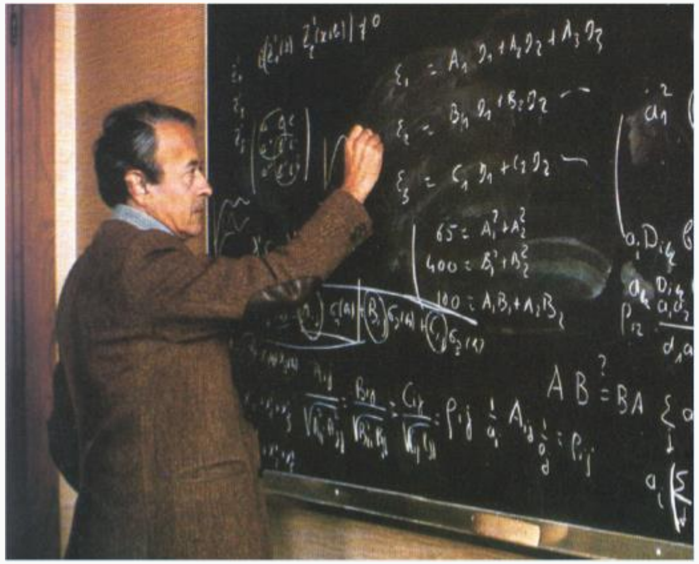
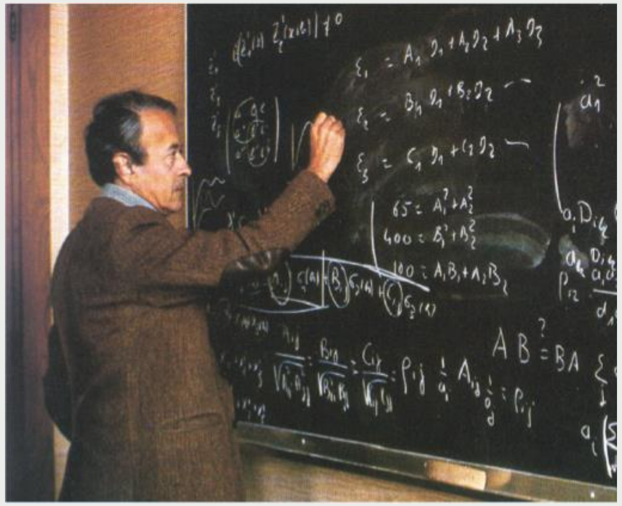
Traitement d'images fondamental

MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

Elodie Puybareau



Un peu d'histoire



C'est une invention française

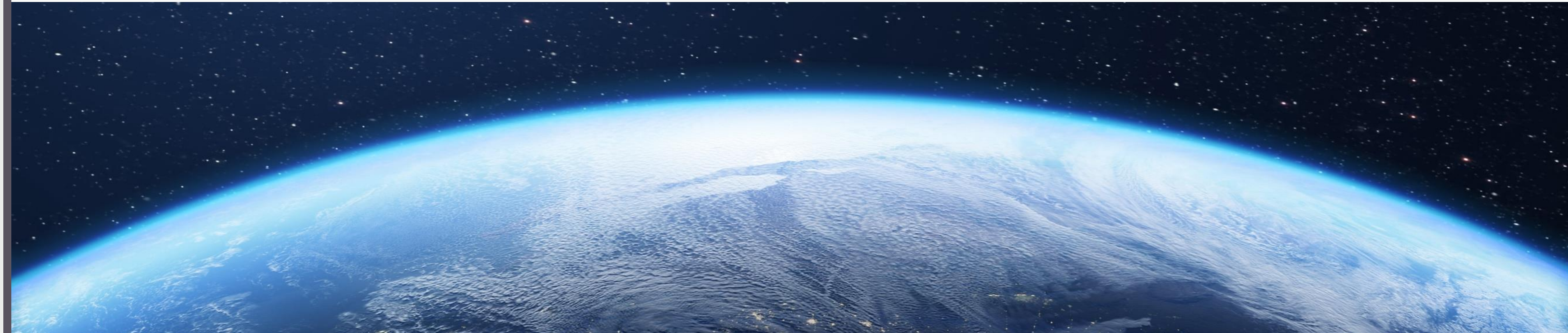
Née en 1964 aux MINES ParisTech (ENSMP à Fontainebleau), c'est Georges Matheron et Jean Serra (son doctorant) qui sont les pionniers de cette discipline.

Le nom de "Morphologie Mathématique" à été choisi...dans un bar !

Un peu d'histoire

Il a fallu attendre 1982 avec la parution du livre de Serra en Anglais et 1987 avec les premiers articles dans IEEE PAMI (un très bon journal international) pour que la morphologie mathématique soit internationalement reconnue.

Depuis, elle est utilisée dans le monde entier, une conférence internationale lui est dédiée, on retrouve les principaux outils dans les bibliothèques communes de traitement d'image en python !



Attention !

Attention à OpenCV! OpenCV, c’est cool, ça existe en C++ et en Python. Oui mais...

Pour importer OpenCV v1 : import cv

Pour importer OpenCV v2 : import cv2

Pour importer OpenCV v3 : import cv2

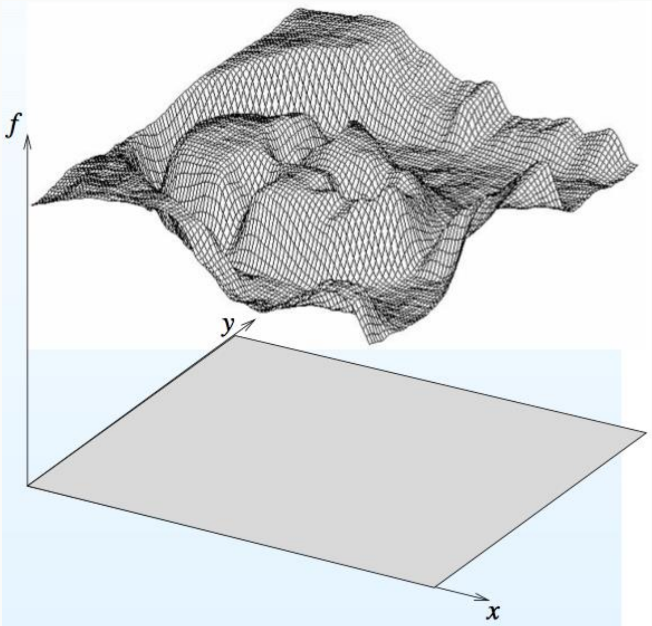
Pour importer OpenCV v4 : import cv2 (pourquoi changer ?)

RGB? non, BGR...

xyz? non, zyx...

OpenCV c’est super puissant, mais à prendre avec des pincettes...

