Signal
La convolution

La réponse du filtre est donnée par un produit de convolution

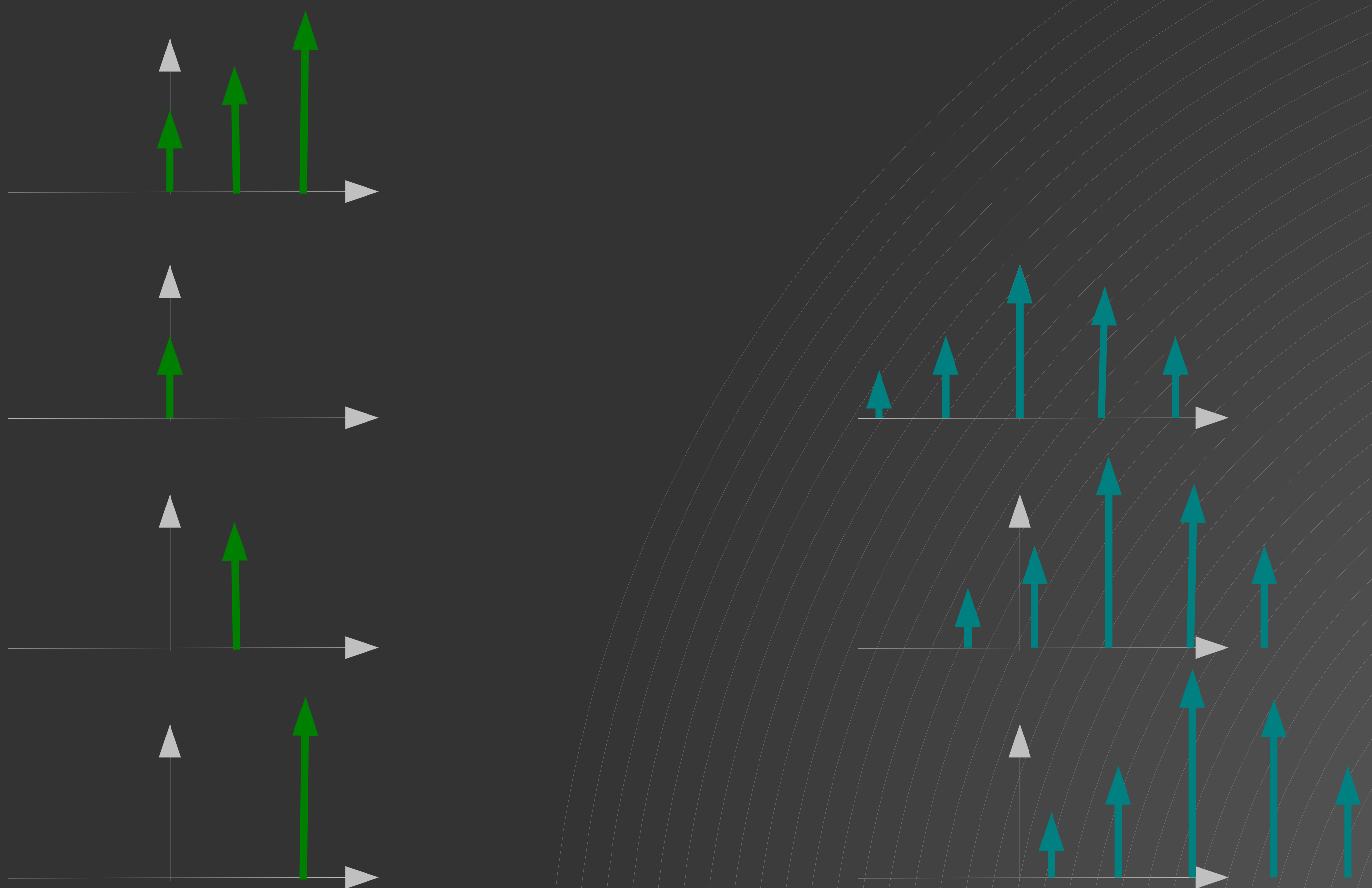
$$y(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(t-u)\,du$$

Signal
La convolution

- Réponse impulsionnelle :

Signal
La convolution

- Réponse :

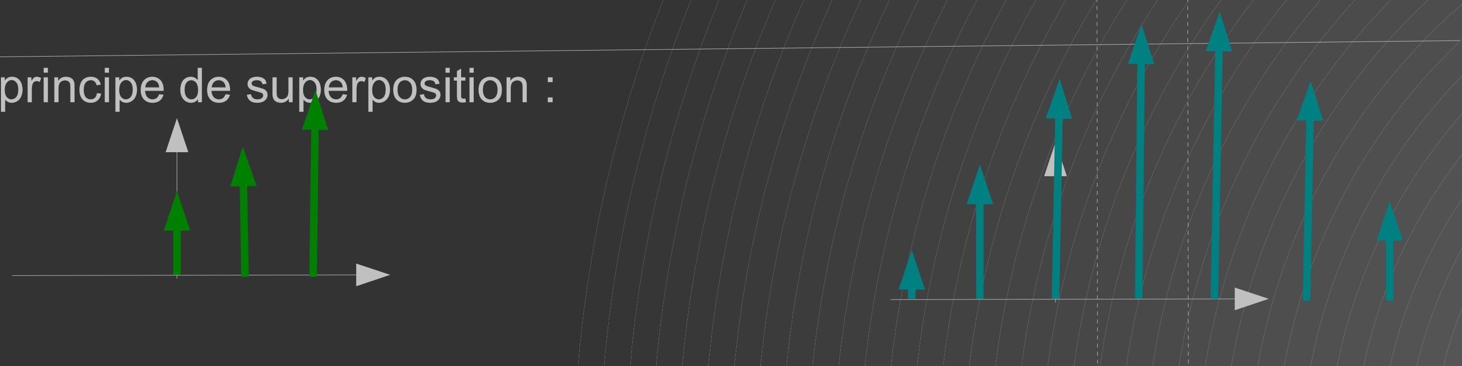


Signal
La convolution

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(t-u)\,du$$

- Réponse :

