COMITÉ HONDUREÑO DE OLIMPIADAS DE FÍSICA

CHOF

IX OCCAFI

IX OLIMPIADA CENTROAMERICANA Y DEL CARIBE DE FÍSICA

EL SALVADOR 2024

Educación

Gobierno de la República

# INSTRUCCIONES:

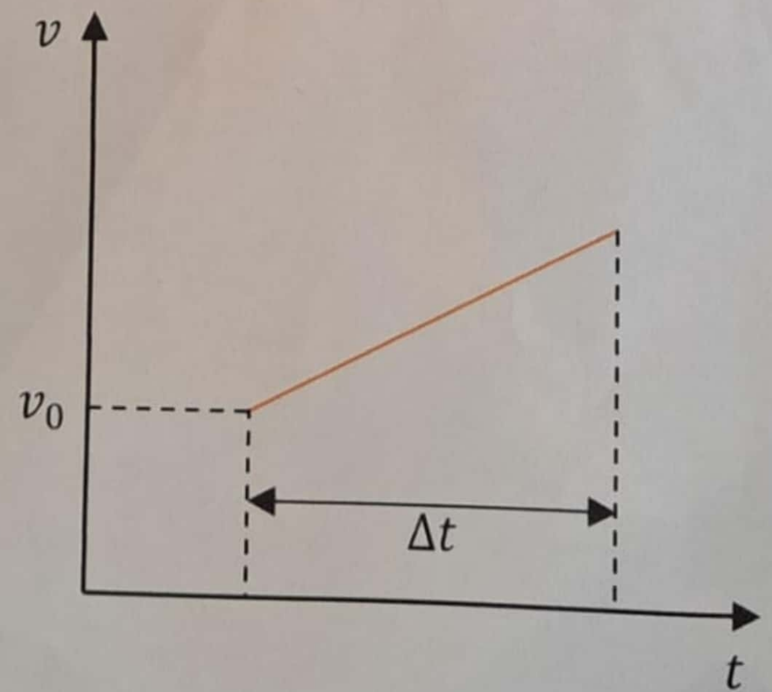
- El tiempo de duración del examen es de 4 horas.
- Colocar su nombre en cada hoja.
- Ser ordenado y evitar resolver dos problemas en la misma página.
- Evitar el uso de palabras: En su lugar, expresar ideas con ecuaciones y diagramas si es posible.
- Si así lo desea puede omitir cualquier cosa relacionada con álgebra básica y despejes de ecuaciones. Por ejemplo, puedes plantear un sistema de ecuaciones físicas y escribir rápidamente la solución. No se calificará el álgebra.
- Los problemas son guiados, es decir que hay una multitud de incisos que los guían a una solución deseada o que permiten analizar el tema planteado de diversas formas.

# PROBLEMA 1: MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME SIN FUERZA

### Parte A: MRUA

El movimiento rectilíneo uniforme (MRUA) es un movimiento conocido por el hecho de que la aceleración permanece constante, nuestro objetivo es determinar la ecuación unidimensional de este movimiento.

Considere un objeto que se mueve con una aceleración constante $a$ en una línea recta, su posición en esta está definida por la distancia $x$ a un punto de referencia, como es bien sabido la velocidad en este movimiento tiene la forma $v = v_0 + a\Delta t$, esta es prácticamente la ecuación de una recta, la cual se muestra en la figura 1.



A.1) Demuestre que la pendiente (tangente del ángulo formado con el eje $t$) de la gráfica es la aceleración.

En una gráfica $v - t$ el área bajo la curva es el cambio en la posición esto debido que en cada punto se tiene un pequeño desplazamiento $v\Delta t$ cuando $\Delta t \to 0$, esto genera un pequeño trozo de área en forma de línea desde el punto hasta la base, al hacer esto en todos los puntos y sumarlos se obtiene el área bajo la curva lo cual equivale al desplazamiento total.

A.2) Con lo anterior determine la posición $x$ del objeto en función de la posición inicial en términos de $x_0, \Delta t, a, v_0$.

A.3) ¿Qué valor debe tener $v_0$ y $x_0$ para que en $t = 0$ se tenga $x = 0.$?

**Parte 2: Fuerza, pero sin aceleración**

La famosa segunda ley de $F = ma$, es muy conocida pero incompleta, ya que esta solo puede usarcé en casos donde la masa es constante. Estudiaremos un caso exótico donde un objeto de masa inicial $m_0$ se no acelera a pesar de estar sometido a una fuerza. Por referencia, esta es la ecuación completa:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Donde $p = mv$ es el momento lineal. En este problema use cambios en lugar de diferenciales para evitar el uso de integración y derivación si se consideran intervalos de tiempo $\Delta t$ muy pequeños, aproximadamente casi a 0, por el momento evite esta consideración, será útil más adelante. Utilizaremos entonces la siguiente ecuación.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

B.1) Escriba una expresión para la fuerza en función de $\Delta m/\Delta t, m_0, a$ y $v_0$,donde $\Delta m$ es el cambio que hubo en la masa.