Une Mona Lisa de type image



Une Mona Lisa de type fonction 3D

CONCEPT DE BASE : IMAGE 2D = FONCTION 3D

EN SCHÉMATISÉ :

Propriétés : reflexive, anti-symétrique et transitive

- $a \leq a$
- $a \leq b, b \leq a \Rightarrow a = b$
- $a \leq b, b \leq c \Rightarrow a \leq c$

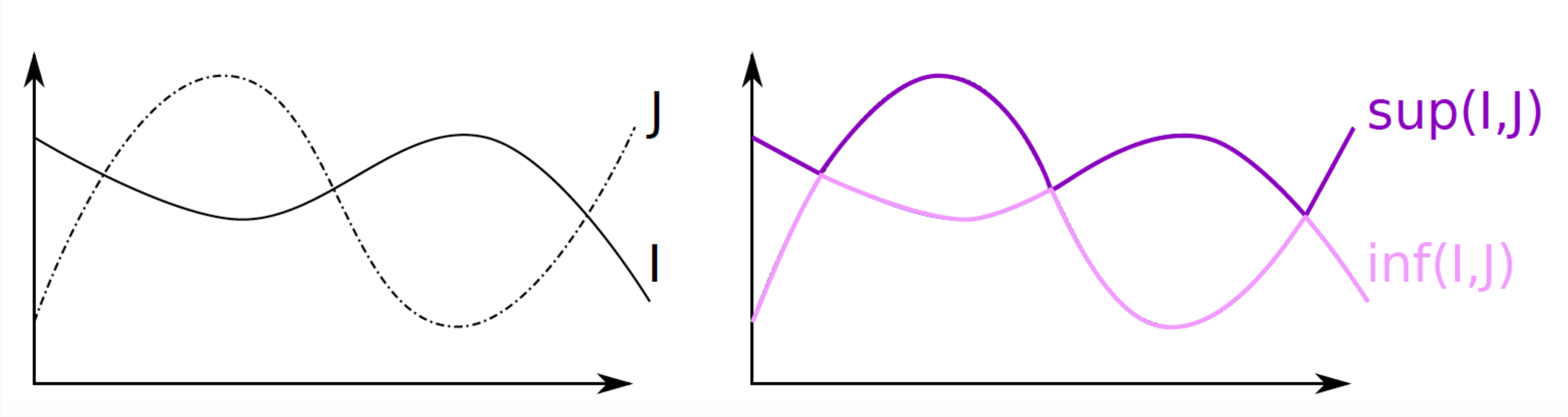
A ces propriétés s'ajoutent deux notions :

- *"Le sup"* $\bigvee$ *: plus petit majorant*
- *"L'inf"* $\bigwedge$ *: plus grand minorant*

La notion d'ordre

Une des bases de la morphologie mathématique est la notion d'ordre.

On doit pouvoir établir une relation d'ordre entre chaque élément considéré (pixels, groupes de pixels etc).



La notion de treillis complet

- C’est une structure ordonnée
- Qui a toutes les propriétés vues juste avant (reflexive, anti-symétrique, transitive, et dont toute partie admet un sup et un inf)

Propriétés générales

Les opérateurs en morphologie mathématique répondent aux propriétés suivantes :

Soit Ω un opérateur morphologique, x et y deux parties de treillis

- $x \leq y \Longrightarrow \Omega(x) \leq \Omega(y)$ Croissance
- $x \leq \Omega(x)\ ou\ \Omega(x) \leq x$ Extensivité ou Anti-extensivité
- $\Omega\big(\Omega(x)\big) = \Omega(x)$ Idempotence

On peut aussi construire de nouveaux opérateurs. Soit Ω et Ψ deux

opérateurs morpho, on peut construire :

- par composition : $\Gamma(x) = \Omega(\Psi(x))$
- par différence : $\Gamma(x) = \Omega(x) - \Psi(x))$

En quelques mots

La morphologie mathématique fait partie de la catégorie de traitement d’images dite "non linéaire", contrairement à la convolution, Fourier et les ondelettes !

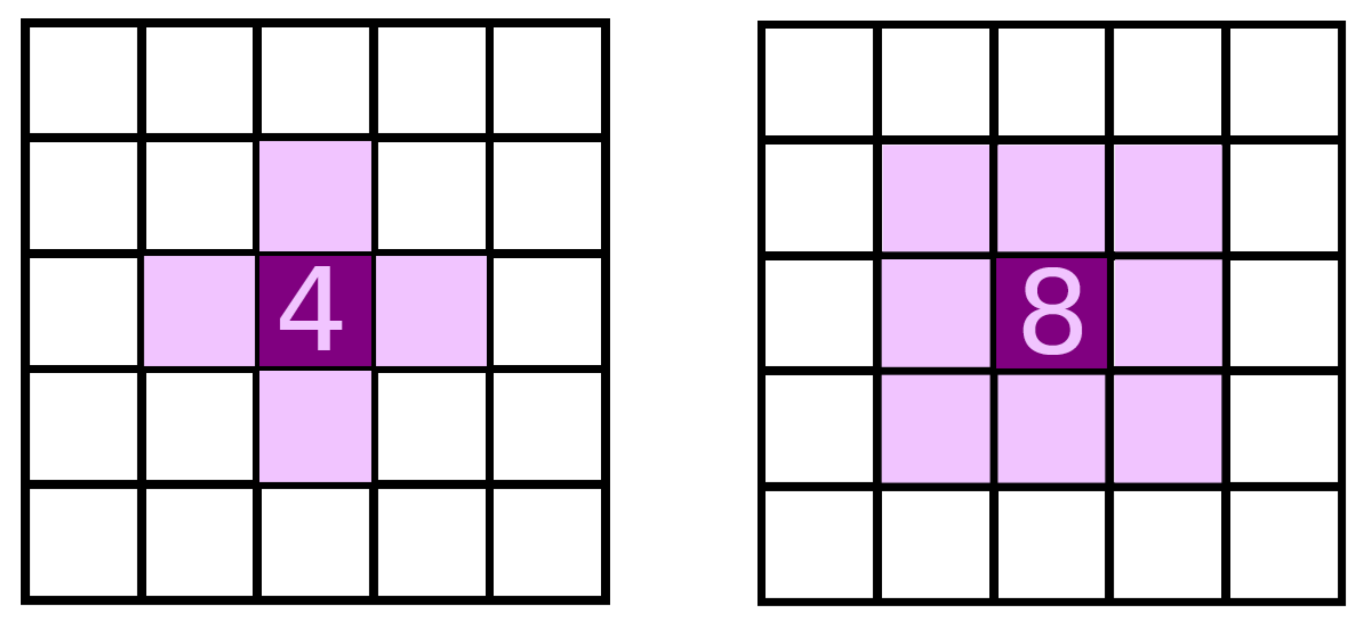
Ca signifie que toutes les parties de l’image ne vont pas réagir de la même manière à l’application d’outils de morphologie mathématique !

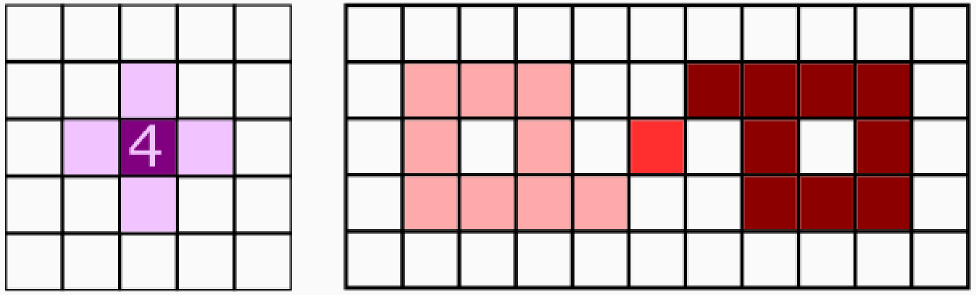
Ce genre de propriétés permet d’être beaucoup plus générique et efficace, en particulier parce qu’on est **invariant au contraste** !