Par le principe de superposition :



Signal
La convolution

- Propriétés :
  - Commutative : $f(t) \ast g(t) = g(t) \ast f(t)$
  - Distributive : $(x(t) + y(t))\ g(t) = x(t) \ast g(t) + y(t) \ast g(t)$
  - Associative : $(x(t) \ast y(t)) \ast z(t) = x(t) \ast (y(t) \ast z(t))$

Signal
La convolution

- Théorème de Plancherel :

Temps	Fréquences
Convolution $\ast$	Multiplication $\cdot$
Multiplication $\cdot$	Convolution $\ast$

- Autre propriété :
  - $f' \ast g = f \ast g' = (f \ast g)'$

Signal
La convolution

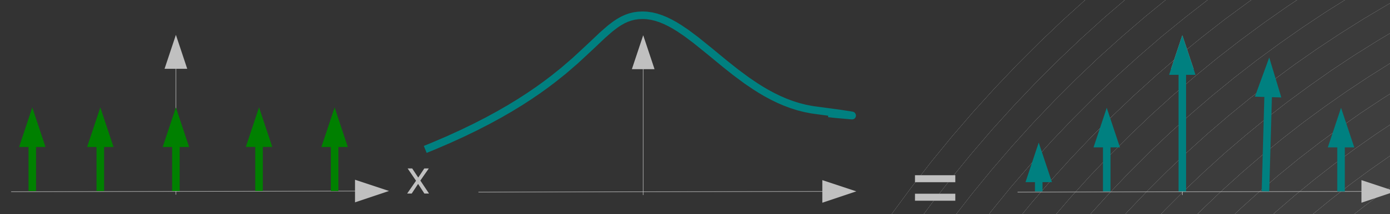
- Conséquence du lien convolution ↔ multiplication
  - Spectre d'un signal échantillonné
  - Revisite du filtrage :
    - Passe haut
    - Passe bas
    - Passe Bande
    - Réjecteur
  - Déconvolution
- Autres conséquences
  - DoG - Différence de gaussiennes
  - LoG - Laplacien d'une gaussienne

Signal

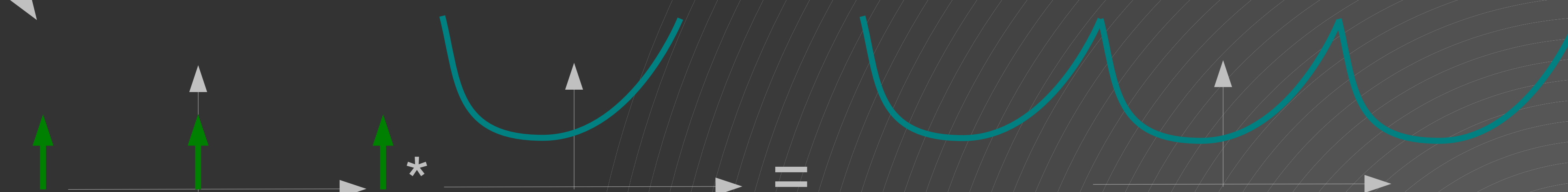
Conséquence du lien convolution ↔ multiplication

- Spectre d'un signal échantillonné

  $f(t)$ Ш(t_0) =



Dans le domaine fréquentiel :

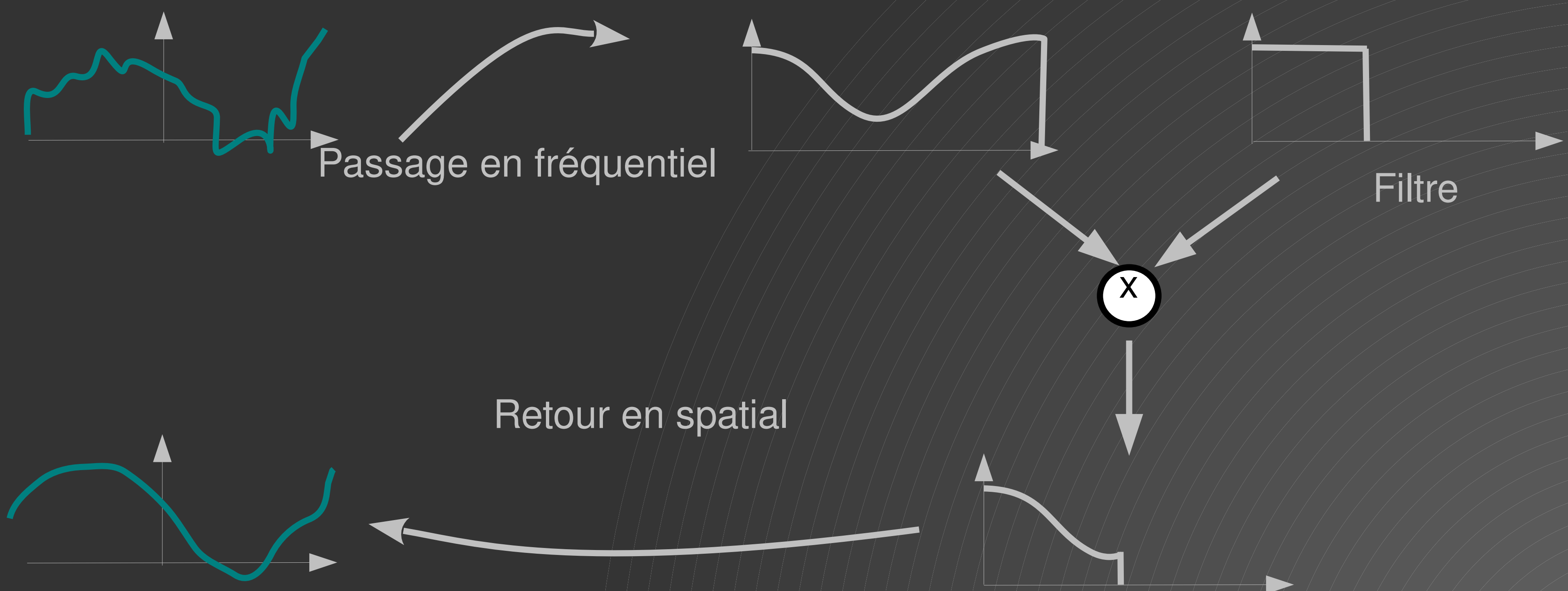


Signal

Conséquence du lien convolution ↔ multiplication

- Revisite du filtrage :

