

Unidad 1 - Principios Básicos de la Simulación

La simulación es una técnica poderosa utilizada para imitar o modelar el comportamiento de un sistema en el tiempo, lo que permite analizar situaciones y predecir el impacto de diversas decisiones. En esta unidad, se profundizará en los fundamentos de la simulación, los modelos utilizados, sus aplicaciones y las pruebas estadísticas necesarias para validar los resultados de la simulación.

1. Prueba Diagnóstica - Retroalimentación Formativa

Antes de profundizar en los conceptos teóricos y prácticos, es importante evaluar el nivel de conocimiento previo sobre la simulación. Las pruebas diagnósticas permiten identificar las áreas en las que los estudiantes necesitan mejorar o qué conocimientos ya han adquirido. Por ejemplo, se puede realizar una prueba corta sobre los conceptos de modelado de sistemas, la clasificación de modelos y las aplicaciones de la simulación.

2. Modelado de un Sistema

El **modelado de un sistema** es la representación abstracta de un sistema real con el fin de estudiar su comportamiento bajo diferentes condiciones. El proceso de modelado es crucial para entender cómo funciona un sistema y predecir cómo se comportará en el futuro.

Elementos clave en el modelado de un sistema

- **Objetivos del modelo**, Qué queremos lograr con el modelo. ¿Es para predecir el comportamiento de un sistema o para evaluar diferentes decisiones?
- **Entradas y salidas**, Las variables que afectan al sistema y sus resultados. Estas pueden ser controlables (entradas) o respuestas del sistema (salidas).
- **Interacciones**, Cómo las diferentes variables dentro del sistema afectan las salidas y cómo interactúan entre sí.

Ejemplo práctico

Supongamos que se quiere modelar un sistema de atención en una tienda. El sistema tiene entradas como el número de clientes que llegan, el número de empleados disponibles y la capacidad de atención. Las salidas serían el tiempo que un cliente pasa en el sistema o la cantidad de clientes atendidos por hora. El modelo puede ser tan simple como una fórmula matemática o tan complejo como un modelo basado en simulación de eventos discretos.

3. Clasificación de los Modelos

Existen diferentes tipos de **modelos de simulación** que se pueden usar dependiendo del problema que se quiera resolver. Los principales tipos de modelos son:

A. Modelos Determinísticos

Son aquellos en los que los resultados son completamente predecibles, es decir, no hay incertidumbre. Las salidas del sistema se determinan completamente por las entradas.

Un **modelo determinístico** es un modelo matemático en el que no hay incertidumbre ni aleatoriedad; es decir, las mismas condiciones iniciales siempre producen el mismo resultado.

Características de los modelos determinísticos:

1. Ausencia de variables aleatorias, Todo el comportamiento del sistema está completamente definido.
2. Resultados predecibles, Si se conocen las condiciones iniciales y los parámetros, se puede predecir exactamente la evolución del sistema.
3. Uso de ecuaciones matemáticas exactas, Generalmente se expresan mediante ecuaciones algebraicas, diferenciales o de diferencia.
4. Aplicaciones en sistemas bien definidos, Se usan en física, ingeniería, economía y biología cuando no se consideran efectos aleatorios.

Ejemplos de modelos determinísticos

- **Crecimiento poblacional (modelo logístico determinista)**, Describe el crecimiento de una población sin factores aleatorios.
- **Movimiento de un proyectil**, Se calcula con ecuaciones de la cinemática clásica.
- **Ecuaciones de Newton**, Determinan el movimiento de los cuerpos sin considerar factores inciertos.
- **Producción y costos en economía**, Modelos donde la producción depende de insumos específicos de manera fija.

Diferencia con modelos estocásticos

- Un **modelo determinístico** siempre da el mismo resultado para las mismas condiciones iniciales.
- Un **modelo estocástico** introduce aleatoriedad, por lo que los resultados pueden variar incluso con los mismos valores de entrada.

Ejemplo práctico

Un modelo que predice la cantidad de producción de una fábrica dado el número de máquinas y trabajadores disponibles. Si se conocen estas variables con exactitud, la salida será siempre la misma.

B. Modelos Estocásticos

Estos modelos incluyen componentes de aleatoriedad o incertidumbre. Las salidas son probabilísticas y dependen de la distribución de probabilidad de las entradas.

Un **modelo estocástico** es un modelo matemático que incorpora incertidumbre y aleatoriedad en la evolución del sistema. En lugar de producir un único resultado predecible, proporciona distribuciones de probabilidad de posibles resultados.

