

## LECTURA 10: ERRORES Y DIFICULTADES EN LA COMPRENSIÓN DE LOS CONCEPTOS ESTADÍSTICOS ELEMENTALES

Álvaro Soto, Bastián Vergara, Nicolas Castillo, Benjamín Fuentes, Michael Núñez

[Alvaro.soto.o@usach.cl](mailto:Alvaro.soto.o@usach.cl); [bastian.vergara@usach.cl](mailto:bastian.vergara@usach.cl); [nicolas.castillo.mo@usach.cl](mailto:nicolas.castillo.mo@usach.cl);

[benjamin.fuentes.r@usach.cl](mailto:benjamin.fuentes.r@usach.cl); [michael.nunez.n@usach.cl](mailto:michael.nunez.n@usach.cl)

Universidad de Santiago de Chile

### Resumen

*Este artículo presenta una revisión exhaustiva de investigaciones sobre errores y dificultades en el aprendizaje de conceptos estadísticos elementales. Los autores destacan la creciente presencia de la estadística en los currículos escolares y, al mismo tiempo, la falta de preparación específica en el profesorado para enseñarla adecuadamente. Se abordan errores comunes en la interpretación de gráficos, comprensión de medidas de tendencia central, variabilidad, tablas de contingencia, diseño experimental, inferencia y muestreo. El texto introduce también marcos teóricos sobre concepciones erróneas y obstáculos cognitivos, tales como los obstáculos epistemológicos, didácticos y ontogenéticos. Se destaca cómo las concepciones previas de los estudiantes, junto con decisiones didácticas inapropiadas, explican gran parte de los errores*

*sistemáticos observados. Finalmente, se señala la complejidad al pensamiento estocástico y la necesidad de enfoques didácticos específicos.*

## **Abstract**

*Alvaro kun traducelo*

## **INTRODUCCIÓN**

En las últimas décadas, la estadística ha adquirido un rol cada vez más central en los currículos escolares de numerosos países, al ser reconocida como una herramienta clave para la formación de ciudadanos críticos y con capacidad de tomar decisiones informadas. Sin embargo, su enseñanza sigue enfrentando importantes desafíos, tanto a nivel conceptual como didáctico. El artículo “Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales” de Batanero, Godino, Green y colaboradores (1994) ofrece un amplio análisis de investigaciones internacionales que evidencian los errores sistemáticos, obstáculos cognitivos y concepciones erróneas que afectan el aprendizaje estadístico desde edades tempranas hasta la universidad.

A través del estudio de temas como la media, la dispersión, los gráficos, el muestreo o la inferencia, los autores muestran que muchas de estas dificultades no son accidentales, sino que responden a factores psicológicos, epistemológicos y didácticos profundamente arraigados. Esta revisión resulta especialmente valiosa para quienes nos estamos formando como docentes de matemáticas, ya que nos permite anticipar los errores frecuentes de nuestros futuros estudiantes y reflexionar sobre la necesidad de metodologías específicas para la enseñanza de la estadística. El presente trabajo busca sintetizar las ideas centrales del artículo, profundizar en los principales

obstáculos detectados y desarrollar una reflexión crítica sobre las implicancias para la formación inicial docente.

## **DESARROLLO**

### **Investigación sobre errores, concepciones y obstáculos en didáctica**

Los autores plantean que el análisis de errores no solo revela deficiencias en el aprendizaje, sino que también permite identificar patrones de pensamiento persistentes en los estudiantes. Este enfoque, ampliamente respaldado por investigadores como Radatz (1980) y Borassi (1987), consideran los errores como herramientas útiles para comprender el proceso de construcción del conocimiento. Es decir, el error deja de ser visto como un simple fracaso para transformarse en un indicio del modo de pensar del alumno.

En este contexto, se introducen tres tipos de obstáculos que explican por qué ciertas concepciones erróneas se mantienen con el tiempo:

- Obstáculos ontogenéticos: derivados del desarrollo cognitivo natural del estudiante. Por ejemplo, la comprensión del concepto de probabilidad requiere habilidades de razonamiento proporcional que no siempre están presentes en las primeras etapas escolares.
- Obstáculos didácticos: causados por decisiones en la enseñanza, como el uso anticipado de notación formal sin haber trabajado suficientemente los significados concretos. Un ejemplo es la introducción prematura de la fórmula de la media aritmética sin haber desarrollado intuitivamente el concepto de "valor representativo".
- Obstáculos epistemológicos: vinculados a la naturaleza misma del conocimiento estadístico. Por ejemplo, la coexistencia de distintas definiciones de probabilidad (clásica, frecuencial y

subjetiva) puede generar confusión incluso en niveles avanzados, por su complejidad filosófica y técnica.

