

Rotation de 90° et Perpendicularité des Vecteurs

La notion de rotation d'un vecteur permet d'établir une condition importante en géométrie : la **perpendicularité** entre deux droites. Nous allons commencer par étudier la rotation de 90° d'un vecteur, puis nous établirons la condition de perpendicularité entre deux vecteurs et entre deux droites.

Rotation d'un vecteur de 90°

Soit un vecteur $\vec{v} = (v_1, v_2)$. Sa rotation de 90° dans le sens positif (sens anti-horaire) donne un nouveau vecteur \vec{v}' donné par :

$$\vec{v}' = (-v_2, v_1)$$

Cela signifie que :

- La composante v_1 passe en deuxième position.
- La composante v_2 change de signe.

If a vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$ is rotated 90° counterclockwise, the new vector \vec{v}' is:

$$\vec{v}' = (-v_2, v_1)$$

Condition de perpendicularité

Deux vecteurs $\vec{u} = (u_1, u_2)$ et $\vec{v} = (v_1, v_2)$ sont perpendiculaires si et seulement si :

$$\vec{v}' = (-v_2, v_1) \text{ et } \vec{u} \text{ ont la même direction}$$

Exercices de vérification de la perpendicularité

Exercice 1 :

Vérifier si les vecteurs $\vec{u} = (3, -2)$ et $\vec{v} = (4, 6)$ sont perpendiculaires.

Exercice 2 :

Trouver un vecteur directeur perpendiculaire à $\vec{v} = (5, -3)$.

Exercices : Trouver l'équation d'une droite perpendiculaire

Exercice 1 :

Trouver l'équation de la droite perpendiculaire à $y = 2x + 3$ et passant par le point $P(4, 1)$.

Exercice 2 :

Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à $y = -\frac{3}{4}x + 2$ passant par $P(-2, 5)$.

Exercice 3 :

Une droite passe par les points $A(1, 2)$ et $B(3, 6)$. Trouver l'équation de la droite perpendiculaire à cette droite et passant par le point $P(0, 1)$.

Exercice 4 :

Trouver l'équation de la droite perpendiculaire à la droite d'équation $5x - 2y + 7 = 0$ qui passe par le point $P(2, -3)$.

Exercice 5 :

Soit la droite $4x + 3y - 12 = 0$. Trouver l'équation de sa perpendiculaire passant par $P(-1, 4)$.