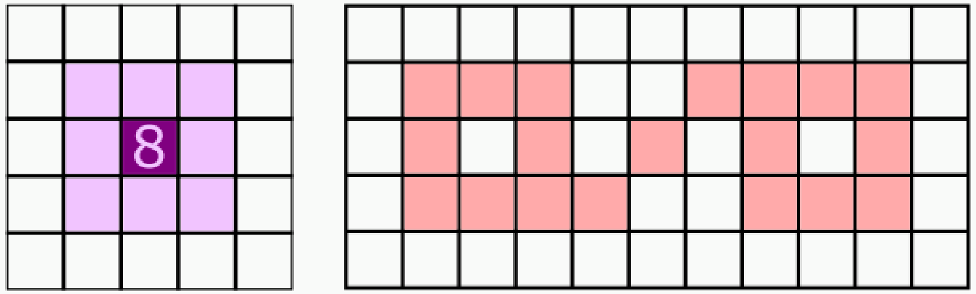
La connexité

- La connexité, c’est le voisinage des pixels. En gros c’est le nombre de voisins que l’on considère comme étant "connectés" au pixel considéré. En 2D, on va considérer la connexité 4 et 8 surtout.

- En 3D, on considère la connexité 6, 18 et 26. Pour voir à quoi cela correspond, imaginez (ou prenez) un Rubik’s cube : 6 = les cubes centraux, 18 = tout sauf les angles et 26 = tout!







Influence de la connexité

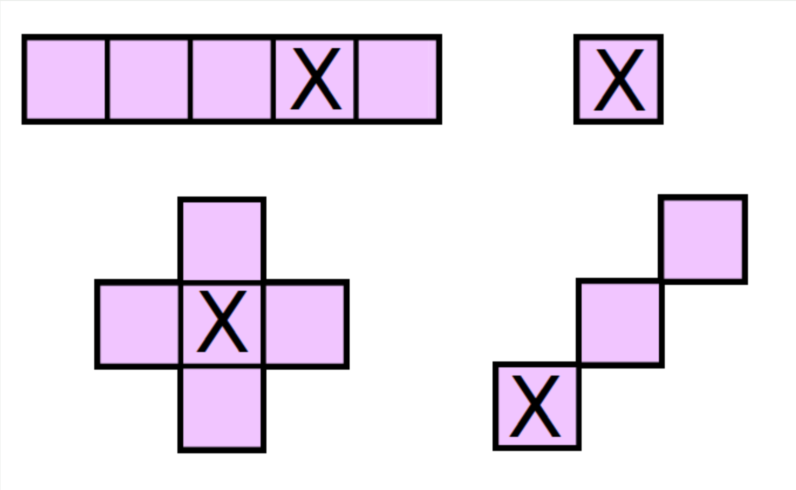
Maintenant qu’on a parlé de connexité, on peut parler de composantes connexes.

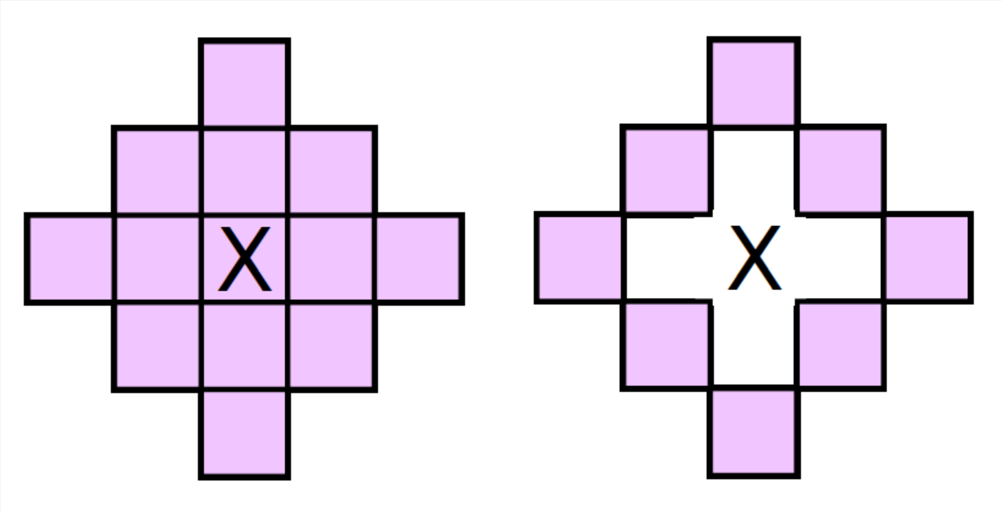
Une composante connexe, c’est un ensemble de pixels qui sont...connectés!

Enfin connectés oui, mais selon une connexité. Ainsi on n’a pas le même nombre d’objets si on est en connexité 4 ou 8!

L'idée de base de la morphologie mathématique est de comparer ce qu'on veut traiter avec un objet de géométrie connue : l'élément structurant.

L'élément structurant





Un élément structurant a les caractéristiques suivantes :

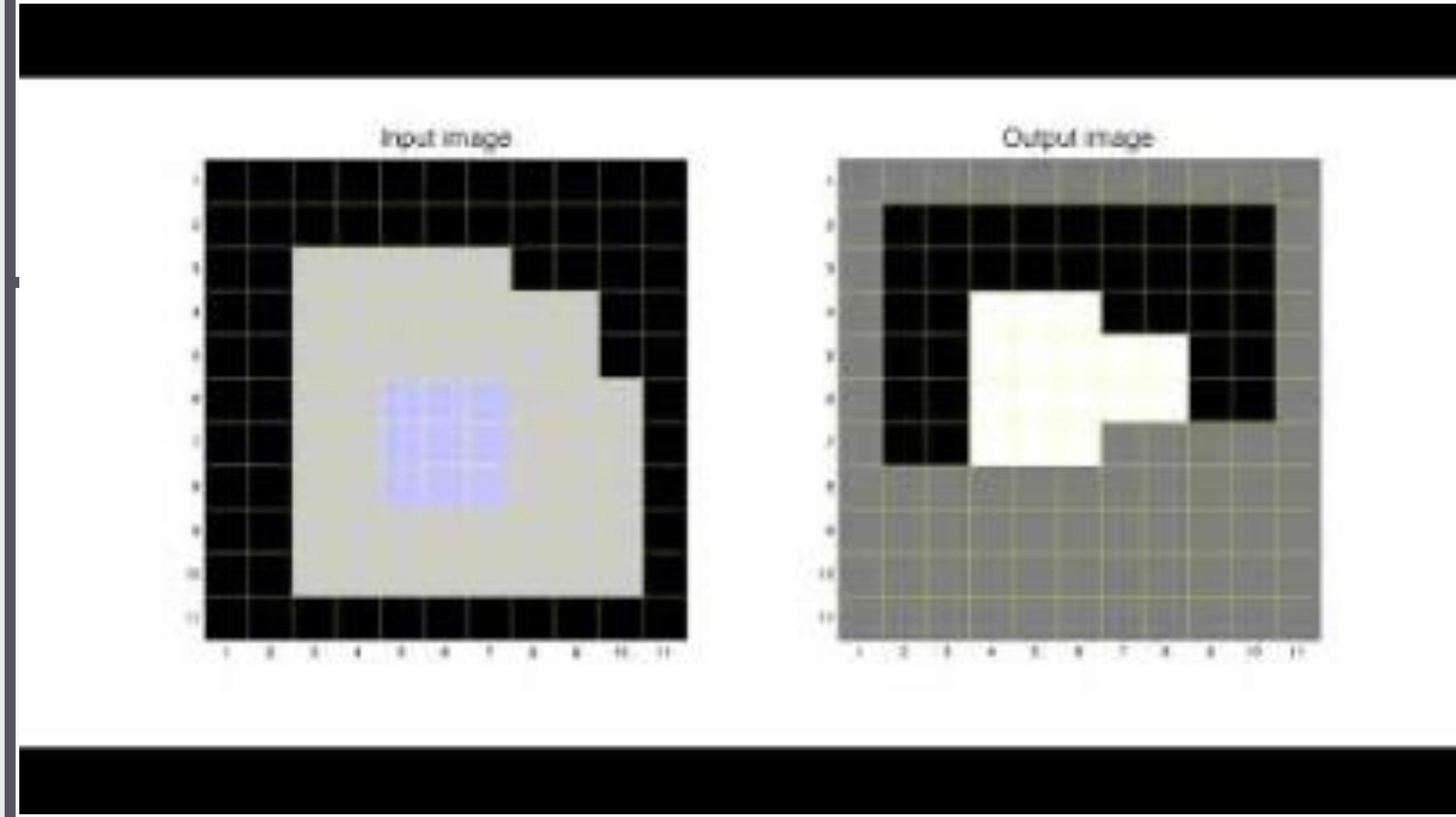
- il a une forme connue
- il a une taille connue
- il a une origine (qui peut être à l'extérieur de lui même mais c'est rare)