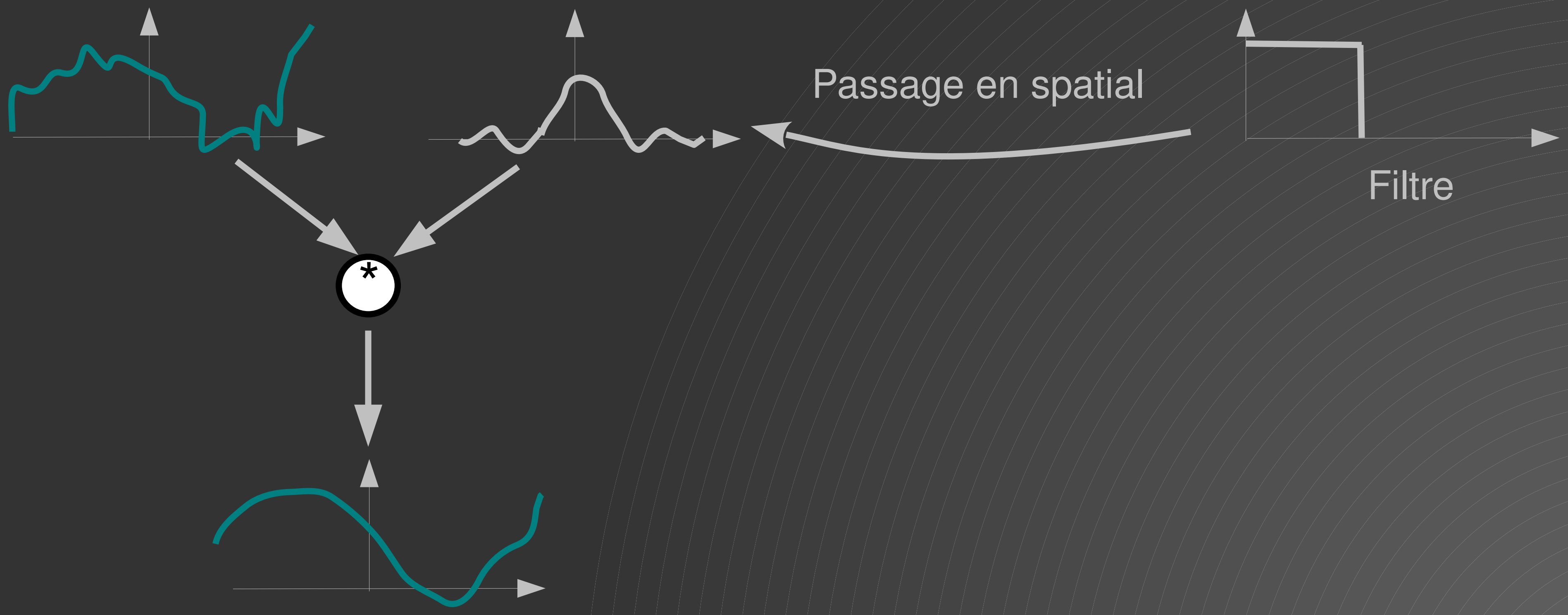
Passe haut / Passe bas / Passe Bande / Réjecteur



Conséquence du lien convolution ↔ multiplication

- Revisite du filtrage :

Passe haut / Passe bas / Passe Bande / Réjecteur



Conséquence du lien convolution $\leftrightarrow$ multiplication

- Convolution :
  - f * h => F x H
- Déconvolution
  - F/H
    - Très difficile si on ne connaît pas le filtre initial
    - Problème des 0 (ou des valeurs très petites dans H)

Conséquence du lien convolution ↔ multiplication

- Détection de bord
  - (f * gauss)' → f * gauss' (la dérivée de la gaussienne est connue formellement)
- LoG
  - Laplacien d'une gaussienne
- DoG
  - Différence de gaussienne