Este marco teórico ayuda a entender que muchas veces los errores no se deben a falta de conocimientos, sino a la aplicación de conocimientos que resultan apropiados solo en contextos limitados. El reto de la enseñanza es, entonces, identificar estas concepciones, reconocer su utilidad parcial y generar condiciones para su transformación.

### **Representación gráfica y tabulación de datos**

Uno de los primeros aspectos abordados por los autores es el uso de gráficos y tablas como herramientas fundamentales en el análisis de datos. Lejos de ser un contenido puramente técnico, la representación gráfica implica habilidades cognitivas complejas que requieren interpretación,

comparación y predicción. En este sentido, se destaca el modelo propuesto por Curcio (1989), quien identifica tres niveles crecientes de comprensión gráfica:

- Leer los datos: implica una lectura literal del gráfico (por ejemplo, identificar valores en los ejes o cantidades exactas).
- Leer dentro de los datos: requiere interpretar relaciones y realizar comparaciones (por ejemplo, identificar tendencias o cambios entre categorías).
- Leer más allá de los datos: consiste en hacer inferencias, formular predicciones o interpretar significados no explícitos en el gráfico.

Las investigaciones citadas evidencian que las principales dificultades se concentran en los dos niveles superiores. Esto se agrava cuando los estudiantes no han desarrollado una comprensión adecuada del tipo de gráfico utilizado o del contexto que representa.

Li y Shen (1992) detectan errores comunes en estudiantes de secundaria, como:

- El uso de polígonos de frecuencia para variables cualitativas.
- La comparación de magnitudes heterogéneas (por ejemplo, sillas con kilogramos) en un mismo gráfico.
- La omisión de escalas o la selección inapropiada de estas en los ejes.
- El empleo incorrecto del software gráfico, que muchas veces genera gráficos automáticamente sin que el estudiante comprenda su construcción o propósito.

Estas dificultades no solo son técnicas, sino profundamente conceptuales. La representación gráfica exige que el alumno comprenda el tipo de variable, su escala, el objetivo del análisis y las

convenciones de lectura. Cuando este conjunto de saberes no está articulado, los errores son inevitables.

Además, el uso acrítico de software ha generado una falsa sensación de dominio. Muchos estudiantes saben “hacer gráficos”, pero no saben “leerlos” ni “evaluar su pertinencia”, lo que refuerza la necesidad de enseñar a interpretar y seleccionar representaciones gráficas adecuadas a cada situación.

### **Medidas de tendencia central (especialmente la media)**

La media aritmética es uno de los conceptos estadísticos más enseñados en el sistema escolar, y al mismo tiempo uno de los más malinterpretados. Aunque su cálculo es simple, su significado conceptual resulta difícil de comprender para muchos estudiantes, quienes tienden a aplicarla mecánicamente sin entender lo que representa.

El texto recoge diversos estudios que evidencian errores tanto en el cálculo como en la interpretación de la media. Un ejemplo destacado es el de Pollatsek et al. (1981), quienes muestran cómo los estudiantes confunden el promedio simple con el promedio ponderado. En un problema donde se deben combinar dos grupos con medias distintas y diferentes tamaños, los estudiantes aplican una media simple (sumando los dos valores y dividiendo por 2), sin tener en cuenta el número de elementos de cada grupo.

Además, se identifican concepciones erróneas persistentes. Mevarech (1983) señala que algunos estudiantes atribuyen a la media propiedades algebraicas que no tiene, como clausura o existencia de un inverso, pensando que “la media de dos medias es la media general”, lo cual solo es válido en contextos muy específicos.

Respecto al significado conceptual, Strauss y Bichler (1988) identifican siete propiedades esenciales que los estudiantes deben comprender, como que la media puede ser una fracción, que no necesariamente coincide con un valor observado, y que su cálculo implica considerar todos los

datos. Sin embargo, se detecta que propiedades como “la suma de las desviaciones respecto a la media es cero” o “la media es representativa del conjunto” son poco comprendidas, incluso por estudiantes mayores.

