

笔记

宋丛威

September 18, 2012

1 Gateaux derivative

$$\sigma_2(A) := \frac{1}{2}(\text{tr}^2(A) - \text{tr}(A^2)).$$

$f(A) = \sigma_2(A^{-1})$, $A > 0$ 的导数如下(X 对称)

$$df(A)(X) = -\text{tr}(A^{-1})\text{tr}(A^{-2}X) + \text{tr}(A^{-3}X);$$

$$d^2f(A)(X, X) = \text{tr}^2(A^{-2}X) + 2\text{tr}(A^{-1})\text{tr}(A^{-2}XA^{-1}X) - 2\text{tr}(A^{-3}XA^{-1}X) - \text{tr}(A^{-2}XA^{-2}X).$$

$f(A) = A^{-1}$ 的导数如下

$$df(A)(X) = -A^{-1}XA^{-1};$$

$$d^2f(A)(X, Y) = A^{-1}XA^{-1}YA^{-1} + A^{-1}YA^{-1}XA^{-1}.$$