En un cuerpo se sabe su masa varia de forma lineal según $m = m_0 - kt, k = cte$. La expresión de B.1 es válida si hacemos que $\Delta m\ \Delta v/\Delta t = 0$ y remplazamos $v_0$ por $v(t)$.

B.2) ¿A que es igual $F - ma$?

Ahora, el cuerpo es empujado por una fuerza $F$ tal que su velocidad se mantiene constante.

B.3) Encuentre el tiempo de vida de este cuerpo si $m_0 = 3kg, F = -100N, v = 50m/s.$

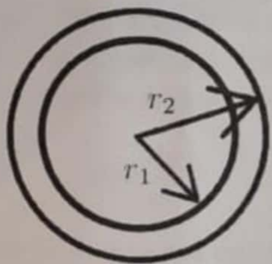
B.4) Determine la potencia $P$ promedio de perdida de energía en el sistema.

# PROBLEMA 2: ESTUDIO DEL ENROLLAMIENTO DE UNA RAMA

En la naturaleza, a menudo encontramos ramas similares a cuerdas que se enrollan continuamente alrededor de troncos o ramas más sólidas y gruesas. A veces, este enrollamiento es firme y otras veces forma una hélice más suelta. En algunos casos, la cuerda puede no llegar a enrollarse completamente alrededor del tronco.

### Parte A: Movimiento sin desplazamiento horizontal

En este problema, nos enfocaremos en el enrollamiento de una cuerda alrededor de un tronco de bambú. Considere que el tronco está rotando con una velocidad angular $\omega$ y que la cuerda se enrolla sobre sí misma (sin moverse hacia adelante como en la imagen) en sentido antihorario, y que el espesor de la cuerda es $h$. Además, el tronco de bambú es hueco con radio interior $r_1$ y exterior $r_2$.




A.1) Demuestre que la expresión del radio final bambú + rama como función del tiempo está dada por:

$$r(t) = (r_2 + h) + \frac{h}{2\pi}\omega t$$

**Pista:** La forma se puede aproximar a una espiral, por lo que encuentre una relación entre el ángulo enrollado y el radio incrementado.

A.2) Encuentre la velocidad de enrollamiento, es decir que tanto crece el radio por unidad de tiempo.

A.3) ¿Qué pasa con la velocidad si $h$ es muy pequeño respecto a $r$?

### Parte B: Momento de inercia.

En esta parte vamos a suponer que velocidad de la rama es constante $v$ . A medida que se enrolla la rama, el tronco incrementa su masa, $\Delta m = \lambda v\, \Delta t$ , donde $\lambda$ es una constante conocida como densidad lineal. La masa del tronco en el instante $t$ es $m = m_0 + \Delta m t$. Si la masa total de la rama en el tronco es $M$, enrollada durante un tiempo $T$, en el tiempo $t$, la masa $m$ de la rama en el tronco será:

$$m = Mt/T$$

B.1) Encuentre el momento de inercia para un tiempo $t$.

B.2) Encuentre el momento angular respecto al eje de rotación.

COMITÉ HONDUREÑO DE OLIMPIADAS DE FÍSICA

CHOF

IX OCCAFI

IX OLIMPIADA CENTROAMERICANA Y DEL CARIBE DE FÍSICA

EL SALVADOR 2024

Educación

Gobierno de la República

# PROBLEMA 3: BOTE DE LA PELOTA DE PING PONG

El Ping Pong, también conocido como Tenis de mesa, es un deporte popular en todo el mundo. Se juega en una mesa dividida por una red, y los jugadores utilizan raquetas para golpear una pequeña pelota de plástico. La pelota rebota de un lado a otro sobre la mesa, y el objetivo es ganar puntos al hacer que la pelota toque el lado contrario sin que el oponente pueda devolverla. El objetivo de este problema es analizar la física detrás de los efectos top-spin y back-spin los cuales son un giro que se le agrega a la pelota en el sentido del movimiento. El top-spin la hace rebotar más rápido, mientras que el back-spin puede incluso hacer que regrese hacia atrás.

**Nota:** Si algún resultado está enunciado como demostración, puedes usarlo en los ítems posteriores, aunque no hayas podido demostrarlo.