Características de los modelos estocásticos:

1. Presencia de variables aleatorias, Los valores pueden cambiar de manera no determinista.
2. Dependencia de distribuciones de probabilidad, Se modelan con distribuciones como la normal, exponencial, binomial, etc.
3. Variabilidad en cada ejecución, Se pueden obtener resultados diferentes en cada simulación.
4. Uso en sistemas con incertidumbre, Aplicados en fenómenos donde no es posible predecir con certeza los eventos futuros.

Ejemplos de modelos estocásticos:

- **Cadenas de Markov**, Modelan procesos donde la transición de estados depende de probabilidades.
- **Modelos de colas**, Simulan la llegada y atención de clientes en un banco o centro de llamadas.
- **Procesos de Monte Carlo**, Utilizados en simulaciones de mercados financieros y en física estadística.
- **Epidemiología**, Modelos como el SIR estocástico predicen la propagación de enfermedades con factores aleatorios.

Diferencia con modelos deterministas

- En un **modelo determinista**, los mismos valores de entrada siempre producirán el mismo resultado.
- En un **modelo estocástico**, los resultados varían debido a la inclusión de aleatoriedad.

Ejemplo práctico

Un modelo que simula el tráfico vehicular, donde el tiempo de llegada de los vehículos es incierto. El modelo puede generar diferentes resultados dependiendo de las distribuciones de probabilidad de las entradas.

C. Modelos Continuos

Estos modelos representan sistemas cuyos estados cambian continuamente en el tiempo.

Un **modelo continuo** es una representación matemática en la que las variables pueden tomar cualquier valor dentro de un rango definido, sin restricciones a valores discretos. Esto significa que los cambios en el sistema son graduales y pueden describirse mediante ecuaciones diferenciales o funciones continuas.

Características de un modelo continuo

1. **Estados infinitos**
Las variables pueden asumir cualquier valor dentro de un intervalo.
2. **Tiempo continuo**
El tiempo avanza sin interrupciones, permitiendo una descripción fluida del sistema.
3. **Uso de ecuaciones diferenciales**
Se modelan cambios en función del tiempo o del espacio mediante ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) o parciales (EDP).
4. **Aplicación en sistemas físicos y naturales**: Se usa en la física, la biología, la economía, la ingeniería y más.

Ejemplos de modelos continuos

- **Movimiento de un proyectil**, La trayectoria de un objeto en caída libre se describe mediante ecuaciones diferenciales.
- **Crecimiento poblacional (modelo logístico continuo)**, Describe cómo una población cambia con el tiempo sin suponer generaciones discretas.
- **Circuitos eléctricos**, La variación de corriente y voltaje en un circuito se modela mediante ecuaciones diferenciales.

- **Modelos de difusión del calor**, Se representan con ecuaciones en derivadas parciales como la ecuación de calor.

Diferencia clave

- Un **modelo discreto** usa valores específicos en intervalos de tiempo o espacio definidos.
- Un **modelo continuo** permite cambios en cualquier punto dentro de un rango determinado.

Ejemplo práctico

Un modelo de dinámica de fluidos que describe el comportamiento continuo de un líquido a lo largo de una tubería.

D. Modelos Discretos

En estos modelos, el sistema se describe en términos de estados que cambian en momentos discretos, como los eventos que ocurren a intervalos específicos.

Un **modelo discreto** es una representación matemática de un sistema en el que las variables cambian en valores discretos, es decir, toman valores específicos en intervalos separados en lugar de variar de manera continua.

Características de un modelo discreto

1. **Estados finitos o contables**, Los valores de las variables cambian en pasos definidos y no de manera continua.
2. **Tiempo discreto**, Se analizan en momentos específicos (por ejemplo, en pasos de tiempo como días, meses o generaciones).
3. **Uso en simulaciones y sistemas computacionales**, Son comunes en algoritmos, teoría de colas, autómatas celulares, modelos de población, entre otros.

Ejemplos de modelos discretos:

- **Modelos en dinámica poblacional**, Como el modelo de crecimiento poblacional de Malthus en forma discreta.
- **Cadenas de Markov**, Utilizadas en predicción de estados futuros basados en probabilidades.
- **Autómatas celulares**, Modelos como el "Juego de la Vida" de Conway.
- **Sistemas de eventos discretos**, Usados en simulaciones de tráfico o logística.

En contraste, los **modelos continuos** permiten que las variables cambien de manera fluida en cualquier punto dentro de un rango.

Ejemplo práctico

El modelo de un sistema de colas en un banco donde las personas llegan en momentos discretos y se atienden en intervalos.