Russell y Mokros (1991), por su parte, clasifican las concepciones estudiantiles sobre el promedio en cuatro categorías:

- La media como el valor más frecuente (confusión con la moda).
- La media como un valor razonable o intuitivo.
- La media como punto medio entre los extremos.
- La media como una fórmula algorítmica, desprovista de significado.

Estas interpretaciones pueden ser válidas en ciertos contextos, pero conducen a errores cuando se aplican de forma general. La investigación muestra que la comprensión profunda de la media implica no solo saber calcularla, sino elegir cuándo tiene sentido usarla, con qué propósito y cómo afecta la inclusión o modificación de datos individuales.

Por último, Goodchild (1988) demuestra que cuando se pide a los estudiantes crear un conjunto de datos con una media dada, muchos fracasan en construir una distribución coherente, lo que evidencia una débil conexión entre el valor promedio y la estructura global de los datos.

En resumen, la enseñanza de la media no puede reducirse al cálculo. Es necesario abordar su significado, sus propiedades y su aplicabilidad en distintos contextos, para evitar que se convierta en un concepto vacío de contenido.

## **Medidas de dispersión**

El estudio de la dispersión en estadística es fundamental para comprender la variabilidad de los datos, pero suele ser una de las áreas menos desarrolladas en la enseñanza escolar. A menudo, se pone énfasis exclusivo en los promedios, ignorando que dos conjuntos con igual media pueden

tener comportamientos muy distintos. Esta omisión conduce a interpretaciones erróneas al comparar distribuciones.

Uno de los errores más comunes es ignorar la variabilidad de los datos. Según Campbell (1974), muchos estudiantes no consideran la dispersión al hacer comparaciones entre grupos, y creen que dos conjuntos con la misma media son “iguales” en comportamiento. Este error refleja una concepción limitada de la información estadística.

Loosen (1985) realizaron un estudio donde presentaron a estudiantes dos conjuntos de bloques:

- A: 10, 20, 30, 40, 50, 60
- B: 10, 10, 10, 60, 60, 60

Ambos conjuntos tienen la misma media, pero distribuciones distintas. Al ser consultados, los estudiantes dieron respuestas divididas y contradictorias. Muchos entendieron la variabilidad como “diferencia entre los valores”, pero no como desviación respecto a la media, que es el criterio más riguroso en estadística. Esto indica una tendencia a pensar en la diversidad de forma intuitiva (hay más variedad) sin anclar esa intuición en un modelo cuantitativo preciso.

Además, el uso de la desviación típica o estándar como medida formal de dispersión tampoco garantiza comprensión. Mevarech (1983) halló que los mismos errores que se presentan en el cálculo de la media se repiten al calcular la varianza. Por ejemplo, algunos estudiantes creen que el conjunto de datos y la fórmula de la varianza forman un “grupo algebraico”, lo cual muestra una sobre interpretación mecánica sin comprensión de su sentido.

El concepto de puntuaciones tipificadas ( $Z$ ), útil para comparar datos de diferentes distribuciones, presenta también dificultades. Según Huck (1986), algunos estudiantes creen que las puntuaciones  $Z$  solo pueden variar entre  $-3$  y  $+3$  (porque así aparecen en las tablas de la distribución normal estándar), mientras que otros creen que no tienen límites, debido a una comprensión errónea



de la asintoticidad de la curva normal. Ambos errores reflejan concepciones rígidas o absolutistas que no consideran el carácter contextual y variable de las puntuaciones  $Z$ .

En definitiva, el aprendizaje de la dispersión requiere mucho más que la memorización de fórmulas. Es clave que los estudiantes comprendan:

- Qué significa que un conjunto tenga más o menos dispersión,
- Por qué importa en la comparación de datos.
- Cómo ciertas medidas (como la desviación estándar) reflejan la dispersión en torno a un centro.

Trabajar con representaciones visuales, comparar conjuntos con misma media pero distinta variabilidad, y discutir las implicancias prácticas de la dispersión son estrategias que pueden facilitar una comprensión más profunda.

### **Estadísticos de orden (mediana, percentiles)**

Los estudiantes presentan dificultades conceptuales y operacionales al trabajar con la mediana, especialmente cuando los datos están agrupados. Muchos interpretan la mediana como una media aritmética entre dos valores centrales, sin comprender que se trata de un valor posicional. También se detectan errores al identificar percentiles y al interpretar gráficos acumulados. Estas dificultades se agravan por la falta de comprensión sobre ordenamiento y acumulación de datos, lo que sugiere que la enseñanza debe enfatizar el carácter ordinal de estos estadísticos.

