Fonctions sinus, cosinus et tangentes

Caractéristiques des fonctions sinus et cosinus

- La fonction sinus et la fonction cosinus sont des fonctions périodiques de période 2π.
- Elles sont bornées, comprises entre -1 et 1.
- Elles sont définies sur $\mathbb{R}$.
- Puisque $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, alors la fonction cosinus est une translation de la fonction $\sin(x)$ de $\frac{\pi}{2}$ vers la gauche.

Tracé des fonctions $f(x) = \sin(x)$ et $f(x) = \cos(x)$

- Choisir un axe horizontal en radians de -2π à 2π par intervalles de $\frac{\pi}{2}$
- Choisir un axe vertical de -1 à 1
- Déterminer les valeurs de la fonction sinus pour les points remarquables (les multiples de $\frac{\pi}{2}$)
- Tracer la courbe en reliant les points obtenus par une courbe ondulée
- Obtenir la fonction cosinus par translation de $\frac{\pi}{2}$ vers la gauche.

Caractéristiques de la fonction tangente

- La fonction tangente est une fonction périodique de période π
- Elle est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$
- Elle possède des asymptotes en $\frac{\pi}{2} + k\pi$
- Elle possède des zéros en $k\pi$

Tracé de la fonction tangente

- Choisir un axe horizontal en radians de $-\pi$ à π par intervalles de $\frac{\pi}{4}$
- Choisir un axe vertical de -10 à 10
- Déterminer les valeurs de la fonction tangente pour les points remarquables (les multiples de $\frac{\pi}{4}$)
- Tracer les asymptotes verticales en $\frac{\pi}{2} + k\pi$
- Tracer la courbe en reliant les points obtenus par une courbe ondulée

Amplitude de la fonction $f(x) = a \cdot \sin(x)$

La fonction sinus peut être modifiée par un paramètre multiplicateur a. On étudie la fonction :

$f(x) = a \cdot \sin(x)$

Effet du paramètre a

cyan

- Le paramètre a détermine l'**amplitude** de la courbe.
- L'amplitude correspond à la valeur maximale absolue de la fonction :

$\text{Amplitude} = |a|$

- Si $a > 0$, la courbe conserve sa forme habituelle.
- Si $a < 0$, la courbe est symétrique par rapport à l'axe horizontal.
- Plus $|a|$ est grand, plus les pics et creux sont hauts/bas.

Exemples

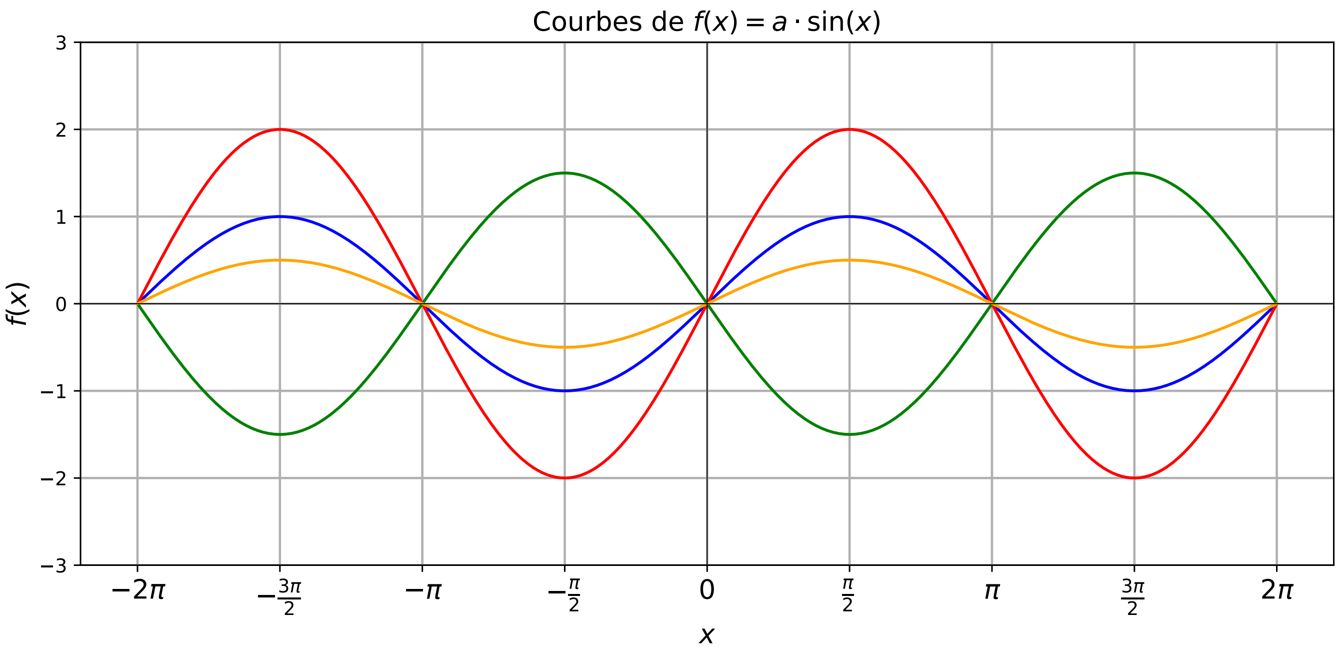
- $f(x) = \sin(x)$ → amplitude : 1
- $f(x) = 2 \cdot \sin(x)$ → amplitude : ...
- $f(x) = -1.5 \cdot \sin(x)$ → amplitude : ...
- $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(x)$ → amplitude : ...

À retenir

Le paramètre a agit comme un zoom vertical sur la fonction sinus. Il modifie l'amplitude sans changer la période (qui reste 2π).