4. Definiciones y Elementos de una Simulación

Definiciones

La **simulación** es el proceso de modelar un sistema real o teórico con el objetivo de estudiar su comportamiento bajo ciertas condiciones, a fin de tomar decisiones informadas. Es una herramienta que

permite experimentar con sistemas sin la necesidad de llevar a cabo experimentos reales, lo cual puede ser costoso o arriesgado.

Los **elementos de una simulación** son

1. **Entrada**

Los parámetros o condiciones que afectan el sistema.

2. **Modelo**

La representación matemática o computacional del sistema.

3. **Proceso**

Las acciones que se toman con los datos de entrada para generar las salidas.

4. **Salida**

Los resultados generados por el modelo, que pueden ser utilizados para tomar decisiones.

5. Ventajas y Desventajas de la Simulación

Ventajas

- **Experimentación sin riesgos**

Permite probar diferentes escenarios sin consecuencias reales. Por ejemplo, simular el comportamiento de un sistema financiero antes de implementar cambios.

- **Flexibilidad**

Se pueden modificar las condiciones del modelo rápidamente para explorar diferentes soluciones.

- **Optimización**

Ayuda a identificar la mejor opción entre varias alternativas sin necesidad de realizar pruebas físicas.

Desventajas:

- **Requiere tiempo y recursos**

La construcción de modelos precisos puede ser costosa y llevar tiempo.

- **Complejidad en la validación**

La validez del modelo depende de la precisión de los datos y de la construcción del modelo, lo que puede ser difícil de asegurar.

- **Dependencia de datos de entrada**

Si las entradas no son precisas o representativas, los resultados pueden no ser fiables.

6. Pasos para Realizar una Simulación

Los pasos para realizar una simulación son los siguientes:

1. Definición del problema

Especificar claramente el sistema que se va a modelar y los objetivos que se quieren alcanzar.

Ejemplo:

Simular el tiempo de espera en una estación de servicio para mejorar la eficiencia de atención.

2. Desarrollo del modelo

El modelo se construye utilizando las herramientas matemáticas o computacionales apropiadas.

Ejemplo:

Crear un modelo de simulación basado en eventos discretos para representar la llegada y atención de clientes.

3. Obtención de datos de entrada

Recopilar los datos necesarios que alimentarán el modelo. Estos datos pueden ser históricos o generados a través de experimentos.

Ejemplo:

Recoger datos sobre los tiempos de llegada de los clientes y el tiempo que un empleado tarda en atender a un cliente.

4. Ejecución de la simulación

Realizar la simulación bajo las condiciones predefinidas y obtener los resultados.

Ejemplo:

Ejecutar la simulación para calcular el tiempo medio de espera en la estación de servicio.

5. Análisis de los resultados

Evaluar los resultados obtenidos y compararlos con los objetivos para determinar si el modelo es efectivo.

Ejemplo:

Evaluar si el tiempo de espera promedio es aceptable según los criterios establecidos.

6. Toma de decisiones

Usar los resultados para tomar decisiones informadas sobre la operación del sistema.

Ejemplo:

Decidir si es necesario agregar más empleados en ciertas horas del día para reducir el tiempo de espera.

7. Pruebas de la Media y Pruebas de la Varianza**Prueba de la Media**

Se utiliza para determinar si la media de un conjunto de datos obtenidos de la simulación es significativamente diferente de un valor esperado o de referencia.

Ejemplo práctico

Supongamos que simulas el tiempo de espera en una tienda. Si se espera que el tiempo promedio de espera sea de 5 minutos, pero la media de tus simulaciones es de 7 minutos, puedes realizar una prueba de hipótesis para determinar si la diferencia es significativa.

Test de hipótesis

- Hipótesis nula
La media de los tiempos de espera es 5 minutos.
- Hipótesis alternativa
La media de los tiempos de espera no es 5 minutos.

Prueba de la Varianza

Se utiliza para verificar si la variabilidad en los datos obtenidos de la simulación es significativa.

Ejemplo práctico

Si quieres saber si la variabilidad del tiempo de espera en diferentes días de la semana es significativa, puedes realizar una prueba de varianza para comparar las desviaciones estándar.

Bibliografía:

1. **Banks, J., Carson, J. S., Nelson, B. L., & Nicol, D. M.** (2010). *Discrete-Event System Simulation* (5th ed.). Pearson.
2. **Law, A. M.** (2014). *Simulation Modeling and Analysis* (5th ed.). McGraw-Hill.
3. **Kelton, W. D., Sadowski, R. P., & Sturrock, D. T.** (2010). *Simulation with Arena* (5th ed.). McGraw-Hill.
4. **Simul8 Corporation.** (2019). *Simul8 User Guide*. Retrieved from: <https://www.simul8.com>