Les opérateurs : L’érosion

Nous allons considérer que l’image est binaire, le fond est noir (0), et elle contient un objet blanc (255) X.

L’érosion va venir "grignoter" l’objet blanc! On considère un élément structurant Bz , avec une origine z.

$$\epsilon(X)_B = \{z / B_z \subset X\}$$

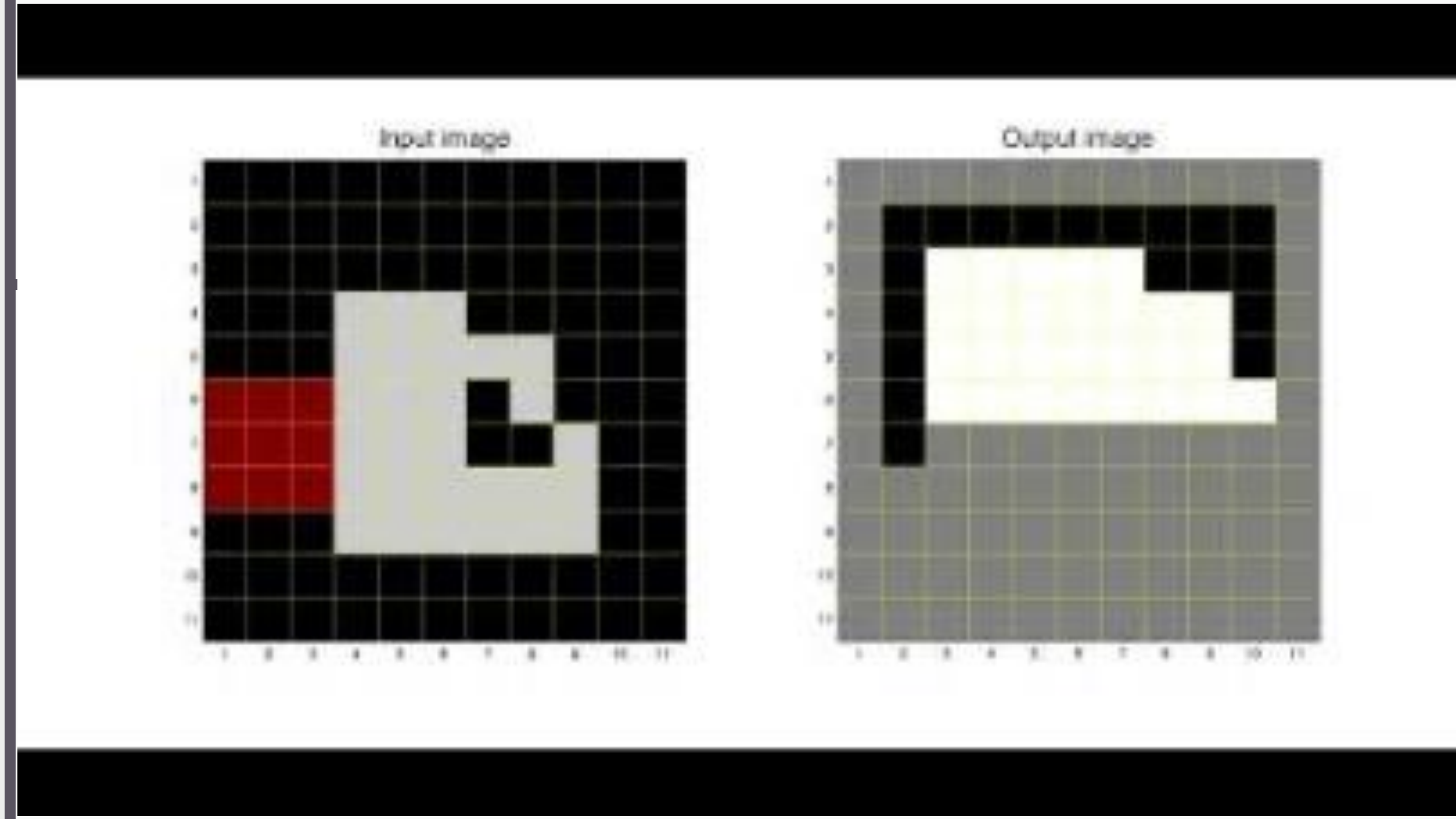


Les opérateurs :

La dilatation

Cette fois ci, on "repousse les bords" de l'objet.

$$\delta(X)_B = \{z / B_z \bigcap X \neq \emptyset\}$$

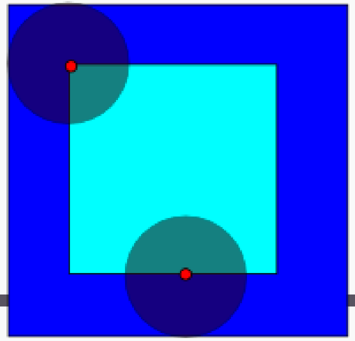


Bilan

- z érosions de taille y = une érosion de taille z*y
- z ouvertures de taille y =/= une ouverture de taille z*y
- z ouverture de taille y = une ouverture de taille y (**idempotence**)

(ces propriétés sont vraies si on remplace érosion par dilatation et ouverture par fermeture)

Erosion

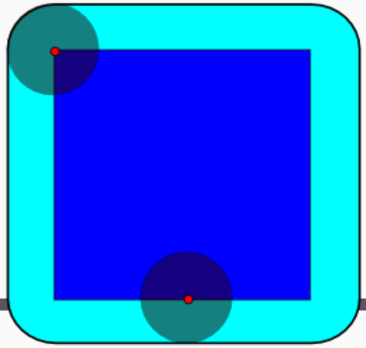


Agrandit des trous

Déconnecte des objets

"augmente le noir"