**Importante:** Para facilitar el álgebra y evitar pérdida de generalidad, no usar MRU (Movimiento Rectilíneo Uniforme) o MRUA (Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado). Trabaja con impulsos en su lugar. Recuerda que se define como:

$$\vec{J} = \langle \vec{F} \rangle \cdot \Delta t$$

Donde $\langle X \rangle$ significa "promedio de $X$ a lo largo del tiempo" y es introducido para evitar el uso de cálculo integral.

**I.1)** Usando la segunda ley de newton, deduzca que $\vec{J} = \Delta\vec{p}$.

**Parte A: Partícula puntual**

Considere la colisión de una partícula puntual de masa $m$ con el suelo sin fricción formando su velocidad $v_0$ un ángulo $\theta$ con la horizontal justo antes de la colisión. Asuma que el choque es aproximadamente instantáneo (de duración $\tau$), por lo que se puede despreciar el peso ya que la normal es muy grande.

**A.1)** Asumiendo que el choque es elástico (No hay perdida de energía). ¿Cuál fue la fuerza normal promedio $\langle N \rangle$ durante el rebote en términos de $m$, $\tau$, $v_0$, y $\theta$?

El coeficiente de restitución $e$ (Caso elástico $e = 1$) se define como:

$$e = \left| \frac{v_y(\tau)}{v_y(0)} \right|$$

**A.2)** Si la pelota se deja caer verticalmente ($\theta = 90°$) desde una altura $H$ se observa que esta alcanza una altura $h < H$. Determine $e$ en términos de $h$, $H$.

Ahora considera la fuerza de fricción $\langle f \rangle = \mu \langle N \rangle$.

**A.3)** Encuentre $|\Delta p_x / \Delta p_y|$ si $\Delta p_x$ y $\Delta p_y$ son los cambios en momentos a lo largo de la horizontal y vertical, respectivamente, debido exclusivamente al rebote con el suelo.

**A.4)** Demuestra que el ángulo de salida $\phi$ con la horizontal (Justo después del choque) está dado por:

$$\tan\phi = \tan\theta\left(\frac{e}{1-\mu(1+e)\tan\theta}\right)$$

**Parte B: Bola rotacional**

Considere la bola de Ping Pong como una esfera hueca de masa $m$, radio $R$, y momento de inercia $I = \frac{1}{k}mR^2$. Por simpleza asuma esta bola puede rotar con velocidad angular $\omega$ en el mismo plano que el movimiento traslacional, en otras palabras, no rota hacia los lados.

Considere nuevamente la colisión con el suelo sin fricción formando su velocidad $v_0$ un ángulo $\theta$ con la horizontal justo antes de la colisión. Debido a la rotación la dirección de la fuerza de fricción puede ser diferente al caso puntual. Esta puede empujar la bola hacia atrás como en la parte A, o hacia adelante.

**B.1)** El sentido de la fricción apuntara hacia adelante si $\omega > \omega_0$ y hacia atrás si $\omega < \omega_0$. Determine $\omega_0$ en términos de $\theta$, $R$ y $v_0$. ¿Qué pasa si $\omega = \omega_0$?

Para valores fuera de un cierto rango, la ecuación obtenida en A.3 es aún valida, debido a que la bola jamás la rotación pura durante la colisión. Sin embargo, para el rango $\omega_0 + \delta\omega > \omega > \omega_0 - \delta\omega$ la bola alcanzara la rotación pura durante la colisión.

**B.2)** Encuentre una relación entre el cambio del momento angular $\Delta L$ y el momento linear $\Delta p_x$.

**B.3)** Prueba que:

$$\delta\omega = \frac{\mu v_0}{R}(1+e)(1+k)\sin\theta$$

**Pista:** El cambio de la velocidad lineal y angular son de signos opuestos. Por lo que alcanzaran la rotación pura, siempre y cuando $|\Delta p_x| \leq \Delta p_y$ de lo contrario la pelota rebotara antes de alcanzar la rotación pura.

**B.4)** Demuestra que el ángulo de salida $\beta$ este dado por:

$$\tan\beta = \begin{cases} \tan\theta\left(\dfrac{e}{1+\mu(1+e)\tan\theta}\right) & si\ \omega \geq \omega_0 + \delta\omega \\ \dfrac{\tan\theta}{e}\left(1+\left(\dfrac{\omega-\omega_0}{\omega_0(1+k)}\right)\right) & si\ \omega_0 + \delta\omega > \omega > \omega_0 - \delta\omega \\ \tan\theta\left(\dfrac{e}{1-\mu(1+e)\tan\theta}\right) & si\ \omega \leq \omega_0 - \delta\omega \end{cases}$$