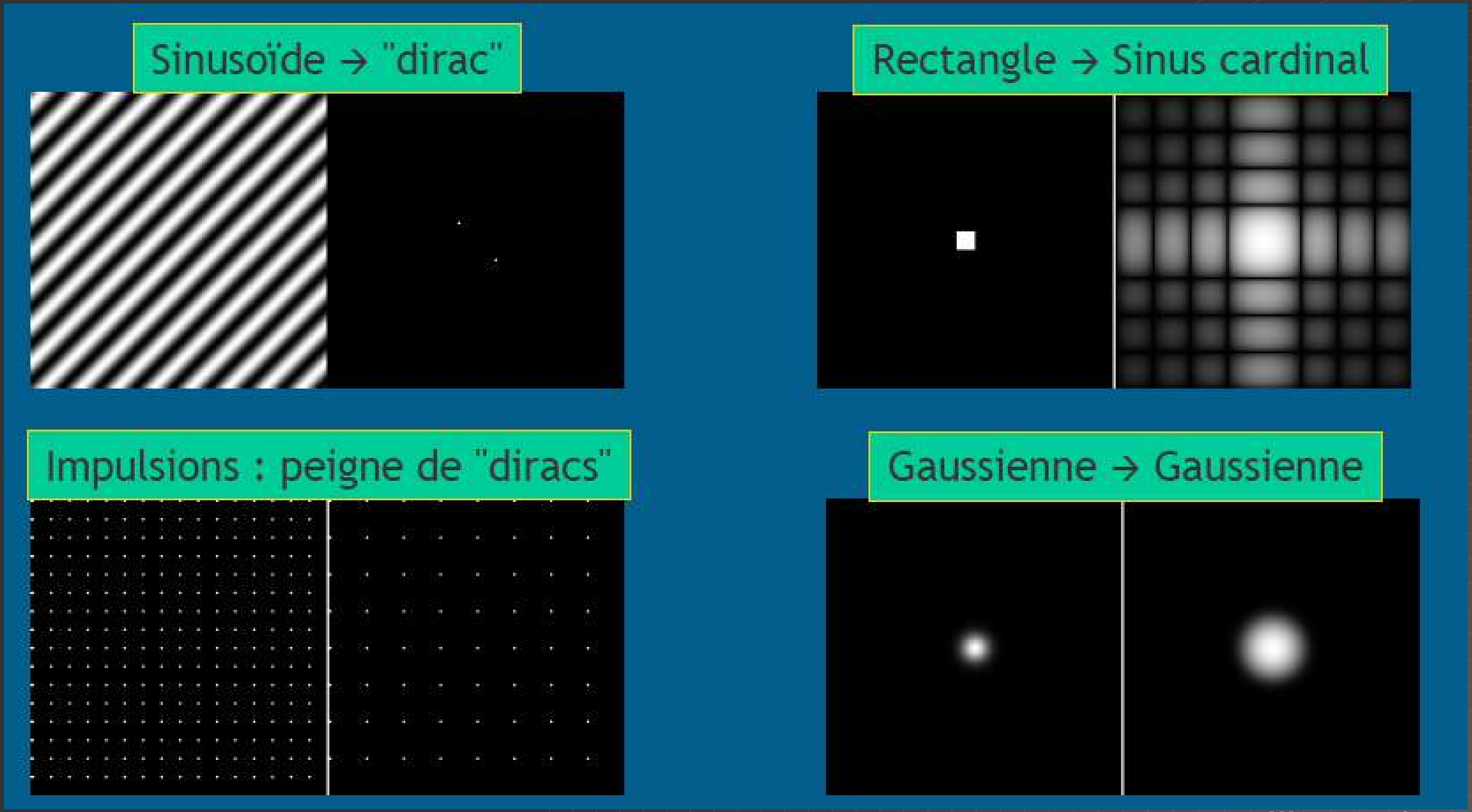
Filtrage

- Passe Bas
  - Description :
    - Coef central supérieur ou égal aux autres
    - Autres coefs positifs
  - Effet :
    - Pixel central devient une moyenne pondérée des voisins
    - Les régions homogènes sont peu changées
    - Les frontières sont étalées
    - Réduit le bruit

- Passe Haut
  - Description :
    - Coef central positif et élevé
    - Autres coefs petits, négatifs ou nuls
    - La somme des coefficients est nulle
  - Effet :
    - Zones homogènes : perte de la notion d'intensité
    - Frontières sont renforcées