Dilatation



Remplit les trous

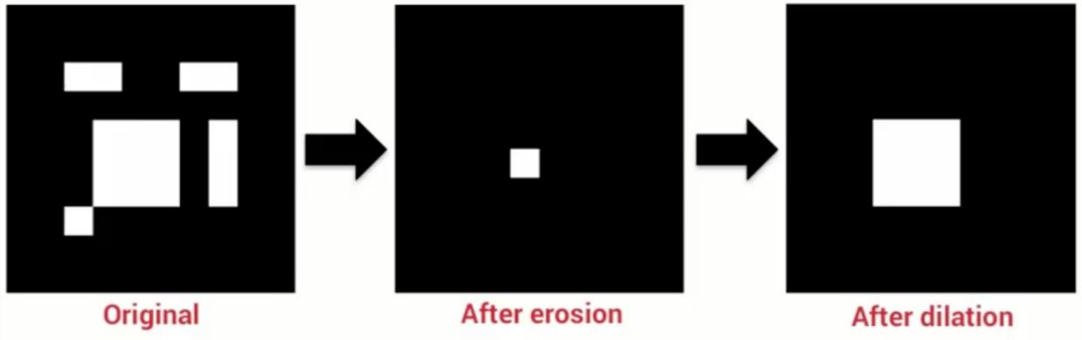
Connecte les objets

"augmente le blanc"

La forme de l’élément structurant va "sélectionner" les formes qu’on garde ! On filtre en quelques sortes en fonction de la taille/forme !

Composition

Que se passe-t-il si on fait une érosion suivie d'une dilatation ?



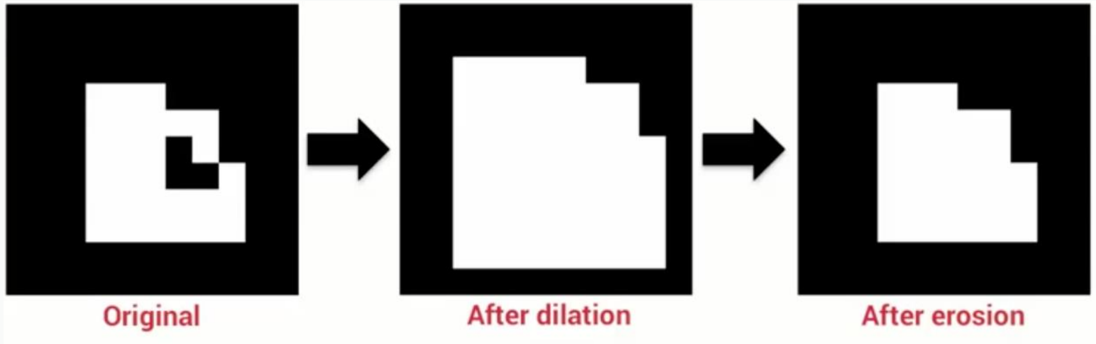
$$\gamma(X) = \delta_B(\epsilon_B(X))$$

Il s'agit d'une **ouverture**.

L'ouverture, comme elle érode en premier, élimine les objets plus **petits** que l'élément structurant (car il n'y a aucun pixel conservé si l'élément structurant ne rentre pas dans la composante).

Composition

Que se passe-t-il si on fait une dilatation suivie d'une érosion ?



$$\phi(X) = \epsilon_B(\delta_B(X))$$

Il s'agit d'une **fermeture**.

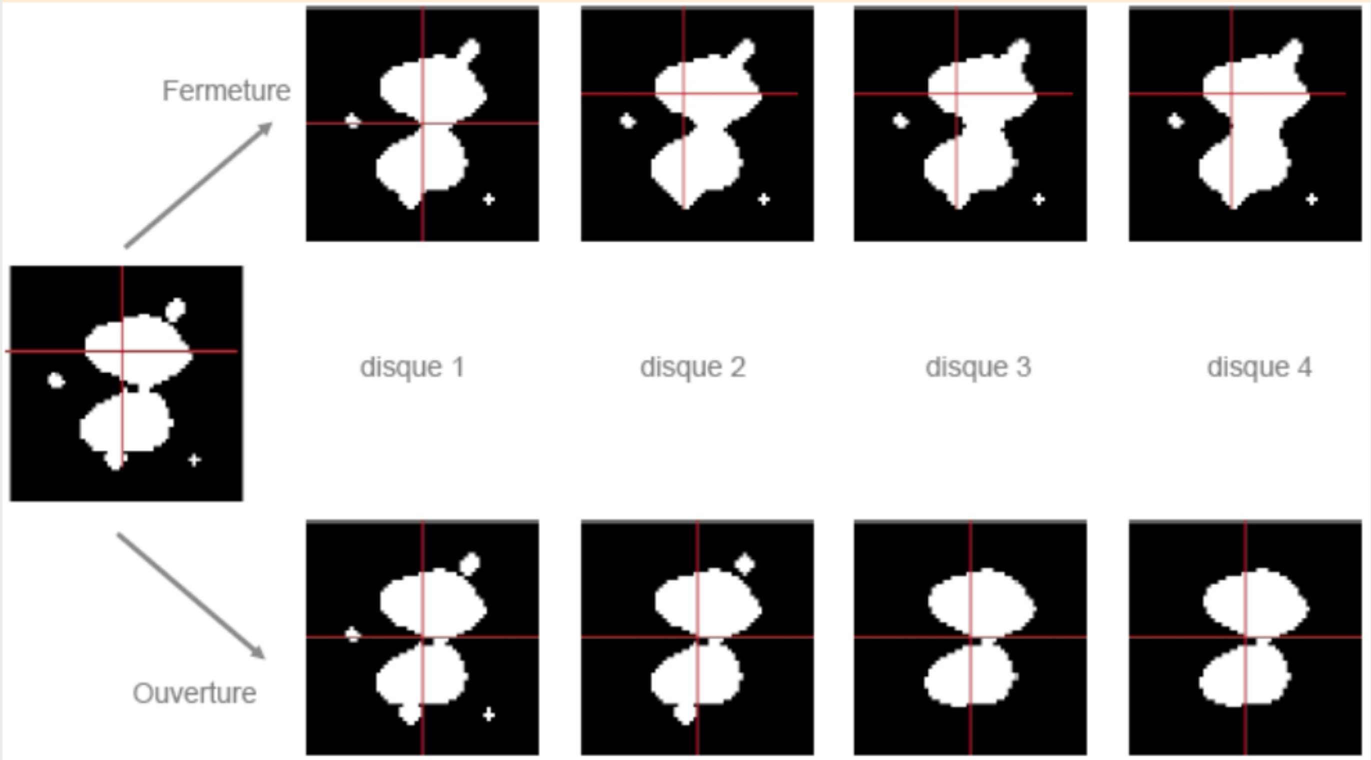
La fermeture, comme elle dilate en premier, élimine les trous plus petits que l'élément structurant (car la dilatation les aura bouchés !).