As-tu compris ?

Détermine la valeur de l'amplitude pour les fonctions représentées ci-dessous.



Paramètre b dans $f(x) = \sin(bx)$

Le paramètre b contrôle la **fréquence** de la fonction sinus, c'est-à-dire combien d'ondes sont contenues dans un intervalle donné.

Période d’une fonction sinus

La fonction $\sin(x)$ a une **période** de 2π, ce qui signifie qu’elle se répète tous les 2π. Lorsqu’on introduit un paramètre b, la période devient :

$$\text{Période} = \frac{2\pi}{|b|}$$

Effets de différentes valeurs de b

- Si $b > 1$, la fonction est **compressée** horizontalement (plus de vagues par unité).
- Si $0 < b < 1$, la fonction est **étirée** horizontalement.
- Si $b < 0$, la fonction est réfléchie horizontalement (symétrie).

Exemples

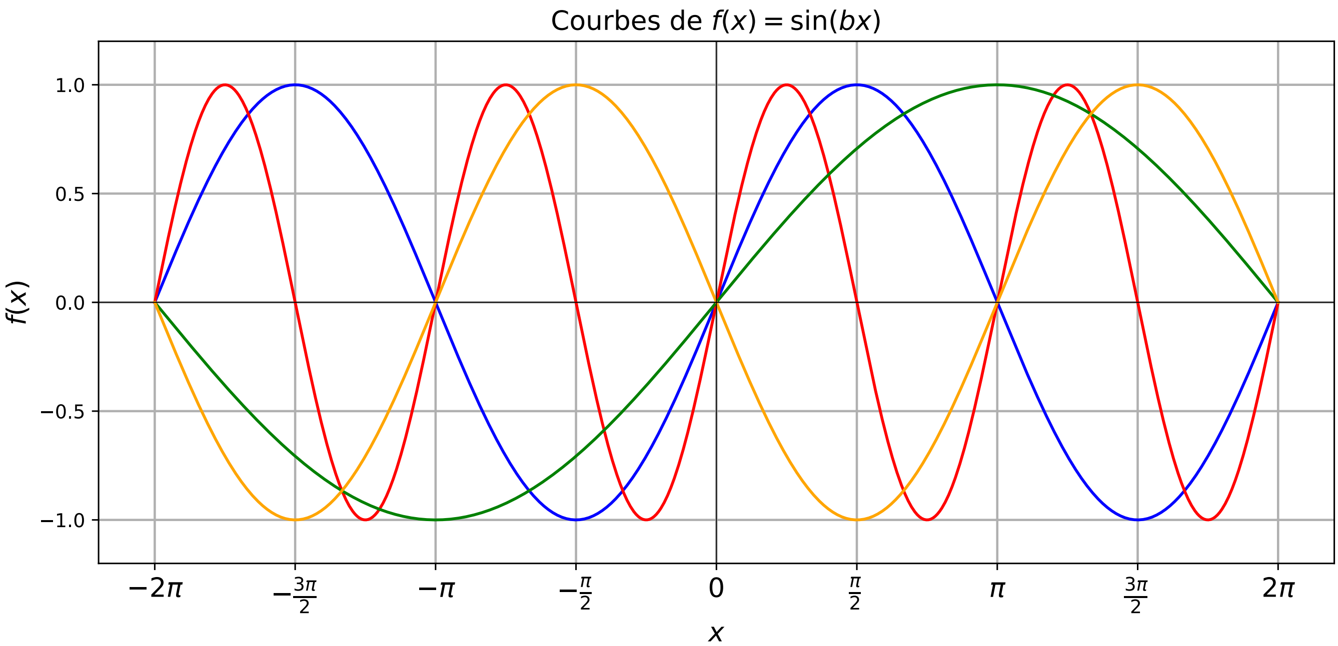
- $f(x) = \sin(x)$ → période ...
- $f(x) = \sin(2x)$ → période ...
- $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ → période ...
- $f(x) = \sin(-x)$ → même forme que $-\sin(x)$

À retenir

Le paramètre b contrôle **le nombre de répétitions** (fréquence) de la fonction sinus. Une valeur absolue plus grande de b **réduit** la période. Une valeur plus petite **l'étire**.

As-tu compris ?

Détermine la valeur de b pour les fonctions représentées ci-dessous.



Paramètre c dans $f(x) = \sin(bx + c)$

Le paramètre c agit sur la **position horizontale** de la courbe. On parle aussi de **décalage horizontal** ou de **phase**.

Forme générale

On considère la fonction :

$f(x) = \sin(bx + c)$

Cette expression peut être réécrite sous la forme : $f(x) = \sin\left(b(x + \frac{c}{b})\right)$

Décalage horizontal

- Le terme $\frac{c}{b}$ représente un **décalage** horizontal.
- La courbe est décalée de $-\frac{c}{b}$ par rapport à la courbe de base.
- Si $c > 0$, la courbe est **décalée vers la gauche**.
- Si $c < 0$, la courbe est **décalée vers la droite**.
- Ce paramètre **ne change pas la période ni l'amplitude** de la fonction.

Exemples

- $f(x) = \sin(x)$ → pas de décalage
- $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ → décalage vers la $\ldots$
- $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ → décalage vers la $\ldots$
- $f(x) = \sin(2x + \pi)$ → décalage vers la $\ldots$

À retenir

Le paramètre c déplace la courbe **horizontalement**. Le décalage est égal à $-\frac{c}{b}$. L'**amplitude** et la **période** restent inchangées.

As-tu compris ?

Détermine la valeur de c pour les fonctions représentées ci-dessous.