Examen de rattrapage

	Sujet de partiel
Intitulé	**EPITA_ING2_S8_Promo 2023**
MAJEURES	IMAGE/SCIA
Code cours	PRST
Intervenant	Noé Biheng
Durée	2h
Droit ou pas aux documents	Aucun document n'est autorisé. Calculatrice non programmable autorisée.

Il n'est pas nécessaire de traiter tous les exercices pour obtenir la note maximale.

Exercice 1

1. La variable aléatoire X suit une loi géométrique de paramètre p.
   Montrer que $E(X) = \dfrac{1}{p}$.
2. Montrer que la loi exponentielle est sans mémoire.
3. Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes et suivant toutes deux une loi normale centrée réduite.
   Considérons les variables aléatoires $U = X + Y$ et $V = X - Y$.
   (a) Montrer que le vecteur aléatoire $(U, V)^T$ est un vecteur gaussien.
   (b) Les variables aléatoires U et V sont-elles indépendantes ?

Exercice 2

1. Déterminer la fonction caractéristique de la loi de Bernoulli de paramètre p.
2. Déterminer la fonction caractéristique de la loi exponentielle de paramètre λ.

Exercice 3

Si une variable aléatoire X suit une loi de Poisson de paramètre λ, rappelons que $E(X) = \lambda$.
A l'aide de la méthode des moments, déterminer un estimateur fortement convergent et sans biais du paramètre λ pour la loi de Poisson.

Exercice 4

Considérons l'échantillon de 8 observations extraites d'une loi normale de moyenne et de variance inconnues : -5 ; 0 ; 7 ; 6 ; 4 ; 8 ; 5 et 9.
Déterminer un intervalle de confiance au niveau 0,95 pour la moyenne m.

Exercice 5

Considérons l'échantillon de 8 observations extraites d'une loi normale de moyenne et de variance inconnues : -5 ; 0 ; 7 ; 6 ; 4 ; 8 ; 5 et 9.
Déterminer un intervalle de confiance au niveau 0,90 pour la variance σ^2.

Exercice 6

Nous disposons de n observations issues de la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Rappelons que la densité de la loi exponentielle est :

$$f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance du paramètre λ.

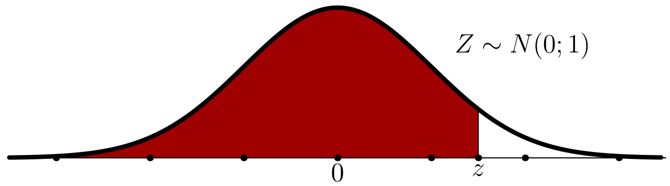
Exercice 7

Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur $[0; 2]$.

1. Quelle est la densité de la variable aléatoire X ?
2. Quelle est son espérance ?
3. Que vaut $\mathbb{P}(X = 1)$?

Tableau N [1]

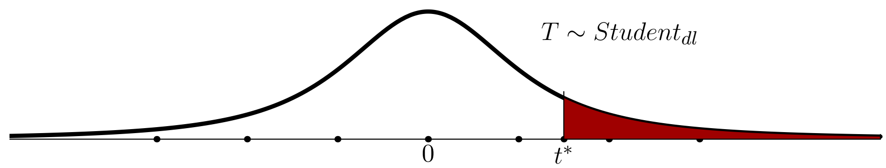
Aire sous la courbe normale à gauche de z, c'est à dire $P[Z \leq z]$, ou $Z \sim N(0;1)$.



	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.00	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.10	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.20	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.30	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.40	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.50	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.60	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.70	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.80	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.90	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09

Tableau T1 [1/2]

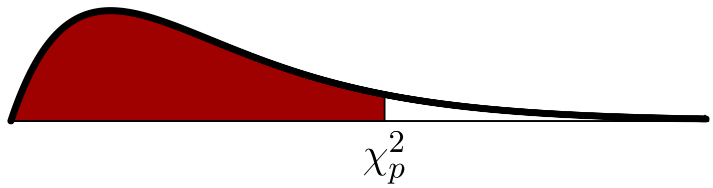
Tableau de t^* tel qu'une variable de Student à dl degrés de liberté ait probabilité p d'être supérieure à t^*



	$P[T \geq t^*] = p$											
dl	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	.8165	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	.7649	.9785	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	.7407	.9410	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.7267	.9195	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.7176	.9057	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.7111	.8960	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.7064	.8889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.7027	.8834	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.6998	.8791	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.6974	.8755	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.6955	.8726	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.6938	.8702	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.6924	.8681	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.6912	.8662	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.6901	.8647	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.6892	.8633	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.6884	.8620	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005

Tableau C [1/2]

Percentiles de la distribution du χ^2. Valeurs de χ^2_P correspondant à P



dl	$\chi^2_{0.005}$	$\chi^2_{0.01}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.1}$	$\chi^2_{0.9}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.995}$
1	.0000	.0002	.0010	.0039	.0158	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	4.605	5.991	7.378	9.210	10.60
3	.0717	.1148	.2158	.3518	.5844	6.251	7.815	9.348	11.34	12.84
4	.2070	.2971	.4844	.7107	1.064	7.779	9.488	11.14	13.28	14.86
5	.4117	.5543	.8312	1.145	1.610	9.236	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.6757	.8721	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.9893	1.239	1.690	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
dl	$\chi^2_{0.005}$	$\chi^2_{0.01}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.1}$	$\chi^2_{0.9}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.995}$