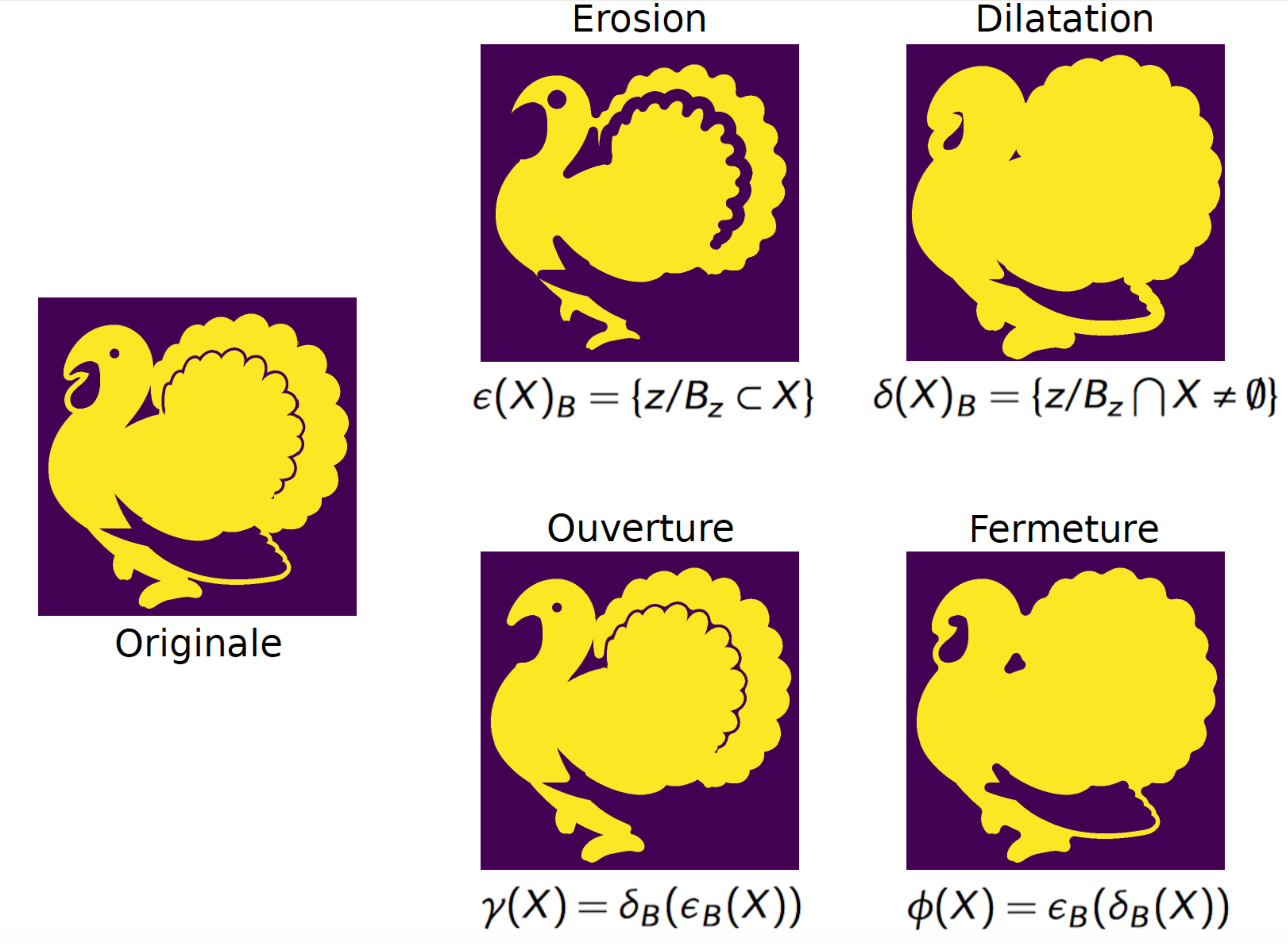
L’ouverture et la fermeture

L’ouverture et la fermeture sont des outils très puissants en morphologie mathématique !

Ils permettent de sélectionner les objets en fonction de la taille et de la forme de l’élément structurant.

Les ouvertures et fermetures sont idéales dans des problèmes de filtrage/débruitage!




Erosion
Dilatation
$\epsilon(X)_B = \{z/B_z \subset X\}$
$\delta(X)_B = \{z/B_z \bigcap X \neq \emptyset\}$
Originale
Ouverture
Fermeture
$\gamma(X) = \delta_B(\epsilon_B(X))$
$\phi(X) = \epsilon_B(\delta_B(X))$

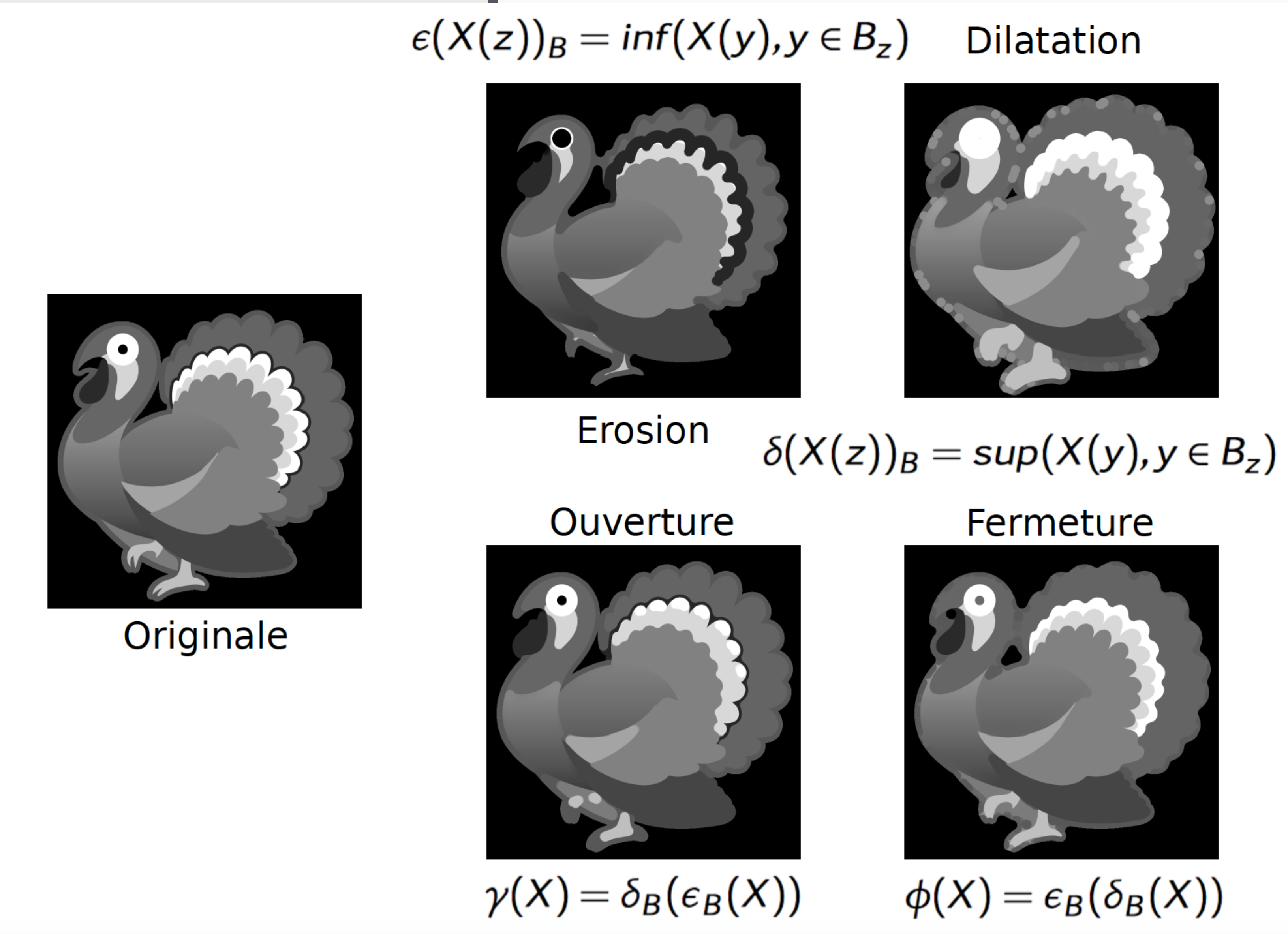
$$\delta(X(z))_B = sup(X(y), y \in B_z) \qquad \epsilon(X(z))_B = inf(X(y), y \in B_z)$$

Et en niveaux de gris ?