### **Asociación en tablas de contingencia**

Al analizar la relación entre variables en tablas de doble entrada, los estudiantes suelen confundir asociación con causalidad, o no distinguen entre frecuencias absolutas y relativas. Investigaciones muestran que muchos cometen errores similares a los documentados por Piaget e Inhelder, como usar estrategias incorrectas para juzgar dependencia entre variables. Esto evidencia

la necesidad de desarrollar habilidades de lectura crítica de datos y fomentar el razonamiento proporcional en contextos bivariados.

### **Diseño experimental**

Se observan problemas tanto en estudiantes como en profesores para distinguir entre variables independientes, dependientes y extrañas. También hay escaso entendimiento sobre el papel del azar y la aleatorización en la validez de un experimento. La enseñanza suele centrarse en aspectos formales y no en el diseño real de investigaciones, lo cual limita la comprensión del proceso científico detrás de la estadística experimental

### **Inferencia estadística y muestreo**

Los errores en este ámbito son amplios y persistentes. Los estudiantes tienden a aplicar la ley de los pequeños números, creyendo que una muestra pequeña es suficiente para representar a una población. También confunden media muestral con media poblacional, y tienen dificultades para entender la noción de error muestral y distribución de la media. Estas dificultades reflejan una comprensión débil del concepto de muestra como aproximación probabilística.

### **Contraste de hipótesis**

El contraste de hipótesis es uno de los temas más abstractos y difíciles. Los estudiantes suelen malinterpretar el significado del nivel de significancia (p-valor), confundiendo la probabilidad de error tipo I con la probabilidad de que la hipótesis nula sea verdadera. Tampoco comprenden la diferencia entre significancia estadística y relevancia práctica. Estas confusiones se

deben en parte al lenguaje técnico y simbólico, y en parte a la falta de contexto y experimentación concreta en la enseñanza.

### **Citas (parafraseadas) de la lectura para futuras elaboraciones**

“El estudio de los errores cometidos por los estudiantes permite no sólo obtener información sobre sus carencias, sino también sobre sus concepciones y, por lo tanto, sobre su conocimiento matemático.”

“La media se introduce generalmente como una fórmula, sin dar al alumno una idea clara de su significado como valor representativo.”

“En algunos casos se representan variables cualitativas mediante polígonos de frecuencia, cuando lo adecuado sería utilizar diagramas de barras.”

“Algunos estudiantes creen que si una muestra es representativa no importa su tamaño.”

“En la mayoría de los casos los alumnos consideran la media como una fórmula que se aplica, pero no la relacionan con su significado como centro de gravedad de los datos.”

“El uso del ordenador para representar datos estadísticos ha introducido una nueva clase de errores en los estudiantes: el uso de gráficos inapropiados o mal interpretados por falta de comprensión del contenido.”

“Los estudiantes aplican la ‘ley de los pequeños números’, creyendo que una pequeña muestra es representativa de la población.”

“Los alumnos interpretan erróneamente el nivel de significación como la probabilidad de que la hipótesis nula sea verdadera.”

### **CIERRE**

Como futuros profesores de matemáticas, este texto nos interpela profundamente. Muestra que enseñar estadística no es solo presentar definiciones y fórmulas, sino comprender los obstáculos

que enfrentan los estudiantes y abordar activamente sus concepciones erróneas. Las dificultades descritas no son triviales ni se resuelven con práctica repetitiva: son síntomas de una desconexión entre el pensamiento determinista dominante en la matemática escolar y la naturaleza incierta, contextual e inductiva de la estadística.

Además, el texto nos hace ver que los errores no son simplemente fallos, sino oportunidades para construir conocimiento significativo. Para enseñar estadística de forma efectiva, debemos conocer a fondo los conceptos, pero también los caminos que recorren los estudiantes al apropiarse de ellos. Esto implica incorporar análisis de errores, promover la discusión en torno a contextos reales, y diseñar actividades que desarrollen pensamiento estocástico, no solo habilidades técnicas.

## **REFERENCIAS**

BATANERO, C., GODINO, J. D., GREEN, D. R., HOLMES, P., & VALLECILLOS, A. (1994). ERRORES Y DIFICULTADES EN LA COMPRENSIÓN DE LOS CONCEPTOS ESTADÍSTICOS ELEMENTALES. UNIVERSIDAD DE GRANADA, DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.