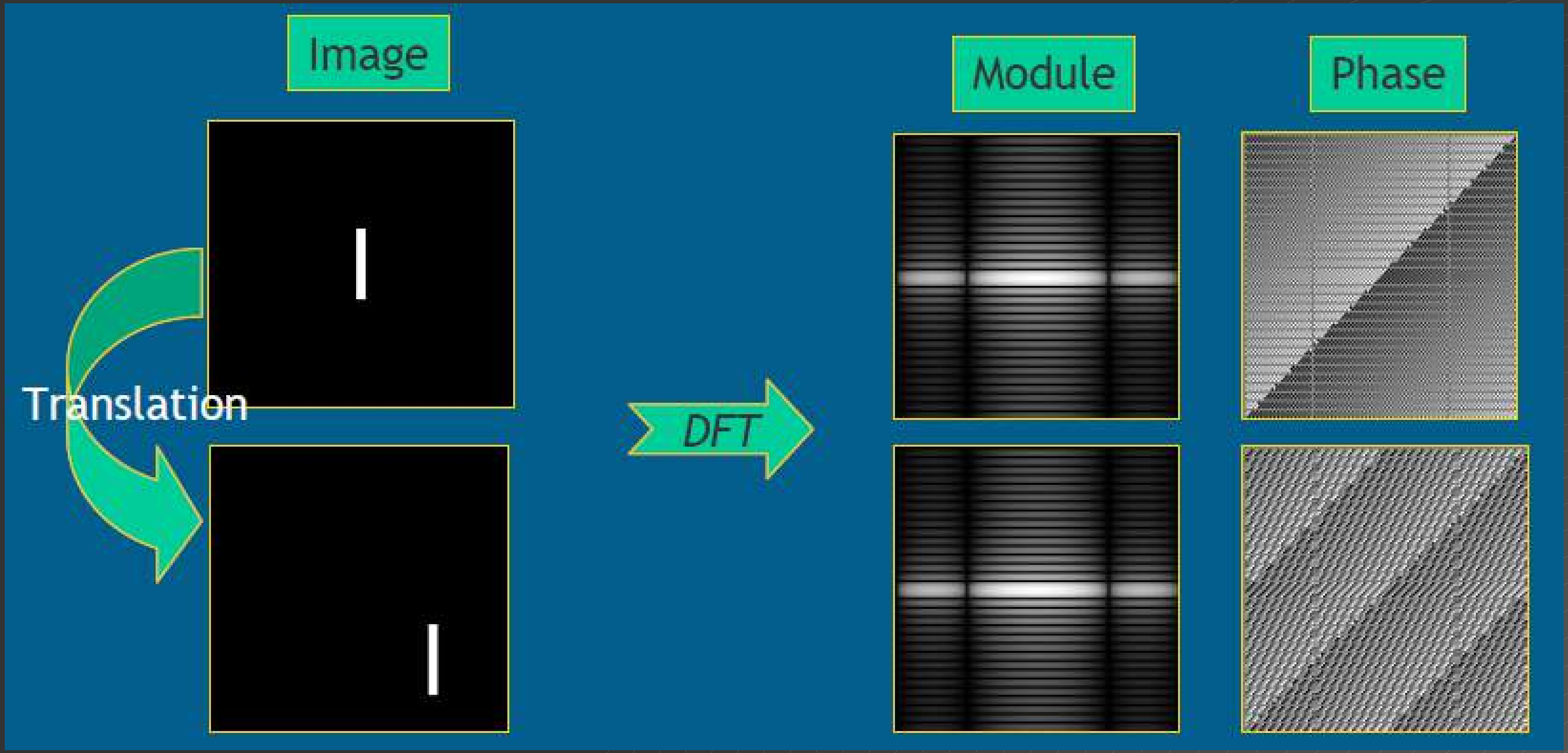
Propriétés de la TF2D

Filtrage



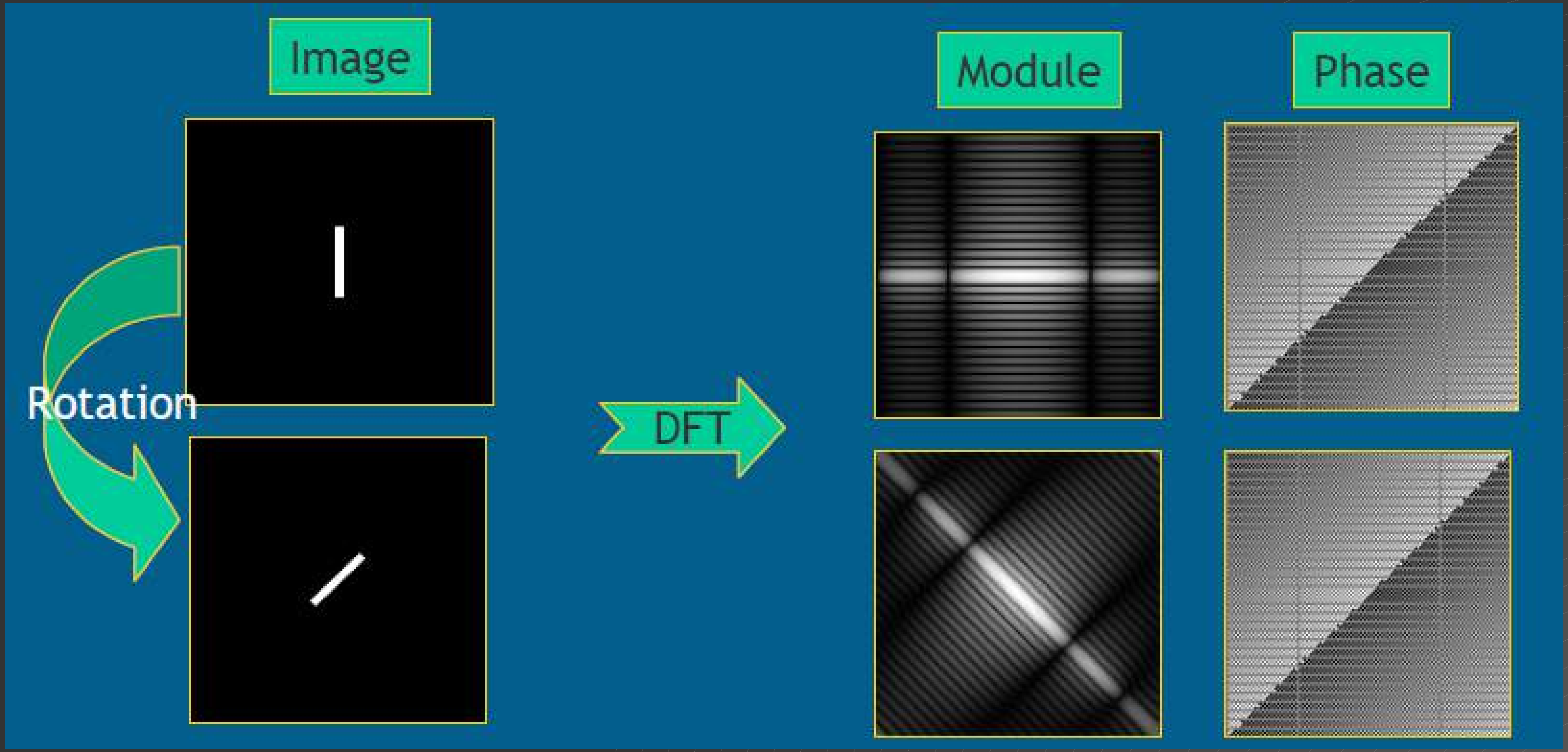
Illustrations
J.L. Lamotte
Séverine Dubuisson