En niveaux de gris, on peut voir l’érosion et la dilatation comme une étude des niveaux de gris présents dans une fenêtre glissante représentée par l’élément structurant.

Comme en binaire, on regarde le pixel de l’origine de l’élément structurant.

Cette fois, on lui attribue le min ou le max pour les pixels correspondants à l’élément structurant de leurs niveaux de gris.



$\epsilon(X(z))_B = inf(X(y), y \in B_z)$
Dilatation
Erosion
$\delta(X(z))_B = sup(X(y), y \in B_z)$
Originale
Ouverture
Fermeture
$\gamma(X) = \delta_B(\epsilon_B(X))$
$\phi(X) = \epsilon_B(\delta_B(X))$

Les filtres

Les filtres morphologiques sont des opérateurs régis par les propriétés déjà vues :

- Ils sont croissants
- Ils sont idempotents

L'ouverture et la fermeture sont des filtres ! Mais on peut également les composer afin de créer de nouveaux filtres qui respectent ces propriétés.

Supremum d’ouverture, infimum de fermeture

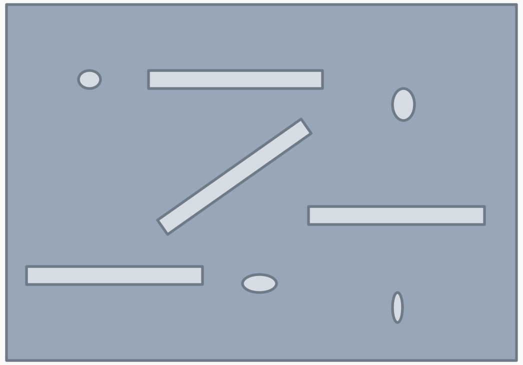
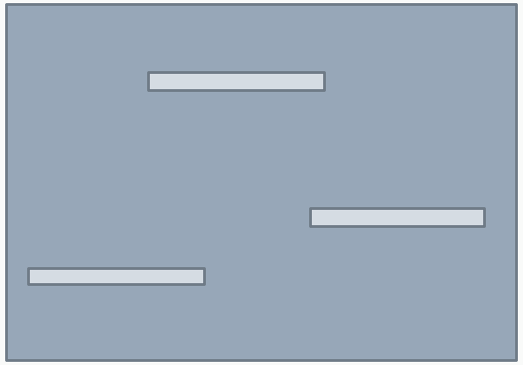
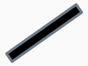
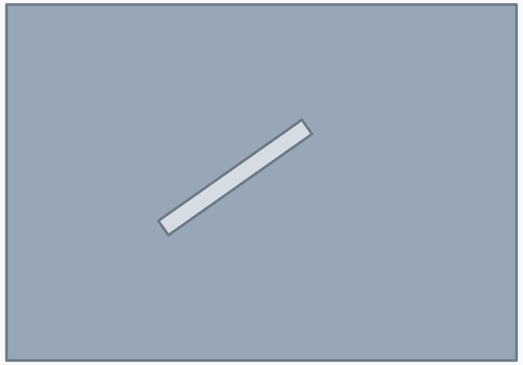


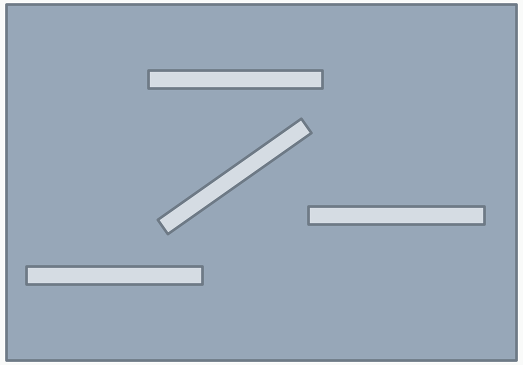
Image originale



Ouverture par 

Ouverture par 





Supremum d’ouvertures

Propriété :

- Tout supremum d’ouverture est une ouverture
- Tout infimum de fermeture est une fermeture

