Une **relation** est un ensemble de couples  $(x, y)$  où  $x$  est en relation avec  $y$ . Une **fonction** est une relation **particulière** où chaque  $x$  est en relation avec **un et un seul**  $y$ .

### Exemple concret

- **Relation** : "Un élève est ami avec plusieurs autres élèves."  
Ici, un élève ( $x$ ) peut être en relation avec plusieurs amis ( $y$ ).
- **Fonction** : "Un élève est associé à son année de naissance."  
Ici, chaque élève ( $x$ ) a **une et une seule** année de naissance ( $y$ ).

### Représentation visuelle

Dessinez deux ensembles :

- Élèves et amis (relation).
- Élèves et années de naissance (fonction).

Utilisez des flèches pour illustrer la différence.

## 2. Notion de Domaine, Codomaine et Image

Pour une fonction  $f$ , on définit :

- **Domaine** ( $Dom(f)$ ) : Ensemble des éléments  $x$  pour lesquels  $f(x)$  est définie.
- **Codomaine** : Ensemble des valeurs  $y$  **possibles** pour  $f(x)$ .
- **Image** ( $Im(f)$ ) : Ensemble des valeurs  $y$  **réellement atteintes** par  $f(x)$ .

### Exemple concret

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ .

- **Domaine** :  $\mathbb{R}$  (on peut mettre n'importe quel réel dans  $x^2$ ).
- **Codomaine** :  $\mathbb{R}$  (on dit que  $f$  prend ses valeurs dans  $\mathbb{R}$ ).
- **Image** :  $\mathbb{R}^+$  (car  $x^2 \geq 0$  pour tout  $x$ ).

### Représentation visuelle

Dessinez un diagramme avec trois ensembles :

- Domaine ( $x$ )  $\rightarrow$  Codomaine ( $y$ )  $\rightarrow$  Image ( $y$  atteints).

### 3. Exercice guidé

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+4}$ .

#### Questions

1. Quel est le domaine de  $f$  ?
2. Quel est le codomaine de  $f$  ?
3. Quelle est l'image de  $f$  ?

#### Réponses

1. Domaine :  $x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$ .
2. Codomaine :  $\mathbb{R}$ .
3. Image :  $\mathbb{R}^+$  (car  $\sqrt{x+4} \geq 0$ ).

### 4. Exercice à faire

Soit  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{x-2}$ .

#### Questions

1. Quel est le domaine de  $g$  ?
2. Quel est le codomaine de  $g$  ?
3. Quelle est l'image de  $g$  ?

### 4. Synthèse et Transition

Une fonction est une relation où chaque  $x$  a **un seul**  $y$ . Le domaine est l'ensemble des  $x$  possibles, le codomaine est l'ensemble des  $y$  possibles, et l'image est l'ensemble des  $y$  atteints.

**Transition** : Maintenant qu'on sait ce qu'est une fonction, on va étudier des propriétés particulières : l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité. Ces propriétés nous permettront de déterminer si une fonction a une réciproque.