Filtrage



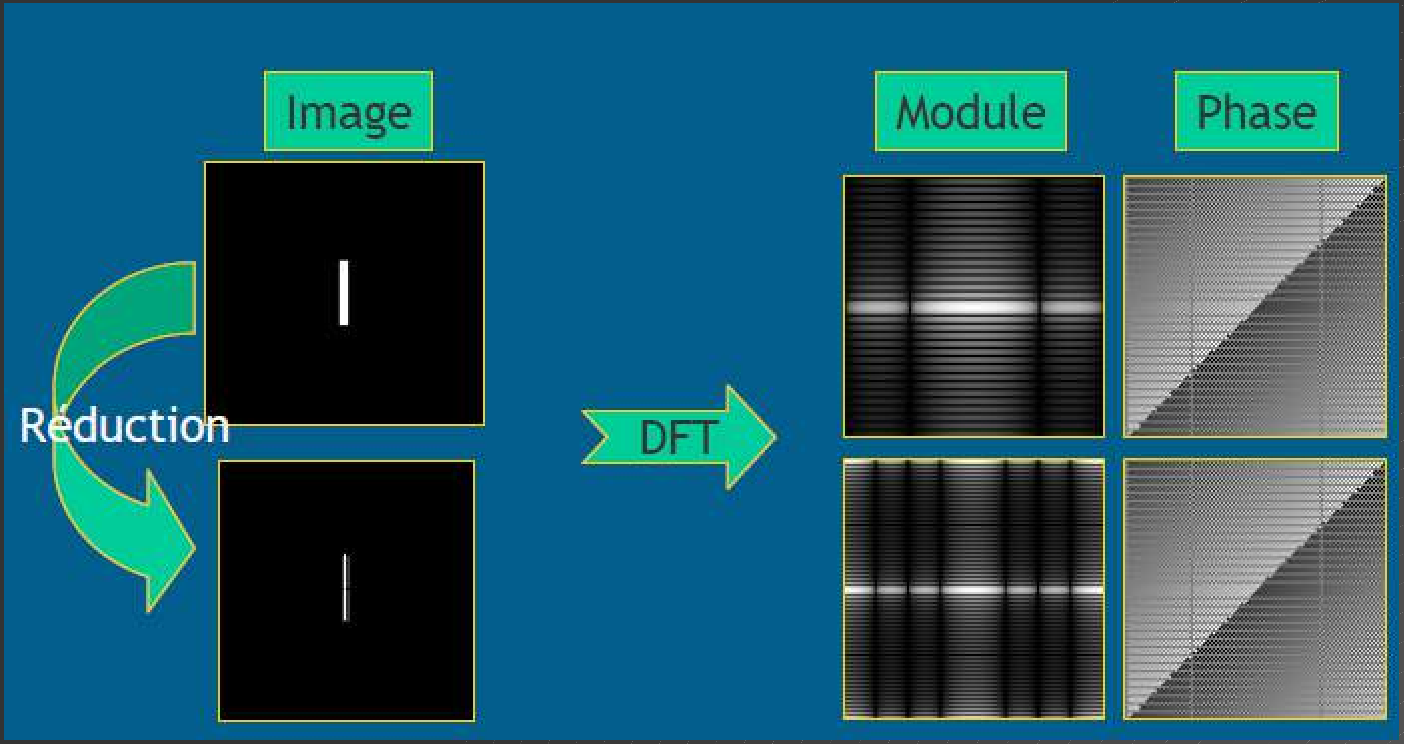
Illustrations
J.L. Lamotte
Séverine Dubuisson

Filtrage



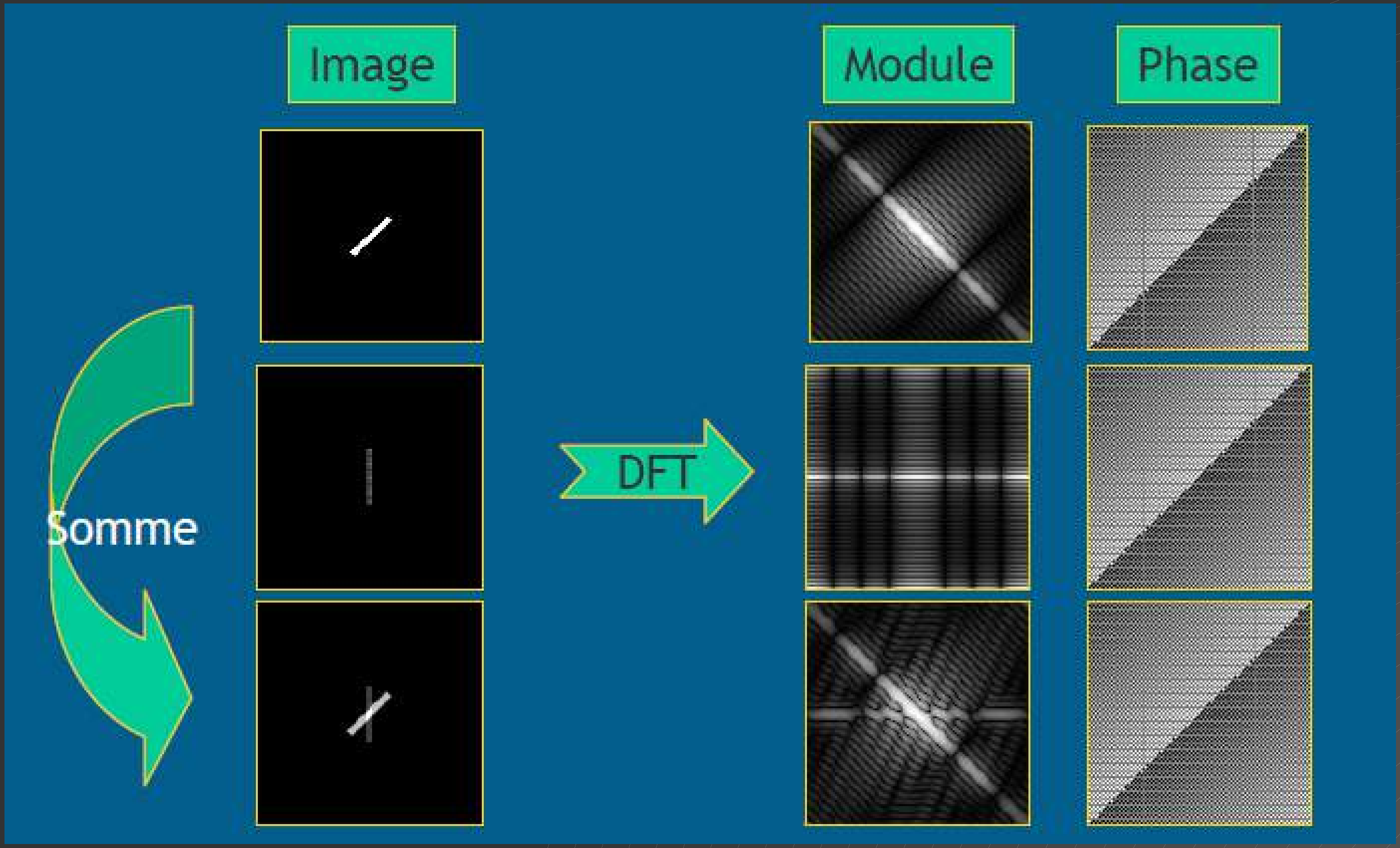
Illustrations
J.L. Lamotte
Séverine Dubuisson