Illustration : filtrer un fond d’œil

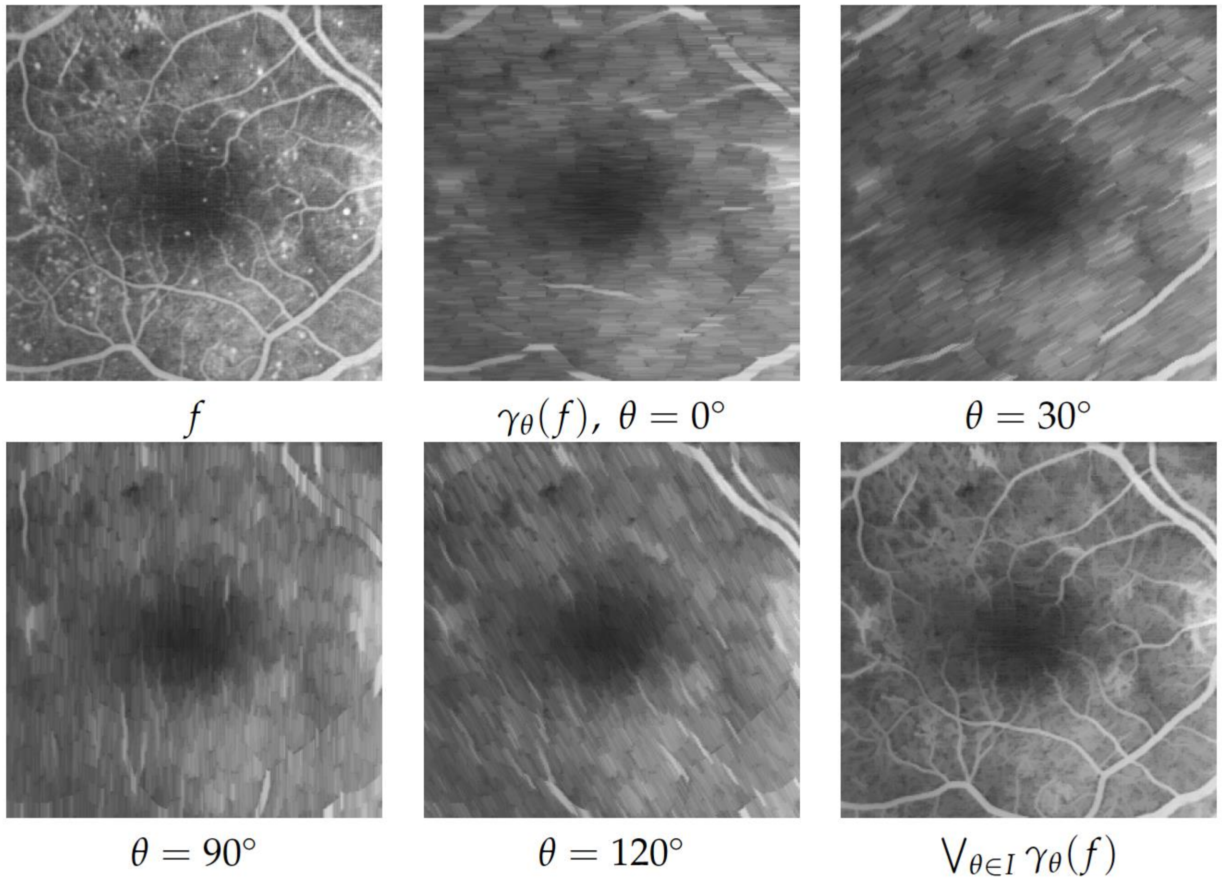
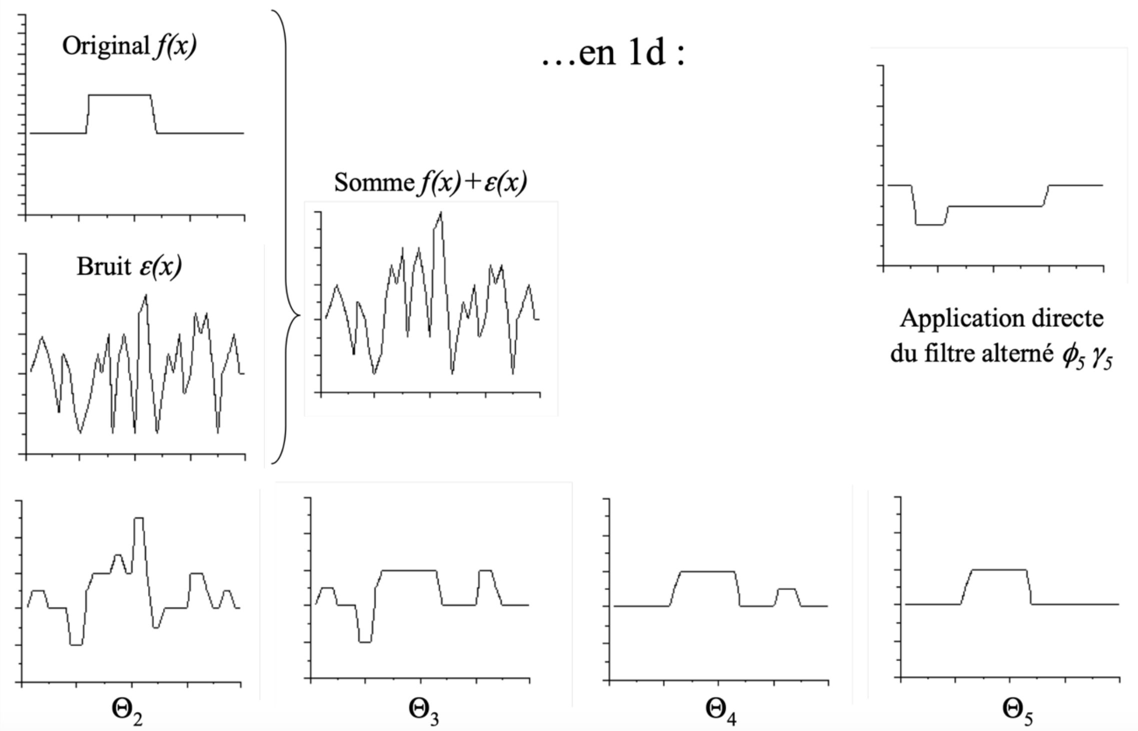


FIGURE 1.11 – *Supremum d’ouvertures $\gamma_\theta(f)$ d’une image f par des segments longueur 5 pixels et orientés selon un angle θ. L’ensemble des orientations sur lequel le supremum est pris est $I = \{0°, 15°, \ldots, 165°\}$.*

Filtres alternés et alternés séquencés

Que se passe-t-il lorsque nous composons des ouvertures et des fermetures ?



Alterner des ouvertures et fermetures de tailles croissantes permet de filtrer « en douceur » l'image ou le signal.

On parle alors de filtres alternés séquencés.

Ils sont utilisés pour débruiter en limitant la perte d'information.

Illustration sur une image en niveaux de gris

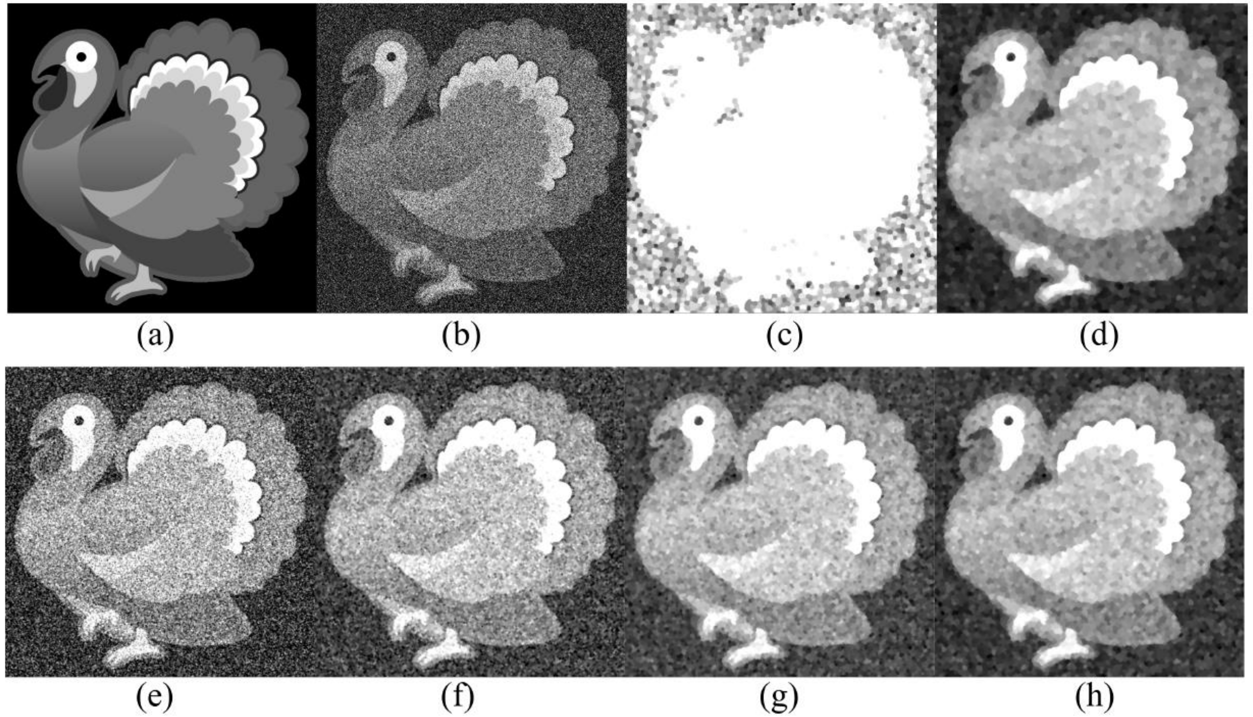


FIGURE *1.12 – Exemples de filtres alternés séquentiels et leur effet sur le bruit. (a) image d'origine, (b) image bruitée, (c) effet d'une ouverture-fermeture avec un disque de taille 5, (d) résultat des ouvertures-fermetures successives avec disque de taille croissante de 1 à 5. (e) à (h) : résultats intermédiaire des ouvertures-fermetures alternées avec disque croissants.*

A vous de jouer !

C’est maintenant l’heure du TP ! Mais avant ça, une petite pause bien méritée !