Filtrage



Illustrations
J.L. Lamotte
Séverine Dubuisson

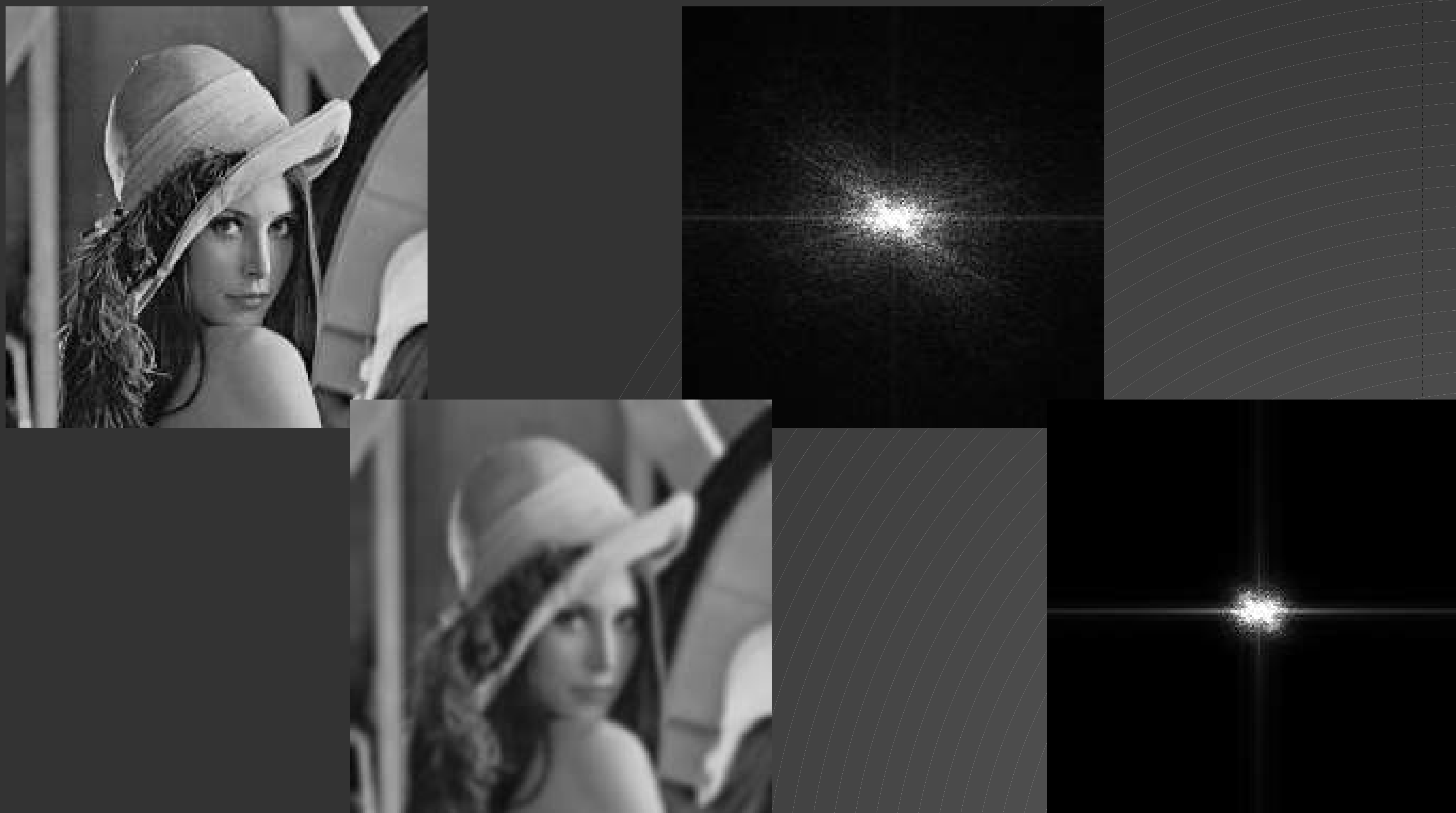
Filtrage



Illustrations
J.L. Lamotte
Séverine Dubuisson

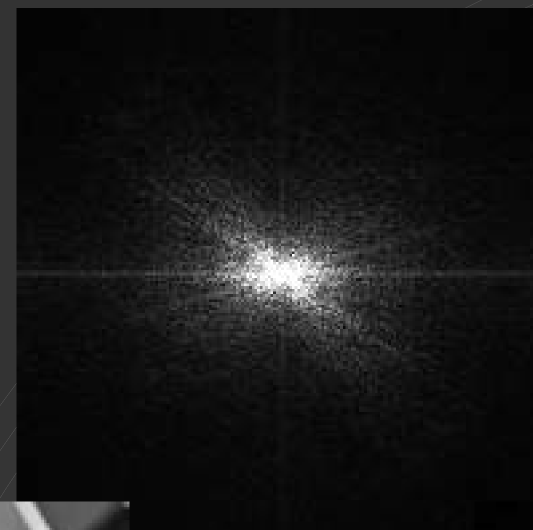
Transformée de Fourier

- Impact du flou

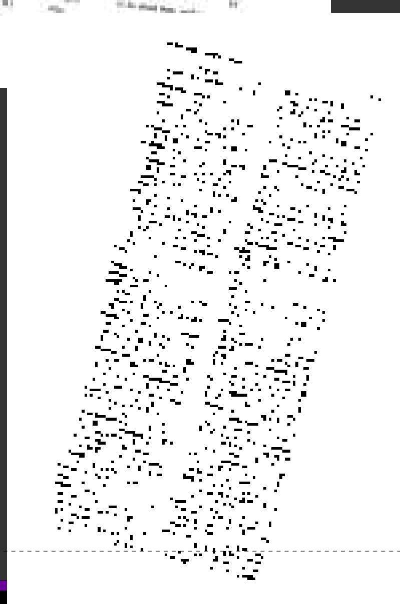
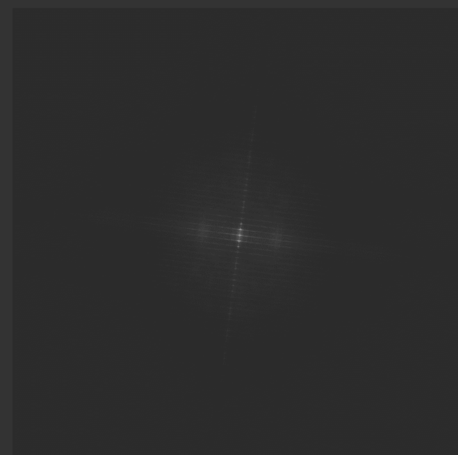
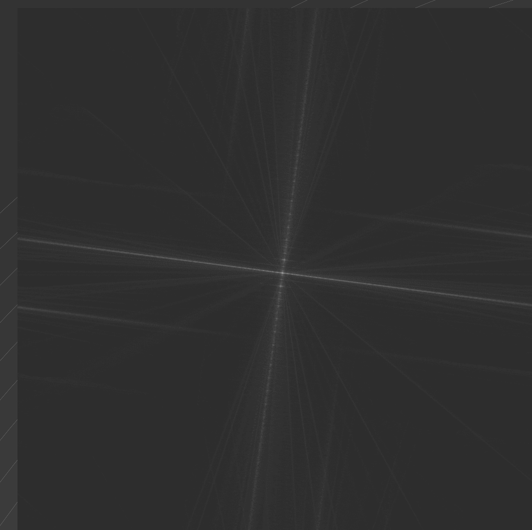
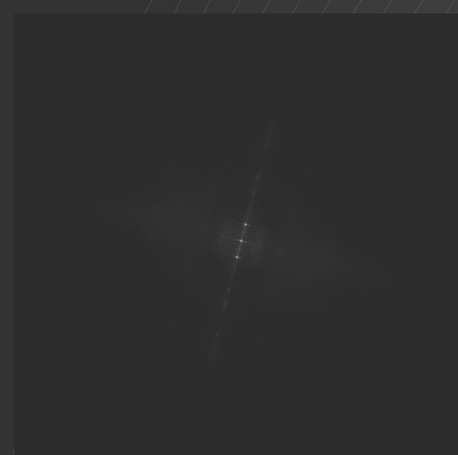
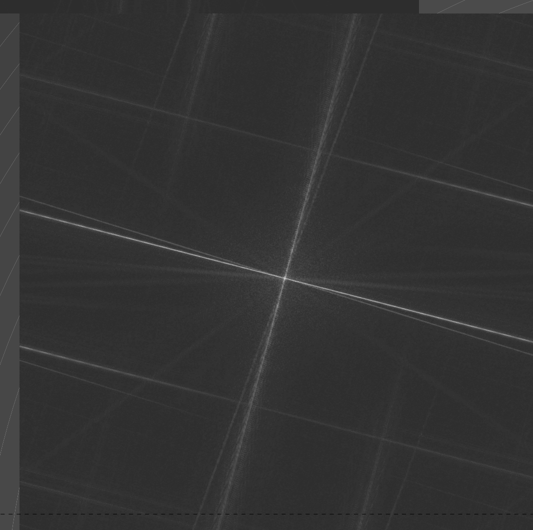


Transformée de Fourier

- Impact du flou



- Skew estimation

Signal
Autres transformations

- Short Term Fourier Transform
- Discret Cosinus Transform
- Ondelettes
- Radon
- Wigner
- Hilbert
- ...

Signal
Autres transformations

- DCT
  - Transformée en cosinus discrète
    - –

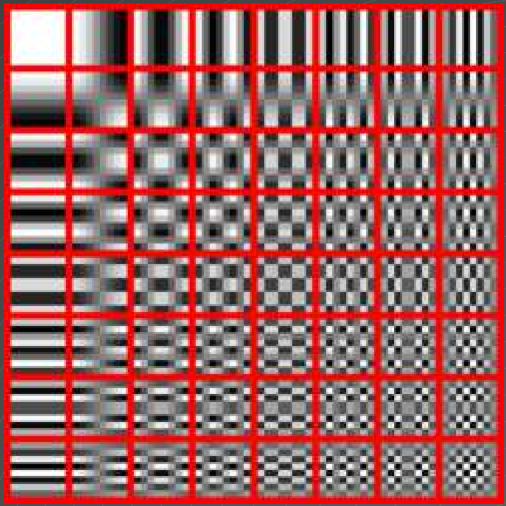


Image wikipedia

Signal
Autres transformations

- Short Term Fourier Transform
  - Problème :
    - FT : soit le temps, soit la fréquence
  - Solution : Ne considérer que des petits intervalles

$$X(f,t')=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,w^{c}(t-t')\,e^{-2j\pi ft}\,dt$$

  - Impact de la taille de w
    - W étroit => localisation temporelle correcte mais mauvaise résolution fréquentielle
    - W large => localisation temporelle imprécise mais bonne résolution fréquentielle

Signal
Transformée en ondelettes

- Avantage :
  - FT : soit le temps, soit la fréquence
  - STFT : Difficulté de régler la taille de w et taille fixée une fois pour toutes.
  - Transformée en ondelettes :
    - Représentation temps-fréquence
      - la fréquence avec sa position spatiale
    - Adaptation de la résolution en fonction de la fréquence
      - Basses fréquences → Privilégie la résolution fréquentielle
      - Hautes fréquences → Privilégie la résolution temporelle
    - Analyse des signaux non stationnaires

Signal
Transformée en ondelettes

- Définition :

$$\Psi_x^{\psi}(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi^c\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt$$

$$\Psi_x^{\psi}(\tau, s) = \int x(t) \psi_{\tau, s}^c(t) dt$$

$$\psi_{(\tau, s)} = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$$

Signal
Transformée en ondelettes

- Exemples
  - Haar
  - Mexican Hat
  - Morlet

Ondelette de Haar
Soure : wikipedia

Signal
Autres transformations

- Usage
  - Compression
  - Filtrage
  - Approximation
  - ...

Fin